УКРАЇНСЬКА АСОЦІАЦІЯ З ПРИКЛАДНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
(КАФЕДРА НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ, ІНЖЕНЕРНОЇ ТА КОМП'ЮТЕРНОЇ ГРАФІКИ)

МАТЕРІАЛИ

ІІІ-ї МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ СТУДЕНТІВ, АСПІРАНТІВ ТА МОЛОДИХ ВЧЕНИХ «ПРИКЛАДНА ГЕОМЕТРІЯ, ДИЗАЙН ТА ОБ'ЄКТИ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ВЛАСНОСТІ»

22 – 23 квітня 2014 р.
УКРАЇНА, м. КИЇВ

ББК 22.151я43
П75

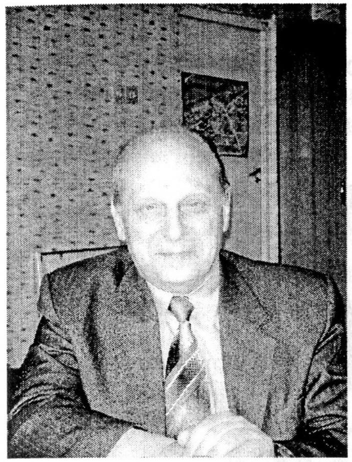
ДРУКУЄТЬСЯ ЗА НАКАЗОМ РЕКТОРА № 1-17
від 31 січня 2014 року

Відповідальний за випуск – д-р техн. наук, проф. Ванін В.В.
Адреса редколегії: 03056, м. Київ, пр. Перемоги, 37, ФМФ, НТУУ «КПІ».
Тел. (044) 454-94-46, E-mail: ypn@ukr.net

Матеріали III-ї Міжнародної науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності». Випуск 3. – К.: ДІЯ, 2014р. – 229 с. з іл.

ISBN 966-7665-80-6

ISBN 966-7665-80-6



Шановні колеги, дорогі друзі!

Щиро вітаю учасників III-ї науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн та об'єкти інтелектуальної власності»!

Ви – майбутнє України. Ваші знання, інтелект, наполегливість у пошуку розв'язання наукових, технічних, економічних задач нашого суспільства – запорука розвитку нашої держави.

«Геометрія – керманич усіх розумових пошуків». Ці слова М. Ломоносова актуальні і в наш час.

Прикладна геометрія слугує тією базою, що забезпечує розробку нових інтегрованих інформаційних технологій процесів автоматизованого проектування та виробництва. Комп'ютерні геометричні моделі складних об'єктів та процесів слугують їх дослідженню, узагальненню, подальшому удосконаленню. Розроблені на їх основі математичні моделі, методи та обчислювальні алгоритми застосовуються в автоматизованих системах проектування та конструкторсько-технологічній підготовці виробництва.

В матеріалах конференції запропоновано багато цікавих моделей об'єктів і процесів у різних галузях науки та техніки, спрямованих на модернізацію існуючих технологій та створення нових машин і механізмів.

БАЖАЮ УСІМ УЧАСНИКАМ КОНФЕРЕНЦІЇ
НОВИХ ТВОРЧИХ УСПІХІВ!

Декан фізико-математичного факультету,
Заслужений працівник народної освіти
України, д.т.н., професор В. Ванін

УДК 514.18

ГЕОМЕТРИЧНА ІНФОРМАЦІЯ В ЗАДАЧАХ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗМІЩЕННЯ ПЛОСКИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З КУСОЧНО-НЕЛІНІЙНИМИ ГРАНИЦЯМИ

Чапля Ю.С., ад'юнкт[1],
Попова А.В., здобувач[*],
Соболь О.М., д.т.н.,
Національний університет цивільного захисту України (Україна, м. Харків)

***Анотація** – досліджується питання геометричної інформації в задачах оптимізації розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями в заданих областях.*

***Ключові слова** – геометрична інформація, розміщення об'єктів.*

Постановка проблеми. При розв'язанні задач проектування в різних сферах діяльності людини виникає необхідність в урахуванні їх геометричних особливостей, що дозволило виділити дані задачі в окремий клас задач геометричного проектування [1]. Незважаючи на велику кількість досліджень, присвячених розв'язанню зазначеного класу задач, існує актуальна науково-прикладна проблема розробки теоретичних основ геометричного моделювання оптимізації розміщення плоских об'єктів з нелінійними границями в заданих областях. Для вирішення даної проблеми необхідно, перш за все, чітко визначитися з класами точкових множин, що являють собою об'єкти та області розміщення, та розглянути геометричну інформацію про них для подальшого формулювання постановки задачі оптимізаційного розміщення.

