

Разработка моделей рационального выбора и размещения людей по мобильным техническим средствам при эвакуации из зданий

А. В. Панкратов, В. М. Комяк, К. Т. Кязимов, В. В. Комяк, А. В. Найдыш, А. Г. Коссе, А. Н. Данилин, Г. А. Вирченко, В. Л. Мартынов

Значне зростання обсягів висотного будівництва надає особливої актуальності та гостроти проблемі безпеки подібних споруд. Для таких будівель розробляються науково-обґрунтовані плани евакуації людей, що включають різноманітні сценарії евакуації людей з будівель. Сценарії включають моделювання руху людських потоків коридорами, сходами, за допомогою ліфтів, за допомогою мобільних засобів аварійної евакуації.

Нерозв'язаною частиною проблеми є задача раціонального вибору та розміщення людей по стаціонарним і мобільним засобам евакуації.

Розроблена МІР модель раціонального вибору та розміщення людей по мобільним технічним засобам при евакуації з будівель. Розглянуто окремий випадок моделі – оптимізацію розміщення людей в засобі аварійної евакуації згідно послідовності надходження людей з рухомого потоку. Проаналізовано властивості моделі, основні з яких: модель задачі змішаного цілочисельного програмування, функція мети якої кусково-постійна. Перелічені властивості моделі дозволили звести задачу до послідовності підзадач розміщення людей згідно послідовності їх надходження, а математична модель кожної з підзадач адаптована під рішення методом мултістарту із застосуванням штучного базису.

Як об'єкт розміщення (тіло людини) розглядається трьохкомпонентна модель. На модель накладаються обмеження, що забезпечують умови "склеювання" компонент моделі в єдиний складний об'єкт, і розглядаються неперервні обертання компонент моделі з обмеженнями на кути їх повороту. Запропоновані моделі та модифіковані в роботі методи розв'язання дозволяють знаходити як конфігурації оптимально-локальних розміщень складних об'єктів, так і просторові форми самих об'єктів розміщення

Ключові слова: мобільні засоби евакуації, конфігурація розміщення, локально-оптимальні рішення, трикомпонентна модель об'єкта, квазі- ρ h-функції

1. Введение

Значительный рост объемов высотного строительства придает особую остроту проблеме безопасности подобных сооружений. В силу своей специфики они имеют более высокую степень потенциальной опасности, определяемую:

- повышенной этажностью;
- наличием значительного количества людей и ограниченной возможностью эвакуации и спасения при пожарах и чрезвычайных ситуациях;
- сложными конструкциями с большим количеством инженерных коммуникаций и наличием различных инженерно-технических систем;

- многофункциональностью высотных зданий;
- возможностью террористических актов.

Для таких зданий разрабатываются научно-обоснованные планы эвакуации людей, включающие всевозможные сценарии эвакуации людей из зданий. Сценарии включают моделирование движения людских потоков по коридорам, лестницам, с помощью лифтов, с помощью мобильных средств аварийной эвакуации. Если перечисленные выше средства перекрыты, люди укрываются в специально-защищенных помещениях от опасных факторов чрезвычайных ситуаций. Поэтому проблема моделирования перемещения людей с рациональным выбором путей, либо мобильных или стационарных средств эвакуации при их оптимальном заполнении из высотных зданий является актуальной.

2. Анализ литературных данных и постановка проблемы

Рассматриваемая прикладная проблема относится к классу задач геометрического проектирования [1], в частности к задачам упаковки и раскроя (Cutting&Packing), называемыми также задачами оптимального размещения [2, 3]. Задачи оптимального размещения объектов к классу *NP*-сложных. Для решения задач такого класса используются, как правило, эвристические алгоритмы. Поэтому возникает необходимость в разработке эффективных алгоритмов, основанных на применении методов локальной оптимизации их размещения. Эти методы базируются на аналитическом описании отношений (пересечения, касания, непересечения) между объектами с учетом их непрерывных трансляций и вращений.

Первым шагом в построении аналитического описания условий взаимного непересечения объектов стал подход [4]. Подход базируется на использовании *R*-функций и позволяет аналитически описывать условия взаимного размещения геометрических объектов сложной формы.

Дальнейшие исследования в этом направлении привели к разработке математического аппарата функции плотного размещения (ФПР) и ее годографа (ГФПР) [5]. На базе ГФПР разработана методология последовательно-одиночного размещения в задаче размещения объектов. Но эта методология позволяла находить лишь приближения к локальным экстремумам, как правило, для объектов с кусочно-линейными границами.

В дальнейшем введено понятие Φ -функции [6, 7], с помощью которой формализуются отношения геометрических объектов. Построены Φ -функции для базовых объектов в двумерном пространстве [8]. Метод Φ -функций позволил описывать оптимизационные задачи размещения в виде задач нелинейного программирования и создать эффективные методы нахождения локальных экстремумов для более широкого круга геометрических объектов.

Однако для некоторых объектов Φ -функции имеют очень сложный вид, поэтому предложено понятие квази-*rfi*-функции [9, 10], упростившее аналитическое описание отношений между объектами.

В рассматриваемой прикладной проблеме объектом размещения является человек. В работах [11, 12] показано, что наиболее адекватной моделью проекции человеческого тела на горизонтальную плоскость являются эллипс. В статье [13] приводится достаточно полный обзор литературы, посвященный зада-

чам размещения эллипсов. Задача оптимального размещения эллипсов, допускающих непрерывные вращения, рассмотрена в [14]. Для аналитического описания основных ограничений размещения используются псевдонормализованные квази- ϕ -функции [9, 10]. В работе [11] удалось упростить аналитическое описание отношений между эллипсами (непересечения и расположения на минимально допустимом расстоянии) с использованием предложенной в этой работе квази- ϕ -функции.

Проблема составления обоснованных планов эвакуации людей из зданий вызвала необходимость в разработке пакетов программ моделирования движения потоков людей. В настоящее время наиболее распространены программный продукт СИТИС: "Флоутек ИД" [15] для упрощенной аналитической и имитационно-стохастической модели и "Еватек" [12] для индивидуально-поточной модели движения людских потоков. Результаты расчетов, полученные по модели "Флоутек ИД", дают заниженные значения времени прохождения последним человеком различных сечений по длине общего прохода на участках эвакуационного пути. Значительное влияние на время оказывали процессы переформирования и растекания людских потоков, описание которых не входит в эту модель.

