
2. МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧИХ ПРОЦЕССОВ, ПРОТЕКАЮЩИХ В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ ГЕНЕРАТОРА ОГNETУШАЩЕГО АЭРОЗОЛЯ

2.1. Обобщенная схема генератора огнетушащего аэрозоля. Основные допущения при моделировании рабочих процессов в камере генератора

Анализ различных вариантов конструкции ГОА, характеристик и типов зарядов АОС позволил сформировать обобщенную конструкцию генератора и описать физическую модель процессов протекающих в камере сгорания генератора [35].

Описываемый ГОА (рис. 2.1) состоит из корпуса 1, который имеет форму полого правильного цилиндра. Внутри корпуса расположен заряд АОС 2 цилиндрической формы, боковая поверхность шашки заряда плотно прилегает к термоизолирующему покрытию корпуса 3, таким образом, горение осуществляется с торца, поверхность горения заряда имеет форму круга. К передней части корпуса прикреплена крышка 4, в которой выполнены выпускные отверстия 5. Изначально выпускные отверстия закрыты материалом, который легко разрушается во время работы генератора. Также в крышке закреплено инициирующее устройство 6, приводимое в действие импульсом тока. Заряд АОС представляет собой механическую смесь двух основных компонентов: окислителя и веществ, которые играют роль горючего связующего. Свободный объем камеры сгорания ГОА образован пересечением боковой поверхности корпуса со следующими поверхностями: в передней части – крышкой корпуса, в задней – поверхностью заряда, по которой осуществляется процесс горения.

Начало горения инициируется от внешнего воздействия на заряд АОС, создаваемого узлом запуска, при этом происходит выброс горючих газов, имеющих высокую температуру в свободный объем камеры сгорания. В результате нагрева поверхности заряда АОС продукты его разложения, испарившись с поверхности, поступают в окружающую газовую среду. Горючий компонент имеет более высокую скорость разложения, чем кристаллы окислителя, поэтому он быстрее переходит в газообразное состояние. Образующиеся у поверхности пары топлива, богатые горючим компонентом, вступают в реакцию между собой, а также с кислородом, содержащимся в окружающей среде. Когда количество тепла, генерируемого химическим путем, становится равным потерям тепла в результате теплопроводности в окружающую среду, происходит воспламенение заряда АОС. Как показал анализ [107] длительность рассмотренного периода составляет $0.1 \div 15$ мс, что значительно меньше времени основного режима работы, поэтому будем считать, что процесс инициирования происходит практически мгновенно, а воспламенение заряда происходит сразу по всей поверхности горения. При превышении порогового значения избыточного давления в свободном объеме камеры сгорания генератора происходит

разрушение заглушек в выпускных отверстиях и начинается выход продуктов сгорания заряда АОС вместе с продуктами сгорания воспламеняющего состава во внешнюю среду. Продукты сгорания будем считать идеальным газом.

После воспламенения всей поверхности процесс горения протекает по следующей схеме (рис. 2.2) в зоне I происходит прогрев заряда за счет тепла поступающего из газовой фазы IV. В зоне II протекает реакция в конденсированной фазе, которая является суммарно слабо экзотермической. В зоне III происходит смешивание непрореагировавших компонентов, а в зоне IV заканчивается процесс горения состава и в зоне V происходит конденсация продуктов сгорания с образованием аэрозоля, который представляет собой смесь твердых частиц и газов.

Таким образом, после воспламенения всей поверхности заряда, нет необходимости в дальнейшем его нагревании, так как выделяющееся количество теплоты в газовой фазе достаточно для прогрева и дальнейшего воспламенения соседних слоев и протекания самоподдерживающихся реакций горения. Равномерное горение обеспечивается за счет равенства теплоприхода и теплоотвода во всех зонах реакции. Принимаем, что скорость выгорания заряда равномерна во всем его объеме, то есть горение заряда происходит эквидистантными слоями. Так же считаем, что все газодинамические параметры зависят от одной единственной геометрической координаты и от времени, таким образом, течение аэрозоля в элементах ГОА является преимущественно одномерным.

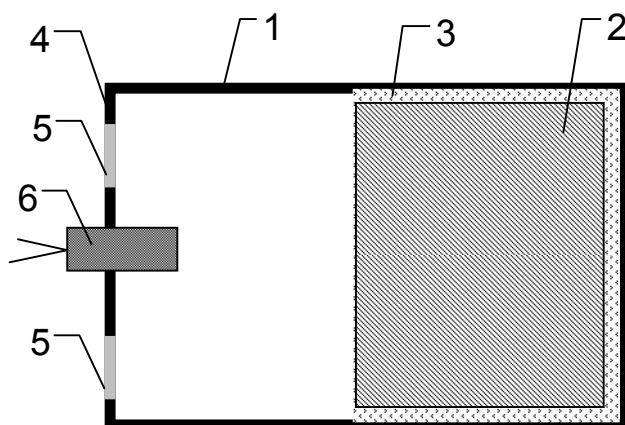


Рис. 2.1. Принципиальная схема генератора огнетушащего аэрозоля: 1 – корпус; 2 – заряд АОС; 3 – теплоизолирующий слой; 4 – крышка; 5 – выпускные отверстия; 6 – инициирующее устройство

В течение основного периода работы генератора происходит изменение всех газодинамических характеристик, но неоднородности давления, обусловленные неустановившимися течениями аэрозоля, пренебрежимо малы, потому будем считать, что движение аэрозоля в генераторе является квазистационарным. Последовательное применение идей квазистационарности дает возможность рассматривать более быстрые

процессы как мгновенные. Потому процесс релаксации теплового слоя заряда АОС, определяющий согласно [47] изменение скорости горения при изменении внешних условий, в квазистационарном приближении считается мгновенным по сравнению с процессом релаксации свободного объема. Время тепловой релаксации аэрозоля на несколько порядков меньше времени релаксации свободного объема и потому считается пренебрежимо малым.

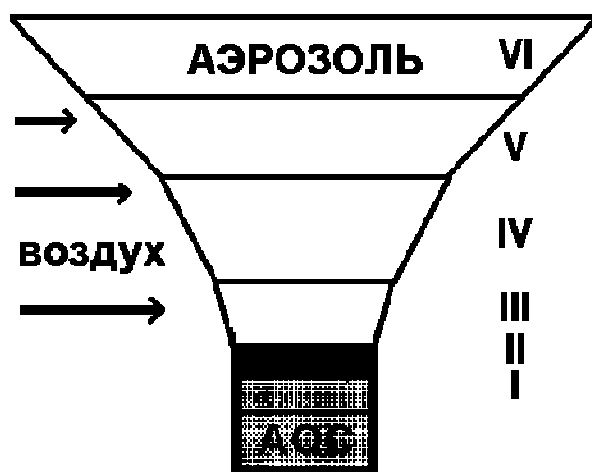


Рис. 2.2. Схема процесса аэрозолеобразования при сгорании заряда АОС

Окончанием работы генератора будем считать момент полного выгорания заряда АОС. Он будет сопровождаться быстрым изменением давления в камере сгорания ГОА и температуры продуктов сгорания. Что значительно меньше всего времени работы генератора.

Таким образом, при рассмотрении рабочих процессов в камере сгорания генератора можно выделить три характерных периода:

- выход генератора на рабочий режим, этот период включает время воспламенения инициирующего устройства, время воспламенения заряда и время заполнения свободного объема камеры ГОА, это время отсчитывается от момента подачи импульса тока на инициирующее устройство;
- основной период работы генератора, который характеризуется горением заряда, на этот интервал приходится основная часть всего времени работы;
- время спада давления, наступающее после сгорания основной части заряда АОС.

Причем первый и третий периоды значительно менее продолжительные по сравнению со вторым и потому при моделировании рабочих процессов в камере сгорания ГОА этими периодами можно пренебречь или считать их мгновенными. При работе генератора поток аэрозоля в камере одномерный, рабочие процессы квазистационарные.

2.2. Упрощенная математическая модель рабочих процессов в камере сгорания ГОА

2.2.1. Общие замечания к методу осреднения по свободному объему камеры генератора

При строгом подходе расчет изменения параметров газо-аэрозольной смеси внутри камеры во времени неотделим от расчета их изменения по свободному объему камеры и должен осуществляться путем интегрирования общей системы уравнений нестационарного движения продуктов сгорания в камере при определенных начальных и граничных условиях. Такой подход в принципе позволяет определить давление, плотность и температуру продуктов, заполняющих камеру, как функции координат и времени, однако его реализация сопряжена с рядом трудностей, как в области физической постановки, так и математических методов решения уравнений.

Поэтому будем использовать прием, упрощающий постановку и решение задачи, сущность которого состоит в осреднении физических величин, характеризующих процесс внутри камеры генератора, по всему свободному объему.

Метод осреднения по свободному объему составляет основу так называемой нульмерной баллистики [88], предмет которой состоит в установлении зависимости средних по объему величин давления, плотности и температуры от времени. Уравнения, описывающие изменение во времени среднеобъемных значений физических величин, можно трактовать как решение задачи о течении газа в камере сгорания в «нулевом» приближении, т. е. решение, построенное без учета переменнойности давления, плотности и температуры по длине камеры.

Для расчета средних по свободному объему величин: давления, плотности и температуры продуктов сгорания заряда АОС, необходимо применить законы сохранения массы и энергии ко всей совокупности этих продуктов, содержащихся в свободном объеме камеры генератора. В этом случае значения давления, температуры и плотности продуктов сгорания в различных точках свободного объема считаются одинаковыми и потому в определенной мере отвлеченными величинами, удовлетворяющими законам сохранения.

