ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

2002

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫЙ ЖУРНАЛ

Издается с ноября 1995 г.

УЧРЕДИТЕЛИ:
Издательство "Новые технологии"
Международная академия информатизации
ГНИИ ИТТ Минобразования РФ "Информика"

СОДЕРЖАНИЕ

С 1996 г. аннотации статей размещены на WWW-сервере ГосНИИ информационных технологий и телекоммуникаций Минобразования РФ и доступны по сети INTERNET.

Адрес сервера: http://www.informika.ru/text/magaz/it/

смысле независимы, то результат контроля можно получить, оперируя с композицией их плотностей распределения, т. е. необходимо знать закон распределения (ЗР) контролируемого параметра и погрешности его измерения.

На основании центральной предельной теоремы принято считать [2], что погрешности измерения всегда распределены нормально. Однако результаты исследований [3] показали, что ЗР погрешностей средств измерений, например, электромеханических приборов на кернах, радиоэлектронных приборов для измерения температур отличаются от нормального; погрешности термометров, динамометров, приборов с цифровым отсчетом имеют экспоненциальный ЗР; ЗР погрешности цифровых вольтметров и частотомеров оказался двухмодальным, а погрешности магнитоэлектрических приборов распределены по закону Симпсона. Таким образом, гипотеза о нормальности распределения для многих классов измерительной техники требует уточнения.

В связи с этим при использовании на практике вероятностного подхода для проведения достоверного допускового контроля параметров необходимо установить для каждого конкретного параметра и погрешности вид аналитической модели ЗР, что представляет собой достаточно сложный процесс.

В литературе по теории вероятностей [4] приведены модели распределений, которые используют для описания погрешностей результатов измерений и контроля, но такой подход не решает задачи четкой систематизации распределений по их форме, необходимой для выбора адекватных экспериментальных теоретических ЗР. Если ЗР описывать набором характерных для каждого ЗР параметров (например, математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение для нормального ЗР), которые вычисляются по выборке, то взаимную близость или отдаленность эмпирического и теоретического ЗР можно оценить численно по минимальному значению суммы квадратов (или абсолютных величин) отклонений.

Анализ библиографических источников [5] позволил обобщить методы идентификаций ЗР по выборкам. Недостаток рассмотренных методов состоит в том, что они требуют значительного числа измерений, т. е. выборка должна быть достаточно мощной (содержать более 40 объектов) [6]. На практике при контроле параметров автоматизированных комплексов часто приходится сталкиваться с малым количеством полученной информации. Необходимость идентификации функции распределения по малым выборкам накладывает определенные ограничения на использование существующих методов идентификации ЗР случайной величины и требует разработки новой методики идентификации ЗР контролируемого параметра и погрешности его измерения на маломощных выборках (начиная с 15 объектов) при высокой эффективности идентификации ЗР.

Предлагаемая методика идентификации ЗР заключается в следующем:

- определение параметров теоретически возможного распределения случайной величины по результатам небольшого числа измерений для априорно сформированного набора распределений (для примера далее будем рассматривать наиболее распространенные на практике ЗР (рис. 1) — нормальный, экспоненциальный, двухмодальный, равномерный, арксинусоидальный и Симпсона);
- построение эмпирической и теоретической функции распределения для каждого ЗР;
- сравнение каждой теоретической функции с эмпирической по сумме средних квадратических отклонений и по сумме абсолютных отклонений и принятие решения о соответствии теоретического ЗР, имеющего наименьшие значения найденных сумм, эмпирическому.