В индивидуально-текущей модели "Еватек" скорость движения человека зависит от плотности потока, которая рассчитывается для каждого человека в отдельности. Для этого вокруг человека строится область в виде прямоугольника, большая сторона которого ориентирована в направлении движения человека. Область смещается также в направлении движения человека с коэффициентом 0,4, то есть центр области находится от центра человека на расстоянии, равном длине большей стороны, умноженной на 0,4. Построенная область разбивается на отдельные подобласти (перейти из одной подобласти в другую, не оставляя область, невозможно). Такой подход моделирования движения объясняется невозможностью аналитического описания процесса перемещения людей, составной частью которого является описание условий их непересечения. Полученные по программе "Еватек" значения времени прохождения последним человеком различных сечений путей эвакуации лежат вблизи нижней границы допустимых значений при учете стохастичности процесса эвакуации.

Результаты анализа [16] показывают отсутствие модели индивидуально-поточного движения людей, адекватной реальному потоку людей с ограниченными мобильными возможностями смешанного состава в нем в достаточно широкой номенклатуре общественных зданий различных классов функциональной пожарной опасности.

При комфортном и спокойном движении людей наиболее адекватной моделью человека является эллипс [12]. В работе [11] предложена модель и метод моделирования движения людей, которые аппроксимируются набором эллипсов, с учетом различных минимально допустимых расстояний между людьми и с учетом ряда дополнительных технологических ограничений, среди которых можно выделить движение с разной скоростью, учетом маневренности, комфортности, процессов переформирования и растекания людских потоков.

Когда категория перемещения меняется и переходит в категорию активного движения с возможными силовыми действиями, плотность потока увеличи-

вается. Возникает задача моделирования перемещения людей с учетом природных деформаций тела человека, которые в работе учитываются изменением пространственной формы объекта, аппроксимирующего тело человека.

В работе [17] предложено в качестве такого объекта рассматривать сложный объект, представленный объединением трех эллипсов. В таком сложном объекте основной эллипс допускает непрерывные трансляции и повороты, а два вспомогательных допускают непрерывные вращения в допустимых пределах (по отношению к углу поворота основного) относительно точек их склейки.

При моделировании движения потоков людей в каждый дискретный момент времени наблюдается конфигурация размещения [18] объектов, аппроксимирующих тело человека. Задача размещения рассматриваемых сложных объектов может быть использована для получения максимальной оценки количества людей, которые могут быть размещены как в стационарных, так и мобильных средствах при эвакуации из зданий.

Поэтому важной и нерешенной частью проблемы является разработка математических моделей и методов рационального выбора и оптимального размещения людей, представленных трехкомпонентной моделью, по стационарным и мобильным средствам эвакуации в условиях развития ЧС.

3. Цель и задачи исследования

Целью работы является разработка математических моделей рационального выбора и оптимального размещения людей (сложных объектов) по мобильным техническим средствам эвакуации, которые представляются набором областей заданных размеров.

Для достижения цели были поставлены следующие задачи:

- построить *MIP* модель выбора и оптимального размещения людей по мобильным средствам при эвакуации из зданий;
- разработать математическую модель рационального размещения людей в выбранном мобильном средстве, когда эвакуируемые загружаются в них в заданном порядке, проанализировать ее особенности;
- построить адекватную для задач эвакуации геометрическую модель человеческого тела, описать аналитически условия непересечения объектов, являющихся моделью человека;
- модифицировать метод поиска локально-оптимального решения для задачи оптимизации размещения сложных трехкомпонентных объектов (людей) в прямоугольнике заданных размеров (средство эвакуации) согласно заданной последовательности его заполнения.

4. *MIP* модель выбора и оптимального размещения людей по мобильным средствам при эвакуации из зданий

Имеется группа L людей l_i , $i=1, 2, \dots, n$ с заданными индивидуальными размерами и набор M мобильных технических средств S_j , $j=1, 2, \dots, t$ с эвакуационными зонами Z_j стоимости C_j . Необходимо обеспечить эвакуацию группы L при помощи средств из M минимальной стоимости.

Построим общую «эвакуационную зону» для всего множества S в виде $Z = \bigcup_j^m Z_j, Z_k \cap Z_j = \emptyset, k < j = 1, 2, \dots, m$. Тогда *MIP* [19] математическая модель такой задачи может быть сформулирована в виде

$$\sum_{j=1}^m b_j C_j \rightarrow \min, \quad (1)$$

$$l_i(u_i) \subset Z, i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

$$l_i(u_i) \cap l_s(u_s) = \emptyset, i < s = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

$$b_j \in \{0, 1\}, j = 1, \dots, m, \quad (4)$$

где $b_j=1$, если компонента Z_j области Z не пуста и равен 0 в противном случае, u_i – параметры размещения i -го объекта, однозначно характеризующие его положение на плоскости (количество таких параметров зависит от вида объекта).

Рассмотрим частный случай представленной задачи, когда все технические средств S одинаковы, а эвакуируемые загружаются в них в заданном порядке.

При указанных ограничениях решение задачи (1)–(4) может быть сведено к решению последовательности подзадач, имеющих на j -м этапе следующий вид.

5. Математическая модель рационального размещения людей в выбранном мобильном средстве, когда эвакуируемые загружаются в них в заданном порядке

Разместить в зоне Z_j максимальное число людей $l_i, i=1, 2, \dots, n_j$ из упорядоченной группы L_j в заданной очередности.

Здесь $L_j = n$, при $j=1, L_j = L \setminus \bigcup_{k=1}^{j-1} L'_k, n_j = n - \sum_{k=1}^{j-1} n'_k$ при $j>1$, где L'_k – группа численности n'_k , размещенная в зоне Z_k на k -м шаге.