2.2.2. Уравнения сохранения энергии, массы продуктов сгорания и уравнение состояния идеального газа для осредненных по свободному объему камеры генератора параметров газо-аэрозольной смеси

В основу математической модели процессов в камере сгорания генератора положим уравнения сохранения массы и энергии [2].

$$\frac{\partial(\rho \cdot F)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot \omega \cdot F) = \rho_T \cdot \Pi \cdot u; \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\rho \cdot F \cdot \left(e + \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \right) \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho \cdot \omega \cdot F \left(h + \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \right) \right) = \rho_T \cdot \Pi \cdot u \cdot \chi \cdot h_T, \quad (2.2)$$

где ρ , ρ_T – плотность продуктов сгорания и заряда; ω – скорость продуктов сгорания; Π , F – смоченный периметр и площадь поперечного сечения; e , h – внутренняя энергия и энтальпия единицы массы продуктов сгорания; χ – средний по времени и объёму коэффициент тепловых потерь в генераторе; h_T – полная энтальпия продуктов сгорания аэрозолеобразующего заряда; u – средняя по периметру скорость горения заряда.

К этим уравнениям добавим уравнение горячей поверхности и уравнение состояния идеального газа, которые представим в виде:

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} = \Pi u. \quad (2.3)$$

$$p = \rho \cdot R \cdot T, \quad (2.4)$$

где T – температура продуктов сгорания; R – газовая постоянная.

Применяем к этим уравнениям метод осреднения параметров по свободному объёму камеры генератора. Для этого проинтегрируем уравнения (2.1) и (2.2) по длине заряда. В результате уравнения сохранения массы запишется в виде

$$\frac{d}{dt} (\bar{\rho} \cdot V_K) = \rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u} - m_*(\bar{p}_B, \bar{T}_B), \quad (2.5)$$

где $\bar{\rho}$ – средняя по объёму камеры плотность продуктов сгорания; V_K – свободный объём камеры сгорания; S_3 – площадь поверхности горения; $m_*(\bar{p}_B, \bar{T}_B)$ – массовый секундный расход продуктов сгорания через выходные отверстия корпуса генератора.

Уравнение сохранения энергии для средних по свободному объёму параметров продуктов сгорания после интегрирования будет выглядеть следующим образом

$$\frac{d}{dt} (\bar{E} \cdot \bar{\rho} \cdot V_K) = \rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u} \cdot \chi \cdot \bar{H}_T - m_*(\bar{p}_B, \bar{T}_B) \cdot c_p \cdot \bar{T}_B, \quad (2.6)$$

где \bar{T}_B – средняя температура в передней части камеры генератора; \bar{E} – внутренняя энергия единицы массы продуктов сгорания;

\bar{H}_Γ – теплосодержание единицы массы продуктов сгорания.

Уравнение, характеризующее изменение свободного объема V_K камеры генератора во времени

$$\frac{dV_K}{dt} = S_3 \cdot \bar{u}, \quad (2.7)$$

где \bar{u} – средняя по поверхности скорость горения, которая определяется из следующей зависимости [25, 27, 64]:

$$\bar{u} = u_a \cdot \left(\frac{\bar{p}_s}{p_{ATM}} \right)^\nu e^{\beta \cdot T_H}, \quad (2.8)$$

где u_a – скорость горения заряда АОС при атмосферном давлении; \bar{p}_s – среднее по горячей поверхности давление; p_{ATM} – атмосферное давление; T_H – начальная температура заряда АОС; β – постоянная, зависящая от начальной температуры заряда.

Интегрирование по свободному объему V_K уравнения состояния идеального газа даст зависимость

$$\bar{p}_v = R \cdot \bar{\rho} \cdot \bar{T}, \quad (2.9)$$

где \bar{p}_v – среднее по объему давление; \bar{T} – средняя температура продуктов в камере.

Уравнения (2.4)–(2.9) образуют систему, описывающую изменение во времени средних по объему физических параметров продуктов сгорания заряда АОС. Но данная система незамкнута, так как число неизвестных в ней больше числа уравнений. С учетом того, что относительные перепады давления и температуры продуктов сгорания АОС, заполняющих свободный объем, невелики, можно сделать ряд упрощений, позволяющих замкнуть указанную систему.

2.2.3. Система уравнений, описывающих изменение средних по объему физических параметров продуктов сгорания аэрозольобразующего заряда

Отождествим среднее по объему давление \bar{p}_v , среднее по горячей поверхности давление \bar{p}_s и давление торможения в передней части камеры генератора \bar{p}_B

$$\bar{p} = \bar{p}_v = \bar{p}_s = \bar{p}_B. \quad (2.10)$$

Также, пусть средняя температура продуктов в камере \bar{T} тождественна со средней температурой в передней части камеры \bar{T}_B

$$\bar{T} = \bar{T}_B. \quad (2.11)$$

Если считать продукты сгорания в камере генератора идеальным газом, то выражение для внутренней энергии и теплосодержания единицы массы продуктов сгорания можно записать:

$$\bar{E} = c_v \cdot \bar{T}, \quad \bar{H}_T = c_p \cdot \bar{T}_T. \quad (2.12)$$

С учетом выражений (2.10)-(2.11) уравнения (2.4)-(2.9) перепишем в виде системы:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}(\bar{\rho} \cdot V_K) = \rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u} - m_*(\bar{p}, \bar{T}); \\ \frac{d}{dt}(c_v \cdot \bar{\rho} \cdot \bar{T} \cdot V_K) = \rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u} \cdot \chi \cdot c_p \cdot \bar{T}_T - m_*(\bar{p}, \bar{T}) \cdot c_p \cdot \bar{T}; \\ \frac{dV_K}{dt} = S_3 \cdot \bar{u}; \\ \bar{u} = u(\bar{p}_s, T_H); \quad \bar{p} = R \cdot \bar{\rho} \cdot \bar{T}. \end{cases} \quad (2.13)$$

Перепишем первое уравнение системы (2.13) с учетом третьего уравнения, в виде:

$$V_K \cdot \frac{d\bar{\rho}}{dt} = \rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u} - \bar{\rho} \cdot S_3 \cdot \bar{u} - m_*(\bar{p}, \bar{T}), \quad (2.14)$$

учитывая, что масса газа, заполняющего объем ΔV_K мала по сравнению с массой всего образовавшегося в результате горения газа, то слагаемым $\bar{\rho} \cdot S_3 \cdot \bar{u}$ можно пренебречь.

Второе уравнение системы (2.13) после преобразования представим следующим образом:

$$V_K \cdot \frac{d}{dt}(c_v \cdot \bar{\rho} \cdot \bar{T}) = \rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u} \cdot \chi \cdot c_p \cdot \bar{T}_T - c_v \cdot \bar{\rho} \cdot \bar{T} \cdot S_3 \cdot \bar{u} - m_*(\bar{p}, \bar{T}) \cdot c_p \cdot \bar{T}. \quad (2.15)$$

Если пренебречь внутренней энергией $c_v \cdot \bar{p} \cdot \bar{T} \cdot S_3 \cdot \bar{u}$ газов, заполняющих освободившийся в процессе горения заряда АОС объем ΔV_K , по сравнению с теплосодержанием газов образующихся при горении и при условии, что $c_v = \text{const}$, система (2.13) примет вид:

$$\begin{cases} V_K \cdot \frac{d\bar{p}}{dt} = \rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u} - m_*(\bar{p}, \bar{T}); \\ V_K \cdot \frac{d}{dt}(\bar{p} \cdot \bar{T}) = \rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u} \cdot \chi \cdot \bar{T}_T - m_*(\bar{p}, \bar{T}) \cdot k \cdot \bar{T}; \\ \frac{dV_K}{dt} = S_3 \cdot \bar{u}; \\ \bar{u} = u(\bar{p}_s, T_H); \quad \bar{p} = R \cdot \bar{p} \cdot \bar{T}, \end{cases} \quad (2.16)$$

где k – показатель адиабаты, который определяется из выражения:

$$k = \frac{c_p}{c_v}. \quad (2.17)$$

Массовый секундный расход при докритическом истечении определяется выражением [2]:

$$m_*(\bar{p}, \bar{T}) = \mu \cdot S_B \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot k}{k-1} \cdot \frac{\bar{p}^2}{R \cdot \bar{T}} \cdot \left(\frac{p_{\text{ATM}}}{\bar{p}}\right)^{\frac{2}{k}} \left(1 - \left(\frac{p_{\text{ATM}}}{\bar{p}}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right)}, \quad (2.18)$$

где S_B – площадь выходных отверстий генератора; μ – коэффициент расхода через выходные отверстия.

С учетом уравнения состояния идеального газа и выражения для скорости горения (2.8), преобразуем систему (2.7) к виду:

$$\begin{cases} V_K \cdot \frac{d\bar{T}}{dt} = \frac{R \cdot \bar{T}}{\bar{p}} [\rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u} \cdot (\chi \cdot k \cdot \bar{T}_T - \bar{T}) + \bar{T} \cdot (1-k) \cdot m_*(\bar{p}, \bar{T})]; \\ V_K \cdot \frac{d\bar{p}}{dt} = R \cdot k \cdot [\rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u} \cdot \chi \cdot \bar{T}_T - m_*(\bar{p}, \bar{T}) \cdot \bar{T}]; \\ \frac{dV_K}{dt} = S_3 \cdot \bar{u}. \end{cases} \quad (2.19)$$

Таким образом, получена система нелинейных дифференциальных уравнений, определяющая зависимость газодинамических параметров

камеры сгорания ГОА, осредненных по ее свободному объему.

