

*Абрамов Ю.А., д-р техн. наук, гл. науч. сотр., УГЗУ*  
*Тарасенко А.А., канд. техн. наук, докторант, УГЗУ*

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИНАМИКИ ПРИРОДНОЙ ЧРЕЗВЫЧАЙНОЙ СИТУАЦИИ**

Предложена аналитическая математическая модель динамики контура природного пожара. В основу модели положен принцип Гюйгенса. Модель позволяет получить контур двумерного пожара в однородных растительно-ландшафтных и погодных условиях.

**Постановка проблемы.** Природный пожар является одной из чрезвычайных ситуаций (ЧС) [1]. Динамика развития природных пожаров с оценкой вероятных неблагоприятных последствий является одной из задач прогнозирования ЧС [2]. Прогнозирование динамики контура природного пожара с учетом природных факторов является необходимым условием проведения эффективных оперативно-тактических мероприятий по борьбе с данной чрезвычайной ситуацией.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Построению моделей контура лесного и ландшафтного пожара с учетом различного числа природных факторов посвящено значительное количество работ, при этом часть из них использует феноменологический подход. Принцип Гюйгенса применен в модели [3] в виде решения уравнения в частных производных. При моделировании распространения кромки в однородных условиях возможно аналитическое решение данной задачи на основе геометрических построений, которое до сих пор не было получено.

**Постановка задачи и ее решение.** Целью работы является получение аналитической модели динамики контура природного пожара. В основу предлагаемой модели положен принцип Гюйгенса (модель точечного источника), где полагается, что пламя кромки пожара можно условно разбить на элементарные источники распространения огня. При этом в результате теплового воздействия от данных элементарных источников горение распространяется в сторону полуплоскости, в которой имеется горючий материал. Огибающая, построенная ко всем элементарным контурам от таких источников, дает новый контур пожара.

Рассмотрим участок контура пожара в момент  $t_0$ , заданный в декартовой системе координат  $XOY$  в явном виде  $Y_0(x)$ . Для определенности будем полагать, что распространение кромки пожара происходит в полуплоскости, лежащей выше линии  $Y_0(x)$ .

Элементарный контур представим в виде эллипса, большая полуось  $a$  которого направлена по скорости ветра  $\vec{V}_w$  под углом  $\psi$  к оси  $OX$ , а фокус находится в текущей точке контура  $(x; Y_0(x))$ .

Получим уравнение такого элементарного контура в явном виде.

Связь между системой координат  $XOY$  и повернутой на угол  $\psi$  и смещенной на  $(x_0; y_0)$  относительно нее системой  $X'O'Y'$  имеет вид

$$\begin{aligned} X' &= (y - y_0) \sin \delta + (x - x_0) \cos \delta; \\ Y' &= (y - y_0) \cos \delta - (x - x_0) \sin \delta. \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение эллипса, заданного в системе координат  $X'O'Y'$  с началом координат в фокусе, имеет вид

$$\frac{(X' - \beta)^2}{a^2} + \frac{Y'^2}{b^2} = 1, \quad (2)$$

где фокусное расстояние

$$\beta = \sqrt{a^2 - b^2}. \quad (3)$$

Подставляя в (2) выражения (1), получим неявное уравнение элементарного контура в исходной системе координат  $XOY$

$$\begin{aligned} &\frac{\left((y - y_0)^2 \sin \psi + (x - x_0)^2 \cos \psi - \beta\right)^2}{a^2} + \\ &+ \frac{\left((y - y_0)^2 \cos \psi + (x - x_0)^2 \sin \psi\right)^2}{b^2} = 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Решая уравнение (4) относительно  $y$ , получим пару решений

$$y_{1,2} = y_0 + \left( \beta^2 (x - x_0) \sin \psi \cos \psi + b^2 \beta \sin \psi \pm \right. \\ \left. \pm ab \sqrt{a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi - (\beta \cos \psi - (x - x_0))^2} \right) / (a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi), \quad (5)$$

где индексы 1 и 2 соответствуют уравнениям, описывающим верхнюю и нижнюю части элементарного контура (знаки «+» и «-» соответственно).

