
3. ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ГЕНЕРАТОРА ОГNETУШАЩЕГО АЭРОЗОЛЯ

3.1. Исследование влияния геометрических размеров корпуса и свойств аэрозолеобразующего заряда генератора на величину массового расхода и скорость сгорания заряда АОС

Одной из основных характеристик генератора является его способность подать определенное количество огнетушащего вещества за единицу времени [32]. Определим массовый расход в установившемся режиме, подставив в (2.46) справа значения давления, найденные для частных случаев 1 – 4. Получим для 1-го случая

$$M_{\text{ст}} = \rho_{\text{T}} \cdot S_3 \cdot u_1 \cdot \sqrt{1 + \eta}. \quad (3.1)$$

Для случая когда $v = \alpha$

$$M_{\text{ст}} = \frac{\rho_{\text{T}} \cdot S_3 \cdot u_1}{1 - \eta}. \quad (3.2)$$

В случае $v = \frac{3 \cdot \alpha}{4}$, расход будет определяться выражением:

$$M_{\text{ст}} = \rho_{\text{T}} \cdot S_3 \cdot u_1 \cdot \left[\frac{\eta + \sqrt{4 + \eta^2}}{2} \right]^{\frac{3}{2}}. \quad (3.3)$$

При $v = \frac{3 \cdot \alpha}{2}$ будем иметь:

$$M_{\text{ст}} = \rho_{\text{T}} \cdot S_3 \cdot u_1 \cdot \left[\frac{1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \eta}}{2 \cdot \eta} \right]^{\frac{3}{2}}. \quad (3.4)$$

Исследование влияния параметров корпуса генератора и характеристик топлива на величину массового секундного расхода проведем с помощью соответствующих графиков.

На рис 3.1 представлен график зависимости массового расхода от площади поверхности горения при $u_a = 1 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$, $T_{\text{T}} = 2200 \text{ К}$, $S_{\text{В}} = 1.18 \text{ см}^2$, $R = 287 \text{ Дж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$, $\mu = 0.97$, $\rho_{\text{T}} = 1819 \text{ кг/м}^3$, $p_{\text{АТМ}} = 101325 \text{ Па}$, $\chi = 0.9$, $k = 1.4$, $v = 0.286$.

Зависимость на рассматриваемом диапазоне носит линейный характер. При изменении площади поверхности горения на $\pm 20 \%$ относительно $S_3 = 9.08 \text{ см}^2$ массовый расход увеличивается более чем в 1.5 раза.

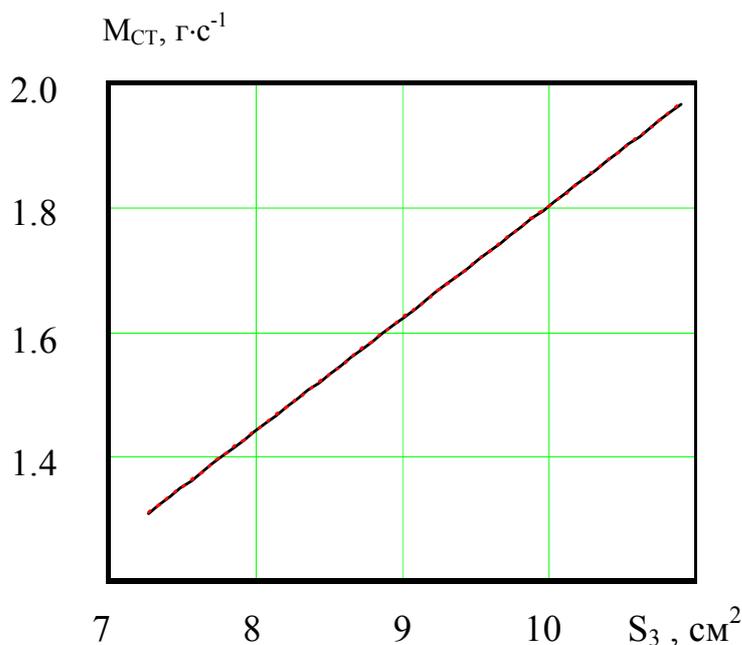


Рис. 3.1 Зависимость массового расхода от площади поверхности горения

Исследуем влияние на величину массового расхода площади выпускных отверстий с помощью графических зависимостей представленных на рис. 3.2

Анализ этих зависимостей показывает, что с ростом площади выходных отверстий массовый расход убывает, причем для зарядов с большим значением показателя ν , снижение расхода происходит быстрее. Изменение S_B более чем на 50 % относительно $S_B = 1.18 \text{ cm}^2$ приводит к изменению расхода на сотые доли процента, что позволяет сделать вывод о неэффективности влияния на величину массового расхода, при докритическом режиме истечения аэрозоля, путем изменения площади выпускных отверстий.

Определим степень влияния температуры горения твердотопливного заряда на величину массового расхода. Соответствующая графическая зависимость представлена на рис. 3.3.

Несмотря на то, что для обоих случаев наблюдается рост массового расхода при увеличении температуры горения, прирост расхода составляет всего 0.001 % при повышении температуры на 1000 К. Это позволяет сделать вывод о том, что снижение температуры горения ТТЗ, а следовательно, и температуры газоаэрозольной смеси на выходе генератора, не вызовет скольнибудь существенного снижения массового расхода.

$M_{CT}, \text{г}\cdot\text{с}^{-1}$

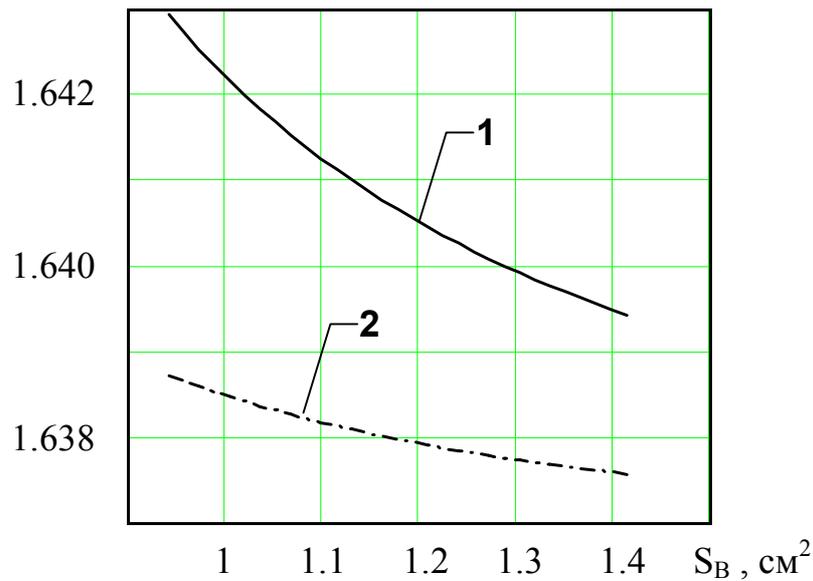


Рис. 3.2. Зависимость массового расхода от площади выпускных отверстий: 1 – $\nu = 0.43$; 2 – $\nu = 0.14$

Определенный интерес вызывает исследование влияния параметров, характеризующих скорость горения аэрозолеобразующего заряда, на величину массового расхода (рис. 3.4).