2.3. Система линеаризованных уравнений камеры сгорания генератора огнетушащего аэрозоля

В общем случае система уравнений (2.19) или эквивалентная ей система (2.16), характеризующая изменение во времени среднеобъемных значений давления, плотности и температуры продуктов сгорания аэрозолеобразующего заряда может быть решена лишь численными методами. В тоже время, введение упрощающих предположений позволяет получить приближенные аналитические решения уравнений внутренней баллистики для переходных процессов изменения давления. В основу рассмотренного ниже метода линеаризации положены следующие допущения [24]:

- свободный объем V_K камеры генератора неизменен в течение рассматриваемого переходного процесса;
- среднеобъемная температура \bar{T} газо-аэрозольной смеси и ее термодинамические характеристики мало изменяются во времени.

При линеаризации допускаем, что в динамическом режиме работы генератора отклонения давления и температуры от значений, соответствующих установившемуся режиму работы ГОА, малы. Поэтому можно записать:

$$\bar{p}(t) = p_{ст} + \delta p(t); \quad (2.20)$$

$$\bar{T}(t) = T_{ст} + \delta T(t); \quad (2.21)$$

$$T_H(t) = T_{H ст} + \delta T_H(t), \quad (2.22)$$

где $p_{ст}$ – среднеобъемное давление в установившемся режиме; $\delta p(t)$ – отклонение среднеобъемного давления газо-аэрозольной смеси от значения, соответствующего стационарному; $T_{ст}$ – среднеобъемная температура в установившемся режиме; $\delta T(t)$ – отклонение среднеобъемной температуры от значения, соответствующего стационарному; $\delta T_H(t)$ – отклонение начальной температуры.

Дифференцируя, справа и слева выражения (2.20) – (2.21) имеем:

$$\frac{d \bar{p}}{d t} = \frac{d \delta p}{d t}; \quad (2.23)$$

$$\frac{d \bar{T}}{d t} = \frac{d \delta T}{d t}. \quad (2.24)$$

В отклонениях первое уравнение системы (2.19) будет выглядеть

следующим образом:

$$V_K \cdot \frac{d\delta T}{dt} = \frac{R \cdot T_{ct}}{p_{ct}} \cdot [\alpha_{11} \cdot \delta T + \alpha_{12} \cdot \delta p + \beta_1 \cdot \delta T_H], \quad (2.25)$$

где

$$\alpha_{11} = (-1) \cdot \rho_T \cdot S_3 \cdot u_{ct} + (1-k) \cdot m_{ct}^* - \frac{1}{2} \cdot (1-k) \cdot m_{ct}^*; \quad (2.26)$$

$$\alpha_{12} = \frac{\rho_T \cdot S_3 \cdot u_{ct} \cdot v \cdot (\chi \cdot \bar{T}_\Gamma \cdot k - T_{ct})}{p_{ct}} + \frac{T_{ct} \cdot (1-k) \cdot m_{ct}^* \cdot \varphi_p}{2 \cdot k \cdot p_{ct}}; \quad (2.27)$$

$$\beta_1 = \rho_T \cdot S_3 \cdot u_{ct} \cdot \beta \cdot (\chi \cdot \bar{T}_\Gamma \cdot k - T_{ct}); \quad (2.28)$$

$$\varphi_p = \frac{(k-1) \cdot (2 \cdot p_{ct}^\alpha - p_a^\alpha)}{p_{ct}^\alpha - p_a^\alpha}, \quad (2.29)$$

m_{ct}^* – расход в установившемся режиме работы; u_{ct} – скорость горения заряда в установившемся режиме работы ГОА.

Введем относительные отклонения:

$$\delta \bar{p} = \frac{\delta p}{p_{ct}}; \quad (2.30)$$

$$\delta \bar{T} = \frac{\delta T}{T_{ct}}; \quad (2.31)$$

$$\delta \bar{T}_H = \frac{\delta T_H}{T_{H_{ct}}}. \quad (2.32)$$

С учетом зависимостей для стационарного режима работы имеем:

$$\tau_1 \cdot \frac{d \delta \bar{T}}{dt} + \delta \bar{T} = K_p \cdot \delta \bar{p} + k_{1T} \cdot \delta \bar{T}_H, \quad (2.33)$$

где

$$\tau_1 = \frac{2 \cdot V_K \cdot p_{ct}}{T_{ct} \cdot R \cdot m_{ct}^* \cdot (1+k)}; \quad (2.34)$$

$$K_p = \frac{(2 \cdot v \cdot k - \varphi_p) \cdot (k-1)}{k \cdot (k+1)}; \quad (2.35)$$

$$k_{1T} = 2 \cdot \beta \cdot T_H \cdot \frac{k-1}{k+1}. \quad (2.36)$$

Второе уравнение системы (2.19) в относительных отклонениях будет иметь вид:

$$\frac{V_K}{R} \cdot \frac{d\delta p}{dt} = \alpha_{21} \cdot \delta T + \alpha_{22} \cdot \delta p + \beta_2 \cdot \delta T_H, \quad (2.37)$$

где

$$\alpha_{21} = (-1) \cdot \frac{k}{2} \cdot m_{ct}^*; \quad (2.38)$$

$$\alpha_{22} = \frac{1}{p_{ct}} \cdot \left(\rho_T \cdot S_3 \cdot u_{ct} \cdot \chi \cdot T_\Gamma \cdot k - m_{ct}^* \cdot k \cdot T_{ct} \cdot \frac{\varphi_p}{2 \cdot k} \right); \quad (2.39)$$

$$\beta_2 = \rho_T \cdot S_3 \cdot u_{ct} \cdot \chi \cdot T_\Gamma \cdot k \cdot \beta. \quad (2.40)$$

С учетом зависимостей для установившегося режима работы уравнение (2.37) будет иметь вид:

$$\tau_2 \cdot \frac{d\delta \bar{p}}{dt} + \delta \bar{p} = K_T \cdot \delta \bar{T} + k_{2T} \cdot \delta \bar{T}_H, \quad (2.41)$$

где

$$\tau_2 = \frac{2 \cdot V_K \cdot p_{ct}}{T_{ct} \cdot R \cdot m_{ct}^* \cdot (\varphi_p - 2 \cdot k \cdot v)}; \quad (2.42)$$

$$K_T = \frac{k}{2 \cdot k \cdot v - \varphi_p}; \quad (2.43)$$

$$k_{2T} = \frac{2 \cdot \beta \cdot T_H \cdot k}{\varphi_p - 2 \cdot k \cdot v}. \quad (2.44)$$

Перепишем уравнения (2.33) и (2.41) в следующем виде:

$$\begin{cases} \tau_1 \cdot \frac{d\delta \bar{T}}{dt} = K_p \cdot \delta \bar{p} - \delta \bar{T} + k_{1T} \cdot \delta \bar{T}_H; \\ \tau_2 \cdot \frac{d\delta \bar{p}}{dt} = K_T \cdot \delta \bar{T} - \delta \bar{p} + k_{2T} \cdot \delta \bar{T}_H. \end{cases} \quad (2.45)$$

Таким образом, система линейных дифференциальных уравнений (2.45) описывает динамические свойства камеры сгорания ГОА.

2.4. Среднеобъемное давление и температура газо-аэрозольной смеси в камере ГОА в установившемся режиме работы

Из анализа системы (2.19) следует возможность существования режима работы генератора, в условиях которого осредненные по свободному объему физические характеристики продуктов сгорания в камере: давление, плотность и температура, изменяются незначительно в окрестности

некоторого установившегося значения. Такой режим принято называть квазистационарным. Но в дальнейшем, для простоты будем называть его просто стационарным.

Приравнивая производные первого и второго уравнения системы (2.16) нулю, найдем стационарные значения газодинамических параметров.

Из первого уравнения системы (2.16) следует, что на стационарном режиме приход массы продуктов при сгорании аэрозолеобразующего заряда равен расходу этих продуктов через выходные отверстия, то есть

$$m_*(p_{ст}, T_{ст}) = \rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u}(p_{ст}, T_H) . \quad (2.46)$$

Из второго уравнения системы (2.16) запишем равенство

$$\rho_T \cdot S_3 \cdot \bar{u}(p_{ст}, T_H) \cdot \chi \cdot k \cdot \bar{T}_Г - m_*(p_{ст}, T_{ст}) \cdot k \cdot \bar{T}_{ст} = 0 . \quad (2.47)$$

Подставляя сюда (2.46) получим выражение для определения стационарной температуры:

$$T_{ст} = \bar{T}_Г \cdot \chi . \quad (2.48)$$

Далее, подставим в (2.46) выражение для скорости горения (2.8), массового расхода (2.18) и зависимость (2.48):

$$\rho_T \cdot S_3 \cdot u_a \cdot \left(\frac{p_{ст}}{p_{атм}} \right)^v e^{\beta \cdot T_H} = \mu \cdot S_B \cdot \sqrt{\frac{2}{\alpha} \cdot \frac{p_{ст}^2}{R \cdot T_{ст}} \cdot \left(\frac{p_{атм}}{p_{ст}} \right)^{\frac{2}{k}} \left(1 - \left(\frac{p_{атм}}{p_{ст}} \right)^\alpha \right)} , \quad (2.49)$$

где $\alpha = \frac{k-1}{k}$.