Математическая *MIP* модель подзадачи может быть сформулирована следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{n_j} b_i \rightarrow \max, \quad (5)$$

$$b_i \geq b_{i+1}, i = 1, \dots, n_j - 1, \quad (6)$$

$$b_i \Phi^{l_i Z_j^*}(u_i) \geq 0, i = 1, \dots, n_j, \quad (7)$$

$$b_i b_s \Phi^{l_i l_s}(u_i, u_s) \geq 0, i < s = 1, 2, \dots, n_j, \quad (8)$$

$$b_i \in \{0, 1\}, i = 1, \dots, n_j, \quad (9)$$

где $b_i=1$, если объект l_i принадлежит области Z_j и равен 0 в противном случае, условие (6) обеспечивает размещение первых объектов из упорядоченного множества L_j в заданной последовательности, функция $\Phi^{l_i Z_j^*}(u_i)$ в (7) – phi-функция [7, 8], описывающая условие размещения объекта $l_i(u_i)$ в области Z_j (условия непересечения объектов l_i и $Z_j^* = R^2 \setminus \text{int}(Z_j)$), функция $\Phi^{l_i l_s}(u_i, u_s)$ в (8) – phi-функция, описывающая условие непересечения объектов $l_i(u_i)$ и $l_s(u_s)$.

Рассмотрим основные особенности задачи (5)–(9):

1. Задача (5)–(9) является задачей смешанного целочисленного программирования: переменные $b_i, i=1, 2, \dots, n_j$ – дискретные (двоичные), а переменные в векторе $u_i, i=1, 2, \dots, n_j$ – непрерывные.

2. Функция цели (5) – кусочно-постоянная (равна количеству объектов, что размещаются в области).

Решение задачи (5)–(9) в свою очередь может быть сведено к решению последовательности подзадач, имеющих на i -м этапе вид: разместить в зоне Z_j первые объекты ($n_j^* = i$) из упорядоченного множества L_j . Если решение удалось найти, предпринимается попытка решить следующую подзадачу размещения в Z_j первых $(i+1)$ объектов, в противном случае принимается $n_j' = i - 1$ и процесс решения подзадач прерывается.

Представленная ниже математическая модель подзадачи адаптирована под решение методом мултистарта с применением искусственного базиса.

$$\lambda \rightarrow \max, \quad (10)$$

$$\Phi^{l_i Z_j^*}(u_i, \lambda) \geq 0, i = 1, \dots, n_j^*, \quad (11)$$

$$\Phi^{l_i l_s}(u_i, u_s, \lambda) \geq 0, i < s = 1, 2, \dots, n_j^*, \quad (12)$$

$$\lambda \in [0, 1], \quad (13)$$

где λ – коэффициент гомотетии объектов, функция $\Phi^{l_i Z_j^*}(u_i, \lambda)$ в (11) – phi-функция, описывающая условие размещения объекта $\lambda l_i(u_i)$ в области Z_j (условия непересечения объектов $\lambda l_i(u_i)$ и $Z_j^* = R^2 \setminus \text{int}(Z_j)$), функция $\Phi^{l_i l_s}(u_i, u_s, \lambda)$, в (12) – phi-функция, описывающая условие непересечения объектов $\lambda l_i(u_i)$ и $\lambda l_s(u_s)$. Оптимизация начинается из искусственной допустимой точки при $\lambda = 0$ и случайных параметрах u_i , при которых точка $\lambda l_i(u_i)$ принадлежат обла-

сти Z_j . Если получен глобальный максимум задачи ($\lambda=1$), то построено допустимое размещение объектов в области.

Замечание. Для некоторых видов размещаемых объектов в выражениях (11) и (12) целесообразно использовать квази- ρ -функции [9, 10] вместо ρ -функций. Более подробно этот вопрос будет исследован ниже.

Таким образом, для завершения математической постановки задачи необходимо конкретизировать вид объектов, используемых для моделирования человеческого тела и построить для этих объектов функции вида (11) и (12).

В дальнейшем для упрощения выкладок уберем из модели (10)–(13) индекс j и будем рассматривать задачу поиска допустимой упаковки объектов l_i , $i=1, 2, \dots, n$ в области Z .

6. Построение адекватной для задач эвакуации геометрической модели человеческого тела

Прежде всего, следует отметить, что для задач рассматриваемого класса целесообразно использовать релаксацию и перейти от рассмотрения взаимодействий трёхмерных объектов к взаимодействию их проекций на горизонтальную плоскость [12]. При этом представление проекции человеческого тела на горизонтальную плоскость в виде прямоугольника является слишком грубым даже для методов, в которых моделируется индивидуальное перемещение людских потоков в свободном режиме [12]. Неплохой моделью проекции человеческого тела на горизонтальную плоскость являются эллипсы [11, 12]. При использовании эллипсов в качестве моделей человеческого тела и использовании выпуклых многоугольников (прямоугольников) для моделирования области Z модель (10)–(13) принимает вид

$$\lambda \rightarrow \max, \quad (14)$$

$$\Phi^{E_i Z^*}(u_i, \lambda) \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (15)$$

$$\Phi^{E_i E_s}(u_i, u_s, t_{is}, \lambda) \geq 0, \quad i < s = 1, 2, \dots, n, \quad (16)$$

$$\lambda \in [0, 1], \quad (17)$$

где $\Phi^{E_i Z^*}(u_i, \lambda)$ – функция, описывающая условие размещения объекта $\lambda E_i(u_i)$ (эллипса) в области Z , $Z^* = R^2 \setminus \text{int}(Z)$, $u_i = (x_i, y_i, \theta_i)$ – параметры размещения эллипса E_i , $v_i = (x_i, y_i)$ – вектор трансляции, θ_i – угол поворота объекта;

$\Phi^{E_i E_s}(u_i, u_s, t_{is}, \lambda)$ – квази- ρ -функция, описывающая условие непересечения эллипсов $\lambda E_i(u_i)$ и $\lambda E_s(u_s)$, t_{is} – вспомогательная переменная, λ – коэффициент гомотетии. Такие функции для построения математической модели размещения эллипсов в многоугольной области были предложены в [20].

Однако такое представление годится только для моделирования свободных перемещений людей и не позволяет учесть допустимые деформации человеческого тела. Это позволяет сделать трёхэллипсная модель проекции человеческого тела на горизонтальную поверхность [17] $l_i = E_{ci} \cup E_{ri} \cup E_{li}$, в которой центральный эллипс E_{ci} моделирует туловище, а «правый» и «левый» эллипсы E_{ri} и E_{li} – соответственно правое и левое плечо (рис. 1).