$M_{CT}, \text{г}\cdot\text{с}^{-1}$

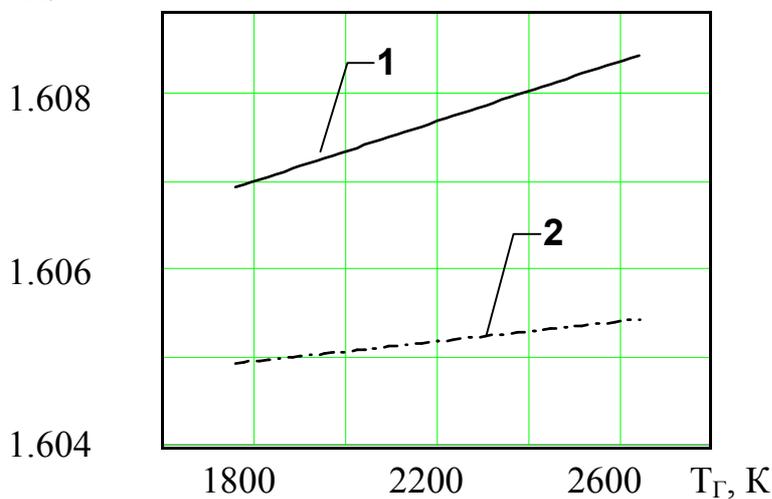


Рис. 3.3. Зависимость массового расхода от температуры горения заряда: 1 – $\nu = 0.43$; 2 – $\nu = 0.14$

Анализ зависимости на рис. 3.4 показывает, что рост скорости горения u_a , приводит к пропорциональному увеличению массового расхода, причем большему значению плотности заряда, прямая 1, соответствует больший прирост расхода.

Исследуем влияние начальной температуры заряда на величину массового расхода с помощью графика представленного на рис. 3.5.

Анализ рассмотренных графических зависимостей показал, что влияние показателя ν незначительно, прямые 1 и 2 практически совпадают, а положение прямых, соответствующих разным значениям плотности заряда, близко к параллельному и в обоих случаях с ростом начальной температуры заряда приводит к повышению значения массового расхода на 10 %.

Таким образом, массовый секундный расход в установившемся режиме работы генератора, в зависимости от значения показателя ν , определяется выражениями (3.1) – (3.4). Установлено, что величина массового расхода, при докритическом режиме истечения газоаэрозольной смеси из выпускных отверстий, существенно зависит от плотности аэрозолеобразующего заряда, площади поверхности горения заряда, начальной температуры заряда и скорости его горения при атмосферном давлении. Варьирование указанных параметров приводит к изменению массового секундного расхода на 10 – 50 %.

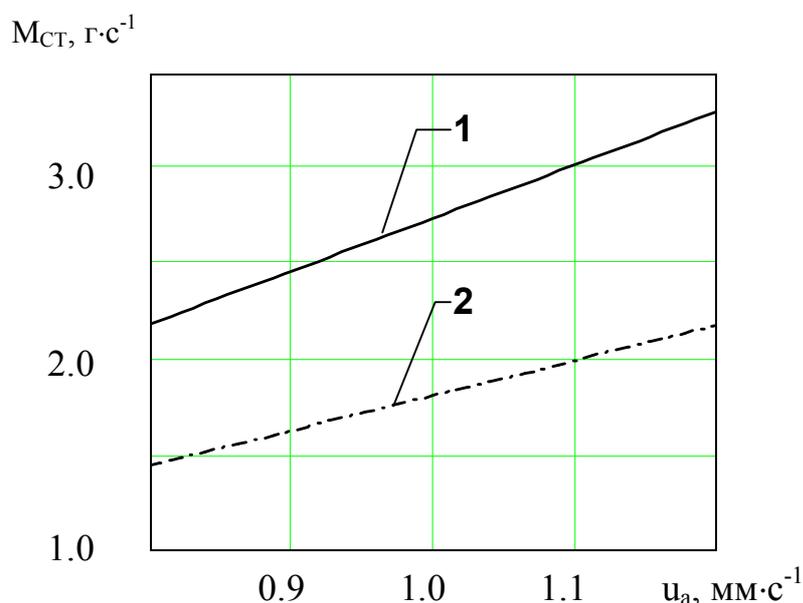


Рис. 3.4. Зависимость массового расхода от скорости горения заряда:
 1 – $\rho_T = 2200 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$; 2 – $\rho_T = 1450 \text{ кг}\cdot\text{м}^{-3}$

Слабое влияние на величину массового расхода, которое оказывает изменение температуры горения аэрозолеобразующего заряда, позволяет добиться снижения температуры газоаэрозольной смеси на выходе генератора без значительного уменьшения расхода.

Аналитическое выражение для скорости горения аэрозолеобразующего заряда, в установившемся режиме работы ГОА, легко получить, подставив в (2.8) значения стационарного давления (2.55), (2.58) (2.61) или (2.66), в зависимости от значения показателя ν . Определим степень влияния на скорость горения заряда параметров генератора и заряда с помощью графических зависимостей, которые получены при следующих постоянных

$u_a = 1 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$, $\beta = 10^{-3}$, $T_{\Gamma} = 2200 \text{ К}$, $S_B = 1.18 \text{ см}^2$, $R = 287 \text{ Дж} \cdot (\text{кг} \cdot \text{К})^{-1}$, $\mu = 0.97$,
 $\rho_{\Gamma} = 1819 \text{ кг/м}^3$, $\chi = 0.9$, $p_{\text{АТМ}} = 101325 \text{ Па}$, $k = 1.4$, $\nu = 0.286$.

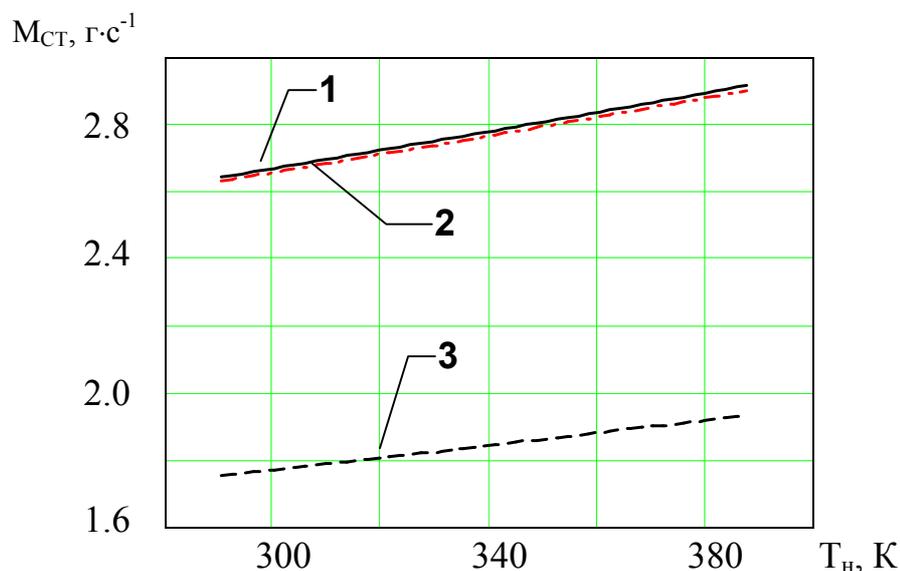


Рис. 3.5. Зависимость массового расхода от начальной температуры заряда: 1 – $\rho_{\Gamma} = 2200 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ $\nu = 0.43$; 2 – $\rho_{\Gamma} = 2200 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ $\nu = 0.14$; 3 – $\rho_{\Gamma} = 1450 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ $\nu = 0.43$

На рис. 3.6 представлена зависимость скорости горения от температуры горения заряда, где цифрой 1 обозначен график при $\nu = 0.43$, а 2 – при $\nu = 0.14$.