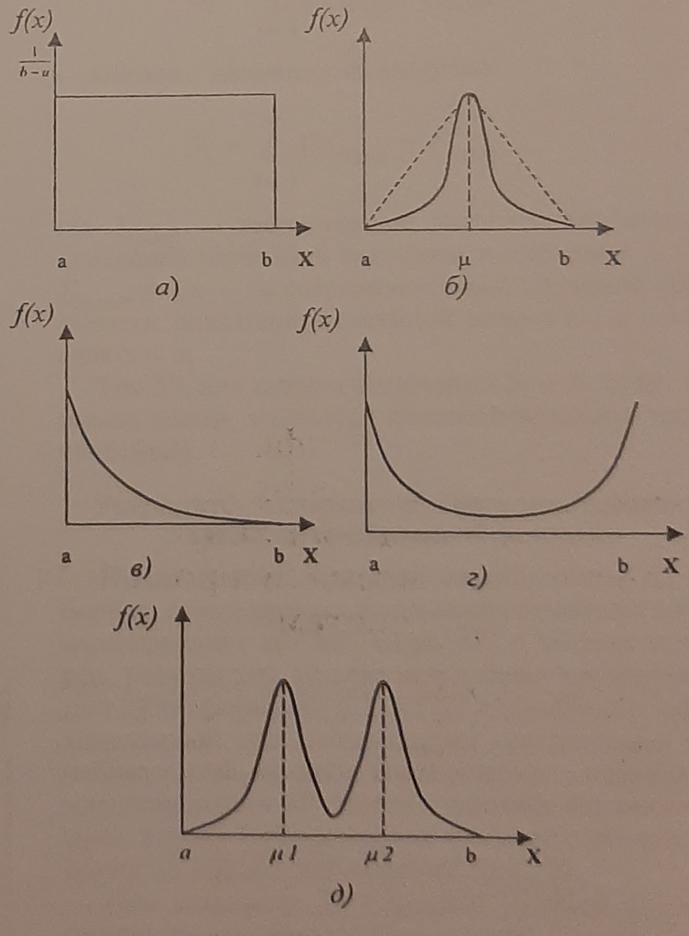

Рис. 1. Функции плотности вероятности ЗР:
а — равномерный; *б* — нормальный (сплошная линия) и Симпсона (штриховая линия); *в* — экспоненциальный; *г* — арксинусоидальный; *д* — двухмодальный нормальный

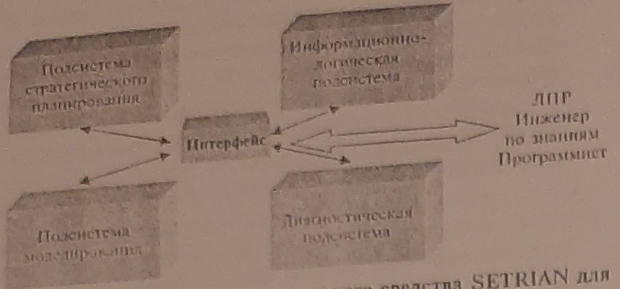

Рис. 5. Архитектура инструментального средства SETRIAN для создания НДСППР

Диагностическая подсистема используется
рис. 5. Диагностическая подсистема используется для объяснения причин возникновения явления,
для объяснения причин возникновения явления по-
которые приводят к смене модели управления
средством метаправил, сформированных по
И/ИЛИ-графу "цель--подцель" в подсистеме стра-
тегического планирования. Интерпретатор на осно-
ве метаправил из базы знаний проверяет по значе-
ниям параметров, описывающих состояние объекта
управления, и по возникшим внешним событиям,
какое метаправило применимо, и осуществляет
смену моделей управления, записывая в файл трас-
су объекта управления, историю изменения моделей управления и причины их изменения.

* * *

Разработан оригинальный метод вероятностных абдуктивных рассуждений, положенный в основу диагностической подсистемы инструментального средства SETRIAN для создания динамических систем поддержки принятия решений. Приведен пример использования разработанного метода для обнаружения неисправностей двигателя автомобиля.

Список литературы

1. Console L., Dupre D. T. Choices in abductive reasoning with abstraction axioms // Journal of Logic and Computation. 1999. N 1 (5).
2. Буч Г. Объектно-ориентированное проектирование с примерами применения: Пер. с англ. Совместное издание фирмы Киев: "Диалектика", М.: АО "ИВК". 1992.
3. Poole D. Probabilictic Horn abduction and Bayesian networks // Artificial Intelligence. 1993. N 64.
4. Pospelov D. A. Situation Control, an Overview. Proceedings of Workshop on Russian Situation Control and Cybenetic / Semiotic modeling. Editor R. J., Strohl. Battelle Columbus Ohio, USA, 1996.
5. **Поспелов Д. А., Осипов Г. С.** Прикладная семиотика // Новости искусственного интеллекта. М.: 1999. № 1.

ОПТИМИЗАЦИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 004.3067:681.3.011

С. В. Рудаков,
Харьковский военный университет

Методика идентификации вида закона распределения параметров при проведении контроля состояния автоматизированных систем

Изложена методика идентификации законов распределения случайных чисел для малых выборок, позволяющая надежно идентифицировать законы распределения в области малых (менее 35 наблюдений) выборок и обеспечить повышение качества идентификации геометрически близких законов распределения для больших выборок. Методику можно использовать для идентификации закона распределения контролируемого параметра и погрешности измерения, что приведет к повышению достоверности контроля параметров автоматизированных систем.

Для обеспечения работоспособности автоматизированных систем в процессе их эксплуатации необходимо контролировать соответствие значений физических величин установленным значениям или пределам (допускам). Так как для определения качества функционирования автоматизированных систем необходимо контролировать большое число параметров, то измерения их значений за небольшой интервал времени проводятся с помощью автоматизированных измерительных комплексов.

Определение допусков на значение параметра при заданных распределениях вероятностей контролируемых величин и границах допуска в случае, если погрешности устройств контроля не учитываются, особых затруднений не представляет [1]. Наличие погрешностей устройства контроля (средства измерения) приводит к специфическим ошибкам, характеризующим качество контроля. Традиционно различают ошибки первого рода, которые носят название *ложной тревоги* и определяют вероятность отнесения годных объектов контроля к негодным, и ошибки второго рода, или *необнаруженные отказы*, при наличии которых негодные изделия классифицируются как годные.

Если контролируемая случайная величина и погрешность устройства контроля в вероятностном

В целях апробации предлагаемой методики для идентификации ЗР с несущественно различающейся формой функции плотности распределения дополнительно рассмотрен ЗР Симсона, функция плотности вероятности которого близка к функции плотности вероятности нормального распределения.

Для обеспечения адекватности сравнения ЗР результаты измерений, представленные в виде вариационного ряда случайных чисел $x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n$, путем замены переменных трансформируются в новый вариационный ряд на положительную полуось

$$x_i^* = x_i - x_1 \tag{1}$$

и затем приводятся к нормированной выборке случайных чисел x_i^{**} в интервале (0; 1) путем следующего преобразования:

$$x_i^{**} = \frac{x_i^*}{x_n^*}. \tag{2}$$

Для удобства вычислений первый член вариационного ряда $x_1^{**} = 0$ заменяется на число, близкое к нулю, но значительно меньшее, чем x_2^{**}, т. е.

$$x_1^{**} = \varepsilon, \quad \text{где } \varepsilon \ll x_2^{**}. \tag{3}$$

Определение параметров теоретически возможного распределения

Параметры ЗР определяются по данным выборки индивидуально для каждого теоретически возможного ЗР. Множество теоретически возможных ЗР формируется априорно.

Для *равномерного ЗР* плотность вероятности определяется как

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, \tag{4}$$

где a, b — минимальный и максимальный элементы выборки случайных чисел соответственно. Для нормированных значений $f(x^{**}) = 1$, так как $a^{**} = 0$, $b^{**} = 1$.