Область определения для данных решений определяется неотрицательностью подкоренного выражения в (5)

$$x \in \left( x_0 + \beta \cos \psi - \sqrt{a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi}; \right. \\ \left. x_0 + \beta \cos \psi + \sqrt{a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi} \right). \quad (6)$$

Подчеркнем, что фокус эллипса, находящийся в точке  $(x_0; y_0)$  принадлежит линии  $Y_0(x)$ , т.е. точка  $x_0$  является переменной  $x$ . Поэтому, внося новые обозначения в (5), получим уравнение элементарного контура  $Y_1(X; x)$

$$Y_1(X; x) = Y_0(x) + \left( \beta^2 (X - x) \sin \psi \cos \psi + b^2 \beta \sin \psi \pm \right. \\ \left. \pm ab \sqrt{a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi - (\beta \cos \psi - (X - x))^2} \right) / (a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi). \quad (7)$$

Очевидно, что выражение (7) задает семейство элементарных контуров (рис. 1).

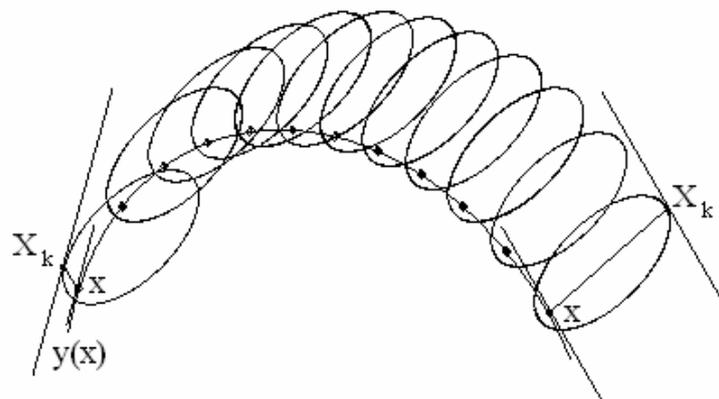


Рис. 1 – Иллюстрация принципа Гюйгенса

Новый контур получается в результате проведения огибающей к этому семейству. Для нахождения уравнения нового контура

ра воспользуемся тем, что касательная к линии  $Y_0(x)$  в точке  $x$  параллельна касательной в точке  $X_1$  соприкосновения огибающей к элементарному контуру, имеющего фокус в точке  $(x; Y_0(x))$  [3]. Соответственно,

$$(Y_0(x))' = (Y_1(X, x))' \Big|_{X=X_1}. \quad (8)$$

Правая часть уравнения (8) имеет вид

$$(Y_1(X, x))' \Big|_{X=X_1} = \frac{1}{D} \left( A + \frac{C(E - (X_1 - x))}{\sqrt{D - (E - (X_1 - x))^2}} \right), \quad (9)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} A &= \beta^2 \cos \psi \sin \psi; \quad B = b^2 \beta \sin \psi; \quad C = ab; \\ D &= a^2 \cos^2 \psi + b^2 \sin^2 \psi; \quad E = \beta \cos \psi; \quad F_0 = (Y_0(x))' / x'. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя (9)-(10) в (8) и решая это уравнение относительно  $X_1$ , получим

$$X_1 = x + E - (F_0 D - A) \sqrt{\frac{D}{C^2 + (F_0 D - A)^2}}. \quad (11)$$

Подставляя (10)-(11) в (7), получим совместно с (11) параметрически заданный новый контур – огибающую к семейству элементарных контуров

$$L_1 = \begin{cases} X_1 = X_1(x) \\ Y_1 = Y_1(x) \end{cases}. \quad (12)$$

При этом  $Y_1$  со знаком «+» соответствует внешней огибающей, а  $Y_1$  со знаком «-» - внутренней, что в силу необратимости процесса распространения кромки пожара, является нефизичным, и поэтому не рассматривается. В силу этого в (12) и в дальнейшем в  $Y_1$  берется «+».

В случае же замкнутого очага для участка контура пожара, горение от которого распространяется в нижнюю полуплоскость, наоборот, необходимо брать знак « $\rightarrow$ ». Данная ситуация проиллюстрирована на рис. 2.