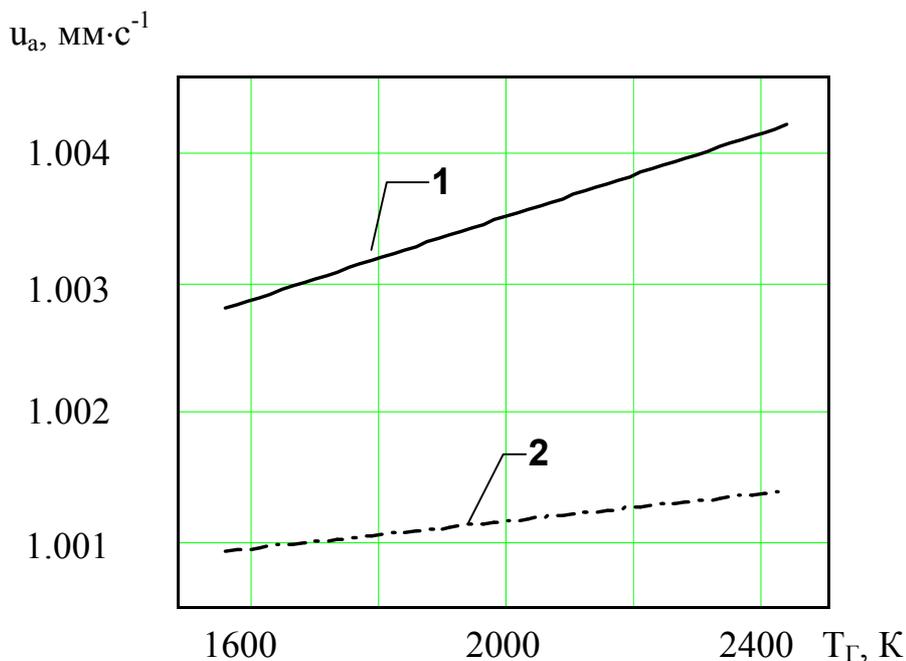


Рис. 3.6. Зависимость скорости горения заряда от температуры его горения: 1 – $\nu = 0,43$; 2 – $\nu = 0,14$

Очевидно, что при любых ν , принадлежащих исследуемому диапазону, повышение температуры горения заряда приводит к незначительному повышению скорости горения.

Зависимость скорости горения от начальной температуры заряда при значении плотности заряда $\rho_T = 2200 \text{ кг/м}^3$ – график 1 и $\rho_T = 1450 \text{ кг/м}^3$ – график 2, представлена на рис. 3.7.

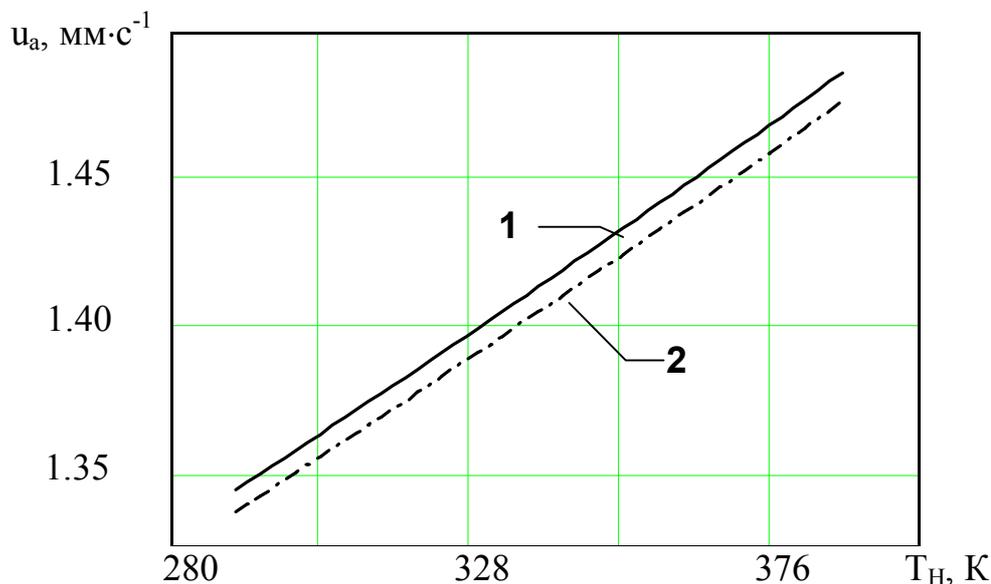


Рис. 3.7. Зависимость скорости горения заряда от его начальной температуры: 1 – $\rho_T = 2200 \text{ кг·м}^{-3}$; 2 – $\rho_T = 1450 \text{ кг·м}^{-3}$

Повышение начальной температуры заряда на 100 К приводит к увеличению скорости его горения на 8 %. Вместе с тем повышение плотности заряда в 1.5 раза хотя и приводит к увеличению скорости горения, но это повышение весьма незначительно. Это позволяет сделать вывод о том, что скорость горения заряда чувствительна к изменению условий внешней среды – начальной температуре заряда, а изменение характеристик самого заряда: плотности, температуры горения и показателя ν в законе горения, приводит к несущественному изменению скорости горения.

3.2. Исследование длительности работы генератора огнетушащего аэрозоля

На стационарном режиме работы среднеобъемная температура и давление газоаэрозольной смеси остаются постоянными и определяются выражениями (2.48) и (2.55), (2.58), (2.61), (2.66). Из третьего уравнения системы (2.19), с учетом (2.8) получим:

$$\frac{dV_K}{dt} = S_3 \cdot u_a \cdot \left(\frac{p_{CT}}{p_{ATM}} \right)^v e^{\beta \cdot T_H}. \quad (3.5)$$

Исходя из геометрического смысла первой производной, изменение свободного объема камеры можно представить в виде:

$$\frac{dV_K}{dt} = \frac{V_K - V_K^0}{t_p}, \quad (3.6)$$

где t_p – время выгорания заряда; V_K^0 – начальный свободный объем камеры.

С другой стороны, выражение стоящее справа в числителе, согласно геометрической модели корпуса ГОА генератора можно записать:

$$V_{ЗАР} = V_K - V_K^0, \quad (3.7)$$

где $V_{ЗАР}$ – объем аэрозолеобразующего заряда.

С учетом того, что шашка аэрозолеобразующего заряда представляет собой правильный круговой цилиндр, запишем:

$$V_{ЗАР} = \ell \cdot S_3, \quad (3.8)$$

где ℓ – длина шашки твердотопливного заряда.

Таким образом, с учетом (3.7) и (3.8) формула (3.6) будет выглядеть так

$$\frac{dV_K}{dt} = \frac{\ell \cdot S_3}{t_p}. \quad (3.9)$$

Подставляя вместо левой части уравнения (3.5) выражение (3.9) получим зависимость, позволяющую оценить время работы генератора:

$$t_p = \frac{\ell}{u_1 \cdot \left(\frac{p_{CT}}{p_{ATM}} \right)^v}, \quad (3.10)$$

где

$$u_1 = u_a \cdot e^{\beta \cdot T_H}.$$

С учетом выражений стационарного давления, полученных для частных случаев, продолжительность работы ГОА может быть представлена следующими выражениями.