Для *нормального ЗР*

- математическое ожидание

$$\mu = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^{**}; \tag{5}$$

- среднее квадратическое отклонение

$$\sigma = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} (x_i^{**} - \mu)^2. \tag{6}$$

Для *экспоненциального ЗР*

$$\lambda = -\frac{1}{|\mu|}. \tag{7}$$

Для *ЗР Симпсона*

- математическое ожидание μ находится по формуле (5);
- уточняются границы диапазона изменения случайных чисел для найденного μ. Поскольку ЗР Симпсона предполагает симметричную треугольную форму функции плотности вероятности с вершиной в точке $x = \mu$, а значение μ, определенное по эмпирическим данным выборки, как правило, не равно 0,5, то теоретические границы диапазона изменения случайных чисел также изменяются. Границы расширяются влево, если $\mu < 0{,}5$, и вправо, если $\mu > 0{,}5$. При этом нижняя граница нормированных значений случайных чисел становится меньше нуля при $\mu < 0{,}5$, а верхняя — больше единицы при $\mu > 0{,}5$:

$$\begin{aligned} &b^{**} = 1,\ a^{**} = 2\mu - 1, \quad \text{если } \mu < 0{,}5; \\ &a^{**} = 0,\ b^{**} = 2\mu, \quad \text{если } \mu > 0{,}5. \end{aligned} \tag{8}$$

Для *арксинусоидального ЗР* границы диапазона изменения случайных чисел b^{**} и a^{**} также уточняются по формуле (8).

Для *двухмодального нормального ЗР*

- математическое ожидание μ находится по формуле (5), затем аналогично определяется математическое ожидание μ_1 для всех $x_i^{**} < \mu$ и математическое ожидание μ_2 для всех $x_i^{**} > \mu$;
- дисперсия вычисляется по формуле

$$\sigma = \frac{x_{\max}^{**} - |\mu_2 - \mu_1|}{6}. \tag{9}$$

Построение эмпирической функции распределения

После определения параметров ЗР строятся теоретические функции плотности вероятности $f(x)$ и вычисляется сама вероятность $F(x)$.

Для *равномерного ЗР*

$$f_i(x^{**}) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & x_i^{**} \in [a, b]; \\ 0, & x_i^{**} \notin [a, b]; \end{cases}$$

$$F_i(x^{**}) = \frac{x_i^{**}}{b-a}. \tag{10}$$

Для *нормального ЗР*

$$f_i(x^{**}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)^2}{2\sigma^2}};$$

$$F_i(x^{**}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{x_i} e^{-\frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)^2}{2\sigma^2}} dx. \tag{11}$$

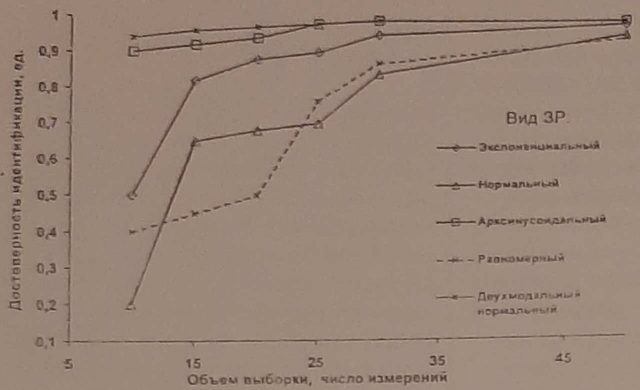

Рис. 2. Зависимость достоверности идентификации нормального, экспоненциального, арксинусоидального, равномерного, двухмодального ЗР в зависимости от объема выборки

представлена зависимость доли случаев правильной идентификации ЗР Симпсона от объема выборки по разработанной методике и по критерию χ^2 Пирсона. Сравнение результатов показывает, что определение ЗР Симпсона по стандартной методике χ^2 Пирсона начинается с объема выборки из 180 наблюдений, что в 1,5 раза больше объема выборки определения ЗР Симпсона по предложенной методике, т. е. для надежной идентификации ЗР, функции плотности вероятности которых близки, предложенная методика оказывается эффективнее существующих.