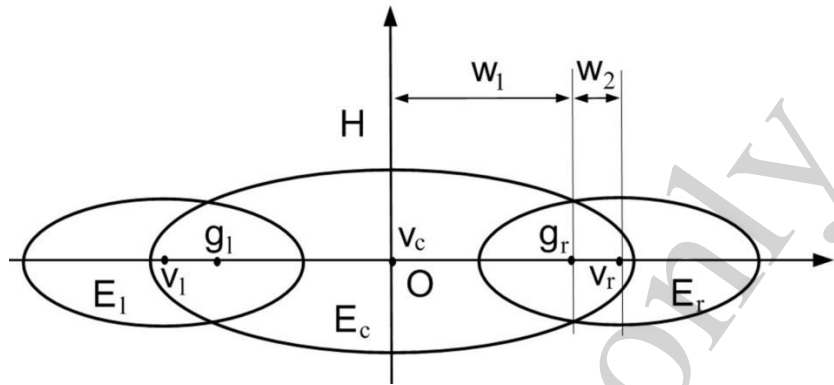


Рис. 1. Трёхкомпонентная модель проекции человеческого тела на горизонтальную плоскость

Для эллипсов E_{ci} и E_{ri} задается общая «точка склейки» g_l , а для эллипсов E_{ci} и E_{li} – «точка склейки» g_l . Точки g_r и g_l лежат на большой оси эллипса E_{ci} и расположены симметрично относительно его малой оси. Положение точек g_r и g_l на плоскости определяется исключительно параметрами размещения эллипса E_{ci} . Эллипсы E_{li} и E_{ri} могут только вращаться на углы в заданном диапазоне (по отношению к углу поворота эллипса E_{ci}) относительно этих точек (рис. 2).

Таким образом, каждого из объектов l_i на плоскости определяется вектором

$$u_i = (x_{ci}, y_{ci}, \theta_{ci}, x_{li}, y_{li}, \theta_{li}, x_{ri}, y_{ri}, \theta_{ri})$$

при условии соблюдения ограничений «склейки»

$$x_{ci} + w_{i1} \cos \theta_{ci} = x_{ri} - w_{i2} \cos \theta_{ri}, \quad (18)$$

$$y_{ci} + w_{i1} \sin \theta_{ci} = y_{ri} - w_{i2} \sin \theta_{ri}, \quad (19)$$

$$x_{ci} - w_{i1} \cos \theta_{ci} = x_{li} + w_{i2} \cos \theta_{li}, \quad (20)$$

$$y_{ci} - w_{i1} \sin \theta_{ci} = y_{li} + w_{i2} \sin \theta_{li}, \quad (21)$$

и ограничений на диапазон углов поворота

$$\theta_{ci} - \alpha_{i2} \leq \theta_{ri} \leq \theta_{ci} + \alpha_{i1}, \quad (22)$$

$$\theta_{ci} - \alpha_{i1} \leq \theta_{li} \leq \theta_{ci} + \alpha_{i2}, \quad (23)$$

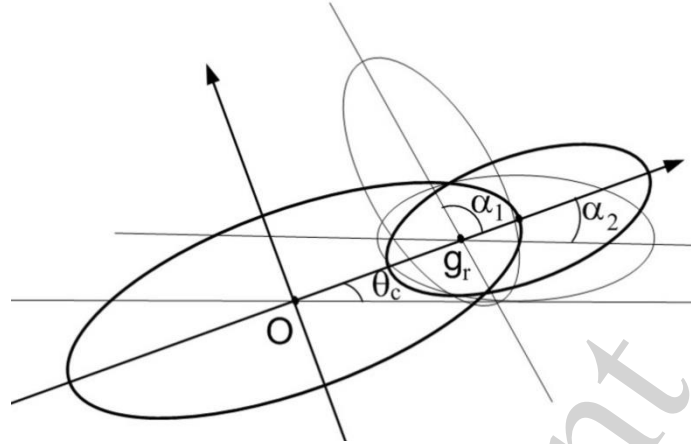


Рис. 2. Иллюстрация изменения конфигурации составного объекта

Здесь $w_{i1}, w_{i2}, \alpha_{i1}, \alpha_{i2}$ — константы, характеризующие физические параметры конкретного человека.

С учетом вышесказанного, модель (14)–(17) можно представить в виде

$$\lambda \rightarrow \max, \quad (24)$$

$$\Phi^{lZ^*}(u_i, \lambda) \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (25)$$

$$\Phi^{lL_s}(u_i, u_s, \bar{t}_{is}, \lambda) \geq 0, \quad i < s = 1, 2, \dots, n, \quad (26)$$

$$x_{ci} + w_{i1} \cos \theta_{ci} = x_{ri} - w_{i2} \cos \theta_{ri}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (27)$$

$$y_{ci} + w_{i1} \sin \theta_{ic} = y_{ri} - w_{i2} \sin \theta_{ri}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (28)$$

$$x_{ci} - w_{i1} \cos \theta_{ci} = x_{li} + w_{i2} \cos \theta_{li}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (29)$$

$$y_{ci} - w_{i1} \sin \theta_{ci} = y_{li} + w_{i2} \sin \theta_{li}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (30)$$

$$\theta_{ci} - \alpha_{i2} \leq \theta_{ri} \leq \theta_{ci} + \alpha_{i1}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (31)$$

$$\theta_{ci} - \alpha_{i1} \leq \theta_{li} \leq \theta_{ci} + \alpha_{i2}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (32)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1, \quad (33)$$

Где $\Phi^{l_i Z^*}(u_i, \lambda) = \min \left\{ \Phi^{E_{ci}Z^*}(u_{ci}, \lambda), \Phi^{E_{ri}Z^*}(u_{ri}, \lambda), \Phi^{E_{li}Z^*}(u_{li}, \lambda) \right\}$ – phi-функция, описывающая условия размещения объекта $\lambda l_i(u_i)$ в области Z , $\Phi^{E_{ci}Z^*}(u_{ci}, \lambda)$, $\Phi^{E_{ri}Z^*}(u_{ri}, \lambda)$, $\Phi^{E_{li}Z^*}(u_{li}, \lambda)$ – phi-функции, описывающие условия размещения соответствующих объектов в области Z .