Случай 1.

$$t_p = \frac{\ell}{u_1} \cdot \sqrt{\frac{1}{1+\eta}}. \quad (3.11)$$

Случай 2.

$$t_p = \frac{\ell}{u_1} \cdot (1-\eta). \quad (3.12)$$

Случай 3.

$$t_p = \frac{\ell}{u_1} \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot \eta}{1 - \sqrt{1 - 4 \cdot \eta}}\right)^3}. \quad (3.13)$$

Случай 4.

$$t_p = \frac{\ell}{u_1} \cdot \sqrt{\left(\frac{2}{\eta + \sqrt{\eta^2 + 4}}\right)^3}. \quad (3.14)$$

Исследование влияния параметров аэрозолеобразующего заряда и корпуса генератора на время его работы проведем при следующих значениях постоянных:

$$\begin{aligned} u_a &= 0.001 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}; \beta = 0.001; T_{\Gamma} = 2200 \text{ К}; S_B = 1.178 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; \\ S_3 &= 9.08 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2; R = 287 \text{ Дж} / (\text{кг} \cdot \text{К}); \rho_{\Gamma} = 1819 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}; \\ p_{\text{атм}} &= 101325 \text{ Па}; \mu = 0.97; \chi = 0.9; k = 1.4. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Чтобы выяснить степень влияния показателя ν на продолжительность работы генератора, подставим значения, рассчитанные по формулам (3.11) и (3.14), при постоянных (3.15) в формулу линейной интерполяции (2.67). Графическая интерпретация результатов представлена на рис. 3.8. Из анализа этого графика следует, что результаты интерполяции, прямая 1, хорошо согласуются с истинными данными, которые обозначены кругами. Также отмечено, что увеличение показателя ν в 3.5 раза приводит к снижению времени всего лишь на 0.3 %.

Влияние параметров аэрозолеобразующего заряда на длительность работы ГОА можно установить с помощью графической зависимости на рис. 3.9. Увеличение температуры горения и плотности заряда приводит к снижению продолжительности работы ГОА. Причем изменение плотности заряда приводит к более интенсивному изменению времени работы, хотя варьирование обоих параметров приводит к незначительному его снижению.

Тот факт, что температура горения заряда слабо влияет на время работы генератора, позволяет применять топлива с низкой температурой горения. Это дает возможность, согласно выражению (2.48), снизить

температуру аэрозоля внутри корпуса, а следовательно и на выходе из генератора.

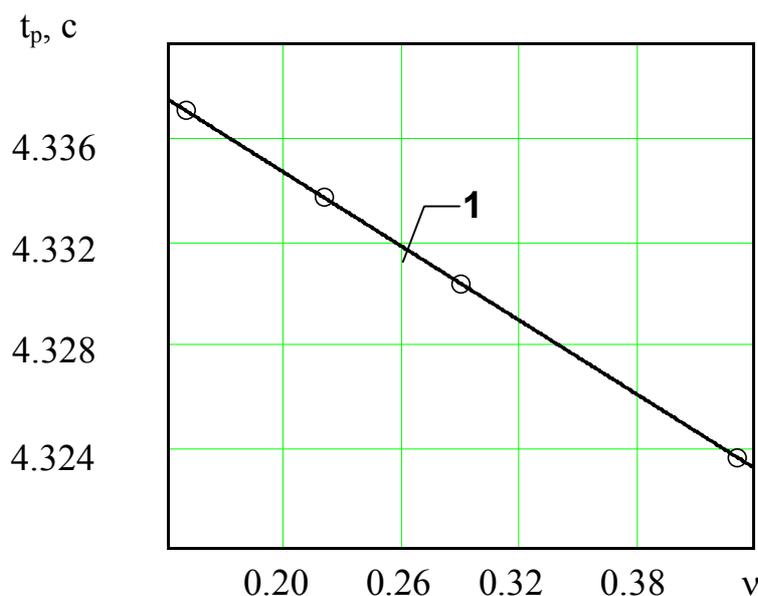


Рис. 3.8. Зависимость времени работы ГОА от значения показателя ν

Изучим влияние начальной температуры и скорости горения заряда при атмосферном давлении на время работы генератора с помощью графика, представленного на рис. 3.10.

Очевидно, что с ростом значений обоих параметров время работы уменьшается. Необходимо отметить, что при начальной температуре заряда близкой к 0°C , повышение скорости горения заряда приводит к уменьшению времени работы быстрее, чем при более высокой температуре.

На рис. 3.11 представлена графическая зависимость времени работы ГОА от площади поверхности горения и площади выпускных отверстий. Варьирование указанных параметров приводит к незначительному изменению времени работы ГОА.

Причем минимальное время достигается при увеличении площади поверхности горения и уменьшении площади выпускных отверстий. Следует отметить, что отношение между исследуемыми параметрами ограничено некоторым значением, превышение которого приведет к изменению режима истечения газо-аэрозольной смеси из генератора.

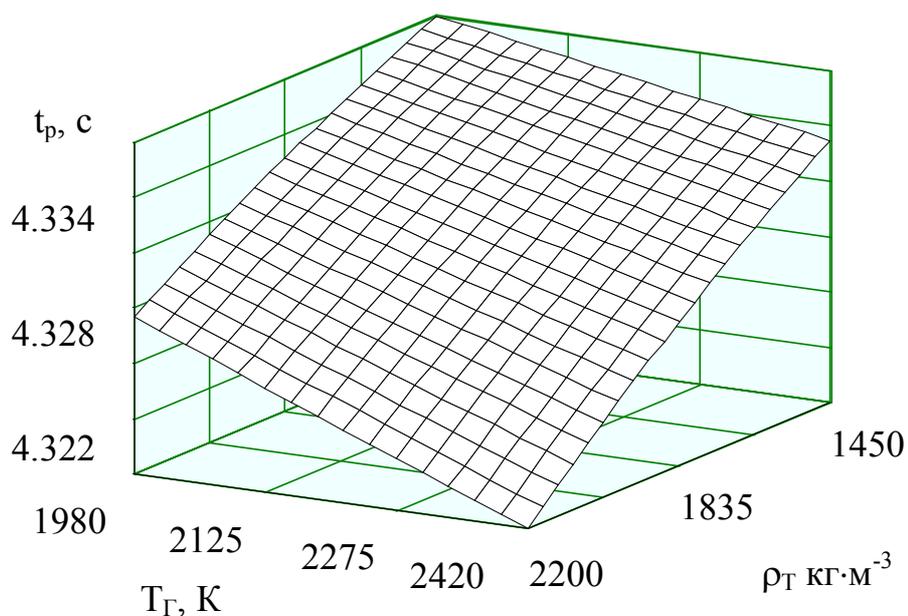


Рис 3.9. Зависимость времени работы ГОА от температуры горения и плотности заряда АОС

Таким образом, время работы генератора определяется выражением (3.10). Анализ этого выражения показал, что время работы ГОА прямо пропорционально длине заряда, коэффициент пропорциональности принимает значения порядка 10^3 . Так же установлено, что значительное влияние на длительность работы оказывает скорость горения заряда при атмосферном давлении, начальная температура аэрозолеобразующего состава.

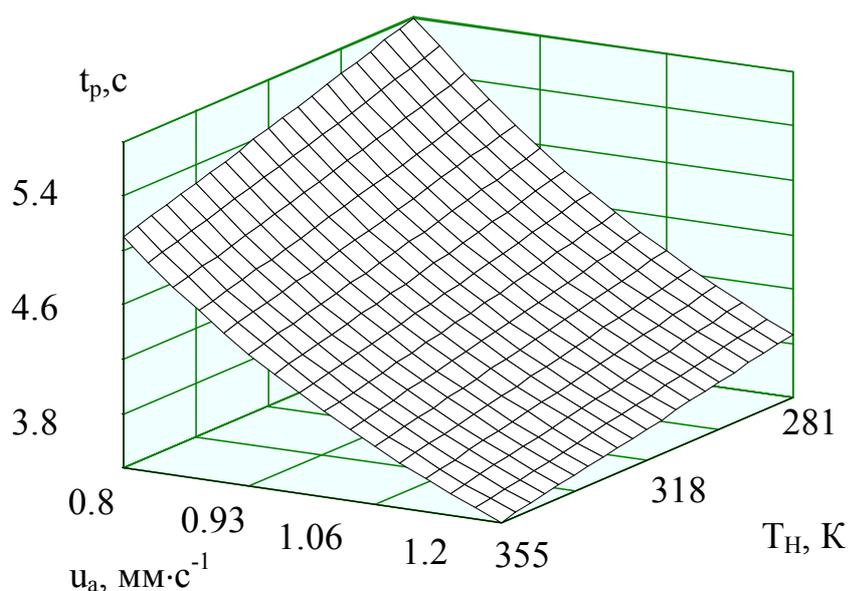


Рис. 3.10. Зависимость времени работы ГОА от начальной температуры заряда и скорости его горения u_a