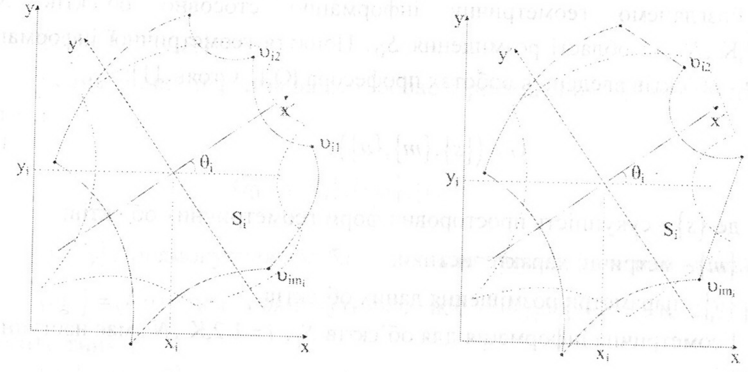
Аналіз останніх досліджень. В роботі [1] розглянуто моделі деяких класів точкових множин, поняття геометричної інформації та основна задача геометричного проектування. Моделі та методи розв'язання задач оптимізаційного геометричного проектування наведені в [2]. Питання геометричної інформації в задачах оптимізаційного геометричного проектування розглядалися, наприклад, в роботах [3,4].

Формування цілей (постановка завдання). В даній роботі необхідно розглянути геометричну інформацію стосовно об'єктів та області розміщення, а також дослідити особливості задачі розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями в областях, щоявляють собою неопуклі багатокутники.

Основна частина. Нехай існує набір плоских геометричних об'єктів S_i, $i=1,2,\mathrm{K},N$, з кусочно-нелінійними границями. Дані об'єкти задаються

[1]Науковий керівник – д.т.н., с.н.с. Соболь О.М.

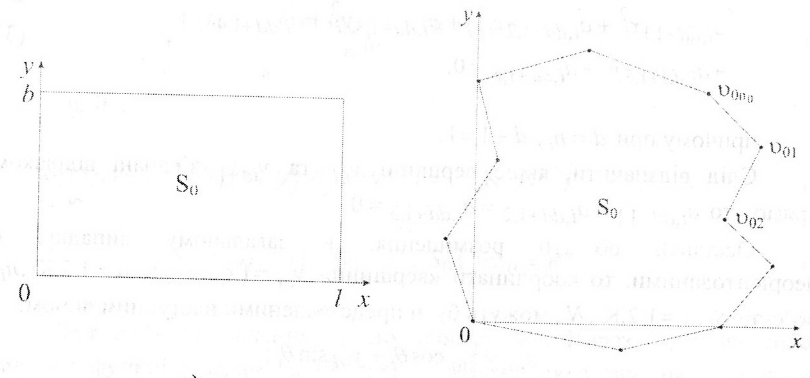
послідовністю своїх вершин $\{v_{i1},v_{i2},\mathrm{K},v_{in_i}\}$, $v_{id}=(x_{id},y_{id})$, $d=1,2,\mathrm{K},n_i$, у власній системі координат, причому нумерація вершин здійснюється проти годинникової стрілки (рис. 1, а). Кожна пара вершин (v_{id},v_{id+1}) з'єднується фрагментом кривої 2-го порядку або, у частковому випадку, відрізком прямої (рис. 1, б).



а) б)

Рис. 1. Об'єкти розміщення

Область розміщення S_0 має вигляд прямокутника, що задається наступним чином: $S_0=\{(x,y)\in R^2, 0\le x\le l, 0\le y\le b\}$, причому $b-$ ширина даної області, а $l-$ її довжина, яка є змінною (рис. 2, а).Також область розміщення може являти собою багатокутник, який задається координатами вершин $(v_{01},v_{02},\mathrm{K},v_{0n_0})$ в глобальній системі координат (рис. 2, б), причому нумерація вершин здійснюється за годинниковою стрілкою.



а) б)

Рис. 2. Область розміщення

Розташування об'єктів S_i визначається вектором параметрів $u_i=(x_i,y_i,\theta_i)$, де (x_i,y_i) – положення початку власної системи координат в глобальній системі координат, а θ_i – кут повороту власної системи координат (рис. 1). Очевидно, що в задачі оптимального розміщення неорієнтованих геометричних об'єктів x_i, y_i, θ_i є змінними.