Достоверность предложенной методики идентификации ЗР определялась по методике, приведенной в [7]. Пусть при n независимых генерациях случайной величины, распределенной по определенному закону, и при фиксированном объеме наблюдений идентификация этого закона по предложенной методике прошла x раз. Тогда доверительные границы с выбранным уровнем доверительной вероятности $p = 0,95$ для вероятности $p \approx x/n$ определяются по формулам

$$p_1 = \frac{2np + t_p^2 - t_p\sqrt{D}}{2(n + t_p)}; \tag{23}$$

$$p_2 = \frac{2np + t_p^2 + t_p\sqrt{D}}{2(n + t_p)}, \tag{24}$$

где $D = \sqrt{4np(1-p) + t_p^2}$ и $0 < p_1 < p_2 < 1$; t_p — табличное значение, соответствующее доверительной вероятности p [7]; p_1, p_2 — нижняя и верхняя границы доверительного интервала, соответствующего заданному уровню доверительной вероятности p.

Определялись объемы малых выборок, для которых идентификация ЗР с доверительной вероятностью $p = 0,95$ осуществлялась при нижней границе доверительного интервала не менее 0,8.

Вероятность достоверной идентификации *равномерного ЗР*, начиная с объема выборки 35, находится в интервале (0,82; 0,9).

Вероятность достоверной идентификации *нормального ЗР*, начиная с объема выборки 28, находится в интервале (0,8; 0,91).

Вероятность достоверной идентификации *экспоненциального ЗР*, начиная с объема выборки 15, находится в интервале (0,82; 0,94).

Вероятность достоверной идентификации *арксинусоидального ЗР*, начиная с объема выборки 12, находится в интервале (0,86; 0,97).

Вероятность достоверной идентификации *двухмодального ЗР*, начиная с объема выборки 10, находится в интервале (0,9; 0,98).

Для ЗР с близкой формой функции плотности вероятности вероятность достоверной идентификации (например, *ЗР Симпсона*) находится в интервале (0,43; 0,58) при объеме выборки 120 и увеличивается при увеличении объема выборки.

Предложенная методика реализована в виде программы на ПЭВМ, позволяющей автоматизированно выполнять следующие операции:

- построение графиков плотности и распределения вероятности одного из шести ЗР с учетом исходных данных в абсолютных координатах;
- выбор наилучшего распределения и его вывод на экран либо в файл печати кривой экспериментальных данных в виде графика функции распределения вероятности (или, по желанию пользователя, другого ЗР).

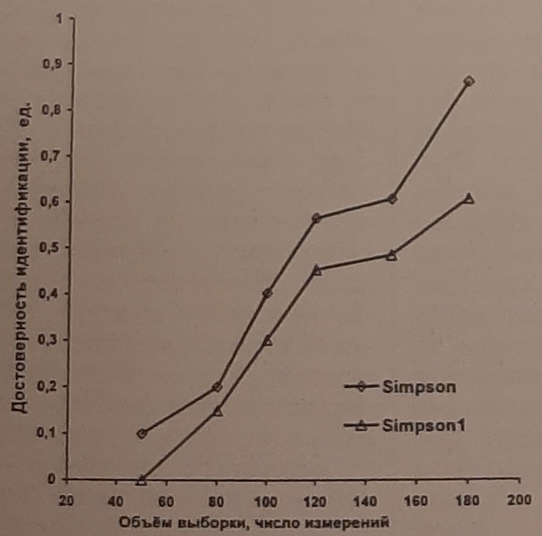

Рис. 3. Зависимость правильной идентификации ЗР Симпсона от объема выборки по разработанной методике (кривая *Simpson*) и по критерию χ^2 Пирсона (кривая *Simpson1*)

* * *

В заключение можно отметить следующее.

- Разработана методика идентификации ЗР случайных величин для малых выборок, основан-

Для экспоненциального ЗР

$$f_i(x^{**}) = \frac{1}{\mu} e^{-\frac{x_i^{**}}{\mu}};$$

$$F_i(x^{**}) = 1 - e^{-\frac{x_i^{**}}{\mu}}. \qquad (12)$$

Для ЗР Симпсона

1) $\mu < 0,5$

$$f_i(x^{**}) = \begin{cases} \frac{1}{1-\mu} + \frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)}{(1-\mu)^2}, & \text{если } x_i^{**} < \mu; \\ \frac{1}{1-\mu} - \frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)}{(1-\mu)^2}, & \text{если } x_i^{**} \geq \mu; \end{cases} \qquad (13)$$

$$F_i(x^{**}) =$$

$$= \begin{cases} \frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)^2}{2(1-\mu)^2} + \frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)}{2(1-\mu)} + \frac{1}{2}, & \text{если } x_i^{**} < \mu; \\ -\frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)^2}{2(1-\mu)^2} + \frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)}{2(1-\mu)} + \frac{1}{2}, & \text{если } x_i^{**} \geq \mu; \end{cases} \qquad (14)$$