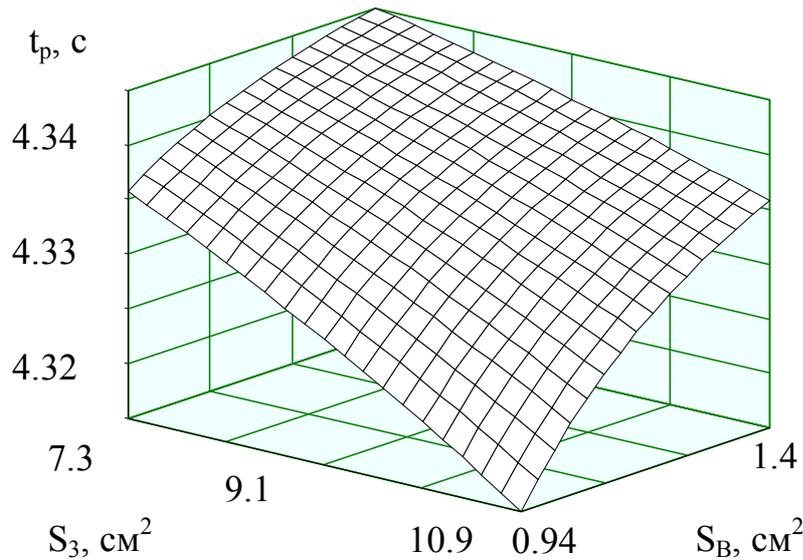


Рис. 3.11. Зависимость времени работы ГОА от площади поверхности горения и площади выпускных отверстий

3.3. Исследование допустимого отношения между площадью поверхности горения заряда АОС и площадью выпускных отверстий

Проведенные исследования показали, что величина площади поверхности горения заряда АОС оказывает определенное влияние на изменение основных характеристик генератора.

Перепишем выражение (2.49) в следующем виде

$$\frac{S_3}{S_B} = \frac{\mu}{\rho_T \cdot u_a \cdot e^{\beta \cdot T_H}} \cdot \left(\frac{p_{ATM}}{p_{CT}} \right)^v \cdot \sqrt{\frac{2}{\alpha} \cdot \frac{p_{CT}^2}{R \cdot T_\Gamma \cdot \chi} \cdot \left(\frac{p_{ATM}}{p_{CT}} \right)^{\frac{2}{k}} \left(1 - \left(\frac{p_{ATM}}{p_{CT}} \right)^\alpha \right)}. \quad (3.16)$$

Выражение (3.16) позволяет определить максимальное отношение между площадью поверхности горения и площадью выпускных отверстий. С учетом выражения (2.55) для определения стационарного давления, полученного при $v = 0.14$, из (3.16) получим

$$\left(\frac{S_3}{S_B} \right)^2 = \psi \cdot \left[\left(\frac{p_{CT}}{p_{ATM}} \right)^\alpha - 1 \right], \quad (3.17)$$

где

$$\psi = \left(\frac{\mu \cdot p_{ATM}}{\rho_T \cdot u_a \cdot e^{\beta \cdot T_H}} \right)^2 \cdot \frac{2}{T_\Gamma \cdot \chi \cdot R \cdot \alpha}. \quad (3.18)$$

Подставим в (3.16) частный результат (2.58), для $\nu = 0.286$, запишем:

$$\left(\frac{S_3}{S_B}\right)^2 = \psi \cdot \left[1 - \left(\frac{p_{\text{АТМ}}}{p_{\text{СТ}}}\right)^\alpha\right]. \quad (3.19)$$

При подстановке (2.61) в (3.16) с учетом того, что $\nu = 0.21$ имеем

$$\left(\frac{S_3}{S_B}\right)^2 = \psi \cdot \left[\left(\frac{p_{\text{СТ}}}{p_{\text{АТМ}}}\right)^\alpha - 1\right] \cdot \left(\frac{p_{\text{АТМ}}}{p_{\text{СТ}}}\right)^{2 \cdot \alpha}. \quad (3.20)$$

С учетом выражения (2.66), при $\nu = 0.43$ выражение (3.16) примет вид:

$$\left(\frac{S_3}{S_B}\right)^2 = \psi \cdot \left[\left(\frac{p_{\text{СТ}}}{p_{\text{АТМ}}}\right)^\alpha - 1\right] \cdot \left(\frac{p_{\text{АТМ}}}{p_{\text{СТ}}}\right)^{\frac{\alpha}{2}}. \quad (3.21)$$

Принимая во внимание, что в установившемся режиме работы генератора, площадь поверхности горения больше площади выпускных отверстий запишем выражение для определения минимального среднеобъемного давления в камере в виде

$$p_{\text{min}} = p_{\text{атм}} \cdot \sqrt[\alpha]{1 + \frac{1}{\psi}}, \quad (3.22)$$

когда $\nu = 0.14$.

Подставляя в (2.58) $S_3/S_B = 1$, получим:

$$p_{\text{min}} = p_{\text{атм}} \cdot \sqrt[\alpha]{\frac{\psi}{\psi - 1}}. \quad (3.23)$$

Аналогично из (2.61) будем иметь

$$p_{\text{min}} = p_{\text{атм}} \cdot \sqrt[\alpha]{\frac{\psi - \sqrt{\psi^2 - 4 \cdot \psi}}{2}}. \quad (3.24)$$

При $\nu = 0.43$ будет:

$$P_{\min} = P_{\text{атм}} \cdot \alpha \sqrt{\left(\frac{1 + \sqrt{1 + 4 \cdot \psi^2}}{2 \cdot \psi} \right)^2} \quad (3.25)$$

На рис 3.12 представлена зависимость S_3/S_B от стационарного давления, где цифрами обозначены: 1 – зависимость при $\nu = 0.14$, 2 – при $\nu = 0.286$.

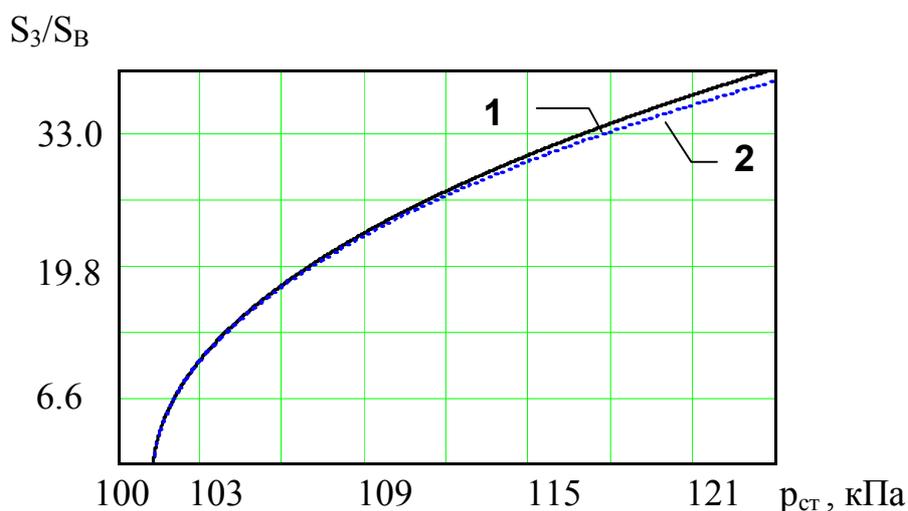


Рис. 3.12. Зависимость отношения площадей от стационарного давления

Анализ графиков показал, что влияние показателя ν сказывается при избыточном давлении порядка 25 кПа, в диапазоне давлений близких к атмосферному, графики практически совпадают. Что говорит о незначительном влиянии показателя ν на исследуемую зависимость.