Разрешим равенство (2.49) относительно $p_{ст}$.

Получим уравнение вида:

$$\eta \cdot p_*^{2 \cdot v} - p_*^{2 \cdot \alpha} + p_*^\alpha = 0 , \quad (2.50)$$

где $p_* = \frac{p_{ст}}{p_{атм}}$,

$$\eta = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\rho_T \cdot S_3 \cdot u_1}{\mu \cdot S_B \cdot p_{атм}} \right)^2 \cdot T_H \cdot \chi \cdot R \cdot \alpha . \quad (2.51)$$

Аналитическое решение иррационального уравнения (2.50) возможно в следующих частных случаях.

Случай 1. Когда $v = \frac{\alpha}{2}$, уравнение (2.50) преобразуется к виду

$$(\eta + 1) \cdot p_*^\alpha - p_*^{2 \cdot \alpha} = 0. \quad (2.52)$$

Вводя замену

$$z = p_*^\alpha, \quad (2.53)$$

легко привести уравнение (2.52) к квадратному, решением которого будет один действительный, отличный от нуля корень

$$z = 1 + \eta. \quad (2.54)$$

Таким образом, значение стационарного давления для этого частного случая будет определяться следующим выражением:

$$p_{СТ} = p_{АТМ} \cdot \sqrt[1 + \eta]{1 + \eta}. \quad (2.55)$$

Случай 2. При условии, что $\nu = \alpha$, уравнение (2.50) преобразуется в следующий вид:

$$(\eta - 1) \cdot p_*^{2 \cdot \alpha} + p_*^\alpha = 0 \quad (2.56)$$

после введения замены (2.53) получим в качестве решения положительный корень

$$z = \frac{1}{1 - \eta}. \quad (2.57)$$

Тогда стационарное давление определяется выражением

$$p_{СТ} = p_{АТМ} \cdot \sqrt[1 - \eta]{1}. \quad (2.58)$$

Случай 3. Если $\nu = \frac{3}{2} \cdot \alpha$, то уравнение (2.50) преобразуется к виду

$$\eta \cdot p_*^{3 \cdot \alpha} - p_*^{2 \cdot \alpha} + p_*^\alpha = 0. \quad (2.59)$$

После введения замены (2.53), решая уравнение

$$\eta \cdot z^2 - z + 1 = 0, \quad (2.60)$$

определим стационарное давление для этого случая

$$p_{СТ} = p_{АТМ} \cdot \alpha \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \eta}}{2 \cdot \eta}}. \quad (2.61)$$

Случай 4. При $\nu = \frac{3}{4} \cdot \alpha$ будем иметь:

$$\eta \cdot p_*^{\frac{3}{2}\alpha} - p_*^{2\alpha} + p_*^\alpha = 0. \quad (2.62)$$

Выполнив замену

$$z = p_*^{\frac{\alpha}{2}}, \quad (2.63)$$

и решив уравнение

$$z^4 - \eta \cdot z^3 - z^2 = 0, \quad (2.64)$$

получим один действительный корень

$$z = \frac{\eta + \sqrt{\eta^2 + 4}}{2}. \quad (2.65)$$

Тогда с учетом (2.63) имеем

$$p_{СТ} = p_{АТМ} \cdot \alpha \sqrt{\left(\frac{\eta + \sqrt{\eta^2 + 4}}{2}\right)^2}. \quad (2.66)$$

На рис. 2.3 приведены графики зависимости стационарного давления в камере ГОА от плотности аэрозолеобразующего заряда для различных значений температуры горения заряда, при $u = 1 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$, $S_3 = 9.08 \text{ см}^2$, $S_B = 1.18 \text{ см}^2$, $T_\Gamma = 2200 \text{ К}$, $R = 287 \text{ Дж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$, $\mu = 0.97$, $\rho_\Gamma = 1819 \text{ кг/м}^3$, $p_{АТМ} = 101325 \text{ Па}$, $\chi = 0.9$, $k = 1.4$.

Анализ зависимостей показал, что при высокой температуре горения заряда, прирост давления вызванный повышением плотности аэрозолеобразующего заряда практически в два раза больше, чем при температуре порядка $T_\Gamma = 1500 \text{ К}$. Так же отмечено, что полученная

зависимость носит нелинейный характер, сильнее выраженный при более высокой температуре.

Исследование влияния температуры горения аэрозолеобразующего заряда на стационарное давление проведем с помощью графиков на рис. 2.4.

Зависимость стационарного давления от температуры носит линейный характер, причем тангенс угла наклона, для зарядов с плотностью порядка $\rho_T=2400 \text{ кг/м}^3$ в два раза больше, чем для зарядов с плотностью $\rho_T=1600 \text{ кг/м}^3$.

Влияние площади выходных отверстий на стационарное давление в корпусе генератора исследуем с помощью графика на рис. 2.5. Очевиден нелинейный характер этой зависимости, причем с ростом площади поверхности горения и увеличении площади выходных отверстий давление падает быстрее.

Для определения зависимости стационарного давления от значения показателя степени ν в законе горения осуществим линейную интерполяцию по значениям, полученным для частных случаев 1 и 3. Общую формулу линейной интерполяции запишем в виде

$$f(x) = f(x_1) \cdot \frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} + f(x_2) \cdot \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}, \quad (2.67)$$

где x_1, x_2 – значение аргумента в узловых точках; $f(x_1), f(x_2)$ – значение функции в узловых точках.

Следует отметить, что данное выражение справедливо при значениях x , отвечающих следующему условию:

$$x_1 \leq x \leq x_2.$$

Зависимость стационарного давления от показателя степени $p_{ст}(\nu)$ будет определяться выражением

$$p_{ст}(\nu) = A \cdot \nu + B, \quad (2.68)$$

где

$$A = \frac{p_{ст3} - p_{ст1}}{\nu_3 - \nu_1};$$
$$B = \frac{\nu_3 \cdot p_{ст1} - \nu_1 \cdot p_{ст3}}{\nu_3 - \nu_1},$$

ν_1, ν_3 – значения показателя степени для частных случаев 1 и 3 соответственно; $p_{ст1}, p_{ст3}$ – значения стационарного давления, определяемые выражениями (2.55) и (2.61).

Для оценки погрешности данного метода сравним значения стационарного давления найденные по формуле (2.68) при $\nu = 0.286$ и

$\nu = 0.214$, с результатами рассчитанными по формулам (2.58) и (2.66) при $u = 1 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$, $S_3 = 9.08 \text{ см}^2$, $S_B = 1.18 \text{ см}^2$, $T_{\Gamma} = 2200 \text{ К}$, $R = 287 \text{ Дж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$, $\mu = 0.97$, $\rho_{\Gamma} = 1819 \text{ кг/м}^3$, $p_{\text{АТМ}} = 101325 \text{ Па}$, $\chi = 0.9$, $k = 1.4$.

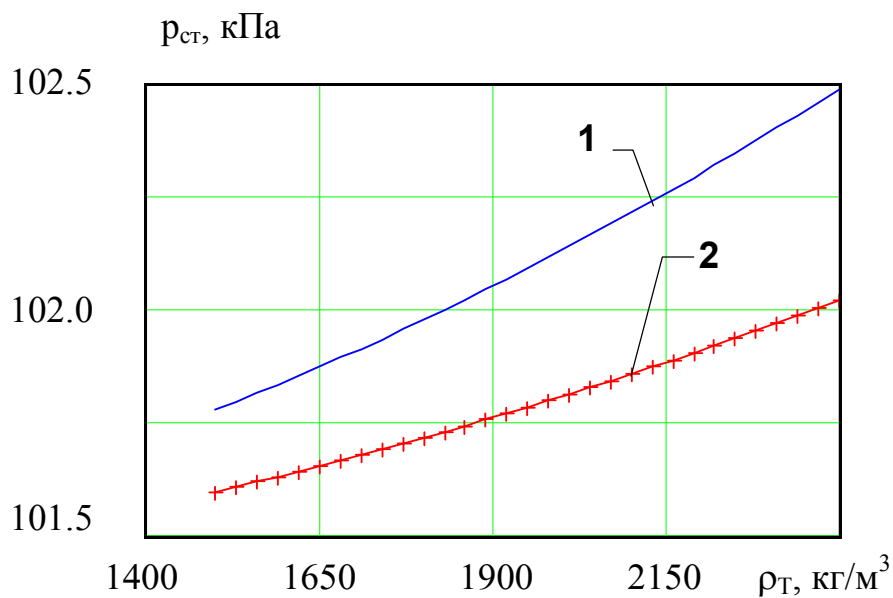


Рис. 2.3. Зависимость стационарного давления от плотности аэрозолеобразующего заряда: 1 – при температуре горения $T_{\Gamma} = 2500 \text{ К}$; 2 – при $T_{\Gamma} = 1500 \text{ К}$