$$\Phi^{l_s}(u_i, u_s, \bar{t}_{is}, \lambda) = \min \left\{ \begin{array}{l} \Phi^{E_{ci}E_{cs}}(u_{ci}, u_{cs}, t_{is}^{cc}, \lambda), \Phi^{E_{li}E_{cs}}(u_{li}, u_{cs}, t_{is}^{lc}, \lambda), \Phi^{E_{ri}E_{cs}}(u_{ri}, u_{cs}, t_{is}^{rc}, \lambda), \\ \Phi^{E_{ci}E_{ls}}(u_{ci}, u_{ls}, t_{is}^{cl}, \lambda), \Phi^{E_{li}E_{ls}}(u_{li}, u_{ls}, t_{is}^{ll}, \lambda), \Phi^{E_{ri}E_{ls}}(u_{ri}, u_{ls}, t_{is}^{rl}, \lambda), \\ \Phi^{E_{ci}E_{rs}}(u_{ci}, u_{rs}, t_{is}^{cr}, \lambda), \Phi^{E_{li}E_{rs}}(u_{li}, u_{rs}, t_{is}^{lr}, \lambda), \Phi^{E_{ri}E_{rs}}(u_{ri}, u_{rs}, t_{is}^{rr}, \lambda) \end{array} \right\} \quad (34)$$

– квази-phi-функция, описывающая условие непересечения объектов $\lambda \cdot l_i(u_i)$ и $\lambda \cdot E_s(u_s)$; $\bar{t}_{is} = (t_{is}^{cc}, t_{is}^{cl}, t_{is}^{cr}, t_{is}^{lc}, t_{is}^{ll}, t_{is}^{lr}, t_{is}^{rc}, t_{is}^{rl}, t_{is}^{rr})$ – вектор вспомогательных переменных квази-phi-функций, $\Phi^{E_{ci}E_{cs}}(u_{ci}, u_{cs}, t_{is}^{cc}, \lambda)$, $\Phi^{E_{li}E_{cs}}(u_{li}, u_{cs}, t_{is}^{lc}, \lambda)$, $\Phi^{E_{ri}E_{cs}}(u_{ri}, u_{cs}, t_{is}^{rc}, \lambda)$, $\Phi^{E_{ci}E_{ls}}(u_{ci}, u_{ls}, t_{is}^{cl}, \lambda)$, $\Phi^{E_{li}E_{ls}}(u_{li}, u_{ls}, t_{is}^{ll}, \lambda)$, $\Phi^{E_{ri}E_{ls}}(u_{ri}, u_{ls}, t_{is}^{rl}, \lambda)$, $\Phi^{E_{ci}E_{rs}}(u_{ci}, u_{rs}, t_{is}^{cr}, \lambda)$, $\Phi^{E_{li}E_{rs}}(u_{li}, u_{rs}, t_{is}^{lr}, \lambda)$, $\Phi^{E_{ri}E_{rs}}(u_{ri}, u_{rs}, t_{is}^{rr}, \lambda)$ – квази-phi-функции, описывающие условия непересечения соответствующих пар эллипсов, равенства (26)–(29) задают условия «склейки» составного объекта, неравенства (31), (32) ограничения на углы поворота частей составного объекта.

7. Разработка метода поиска локально-оптимального решения для задачи оптимизации размещения людей в средствах эвакуации

Математическая модель (24)–(33) является классической задачей нелинейного программирования, размерность вектора её переменных $u = (\lambda, u_1, u_2, \dots, u_n, t_{12}, t_{13}, \dots, t_{1n}, t_{23}, \dots, t_{2n}, \dots, t_{n-1,n})$ составляет $27n + \frac{n(n-1)}{2} + 1$, оценка число неравенств $O(n^2)$.

Решение задачи осуществляется в два этапа:

1. Поиск начальной (стартовой) допустимой точки.
2. Нахождение локального экстремума задачи.

В качестве метода для поиска начального приближения рассматривается метод минимизации по группам переменных [21] с использованием гомотетичных преобразований объектов.

Локальная оптимизация осуществляется при помощи пакета нелинейной оптимизации с открытым исходным кодом IPOPT [22]. Для числа объектов, превышающего 5, целесообразно применять для решения задачи декомпозиционные схемы, описанные в [11].

В случае разных мобильных технических средств для их выбора может быть использован подход, изложенный в работе [23, 24].

Создано алгоритмическое обеспечение для компьютерного моделирования оптимизации размещения объектов. Разработана программа в среде Visual C 6.0. для моделирования процесса эвакуации группы людей в порядке заданной очередности с помощью мобильных средств.

Был проведен ряд вычислительных экспериментов. Для области площадью 1 м^2 решалась задача определения максимального количества объектов, размещенных в ней, путем их выбора согласно заданной последовательности номеров из набора в 35 объектов с оптимизацией их размещения.

Вычислительные эксперименты проводились на AMD Athlon 64x2 Dual5200+. Решение подзадач нелинейного программирования осуществлялось с помощью программы IPOPT, разработанной на базе метода внутренней точки и доступной на открытом некоммерческом ресурсе [25]. Результаты компьютерного моделирования размещения объектов приведены на рис. 3, 4.