2) $\mu \geqslant 0,5$

$$f_i(x^{**}) = \begin{cases} \frac{1}{\mu} + \frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)}{\mu^2}, & \text{если } x^{**} < \mu; \\ \frac{1}{\mu} - \frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)}{\mu^2}, & \text{если } x^{**} \geq \mu; \end{cases} \qquad (15)$$

$$F_i(x^{**}) =$$

$$= \begin{cases} \frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)^2}{2\mu^2} + \frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)}{\mu^2} + \frac{1}{2}, & \text{если } x_i^{**} < \mu; \\ -\frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)^2}{2\mu^2} + \frac{\left(x_i^{**} - \mu\right)}{\mu^2} + \frac{1}{2}, & \text{если } x_i^{**} \geq \mu. \end{cases} \qquad (16)$$

Для арксинусоидального ЗР

$$f_i(x^{**}) = \frac{1}{\pi\sqrt{(a^{**} - \mu)^2 - \left(x_i^{**} + \mu - b^{**}\right)^2}}; \qquad (17)$$

$$F_i(x^{**}) = \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{x_i^{**} + \mu - b^{**}}{|a^{**} - \mu|}\right) + 0,5. \qquad (18)$$

Для двухмодального нормального ЗР

$$f(x^{**}) = f_{1i}(x^{**}) + f_{2i}(x^{**}), \qquad (19)$$

где

$$f_{1i}(x^{**}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\left(x_i^{**} - \mu_1\right)^2}{2\sigma^2}},$$

$$f_{2i}(x^{**}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\left(x_i^{**} - \mu_2\right)^2}{2\sigma^2}}. \qquad (20)$$

Идентификация эмпирического ЗР с теоретическим

Для идентификации эмпирического ЗР с теоретическим рассчитываются статистики:

- методом наименьших квадратов

$$S_1 = \sum_{i=1}^{n} (F_{i\,\text{теор}} - F_{i\,\text{эксп}})^2; \qquad (21)$$

- методом наименьших модулей

$$S_2 = \sum_{i=1}^{n} (|F_{i\,\text{теор}} - F_{i\,\text{эксп}}|), \qquad (22)$$

где $F_{i\,\text{теор}}$ — теоретическое значение вероятности появления случайной величины в интервале $x \leqslant x_i$; $F_{i\,\text{эксп}} = i/n$ — экспериментальное значение вероятности появления случайной величины в интервале $x \leqslant x_i$.

Тот ЗР, для которого значения S_1 и S_2 будут минимальными, считается соответствующим теоретическому.

Результаты экспериментального исследования коррекции предлагаемой методики

Предложенная методика апробирована на выборках, генерируемых датчиками случайных чисел, имитирующих тот или иной ЗР, с числом повторов, равным 100. Анализ результатов идентификации ЗР по формулам (21) и (22) для выборки, сформированной соответствующими генераторами случайных чисел, показал, что вероятность правильной идентификации ЗР близка к единице (за исключением закона Симпсона) уже начиная с объема выборок 35 и более наблюдений (рис. 2).

При сравнении ЗР с близкой формой функции плотности вероятности (нормальной ЗР и ЗР Симпсона) объем выборки, при котором ЗР Симсона определяется по предложенной методике достоверно, составляет 120 и более наблюдений. На рис. 3

ная на сравнении ЗР экспериментальных данных с теоретическими ЗР по методу наименьших квадратов и минимальной суммы максимальных отклонений эмпирического ЗР от теоретического.