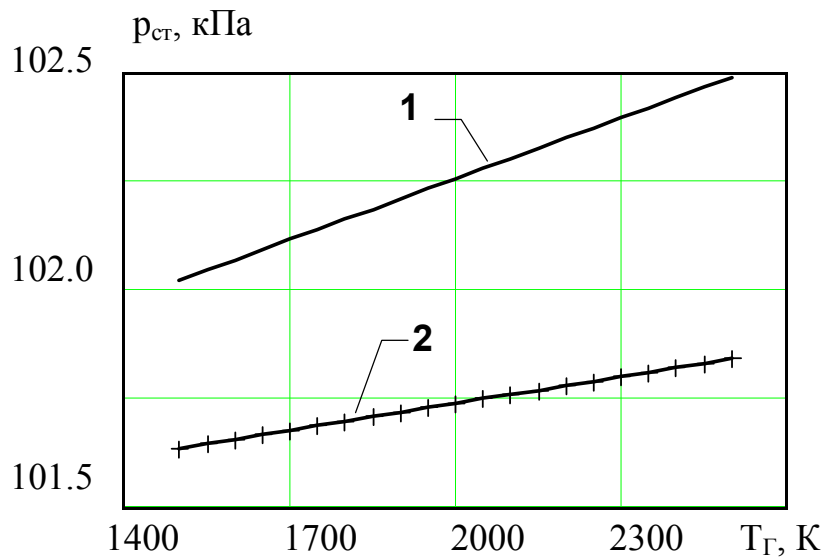


Рис. 2.4. Зависимость стационарного давления от температуры горения заряда: 1 – при плотности заряда $\rho_T=2400 \text{ кг/м}^3$; 2 – при $\rho_T=1600 \text{ кг/м}^3$

Разница между значениями, рассчитанными по формулам (2.58), (2.66) и значениями, вычисленными при подстановке в (2.68) $\nu = 0.214$ и $\nu = 0.286$ не превышает 0.01%. Таким образом, выражение (2.68) позволяет с достаточной для решения технических задач точностью определять стационарное давление в камере генератора для любого $\nu \in 0.14; 0.43$

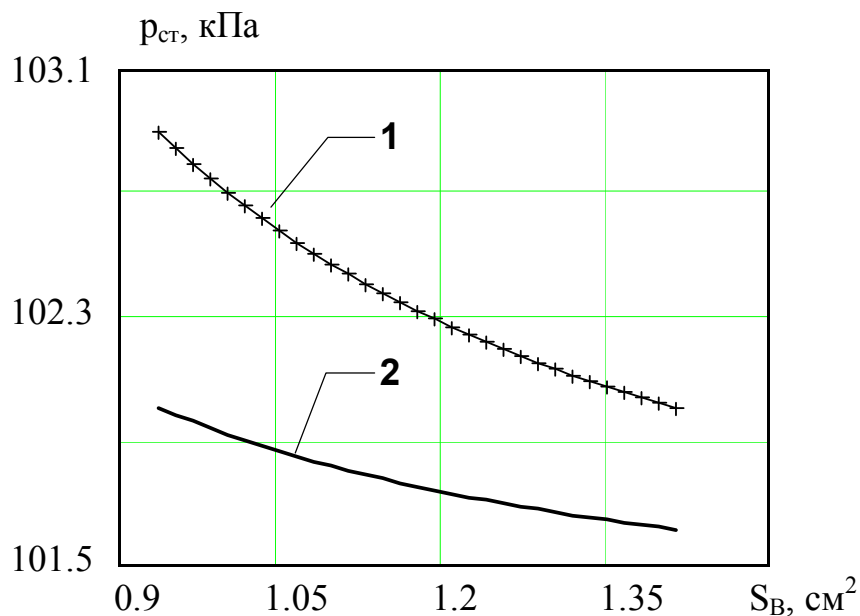


Рис. 2.5. Зависимость стационарного давления от площади выпускных отверстий при различных значениях площади поверхности горения: 1 – $S_3 = 10.9 \text{ см}^2$; 2 – $S_3 = 7.26 \text{ см}^2$

График зависимости стационарного давления от показателя степени ν при указанных выше данных изображен на рис. 2.6. На нем кругами

обозначены точки соответствующие значениям, вычисленным для частных случаев 1 – 4. Из анализа этого графика следует, что изменение показателя ν в три раза приводит к увеличению стационарного давления лишь на $10 \div 20$ Па. Что позволяет сделать вывод о незначительном влиянии показателя ν на величину стационарного давления в камере генератора, в диапазоне давлений, близких к атмосферному.

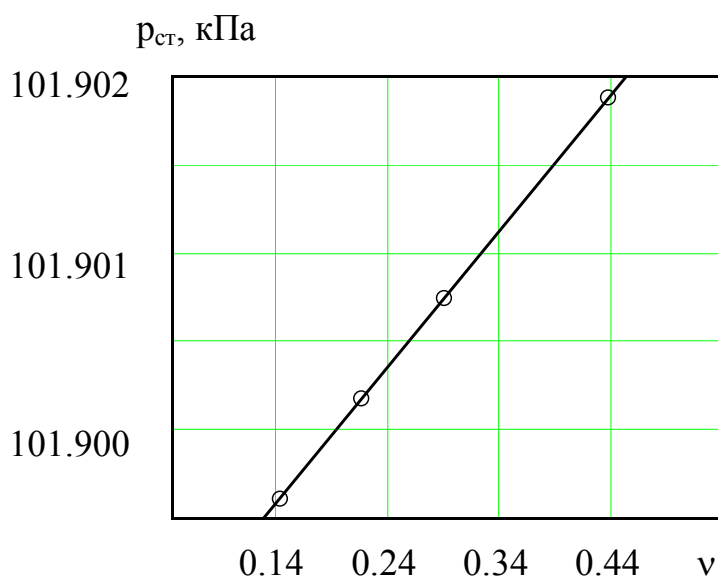


Рис. 2.6. Зависимость стационарного давления от показателя ν

Таким образом, в установившемся режиме работы ГОА температура газо-аэрозольной смеси в камере зависит от двух параметров: температуры горения заряда и коэффициента тепловых потерь об элементы конструкции корпуса. Значит, существует возможность снижения температуры аэрозоля внутри корпуса, а следовательно, и на выходе генератора путем применения аэрозолеобразующих зарядов с низкой температурой горения или при наличии дополнительных теплопоглощающих элементов внутри корпуса ГОА. Из анализа зависимости среднеобъемного давления в корпусе генератора от площади выпускных отверстий следует принципиальная возможность снижения давления в корпусе до атмосферного с последующим гашением заряда путем увеличения количества выпускных отверстий.

2.5. Динамические характеристики генератора огнетушащего аэрозоля

2.5.1. Передаточная функция ГОА по давлению

Исключим из системы (2.26) величины с отклонением температуры. Уравнение камеры по давлению в этом случае будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{1 - K_p \cdot K_T} \cdot \frac{d^2 \delta \bar{p}}{dt^2} + \frac{\tau_2 + \tau_1}{1 - K_p \cdot K_T} \cdot \frac{d \delta \bar{p}}{dt} + \delta \bar{p} = \\ = \frac{k_{2T} \cdot \tau_1}{1 - K_p \cdot K_T} \cdot \frac{d \delta \bar{T}_H}{dt} + \frac{k_{2T} + k_{1T} \cdot K_T}{1 - K_p \cdot K_T} \cdot \delta \bar{T}_H. \end{aligned} \quad (2.70)$$

Перепишем уравнение (2.70) так:

$$\tau^2 \cdot \frac{d^2 \delta \bar{p}}{dt^2} + 2 \cdot \zeta \cdot \tau \cdot \frac{d \delta \bar{p}}{dt} + \delta \bar{p} = k_{\text{вх}} \cdot \left(\tau' \cdot \frac{d \delta \bar{T}_H}{dt} + \delta \bar{T}_H \right), \quad (2.71)$$

где

$$\tau = \sqrt{\frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{1 - K_p \cdot K_T}}; \quad (2.72)$$

$$\tau' = \frac{k_{2T} \cdot \tau_1}{k_{2T} + k_{1T} \cdot K_T}; \quad (2.73)$$

$$\zeta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\tau_2}{\tau_1}} \cdot \frac{1 - \frac{\tau_1}{\tau_2}}{\sqrt{1 - K_p \cdot K_T}}; \quad (2.74)$$

$$k_{\text{вх}} = \frac{k_{2T} + k_{1T} \cdot K_T}{1 - K_p \cdot K_T}. \quad (2.75)$$

Таким образом, переходные процессы в камере сгорания ГОА, при регулировании начальной температуры заряда, описываются дифференциальным уравнением второго порядка.

Применяя к дифференциальному уравнению (2.71) интегральное преобразование Лапласа, полагая при этом, что начальные условия – нулевые, в результате получим:

$$(\tau^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \tau \cdot s + 1) \cdot X(s) = k_{\text{вх}} \cdot (\tau' \cdot s + 1) \cdot Z(s), \quad (2.76)$$

где s – комплексная переменная; $X(s)$ – изображение выходного сигнала $\delta \bar{p}$; $Z(s)$ – изображение входного сигнала $\delta \bar{T}_H$.