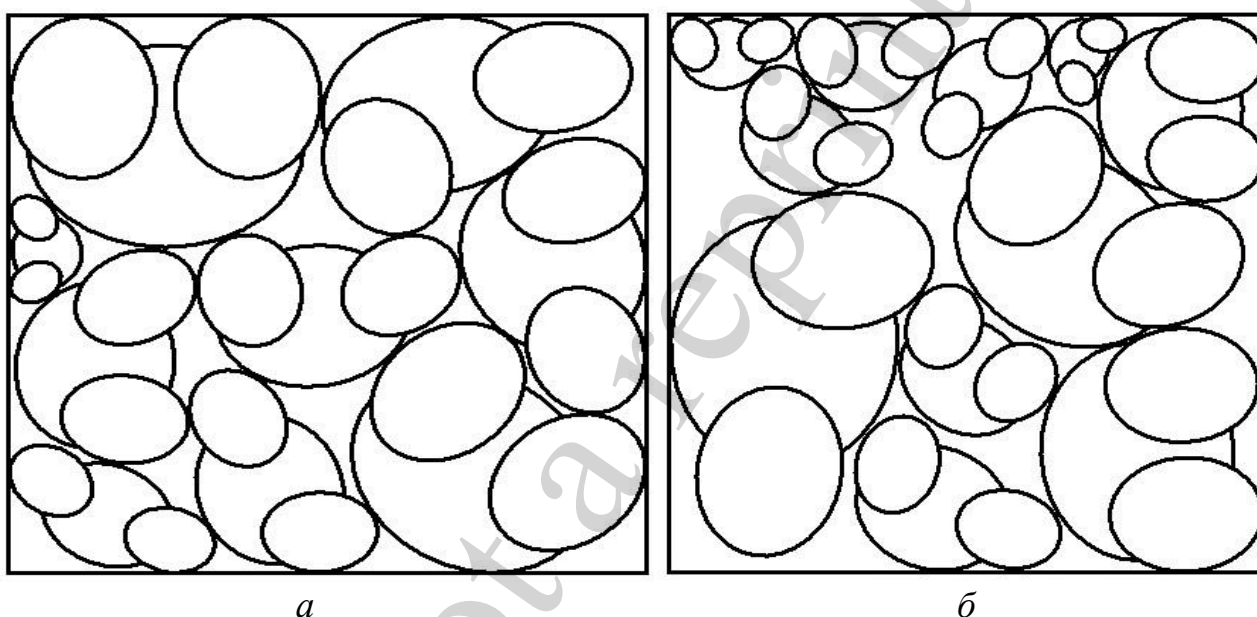


Рис. 3. Примеры локальных экстремумов [22] задачи (5)–(9) для объектов, представленных трехкомпонентной моделью (18)–(23), рис. 1, 2: *а*–с непрерывными трансляциями основных эллипсов и с непрерывными поворотами, как основных, так и вспомогательных эллипсов; *б*– с непрерывными трансляциями и поворотами, основных эллипсов, непрерывными поворотами вспомогательных

Время поиска локального экстремума для объектов, представленных трехкомпонентной моделью, с непрерывной трансляцией основных эллипсов, а также непрерывными поворотами, как основных, так и вспомогательных эллипсов (рис. 3), составляет 275.32 с. Для объектов, представленных однокомпонентной моделью, с их непрерывными трансляцией и поворотами (рис. 4) составляет 35.53 с.

Для проверки адекватности предложенных математических моделей был проведен вычислительный эксперимент.

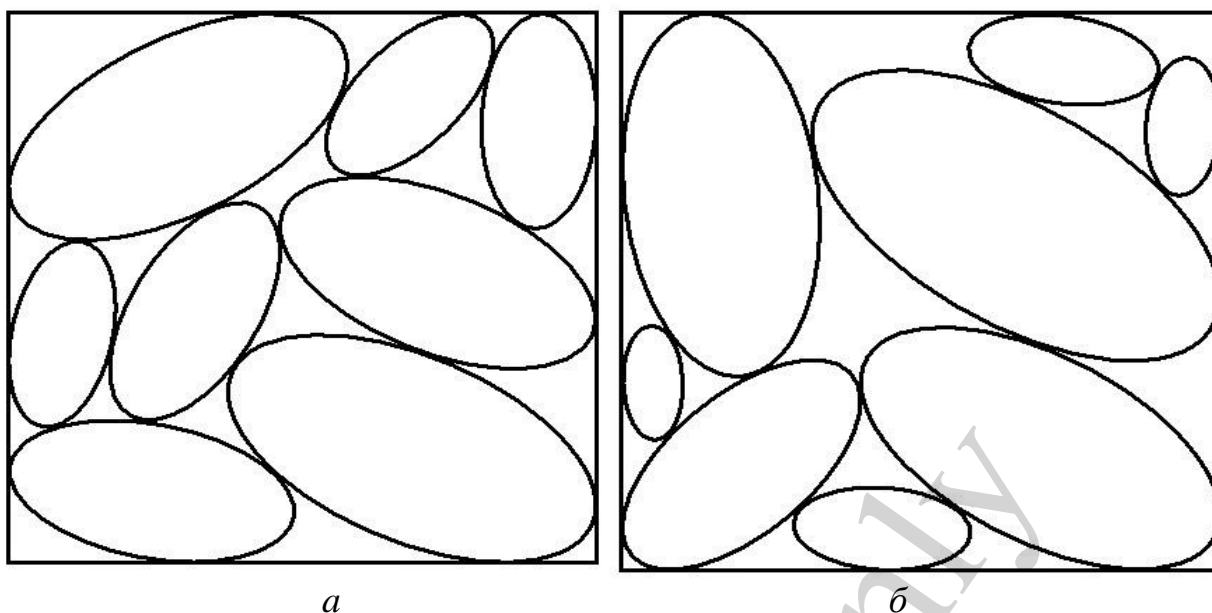


Рис. 4. Примеры двух локальных экстремумов задачи (5)–(9) для объектов, представленных однокомпонентной моделью, с их непрерывными трансляциями и поворотами: *a* – эллипсы больших и средних размеров *б* – эллипсы больших, средних малых размеров, которые аппроксимируют соответственно взрослых, подростков и детей.

Осуществлялось моделирование процесса эвакуации группы людей в порядке заданной очереди при помощи одинаковых мобильных средств. Рассматривались мобильные средства с полезной площадью 2 м. кв. (1 м на 2 м) прямоугольной формы, но список допустимых форм может быть расширен. Для каждой из областей решались задачи с нарастанием количества размещаемых объектов до тех пор, пока не будет получена задача с недопустимой системой ограничений (объекты не помещаются в область). Последнее из полученных решений запоминалось, после чего осуществлялся переход к заполнению следующей области. Возникающие задачи нелинейной оптимизации решаются при помощи пакета IPOPT.

Моделировалась посадка 100 людей, аппроксимированных эллипсами, с псевдослучайно сгенерированными размерами их полуосей в порядке очереди. В качестве модели человеческого тела использовались эллипсы. В результате моделирования указанные эллипсы разместились в семи областях в количестве 16,14,16,17,16,13 и 8 объектов соответственно. Если не рассматривать последнюю область (не полностью заполненную), то достигнута вместимость $(100-8)/12=7.66666666666667$ человек на м. кв. Это значение соответствует полученным в [12] экспериментальным оценкам для слитного перемещения людских потоков. Таким образом, подтвердилось, что модель человеческого тела в виде эллипсов предназначена для моделирования слитных перемещений (7–9 человек на м. кв.) и моделирования плотной загрузки мобильных транспортных средств при нетравматической деформации людских тел, и не выходит за рамки её применимости.