Анализ зависимости, представленной на рис. 3.13, показал, что увеличение плотности заряда приводит к уменьшению в 1.5 раза значения отношения площадей. Понижение температуры горения заряда способствует росту максимального значения S_3/S_B . Этот факт, позволяет использовать заряды с низкой температурой горения, при этом плотность может принимать ограниченное значение.

Анализ зависимости S_3/S_B от начальной температуры заряда и скорости горения заряда при атмосферном давлении, которая представлена на рис. 3.14, показал, что увеличение перечисленных параметров ведет к уменьшению рассматриваемого соотношения площадей. Но при этом влияние начальной температуры на исследуемое соотношение незначительно, увеличение скорости в 1.5 раза приводит к уменьшению в 1.5 раза S_3/S_B , это позволяет повышать указанные параметры лишь до определенного предела.

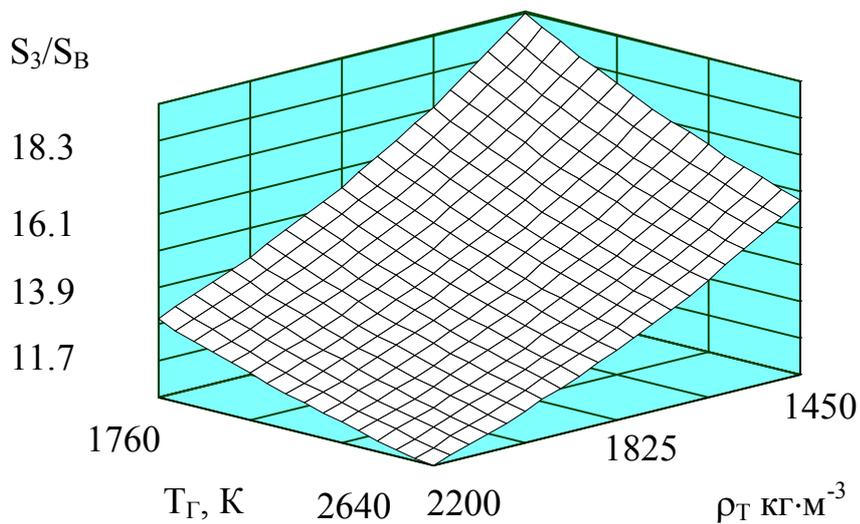


Рис. 3.13. Зависимость отношения площадей от температуры горения и плотности заряда

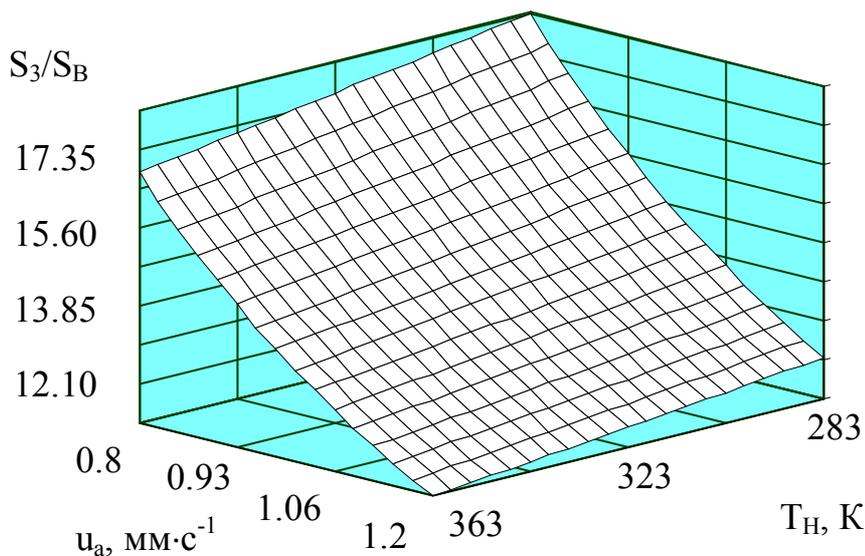


Рис. 3.14. Зависимость отношения площадей от скорости горения заряда при атмосферном давлении и его начальной температуры

Таким образом, выражения (3.17), (3.19) – (3.21) позволяют установить максимальное соотношение между площадью поверхности горения и площадью выпускных отверстий в зависимости от параметров аэрозолеобразующего заряда и корпуса генератора, а также от требуемого значения стационарного давления в корпусе ГОА. Выражения (3.22) – (3.25) устанавливают минимальное значение давления в корпусе генератора при условии $S_3/S_B = 1$. Показано, что в установившемся режиме работы ГОА наибольшее влияние на исследуемое отношение оказывают плотность аэрозолеобразующего заряда и скорость его горения при атмосферном давлении.

3.4. Оценка массы огнетушащего вещества, образующегося во время работы генератора

Запишем выражение для массы огнетушащего вещества, которое образуется на выходе генератора за время t_p , в следующем виде

$$m_{\text{АЭР}} = M_{\text{ст}} \cdot t_p. \quad (3.26)$$

Подставим в (3.26) выражения для массового расхода и времени работы ГОА, найденные в предыдущих пунктах для частных случаев. Получим выражение

$$m_{\text{АЭР}} = \rho_T \cdot S_3 \cdot \ell, \quad (3.27)$$

которое не зависит от значений показателя ν .

С учетом того, что заряд имеет форму правильного цилиндра и горение его осуществляется по торцу, произведение площади поверхности горения S_3 на длину заряда ℓ равно объему шашки аэрозолеобразующего заряда, тогда формулу (3.27) можно переписать в виде

$$m_{\text{АЭР}} = \rho_T \cdot V_{\text{ЗАР}}, \quad (3.28)$$

где $V_{\text{ЗАР}}$ – объем аэрозолеобразующего заряда, которым снабжен ГОА.

Таким образом, произведение, стоящее справа в (3.28) есть не что иное, как масса заряда аэрозолеобразующего состава. Следовательно, равенство (3.28) позволяет отождествить массу состава с массой огнетушащего аэрозоля, образуемого генератором. А так как масса аэрозолеобразующего состава, в соответствии с требованиями нормативных документов [62], является одной из основных характеристик ГОА, выражение (3.27) можно использовать при проектировании генераторов, с заданными характеристиками.

Огнетушащая способность аэрозоля, получаемого при работе ГОА, по определению [62] есть отношение массы заряда АОС в генераторе к максимальному объему условно герметичного помещения, в котором генератор обеспечивает тушение определенных модельных очагов пожара. Это позволяет записать выражение для расчета объема условно герметичного помещения в следующем виде

$$V_{\text{ПОМ}} = \frac{m_{\text{АЭР}}}{q_H}, \quad (3.29)$$

где q_H – нормативная огнетушащая концентрация аэрозоля.

Для различных марок зарядов АОС этот параметр может принимать различные значения. Но, в соответствии с требованиями нормативных документов [62], его величина должна равняться не менее $0.05 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$.