Отсюда, на основании определения [1], запишем передаточную функцию камеры сгорания ГОА по давлению:

$$W_p(s) = \frac{k_{\text{вх}} \cdot (\tau' \cdot s + 1)}{\tau^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \tau \cdot \zeta \cdot s + 1}. \quad (2.77)$$

В соответствии с обозначениями (2.34–2.36) и (2.42–2.44) перепишем (2.72)–(2.75):

$$\tau = \frac{p_{ст} \cdot V_k}{T_{ст} \cdot m_{ст}^* \cdot R} \cdot \sqrt{\frac{2}{\varphi_p - 2 \cdot k \cdot v}}; \quad (2.78)$$

$$\tau' = \frac{p_{ст} \cdot V_k}{T_{ст} \cdot m_{ст}^* \cdot R}; \quad (2.79)$$

$$\zeta = \frac{\varphi_p + 1 + k \cdot (1 - 2 \cdot v)}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{\varphi_p - 2 \cdot k \cdot v}}; \quad (2.80)$$

$$k_{вх} = \frac{2 \cdot k \cdot \beta \cdot T_H}{\varphi_p - 2 \cdot k \cdot v}. \quad (2.81)$$

Так как характеристики устройства с передаточной функцией (2.77) определяются значением постоянных коэффициентов характеристического полинома, то исследуем значения, которые может принимать коэффициент затухания ζ в зависимости от значений стационарного давления, показателя адиабаты и показателя v с помощью графической зависимости на рис. 2.7

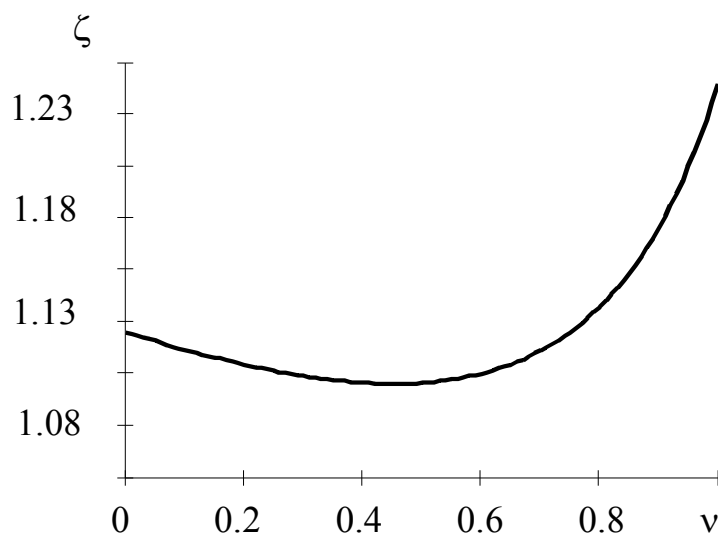


Рис. 2.7. Зависимость коэффициента затухания ζ от показателя v при стационарном давлении $p_{ст} = 130$ кПа и показателе адиабаты $k=1.3$

Анализ зависимости, представленной на рис. 2.7, показал, что при изменении v от 0 до 1 коэффициент ζ достигает минимума. Для определения минимального значения ζ , проведем исследование выражения (2.80), представив его как функциональную зависимость $\zeta(v)$. Продифференцируем (2.80) по v , получим:

$$\frac{d\zeta}{dv} = \frac{k}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{\varphi_p - 2 \cdot k \cdot v}} \cdot \left[\frac{\varphi_p + 1 + k \cdot (1 - 2 \cdot v)}{2 \cdot (\varphi_p - 2 \cdot k \cdot v)} - 1 \right]. \quad (2.82)$$

Приравнявая выражение (2.82) к нулю, найдем из него критическое значение коэффициента $v_{кр}$:

$$v_{кр} = \frac{1}{2 \cdot k} \cdot (\varphi_p - 1 - k) \quad (2.83)$$

Подставим (2.83) в (2.80) получим выражение для расчета минимального значения коэффициента затухания

$$\zeta_{min} = \sqrt{\frac{k+1}{2}}. \quad (2.84)$$

Очевидно, что минимальное значение коэффициента затухания зависит только от значения показателя адиабаты. Учитывая, что в результате сгорания аэрозолеобразующего заряда в камере генератора образуются двух- и трехатомные газы, для которых, согласно [2], показатель адиабаты равен 1.4 и 1.3, минимальное значение коэффициента затухания будет всегда больше единицы.

Таким образом, динамические свойства генератора огнетушащего аэрозоля адекватно определяются характеристиками совокупности двух апериодических звеньев с постоянными времени τ_1 и τ_2 и форсирующего звена первого порядка с коэффициентом передачи $k_{вх}$ и постоянной времени τ' .

2.5.2. Передаточная функция ГОА по температуре

Если из системы уравнений (2.45) исключить величины с отклонением давления, то уравнение камеры по температуре в этом случае, будет выглядеть следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{1 - K_p \cdot K_T} \cdot \frac{d^2 \delta \bar{T}}{dt^2} + \frac{\tau_2 + \tau_1}{1 - K_p \cdot K_T} \cdot \frac{d \delta \bar{T}}{dt} + \delta \bar{T} = \\ = \frac{k_{1T} \cdot \tau_2}{1 - K_p \cdot K_T} \cdot \frac{d \delta \bar{T}_H}{dt} + \frac{k_{1T} - k_{2T} K_p}{1 - K_p \cdot K_T} \cdot \delta \bar{T}_H. \end{aligned} \quad (2.85)$$

Сравнивая полученное выражение с (2.70) можно заметить, что постоянные коэффициенты в левых частях равны. Введем следующие обозначения:

$$k'_{\text{вх}} = \frac{k_{1T} - K_p \cdot k_{2T}}{1 - K_p \cdot K_T}; \quad (2.86)$$

$$\tau'' = \frac{k_{1T} \cdot \tau_2}{1 - K_p \cdot K_T}. \quad (2.87)$$

Тогда уравнение (2.85) можно переписать:

$$\tau^2 \cdot \frac{d^2 \delta \bar{T}}{dt^2} + 2 \cdot \zeta \cdot \tau \cdot \frac{d \delta \bar{T}}{dt} + \delta \bar{T} = \tau'' \cdot \frac{d \bar{T}_H}{dt} + k'_{\text{вх}} \cdot \delta \bar{T}_H. \quad (2.88)$$

С учетом (2.35), (2.36), (2.43) и (2.44), постоянные коэффициенты в правой части (2.86) будут равны:

$$k'_{\text{вх}} = \frac{k-1}{k+1} \cdot 2 \cdot \beta \cdot T_H - \frac{2 \cdot k \cdot \beta \cdot T_H}{\varphi_p - 2 \cdot k \cdot v} \cdot \frac{\varphi_p - 2 \cdot k \cdot v}{k} \cdot \frac{k-1}{k+1} = 0.$$

А с учетом выражения (2.42) правая часть (2.87) будет иметь вид:

$$\tau'' = \frac{2 \cdot p_{\text{ст}} \cdot V_K \cdot (k-1) \cdot \beta \cdot T_H}{T_{\text{ст}} \cdot m_{\text{ст}} \cdot R \cdot (\varphi_p - 2 \cdot k \cdot v)}. \quad (2.89)$$

Применяя к (2.88) прямое преобразование Лапласа, с учетом того, что $k'_{\text{вх}} = 0$, получим:

$$(\tau^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \tau \cdot s + 1) \cdot X(s) = \tau'' \cdot s \cdot Z(s), \quad (2.90)$$

где $X(s)$ – изображение выходного сигнала $\delta \bar{T}$; $Z(s)$ – изображение входного сигнала $\delta \bar{T}_H$.

Откуда, передаточная функция камеры по температуре будет равна:

$$W_T(s) = \frac{X(s)}{Z(s)} = \frac{\tau'' \cdot s}{\tau^2 \cdot s^2 + 2 \cdot \tau \cdot \zeta \cdot s + 1}. \quad (2.91)$$

Таким образом, математическая модель генератора, для случая, когда выходным сигналом будет температура газо-аэрозольной смеси, может быть представлена в виде совокупности апериодических звеньев с различными

постоянными времени и дифференцирующего звена с постоянной времени τ'' .

2.5.3. Временные характеристики ГОА

Получим динамические характеристики камеры сгорания во временной области при входном воздействии в виде единичной ступенчатой функции. Реакцию на подобный сигнал принято называть единичной переходной функцией [41].

Реакцию на единичный ступенчатый сигнал запишем в виде:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\}, \quad (2.92)$$

где L^{-1} – оператор обратного преобразования Лапласа.

Подставим в (2.92) вместо $W(s)$ выражение из (2.77), после ряда преобразований имеем:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{k_{\text{вх}} \cdot (\tau' \cdot s + 1)}{\tau^2 \cdot s \cdot \left(s + \frac{1}{T_1}\right) \cdot \left(s + \frac{1}{T_2}\right)} \right\}, \quad (2.93)$$

где

$$T_1 = \frac{\tau}{\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}}; \quad (2.94)$$

$$T_2 = \frac{\tau}{\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}}. \quad (2.95)$$

Вынесем постоянные коэффициенты за знак обратного преобразования Лапласа и представим выражение в фигурных скобках в (2.93) в виде суммы:

$$h(t) = \frac{k_{\text{вх}}}{\tau^2} \cdot L^{-1} \left\{ \frac{\tau'}{\left(s + \frac{1}{T_1}\right) \cdot \left(s + \frac{1}{T_2}\right)} + \frac{1}{s \cdot \left(s + \frac{1}{T_1}\right) \cdot \left(s + \frac{1}{T_2}\right)} \right\}. \quad (2.96)$$

Используя таблицы соответствия оригиналов основных элементарных функций и их изображений [1], согласно теореме о свертывании оригиналов

запишем:

$$h(t) = \frac{k_{\text{ВХ}}}{\tau^2} \cdot \left[T_2 \cdot \int_0^t e^{-\frac{t-t'}{T_1}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t-t'}{T_2}} \right) \cdot dt' + \int_0^t e^{-\frac{t-t'}{T_1}} \cdot e^{-\frac{t-t'}{T_2}} \cdot dt' \right]. \quad (2.97)$$

После интегрирования получим:

$$h(t) = k_{\text{ВХ}} \cdot \left(1 - T_1' \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + T_2' \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \right), \quad (2.98)$$

где $k_{\text{ВХ}}$ – коэффициент усиления по входному воздействию, определяемый выражением (2.81);

$$T_1' = \frac{T_1 - \tau'}{T_1 - T_2}; \quad (2.99)$$

$$T_2' = \frac{T_2 - \tau'}{T_1 - T_2}. \quad (2.100)$$

Нормальная реакция любого устройства на произвольное воздействие $z(t)$ определяется выражением:

$$x(t) = \int_{t_0}^t \omega(t - \tau) \cdot z(\tau) \cdot d\tau, \quad (2.101)$$

где $z(t)$ – входной сигнал; $\omega(t)$ – импульсная переходная функция; t_0 – момент начала входного воздействия.