Рассматривалась последовательность трёхкомпонентных объектов вида (18)–(23) с габаритными размерами (при нулевом угле поворота "плеч"), совпадающими с габаритными размерами эллипсов. В результате моделирования указанные объекты разместились в шести областях в количестве 20, 20, 20, 20, 18 и 2 соответственно. Если не рассматривать последнюю область, то достигнута вместимость $(100-2)/10=9.8$ человек на м. кв. Последняя оценка соответствует экспериментальным оценкам (9–10 человек на м. кв.) [12], полученным в ходе исследования процесса эвакуации людей мобильными средствами с силовыми воздействиями, реализуемыми природными деформациями тел.

Следует отметить, что соответствие экспериментальным оценкам может быть повышено путём подбора параметров, определяющих соотношение размеров компонент составных объектов. Однако это не представляется существенным, так как экспериментальные и полученные оценки достаточно хорошо согласуются.

Трёхкомпонентная модель, допускающая непрерывные трансляции основных эллипсов, а также непрерывные повороты, как основных, так и вспомогательных эллипсов, более эффективна с точки зрения рассматриваемой функции цели (5) – количества размещенных объектов:

$$\Delta = \frac{b_c - b_o}{b_c} \cdot 100\% = \frac{9.8 - 7.7}{9.8} \cdot 100\% = 21,4\%.$$

где b_c – среднее количество трехкомпонентных объектов на м. кв.; b_o – среднее количество размещенных эллипсов на м. кв.

Этот результат может быть использован для получения максимальной оценки количества объектов, заполняющих область, например, при заполнении грузами транспортных средств согласно заданной последовательности их загрузки. Идея создания многокомпонентных объектов, допускающих непрерывные вращения компонент модели относительно основной, может быть использована, например, в робототехнике. Робот, состоящий из подвижных компонент, сможет повысить свою эффективность благодаря изменению своей пространственной формы при прохождении сложных маршрутов, возникающих в процессе развития ЧС.

Еще одним преимуществом приведенного подхода является его гибкость. Появилась возможность быстро получать оценки для групп людей, обладающих нестандартными физическими параметрами (например, борцов сумо), людей с габаритными грузами, носилками, инвалидными колясками и т.п. – достаточно лишь добавить в модели неравенства для моделирования пересечения новых объектов с эллипсами и между собой.

6. Обсуждение результатов вычислительных экспериментов, полученных реализацией разработанных математических моделей, и их практического использования

Построена *MIP* модель рационального выбора и размещения людей по мобильным техническим средствам при эвакуации из зданий (1)–(4). Рассмотрен

частный случай модели (5)–(9) – оптимизации размещения людей как в стационарном, так и мобильном средстве аварийной эвакуации согласно последовательности поступления людей из движущегося потока. Рассмотрены особенности модели, основные из которых: задача относится к классу задач смешанного целочисленного программирования, функция цели кусочно-постоянна. Особенности модели позволили обоснованно свести задачу к последовательности подзадач размещения первых объектов (людей) согласно последовательности их поступления и адаптировать каждую из них под решение методом мультистарта с применением искусственного базиса (10)–(13).

Еще очень важной особенностью модели, отличающую ее от существующих, является свойства рассматриваемых объектов размещения. Объект размещения – сложный объект, состоящий из трех компонент. Отличие от существующих сложных объектов состоит в том, что компоненты объекта могут непрерывно вращаться, исходя из заданных ограничений (18)–(23), рис. 1, 2. Для построения модели такой задачи получено аналитическое выражение в виде квази-рfи-функции для условий непересечения рассматриваемых объектов (34). Это позволило описать оптимизационную задачу размещения в виде задач нелинейного программирования (24)–(33) и модифицировать существующие методы нахождения локальных экстремумов для более широкого круга геометрических объектов. Компьютерное моделирование размещения объектов, представленных трехкомпонентной и однокомпонентной моделями, рис. 3, 4 соответственно, показало эффективность многокомпонентной модели (достигается увеличение функции цели (5) в среднем на 20 %). Еще особенностью разработанных моделей является то, что в результате моделирования синтезируется не только конфигурация размещения объектов, но, впервые, и форма самих объектов.

В работе выдвинуто ограничение как на число компонент объекта размещения, так и на его форму (в виде эллипса), исходя из условий рассматриваемой предметной области. Это ограничение не принципиально. Модели и методы допускают изменения количества компонент модели, так и их пространственных форм, что приведет только к увеличению трудоемкости алгоритмов решения задачи.

В качестве дальнейших направлений исследований можно рассматривать моделирование размещения новых видов сложных объектов с компонентами, допускающими повороты, а также модификацию предложенных методов при моделировании движения потоков людей, роботов, получении верхних оценок заполнения областей объектами.

7. Выводы

1. В работе построена *MIP* модель рационального выбора и оптимального размещения людей по мобильным техническим средствам при эвакуации из зданий. Разработана последовательность математических моделей, которая является составляющей общей. Анализ особенностей предложенных математических моделей показал, что решение основной задачи можно представить в виде двух этапов. Первый – это выбор областей заполнения (средств) на дискретном множестве, формируемом их номерами. Второй – решение задачи оптимизации размещения сложных объектов в выбранных областях заданных размеров. Та-

ким образом, исходя из особенностей математической модели выработана обоснованная стратегия решения основной задачи.

2. Рассмотрен частный случай модели – оптимизации размещения людей как в стационарном, так и мобильном средстве эвакуации согласно последовательности поступления людей из движущегося потока. Рассмотрены особенности модели, основные из которых: модель задачи смешанного целочисленного программирования, функция цели которой кусочно-постоянная. Особенности модели позволили обоснованно свести задачу к последовательности подзадач размещения первых объектов (людей) согласно последовательности их поступления и адаптировать каждую из них под решение методом мультистарта с применением искусственного базиса.