- Разработанная методика позволяет идентифицировать ЗР в области малых выборок (менее 35 наблюдений), где классические оценки, например критерий χ^2 Пирсона, применять не рекомендуется из-за низкой достоверности получаемых результатов. Методика дает лучшие результаты, чем классические оценки по идентификации близких ЗР и для больших выборок.
- Методика носит универсальный характер и позволяет сравнивать ЗР экспериментальных данных с любым ЗР.

Список литературы

1. **Метрологическое** обеспечение и эксплуатация измерительной техники // Под ред. В. А. Кузнецова. М.: Радио и связь. 1990. 240 с.
2. **Новицкий П. В.** Основы информационной теории измерительных устройств. Л.: Энергия, 1968. 248 с.
3. **Новицкий П. В., Зограф И. А.** Оценка погрешностей измерений. Изд. 2-е, перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отделение. 1991. 304 с.
4. **Кендалл М., Стьюарт А.** Теория распределений. М.: Наука, 1966. 588 с.
5. **Рудаков С. В.** Методы обработки результатов измерительного эксперимента // Вестник Харьковского политехнического университета. Харьков: ХГПУ. 1999. Вып. 42. С. 54—57.
6. **ГОСТ 8.207—76.** Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. М.: Изд-во стандартов, 1976. 9 с.
7. **Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В.** Краткий курс математической статистики для технических приложений. М.: Изд-во физ.-мат. лит. 1959. 436 с.

УДК 519.95

В. Г. Герасименко, канд. техн. наук,
Московский авиационный институт им. С. Орджоникидзе

Имитационное моделирование в задаче выбора оптимальной стратегии ремонта технических систем

Рассматривается имитационный подход к решению задачи определения решающего правила при выборе стратегии ремонта технических систем. Анализируется применение в имитационной модели метода общих случайных чисел и метода дополняющих величин.

В процессе эксплуатации современных сложных технических объектов возникает задача организации их технического обслуживания и, в частности, ремонта. Техническое обслуживание призвано обеспечить определенный уровень качества функционирования объектов и включает как планово-предупредительные и профилактические мероприятия, так и аварийно-восстановительные работы. Но это, скорее, крайние случаи технического обслуживания, в то время как ремонтные работы, занимая промежуточную позицию, тем не менее играют большое значение для поддержания системы в работоспособном состоянии.

Для характеристики надежности технических систем обычно используют плотность распределения вероятности отказа в некоторый момент времени при условии, что до этого времени отказы не происходили. Это распределение дает оценку безотказной работы системы и является важной характеристикой надежности и качества, но при реальной эксплуатации рано или поздно приходится обращаться к ремонту. Типичной может быть такая ситуация, когда требуется принимать одно из альтернативных решений — сделать небольшой ремонт, имеющий характер ближе к профилактическому обслуживанию, либо "пересилить это желание", дождаться полного останова системы и уж затем приниматься за серьезные ремонтные работы. При этом совершенно очевидно, что любая из двух указанных альтернатив имеет вполне очевидные обоснования.

Вообще говоря, для современных сложных систем или объектов практически невозможно сформулировать понятие отказа, так как отказ отдельных элементов, как правило, приводит лишь к некоторому ухудшению качества функционирования объекта [1]. Поэтому правильнее говорить о снижении качества (или эффективности) функционирования объекта ниже некоторого недопустимого уровня в результате отказов отдельных элементов. Таким образом, эффективность объекта есть функция надежности элементов, а целью технического обслуживания должно быть поддержание эффективности на заданном уровне. Под *техническим обслуживанием* далее в этой статье будем понимать комплекс определенных ремонтных мероприятий или работ, направленных на устранение возникшей неисправности. Такой комплекс ремонтных работ принято называть *стратегией обслуживания*. Перед лицом, принимающим решение, стоит задача выбора одной стратегии V_i, $i = 1, 2, ..., N$, среди конечного числа N возможных. Правило, в соответствии с которым принимается решение о