Под импульсной переходной характеристикой будем понимать реакцию устройства на входной сигнал в виде единичного импульса $\delta(t)$, который обладает следующими свойствами:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0; \\ 0, & t \neq 0. \end{cases} \quad (2.102)$$

Импульсная переходная функция связана с единичной переходной функцией следующим соотношением [1]:

$$\omega(t) = \frac{dh(t)}{dt}. \quad (2.103)$$

Продифференцировав (2.98), получим выражение импульсной переходной функции:

$$\omega(t) = k_{\text{вх}} \cdot \left(\frac{T_1'}{T_1} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{T_2'}{T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \right). \quad (2.104)$$

Рассмотрим случай, когда входное воздействие представляет ступенчатый сигнала [23]. То есть следующую зависимость от времени:

$$z(t) = k_0 \cdot 1(t), \quad (2.105)$$

где k_0 – коэффициент передачи;

$$1(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0; \\ 1, & t > 0. \end{cases} \quad (2.106)$$

Подставим (2.104) и (2.105) в формулу (2.101), после интегрирования получим:

$$x(t) = k_0 \cdot k_{\text{вх}} \cdot \left[T_1' \cdot e^{-\frac{t_0}{T_1}} - T_1' \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2' \cdot e^{-\frac{t_0}{T_2}} + T_2' \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \right]. \quad (2.107)$$

Если входной сигнал был подан в момент времени $t_0 = 0$, то выражение (2.107) можно переписать следующим образом:

$$x(t) = k_{\text{вх}} \cdot k_0 \cdot \left(1 - T_1' \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + T_2' \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \right). \quad (2.108)$$

Сравнивая полученное выражение и выражение (2.98) можно сделать вывод о том, что при подаче единичного ступенчатого сигнала в момент времени равный нулю и при $k_0 = 1$, выходные сигналы совпадают.

Графики зависимостей переходных характеристик при различных значениях параметров заряда и корпуса генератора представлены на рис. 2.8 – 2.10.

На рис. 2.8 изображены временные характеристики при различных значениях плотности аэрозолеобразующего заряда, где цифрой 1 – обозначен график переходного процесса при $\rho_T = 3000 \text{ кг/м}^3$, а 2 – при $\rho_T = 1500 \text{ кг/м}^3$.

Анализ графика показал, что при увеличении плотности заряда в два раза значение выходного сигнала увеличивается в четыре раза, при этом

очевидно, что длительность переходного процесса с повышением плотности возрастает.

Временные характеристики ГОА для различных значений скорости горения представлены на рис. 2.9. На нем цифрой 1 – обозначен график при $u = 1,5 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$, 2 – при $u = 0,5 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$.

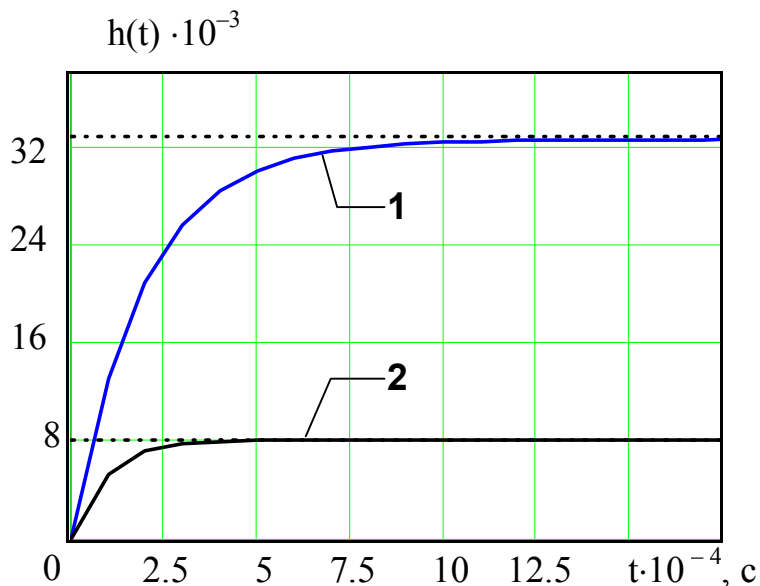


Рис. 2.8. График единичной переходной функции при различных значениях плотности аэрозолеобразующего заряда

Из представленных зависимостей видно, что увеличение скорости горения приводит к увеличению коэффициента передачи. Но при этом длительность переходного процесса значительно возрастает.

На рис. 2.10 приведен график, который характеризует изменение давления в камере генератора при изменении температуры горения заряда. На графике цифрой 1 обозначен переходный процесс при температуре горения заряда $T_{\Gamma} = 3000 \text{ К}$, а цифрой 2 – при $T_{\Gamma} = 500 \text{ К}$. Анализ графиков показал, что снижение температуры горения заряда в 6 раз приводит к увеличению длительности переходного процесса в 3 раза. Вместе с этим снижение температуры приводит к уменьшению значения коэффициента передачи более чем в 4 раза.

Подставим в (2.92) передаточную функцию (2.91)

$$h_{\Gamma}(t) = \frac{\tau''}{\tau} \int_0^t e^{-\frac{t'}{T_1}} \cdot e^{-\frac{t-t'}{T_2}} \cdot dt', \quad (2.109)$$

где τ'' – определяется выражением (2.87); τ – определяется выражением (2.78).

После интегрирования получим выражение единичной переходной функции для случая, когда выходной сигнал – среднеобъемная температура

в камере ГОА.

$$h^T(t) = \frac{\tau''}{T_1 - T_2} \cdot \begin{pmatrix} e^{-\frac{t}{T_1}} & e^{-\frac{t}{T_2}} \end{pmatrix}. \quad (2.110)$$

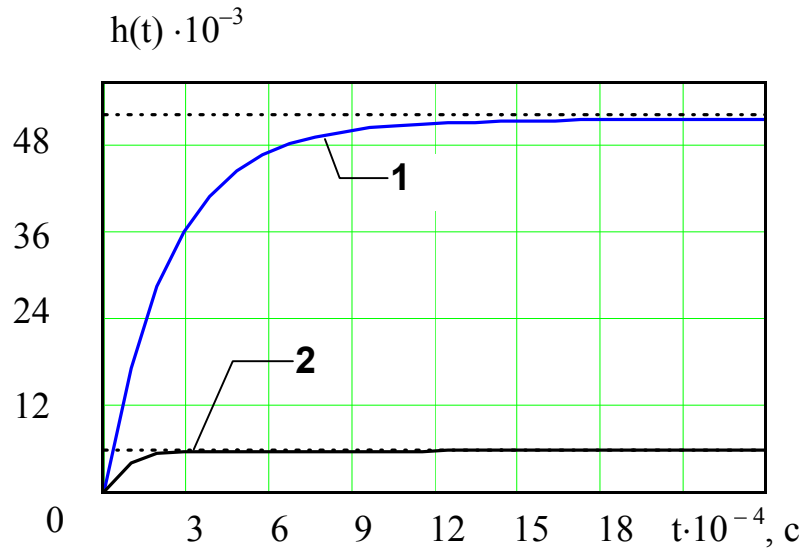


Рис. 2.9. График единичной переходной функции для различных значений скорости горения заряда

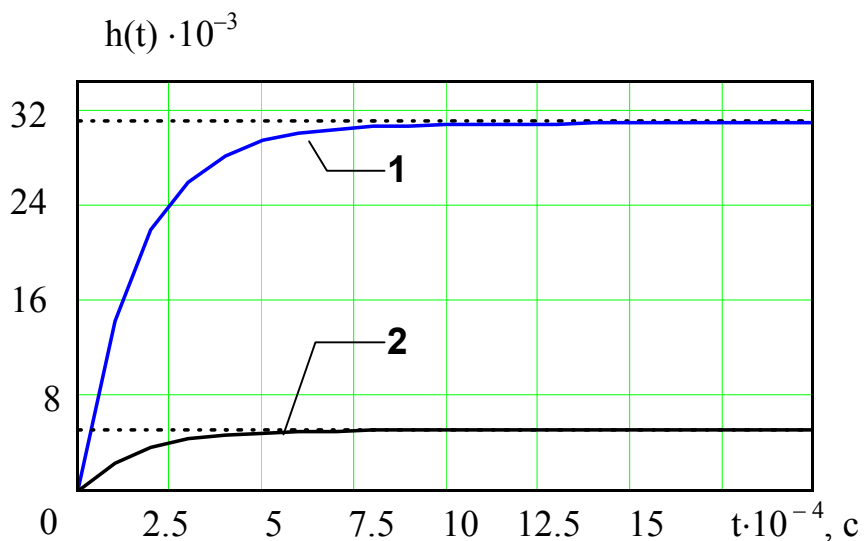


Рис. 2.10. График единичной переходной функции при различных значениях температуры горения аэрозолеобразующего заряда

Импульсная переходная функция для системы (2.85), согласно (2.103) будет иметь вид:

$$\omega^T(t) = \frac{\tau''}{T_1 - T_2} \cdot \left(\frac{1}{T_1} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \frac{1}{T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_2}} \right) \quad (2.111)$$

Тогда выражение, описывающие изменения среднеобъемной температуры в камере генератора, при ступенчатом входном воздействии (2.105), в нулевой момент времени, будет иметь вид:

$$T_0(t) = \frac{\tau'' \cdot k_0}{T_1 - T_2} \cdot \left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-\frac{t}{T_2}} \right). \quad (2.112)$$

Таким образом, выражения (2.108) и (2.112) позволяют находить значения среднеобъемного давления и среднеобъемной температуры продуктов горения аэрозолеобразующего заряда в камере ГОА, при скачкообразном изменении начальной температуры заряда.