3. В качестве объектов (тела человека) размещения рассматривается трехкомпонентная модель. Модель включает ограничения: на условия склейки компонент модели в единый сложный объект, на соотношение углов поворота компонент модели, вытекающие из физических ограничений на взаимное положение частей тела. Такая модель позволила моделировать размещение (перемещение) людей с учетом их силовых действий, которые возникают при их активном перемещении при больших плотностях размещения. Модель может служить для получения верхней оценки коэффициента заполнения областей. Компьютерное моделирование размещения объектов, представленных трехкомпонентной и однокомпонентной моделями, показало эффективность многокомпонентной модели (достигается увеличение функции цели в среднем на 20 %).

4. Предложены модификации методов получения локально-оптимальных размещений сложных объектов в области. Модификации учитывают как формирование последовательности подзадач размещения, так и особенности объектов размещения, для которых получены аналитические выражения для условий их непересечения. Аналитические выражения для условий непересечения позволили построить математическую модель оптимизации размещения и представить ее, как классическую задачу нелинейного программирования, что позволило решить ее с помощью существующего пакета нелинейной оптимизации IPOPT.

Литература

1. Стоян, Ю. Г. (1983). Основная задача геометрического проектирования. Х.: Ин-т проблем машиностроения АН УССР, 36.
2. Wäscher, G., Haußner, H., Schumann, H. (2007). An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operational Research*, 183 (3), 1109–1130. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.12.047>
3. Bennell, J. A., Oliveira, J. F. (2008). The geometry of nesting problems: A tutorial. *European Journal of Operational Research*, 184 (2), 397–415. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.11.038>
4. Рвачев, В. Л. (1982). Теория R-функции и некоторые ее приложения. Киев: Наукова думка, 552.
5. Яковлев, С. В., Гиль, Н. И., Комяк, В. М. и др.; Рвачев, В. Л. (Ред.) (1995). Элементы теории геометрического проектирования. К.: Наукова думка, 241.

6. Стоян, Ю. Г. (1980). Об одном обобщении функции плотного размещения. Доклады НАН Украины, 8, 71–74.
7. Stoyan, Yu. G. (2001). Φ -function and its basic properties. Доклады НАН Украины, 8, 112–117.
8. Stoyan, Yu., Gil, N., Romanova, T., Scheithauer, G. (2004). Phi-function for complex 2D object. 40R Quarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies, 2 (1), 69–84.
9. Stoyan, Y., Romanova, T., Pankratov, A., Chugay, A. (2015). Optimized Object Packings Using Quasi-Phi-Functions. Springer Optimization and Its Applications, 265–293. doi: https://doi.org/10.1007/978-3-319-18899-7_13
10. Pankratov, A. V., Romanova, T. E., Chugay, A. M. (2015). Optimal packing of convex polytopes using quasi-phi-functions. Engineering problems, 18 (2), 55–64.
11. Кomyak, V., Кomyak, V., Danilin, A. (2017). A study of ellipse packing in the high-dimensionality problems. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 1 (4 (85)), 17–23. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2017.91902>
12. Холщевников, В. В., Самошин, Д. А. (2009). Эвакуация и поведение людей на пожарах. М.: Академия ГПС МЧС России, 210.
13. Kallrath, J., Rebennack, S. (2013). Cutting ellipses from area-minimizing rectangles. Journal of Global Optimization, 59 (2-3), 405–437. doi: <https://doi.org/10.1007/s10898-013-0125-3>
14. Панкратов, А. В., Романова, Т. Е., Суббота, И. А. (2014). Оптимальная упаковка эллипсов с учетом допустимых расстояний. Журнал обчислювальної та прикладної математики, 1, 129–140.
15. Karkin, I. N., Parfenenko, A. P. (2011). Floiwtch VD – computer-simulation method from evacuation calculation. International Scientific and Technical Conference Emergency Evacuation of People from Buildings. Warsaw, 111–118.
16. Холщевников, В. В., Парфененко, А. П. (2015). Сопоставление различных моделей движения людских потоков и результатов программно-вычислительных комплексов. Пожаровзрывобезопасность, 24 (5), 68–75. doi: <https://doi.org/10.18322/pvb.2015.24.5.68-75>.
17. Комяк, В. М., Кязімов, К. Т., Данилин, А. Н. (2020). Моделювання активного руху людей в потоці змішаного складу. Матеріали Міжнародної науково-прикладної конф.: Проблеми надзвичайних ситуацій. Харків: НУЦЗУ, 97–99.
18. Stoyan, Y. G., Yakovlev, S. V. (2018). Configuration Space of Geometric Objects. Cybernetics and Systems Analysis, 54 (5), 716–726. doi: <https://doi.org/10.1007/s10559-018-0073-5>
19. Клименко, В. П., Оксанич, М., Лопушанський, А. В. (2018). Метамодель даних як основа побудови єдиного інформаційного середовища системи ситуаційних центрів сектора безпеки й оборони. Математичні машини і системи, 3, 40–47.
20. Kampas, F. J., Castillo, I., Pintér, J. D. (2019). Optimized ellipse packings in regular polygons. Optimization Letters, 13 (7), 1583–1613. doi: <https://doi.org/10.1007/s11590-019-01423-y>

21. Гилл, Ф., Мюррей, У., Райт, М. (1985). Практическая оптимизация. М.: Мир, 509.
22. Wächter, A., Biegler, L. T. (2005). On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming. *Mathematical Programming*, 106 (1), 25–57. doi: <https://doi.org/10.1007/s10107-004-0559-y>
23. Комяк, В. М., Кязімов, К. Т. (2020). Варіантне моделювання евакуації людей з висотних будівель у разі виникнення надзвичайної ситуації. *Сучасні проблеми моделювання*, 17, 27–35. doi: <https://doi.org/10.33842/2313-125x/2019/17/27/35>
24. Комуяк, V. M., Sobol, A. N., Danilin, A. N., Комуяк, V. V., Kyazimov, K. T. (2020). Optimization of Partitioning the Domain into Subdomains According to Given Limitation of Space. *Journal of Automation and Information Sciences*, 52 (2), 13–26. doi: <https://doi.org/10.1615/jautomatinfscien.v52.i2.20>
25. Coin-Or. URL: <https://projects.coin-or.org/Ipopt>

Not a reprint