Анализ выражения (3.29) показал, что при фиксированной огнетушащей способности аэрозоля объем защищаемого помещения прямо пропорционален массе образовавшегося за время работы генератора аэрозоля. А значит, согласно (3.27), зависит от плотности и длины заряда, а также площади поверхности горения.

Таким образом, доказано, что масса огнетушащего аэрозоля эквивалентна массе аэрозолеобразующего заряда генератора.

3.5. Имитационные модели характеристик ГОА

3.5.1. Имитационная модель длительности переходного процесса в камере сгорания ГОА

На основании анализа формул, определяющих длительность переходного процесса в камере сгорания генератора огнетушащего аэрозоля, аналитическое выражение, определяющее зависимость длительности переходного процесса от параметров заряда и характеристик камеры можно представить в следующем виде:

$$t_{\text{пт}} = \Phi(\rho_T, h, u_a, \psi), \quad (3.30)$$

где h – высота свободного объема над шашкой аэрозолеобразующего заряда; $\psi = S_3/S_B$ – отношение площади поверхности горения к площади выпускных отверстий.

Или в виде ограниченного полинома:

$$t_{\text{пт}} = b_0 + \sum_{i=1}^4 b_i \cdot x_i + \sum_{i < j} b_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^4 b_{ii} \cdot x_i^2, \quad (3.31)$$

где b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} – выборочные коэффициенты регрессии, которые будут получены в результате численного эксперимента; $x_i, i = \overline{1,4}$ – кодированные переменные, связанные с физическими ρ_T, h, u_a, ψ следующим образом

$$x_1 = \frac{\rho_T - \rho_0}{\delta\rho}; x_2 = \frac{h - h_0}{\delta h}; x_3 = \frac{u_a - u_0}{\delta u}; x_4 = \frac{\psi - \psi_0}{\delta\psi} \quad (3.32)$$

где ρ_0, h_0, u_0, ψ_0 – значения факторов на нулевом уровне, которые приведены в табл.3.1; $\delta\rho, \delta h, \delta u, \delta\psi$ – интервалы варьирования факторов,

указанные в той же таблице.

Таблица 3.1

Уровни варьирования факторов (модель для определения длительности переходного процесса в камере ГОА)

Факторы	Кодовое обозначение	Нулевой уровень $x_i = 0$	Интервал варьирования	Максимальный уровень $x_i = 1$	Минимальный уровень $x_i = -1$
Плотность аэрозолеобразующего заряда, ρ_T , кг/м ³	x_1	1800	300	2100	1500
Высота свободного объема над шашкой заряда, h, см	x_2	4	1.25	5.25	2.75
Скорость горения заряда при атмосферном давлении, u_a , мм/с	x_3	1.2	0.3	1.5	0.9
Отношение площади поверхности горения к площади выпускных отверстий	x_4	10	3	13	7

Полученное эмпирическим путем выражение вида (3.31) будем называть математической моделью длительности переходного процесса.

Проведем имитационное моделирование в оболочке MathCAD 7 Pro. При этом, для нахождения коэффициентов регрессии, используем методы теории планирования эксперимента. Пусть модель (3.31) имеет вид:

$$\begin{aligned}
 t_{III} = & b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_4 \cdot x_4 + \\
 & + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{33} \cdot x_3^2 + b_{44} \cdot x_4^2 + \\
 & + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{14} \cdot x_1 \cdot x_4 + \\
 & + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{24} \cdot x_2 \cdot x_4 + b_{34} \cdot x_3 \cdot x_4 .
 \end{aligned}
 \tag{3.33}$$

Имитационные процедуры будем проводить согласно плану, который дает возможность предсказать значение функции отклика с дисперсией, одинаковой на равных расстояниях от центра плана, то есть центральным композиционным рототабельным планом второго порядка [40]. Реализация плана эксперимента представлена в табл. 3.2, в виде расширенной матрицы, которая позволяет оценить коэффициенты регрессии при взаимодействиях факторов. В этой же таблице приведены результаты опытов по плану 2^4 .

Так как ядро плана имеет вид 2^4 , то согласно табличных данных [40], число опытов в центре плана n_0 равно семи, звездных точек – восемь, с плечом d равным двум.

Число вычислительных процедур тогда должно составлять

$$N = 2^m + 2 \cdot m + n_0 = 31, \text{ при } m = 4. \quad (3.34)$$

По результатам эксперимента в ядре плана получена оценка

$$\tilde{b}_0 = \frac{1}{2} \cdot \sum_{u=1}^4 t_{\text{пп } u}. \quad (3.35)$$

Среднее значение наблюдений в центре плана определим из выражения

$$\bar{t}_{\text{пп}} = \frac{1}{n_0} \cdot \sum_{j=1}^{n_0} t_{\text{пп ц.п. } j}. \quad (3.36)$$

Оценка дисперсии ошибок наблюдений $s_{\text{ц.п.}}^2$, которая определяется по результатам семи параллельных опытов в центре плана, равна отношению суммы квадратов невязки в центре плана и числа степеней свободы $f_{\text{ц.п.}} = n_0 - 1$ [48]

$$s_{\text{ц.п.}}^2 = \frac{1}{n_0 - 1} \cdot \sum_{j=1}^{n_0} (t_{\text{пп ц.п. } j} - \bar{t}_{\text{пп}})^2. \quad (3.37)$$

Критическое значение критерия Стьюдента для числа степеней свободы $f_{\text{ц.п.}} = 6$ при уровне значимости 5% равно $t_{(0.05;6)} = 2.45$ [40]. Проверка гипотезы о значимости квадратичных членов в модели осуществляется на основании соотношения [103]

$$|\bar{t}_{\text{пп}} - \tilde{b}_0| > t_{(0.05;6)} \cdot s_{\text{ц.п.}}^2 \cdot \sqrt{\frac{n_0 + N}{n_0 \cdot N}}. \quad (3.38)$$

Результаты расчетов по формулам (3.35)–(3.38) приведены в табл. 3.3.

Таким образом, наличие квадратичных эффектов в модели (3.31) полностью обосновано.



Таблица 3.3

Результаты расчетов для проверки гипотезы о значимости квадратичных членов модели

\tilde{b}_0	286.38
\bar{t}_{III}	266.7
$ \bar{t}_{\text{III}} - \tilde{b}_0 $	19.7
$s_{\text{ц.п.}}^2$	122.9
$t_{\text{с.кр.}} \cdot s_{\text{ц.п.}}^2 \cdot \sqrt{\frac{n_0 + N}{n \cdot N}}$	11.37

Расчет коэффициентов регрессии произведем с помощью формул

$$b_0 = \frac{A}{N} \left(2 \cdot \lambda^2 (k+2) \sum_{u=1}^N y_u - 2 \cdot \lambda \cdot C \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 y_u \right) \quad (3.39)$$

$$b_i = \frac{C}{N} \sum_{u=1}^N x_{iu} y_u, \quad i = \overline{1, k}; \quad (3.40)$$

$$b_{ij} = \frac{C^2}{N \cdot \lambda} \sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} y_u, \quad i, j = \overline{1, k}, \quad i < j; \quad (3.41)$$

$$b_{ii} = \frac{A}{N} [C^2 ((k+2) \cdot \lambda - k) \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 y_u + C^2 (1 - \lambda) \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N x_{iu}^2 y_u - 2 \cdot \lambda \cdot C \sum_{u=1}^N y_u]; \quad i = \overline{1, k}, \quad (3.42)$$

где приняты обозначения

$$C = \frac{N}{\sum_{u=1}^N x_{iu}^2}; \quad (3.43)$$

$$\lambda = \frac{k \cdot N}{(k+2) \cdot (N - n_0)}; \quad (3.44)$$

$$A = \frac{1}{2 \cdot \lambda \cdot [(k+2) \cdot \lambda - k]}; \quad (3.45)$$

y_u – значение функции отклика.