2.5.4. Оценка длительности переходного процесса в камере сгорания ГОА

Длительностью переходного процесса называется интервал времени между моментом подачи входного сигнала и моментом времени, в который выходной сигнал системы не будет отличаться от его установившегося значения не более чем на величину δ , где δ – заданная малая постоянная величина.

Таким образом, длительность переходного процесса можно определить из следующего условия:

$$|h(t_{\text{пн}}) - h(\infty)| \leq \varepsilon, \quad (2.113)$$

где $t_{\text{пн}}$ – длительность переходного процесса; $h(\infty)$ – установившееся значение переходной функции; ε – величина, которая определяется выражением:

$$\varepsilon = \delta \cdot h(\infty). \quad (2.114)$$

Анализ соотношения предэкспоненциальных множителей при втором и третьем слагаемых выражения (2.98) проведем с помощью графической зависимости на рис. 2.11.

Анализ графика показал, что при $\zeta > 1$ будет иметь место $T_1/T_2 \gg 1$, следовательно, третьим слагаемым в (2.98) можно пренебречь, тогда это выражение можно переписать следующим образом:

$$h'(t) = k_{\text{ВХ}} \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \right). \quad (2.115)$$

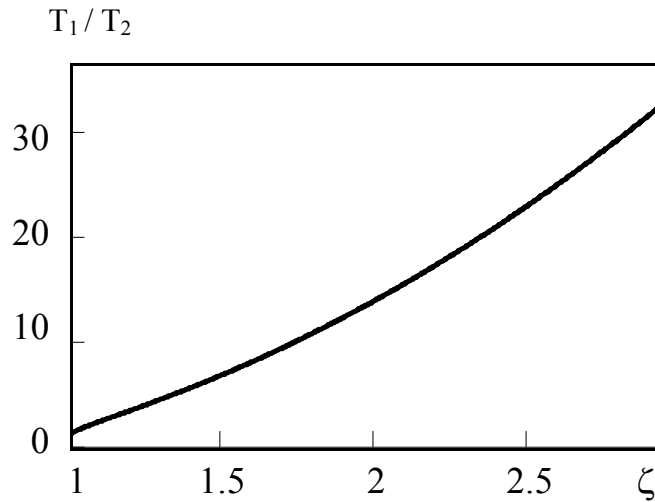


Рис. 2.11. Зависимость T_1 / T_2 от коэффициента ζ

Для монотонного переходного процесса перепишем выражение (2.113) с учетом (2.114) и (2.115) в следующем виде:

$$k_{\text{ВХ}} \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_1 + T_2} \cdot e^{-\frac{t_{\text{III}}}{T_1}} \right) - h(\infty) = \delta \cdot h(\infty). \quad (2.116)$$

При условии

$$h(\infty) = k_{\text{ВХ}}, \quad (2.117)$$

имеем после логарифмирования из (2.116)

$$t_{\text{III}} = T_1 \cdot \ln \left[\frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \frac{1}{\delta} \right]. \quad (2.118)$$

При решении технических задач величину δ можно принимать равной 5% от установившегося значения переходной функции. С учетом этого, а также выражений (2.100) и (2.101) длительность переходного процесса может быть определена из следующего выражения [24]:

$$t_{\text{пп}} = \frac{\tau}{\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}} \cdot \ln \left[10 \cdot \left(\frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - 1}} + 1 \right) \right]. \quad (2.119)$$

Анализ выражения (2.119) показывает, что длительность переходного процесса, для устройства с передаточной функцией (2.77), зависит только от величины постоянной времени и коэффициента затухания. С учетом того, что минимальное значения коэффициента ζ , согласно выражению (2.84), зависит только от показателя адиабаты и при $k = 1.3$ равно 1.072. Подставив в (2.119) $\zeta_{\text{min}} = 1.072$ получим:

$$t_{\text{пп}} = 5.3 \cdot \tau \quad (2.120)$$

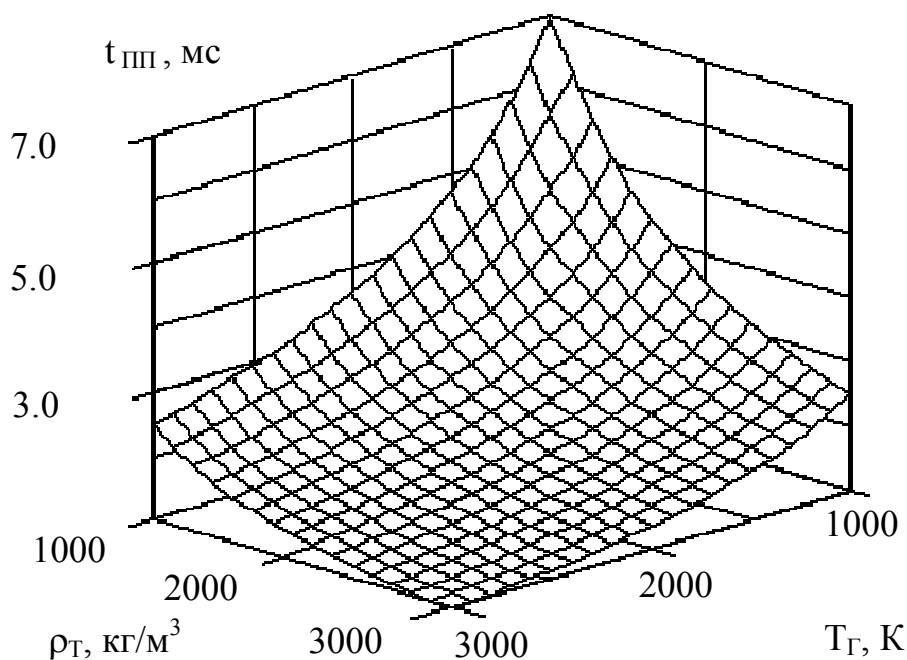


Рис. 2.12. Зависимость длительности переходного процесса в камере генератора от плотности и температуры горения заряда

Таким образом, минимальное значение длительности переходного процесса определяется значением постоянной времени камеры генератора.

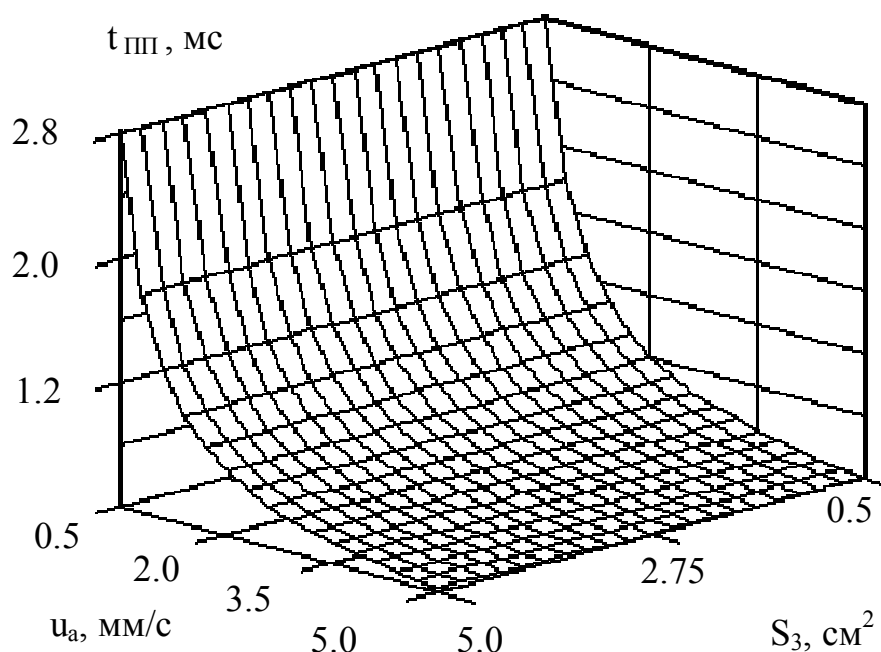


Рис. 2.13. Зависимость длительности переходного процесса в камере генератора от скорости и площади поверхности горения заряда

Анализ графиков, представленных на рис. 2.12-2.13, показал, что на длительность переходного процесса существенное влияние оказывают физико-химические свойства аэрозолеобразующего заряда: плотность, температура и скорость его горения. Например, увеличение плотности и температуры горения в 3 раза приводит к изменению исследуемого показателя практически на порядок. Увеличение скорости горения при атмосферном давлении на порядок приводит к снижению длительности переходного процесса в 10 раз. Изменение площади поверхности горения незначительно отражается на изменении длительности переходного процесса.