Розглянемо геометричну інформацію стосовно об'єктів S_i, $i=1,2,\ldots,N$, та області розміщення S_0. Поняття геометричної інформації для φ - об'єктів введено в роботах професора Ю.Г. Стояна[1]:

$$G=(\{s\},\{m\},\{u\}), \tag{1}$$

де $\{s\}$ – сукупність просторових форм геометричних об'єктів;

$\{m\}$ – метричні характеристики;

$\{u\}$ – параметри розміщення даних об'єктів.

Геометрична інформація для об'єктів S_i, $i=1,2,\ldots,N$, має наступний вигляд:

$$G_i=(\{s_i\},\{m_i\},\{u_i\}), \tag{2}$$

де$\{s_i\}$ – багатокутник;

$\{m_i\}=\{v_{id};a_{i,dd+1,c}\}$, $v_{id}=(x_{id},y_{id})$, $d=1,2,\ldots,n_i$ – координати вершин в локальній системі координат, $a_{i,dd+1,c}$, $c=1,\ldots,6$ – параметри квадратичної форми, що описує фрагмент границі між вершинами v_{id} та v_{id+1}:

$$\begin{aligned}&a_{i,dd+1,1}x_i^2+a_{i,dd+1,2}x_iy_i+a_{i,dd+1,3}y_i^2+a_{i,dd+1,4}x_i+\\&+a_{i,dd+1,5}y_i+a_{i,dd+1,6}=0,\end{aligned} \tag{3}$$

причому при $d=n_i$, $d+1=1$.

Слід відзначити, якщо вершини v_{id} та v_{id+1} з'єднані відрізком прямої, то $a_{i,dd+1,1}=a_{i,dd+1,2}=a_{i,dd+1,3}=0$.

Оскільки об'єкти розміщення, в загальному випадку, є неорієнтованими, то координати «вершини» $v_{id}=(x_{id},y_{id})$, $d=1,2,\ldots,n_i$, об'єкта S_i, $i=1,2,\ldots,N$, можуть бути представленими наступним чином:

$$x'_{id}=x_{id}\cos\theta_i+y_{id}\sin\theta_i;$$
$$y'_{id}=-x_{id}\sin\theta_i+y_{id}\cos\theta_i.$$

Тоді, елемент кривої 2-го порядку, що з'єднує вершини v_{id} та v_{id+1}, може бути представлений наступним чином:

$$\begin{aligned}&a_{i,dd+1,1}(\theta_i)x_i^2+a_{i,dd+1,2}(\theta_i)x_iy_i+a_{i,dd+1,3}(\theta_i)y_i^2+a_{i,dd+1,4}(\theta_i)x_i+\\&+a_{i,dd+1,5}(\theta_i)y_i+a_{i,dd+1,6}(\theta_i)=0.\end{aligned} \tag{4}$$

$\{u_i\}=\{x_i,y_i,\theta_i\}$.

Геометрична інформація для області розміщення S_0 має наступний вигляд:

$$G_0=(\{s_0\},\{m_0\},\{u_0\}), \tag{5}$$

де$\{s_0\}$ – прямокутник або багатокутник (опуклий або неопуклий);

$\{m_0\}=(l,b)$ для прямокутника, або $\{m_0\}=(v_{01},v_{02},\ldots,v_{0n_0})$ для багатокутника;

$\{u_0\}=\{0,0,0\}$, оскільки область розміщення є орієнтованою та задається в глобальній системі координат.

Введемо вектор параметрів $u=(u_1,u_2,\ldots,u_N)$, $u\in R^q$, $q=3N$. Вектор всіх змінних задачі позначимо $Z=Z(u,l)\in R^{q+1}$. Тоді постановку задачі розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійною границею в області S_0 сформулюємо наступним чином.

Необхідно визначити вектор Z, що забезпечує розміщення об'єктів S_i, $i=1,2,\ldots,N$, в області S_0 з урахуванням їх взаємного неперетину, причому параметр l має приймати мінімальне значення:

$$l^*=\arg\min_{u\in W} Z(u,l) \tag{6}$$

де W:

$$S_i(x_i,y_i,\theta_i)\cap S_j(x_j,y_j,\theta_j)=\varnothing;\ i=1,2,\ldots,N;\ j=i+1,\ldots,N; \tag{7}$$

$$S_i(x_i,y_i,\theta_i)\cap cS_0=\varnothing;\ S_0\bigcup cS_0=R^2. \tag{8}$$

Тут cS_0 – доповнення S_0 до простру R^2. Вираз (6) являє собою цільову функцію задачі, а (7), (8) – обмеження задачі на, відповідно, взаємний неперетин об'єктів розміщення та їх належність області розміщення.