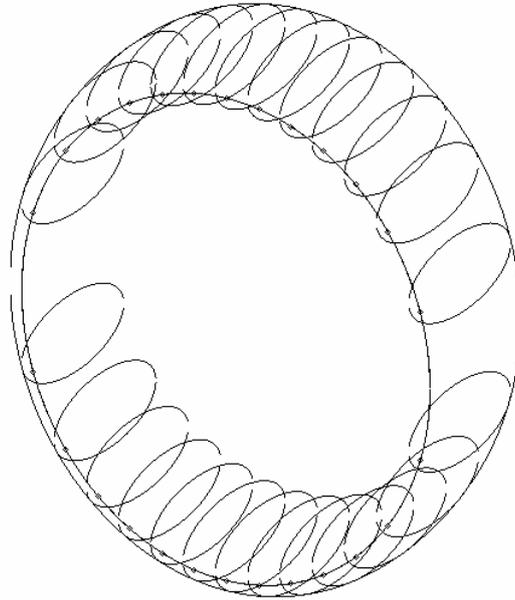


Рис. 2 – Замкнутый контур очага

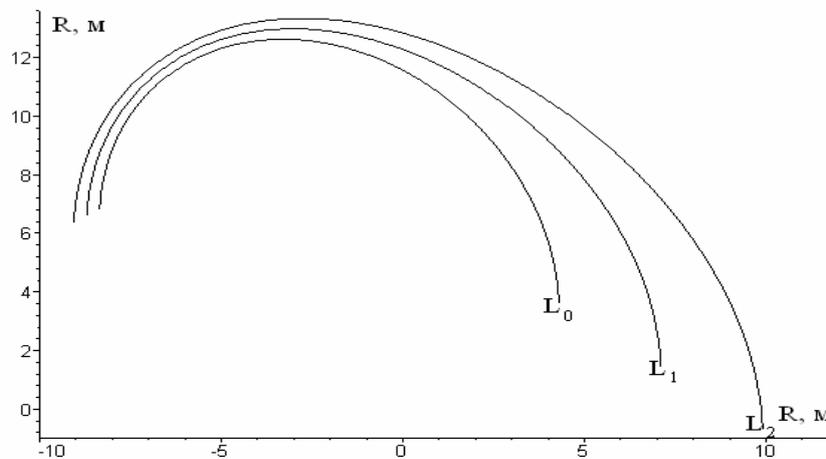


Рис. 3 –Итерационное построение контура пожара

Не привязываясь к скорости распространения пожара, получим пошаговое развитие контура, когда уже линия  $L_1$  является участком контура очага. Обобщением является итерационная процедура, позволяющая найти контур на  $i$ -ом шаге

$$L_i = \begin{cases} X_i(x) = X_{i-1} + E - (F_{i-1}D - A) \sqrt{\frac{D}{C^2 + (F_{i-1}D - A)^2}}; \\ Y_i(x) = Y_{i-1}(x) + \left( A(X_i - X_{i-1}) + B \pm C \sqrt{D - (E - (X_i - X_{i-1}))^2} \right) \end{cases}, (13)$$

где положено  $X_0 = x$ ;  $F_i = (Y_i)'_{X_i} / (X_i)'_x$ .

Иллюстрация модели (13) приведена на рис. 3.

**Выводы.** Предложена аналитическая модель построения контура природной чрезвычайной ситуации. Динамика контура природного пожара задается с помощью итерационной процедуры.

## ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ Р 22.0.03-95. Природные чрезвычайные ситуации. Термины и определения.
2. ГОСТ Р 22.1.02-95. Безопасность в чрезвычайных ситуациях. Мониторинг и прогнозирование. Термины и определения.
3. Доррер Г.А. Математические модели динамики лесных пожаров. – М.: Лесная промышленность, 1979. – 161 с.

УДК 351.861

*Абрамов Ю.А., д-р техн. наук, гл. науч. сотр, УГЗУ,  
Тютюник В.В., канд. техн. наук, ст. науч. сотр., УГЗУ,  
Шевченко Р.И., канд. техн. наук, нач. лаб., УГЗУ*

### **ВЗАИМОСВЯЗЬ ИНИЦИИРУЮЩИХ И ПОРАЖАЮЩИХ ФАКТОРОВ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЙ ПРИРОДНОГО ХАРАКТЕРА НА ТЕРРИТОРИИ УКРАИНЫ**

Представлена оценка связи иницирующих и поражающих факторов чрезвычайных ситуаций природного характера, как первый шаг к построению комплексной системы безопасности территории Украины. Раскрыты условия функционирования данной системы.

**Постановка проблемы.** Территория Украины, как объект жизнедеятельности, представляет сложную систему с территориально-временным распределением параметров. Обеспечение безо-