Задача (6)÷(8) має наступну особливість. Нехай набір об'єктів розміщення складається як з неорієнтованих S_i, $i=1,2,\ldots,n_1$, так і з орієнтованих геометричних об'єктів S_k, $k=n_1+1,\ldots,N$. Очевидно, що розташування об'єктів S_k визначається вектором параметрів $u_k=(x_k,y_k)$. Тоді, вектор $u=(u_1,u_2,\ldots,u_{n_1},u_{n_1+1},\ldots,u_N)\in R^q$, $q=2N+n_1$, а обмеження задачі будуть мати вигляд:

$$S_i(x_i,y_i,\theta_i)\cap S_j(x_j,y_j,\theta_j)=\varnothing;\ i=1,2,\ldots,n_1;\ j=i+1,\ldots,n_1; \tag{9}$$

$$S_k(x_k,y_k)\cap S_t(x_t,y_t)=\varnothing;\ k=n_1+1,\ldots,N;\ j=i+1,\ldots,N; \tag{10}$$

$$S_i(x_i,y_i,\theta_i)\cap S_k(x_k,y_k)=\varnothing;\ i=1,2,\ldots,n_1;\ k=n_1+1,\ldots,N; \tag{11}$$

$$S_i(x_i,y_i,\theta_i)\cap cS_0=\varnothing; \tag{12}$$

$$S_k(x_k,y_k)\cap cS_0=\varnothing;\ S_0\bigcup cS_0=R^2. \tag{13}$$

Обмеження (9) являє собою умову взаємного неперетину неорієнтованих об'єктів розміщення, (10) – умову взаємного неперетину орієнтованих об'єктів розміщення, (11) – умову взаємного неперетину неорієнтованих та орієнтованих об'єктів розміщення, (12) – умову належності неорієнтованих об'єктів області розміщення, (13) – умову належності орієнтованих об'єктів області розміщення.

У випадку розміщення плоских геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями (орієнтованих і неорієнтованих) в області S_0, що являє собою багатокутник, постановка задачі може бути сформульована наступним чином. Вектор всіх змінних задачі позначимо $Z=Z(u,h)\in R^{q+1}$. Необхідно визначити вектор Z, що забезпечує розміщення об'єктів S_i, $i=1,2,\ldots,N$, в області S_0 з урахуванням їх взаємного неперетину, причому параметр h має приймати максимальне значення:

$$h^*=\arg\max_{u\in W} Z(u,h), \tag{14}$$

де область припустимих рішень W описується системою обмежень (7), (8), якщо об'єкти розміщення є неорієнтованими, і (9)÷(13) – для

набору об'єктів розміщення, що складається як з неорієнтованих S_i, $i=1,2,\ldots,n_1$, так і з орієнтованих геометричних об'єктів S_k, $k=n_1+1,\ldots,N$.

Слід відзначити, що параметр h являє собою коефіцієнт заповнення області S_0 і визначається наступним чином:

$$h=\frac{S\left(\bigcup_i S_i\right)}{S(S_0)}, \tag{15}$$

де $S(.)$ – площа відповідного об'єкта; $\bigcup_i S_i$ – об'єднання об'єктів, що розміщенні в S_0.

Висновки. В даній роботі розглянуто питання геометричної інформації в задачах оптимізаційного розміщення плоских орієнтованих та неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями в заданих областях, а також досліджено особливості задачі розміщення плоских неорієнтованих геометричних об'єктів з кусочно-нелінійними границями в областях, що, в загальному випадку, являють собою неопуклі багатокутники. Подальші дослідження будуть спрямовані на розробку загальної моделі та методів розв'язання поставлених задач.

Бібліографічний список

1. *Стоян Ю.Г.* Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / *Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев*. – К.: Наукова думка, 1986. – 268 с.

2. Элементы теории геометрического проектирования / [*Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М. и др.*]; под ред. В.Л. Рвачева – К.: Наукова думка, 1995. – 241 с.

3. *Садковий В.П.*Раціональне розбиття множин при територіальному плануванні в сфері цивільного захисту / *В.П. Садковий, В.М. Комяк, О.М. Соболь* // Монографія – Горлівка: ПП «Видавництво Ліхтар», 2008. – 174 с.

4. *Комяк В.М.*Поняття геометричної інформації в задачі захисту об'єктів залізничного транспорту від надзвичайних ситуацій / *В.М. Комяк, О.М. Соболь, В.О. Собина* // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків, 2009. – Вип.23. – С.118-123.