Для плана с ядром вида 2^4 , будем иметь

$$b_0 = 0.142857 \cdot \sum_{u=1}^N t_{mn_u} - 0.035714 \cdot \sum_{u=1}^N \sum_{i=1}^k \left(x_{iu}^2 \cdot t_{mn_u} \right); \quad (3.46)$$

$$b_i = 0.041667 \sum_{u=1}^N \left(x_{iu} \cdot t_{mn_u} \right); \quad (3.47)$$

$$b_{ij} = 0.0625 \cdot \sum_{u=1}^N \left(x_{iu} x_{ju} \cdot t_{mn_u} \right); \quad (3.48)$$

$$b_{ii} = 0.03125 \cdot \sum_{u=1}^N \left(x_{iu}^2 \cdot t_{mn_u} \right) + 0.00372 \cdot \sum_{i=1}^k \sum_{u=1}^N \left(x_{iu}^2 \cdot t_{mn_u} \right) - \\ - 0.035714 \cdot \sum_{u=1}^N t_{mn_u}. \quad (3.49)$$

Подставим в формулы (3.46) – (3.49) значение для длительности переходного процесса из табл. 3.2, полученные в результате численного эксперимента. Рассчитанные значения оценок коэффициентов уравнения регрессии приведены в табл. 3.4.

Адекватность модели (3.32), коэффициенты которой приведены в табл. 3.4, проверим с помощью критерия Фишера. Так как в каждой точке плана было проведено по одному эксперименту, то ошибку опытов, согласно [48], оценим по результатам повторных экспериментов в центре плана. В соответствии с критерием Фишера должно выполняться неравенство

$$F_{Ад} = \frac{s_{ад}^2}{s_{ц.п.}^2} < F_{кр} \quad (3.50)$$

где $F_{кр}$ – критическое значение критерия Фишера, определяемое по таблице приложения 3 [40], для значений степеней свободы $\varphi_{ад}$, $f_{ц.п.}$ и для уровня значимости 0.05.

В том случае, когда в каждой точке плана проводится по одному опыту, дисперсию воспроизводимости s_y^2 , в соответствии с [48], определяют по результатам n_0 параллельных опытов в центре плана. Таким образом, ошибка опыта s_y^2 совпадает с $s_{ц.п.}^2$ и определяется выражением (3.37)

Значения оценок коэффициентов уравнения регрессии

Обозначение оценки коэффициента	Значение
b_0	266.7
b_1	45.33
b_2	87.17
b_3	68.08
b_4	156.17
b_{12}	14.5
b_{13}	10.88
b_{14}	24.88
b_{23}	21.75
b_{24}	48.75
b_{34}	37.63
b_{11}	- 0.7
b_{22}	- 0.58
b_{33}	- 1.08
b_{44}	22.05

Дисперсию адекватности $s_{ад}^2$ найдем с помощью следующего выражения

$$s_{ад}^2 = \frac{S_{ад}^2}{\varphi_{ад}}, \quad (3.51)$$

здесь

$$S_{ад}^2 = n_0 (\bar{y}_{ц.п.} - b_0)^2 + \sum_{u=1}^k (t_{пп\ u}^2 - t_{пп\ m_u}^2); \quad (3.52)$$

$t_{пп\ m}$ - длительность переходного процесса в камере генератора, определенная с помощью модели (3.33), при значениях коэффициентов регрессии из табл. 3.4.

Дисперсия адекватности имеет $\varphi_{ад} = N - k - 1$ степеней свободы, здесь k равно числу определяемых факторов модели.

Результаты расчетов по формулам (3.50) – (3.52) приведены в табл. 3.5.

Очевидно, что условие (3.50) для модели (3.32) выполняется, следовательно, модель адекватно описывает реальные процессы.

Оценку значимости коэффициентов уравнения регрессии (3.32) проведем с помощью неравенства [15]

$$|b_i| \geq b_{кр} = t_{(0.05,6)} \cdot s_{кр_i} \quad (3.53)$$

В случае выполнения, которого соответствующий коэффициент b_i признается значимым.

Таблица 3.5

Результаты проверки адекватности модели

$S_{ад}^2$	11912
$\varphi_{ад}$	26
S_y^2	737
$f_{ц.п.}$	6
$F_{Ад}$	3.73
$F_{кр}$	3.84

Оценку дисперсии коэффициента b_0 определим из следующего выражения

$$s_{кр_0}^2 = \frac{2A \cdot \lambda}{N} \cdot (k + 2) \cdot s_y^2 \quad (3.54)$$

Для коэффициентов $b_i, i = \overline{1, k}$, оценка дисперсии определяется выражением

$$s_{кр_1}^2 = \frac{c}{N} \cdot s_y^2 \quad (3.55)$$

Оценку дисперсии коэффициентов при взаимодействии факторов найдем из выражения

$$s_{кр_1}^2 = \frac{c^2}{N \cdot \lambda} \cdot s_y^2 \quad (3.56)$$

И, наконец, оценку для коэффициентов при квадратичных эффектах можно получить по формуле

$$s_{\text{КР}11}^2 = \frac{A \cdot [(k+1) \cdot \lambda - (k+2)] \cdot c^2}{N} \cdot s_y^2. \quad (3.57)$$

Результаты проверки на значимость коэффициентов уравнения регрессии сведены в табл. 3.6.

Таблица 3.6

Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии

Коэффициенты регрессии	Оценка $b_{\text{КР}i}$	Вывод
b_0	10.27	Значим
b_i	5.55	Все значимы
$b_{i,j}$	6.8	Все значимы
b_{ii}	4.8	Все незначимы, кроме коэффициента b_{44}

Таким образом, зависимость продолжительности переходного процесса в камере генератора от плотности заряда, скорости его горения, высоты свободной части камеры и отношения площадей может быть представлена в виде следующего выражения

$$t_{\text{III}} = 266.7 + 45.33 \cdot x_1 + 87.17 \cdot x_2 + 68.08 \cdot x_3 + 156.17 \cdot x_4 + \\ + 14.5 \cdot x_1 \cdot x_2 + 10.88 \cdot x_1 \cdot x_3 + 24.88 \cdot x_1 \cdot x_4 + 21.75 \cdot x_2 \cdot x_3 + \\ + 48.75 \cdot x_2 \cdot x_4 + 37.63 \cdot x_3 \cdot x_4 + 22.05 \cdot x_4^2 \quad (3.58)$$

Анализ модели (3.58) показал, что при нулевых значениях всех факторов, длительность переходного процесса в камере генератора равна 266.7 мкс. Увеличение значения всех факторов приводит к увеличению рассматриваемого параметра. Самое слабое влияние при этом оказывает изменение плотности заряда, наибольший вес имеет оценка при четвертом факторе, следовательно, уменьшение отношения площади поверхности горения к площади выпускных отверстий приведет к наискорейшему снижению функции выхода. Значительное влияние на исследуемую характеристику этого параметра подтверждается тем, что оценки при взаимодействии факторов выше там, где присутствует x_4 .

Исследуем полученную функцию $t_{\text{III}} = \varphi(x_1, x_2, x_3, x_4)$ на экстремум.

С учетом того, что на модель (3.58) наложены ограничения вида

$$|x_i| \leq 2, \quad i = \overline{1,4}, \quad (3.59)$$

оптимизационную задачу будем решать с помощью обобщенного метода множителей Лагранжа. Основная идея метода опирается на следующий факт: если точка безусловного оптимума $\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4)$ не удовлетворяет всем ограничениям (3.29) задачи, то условный оптимум должен достигаться в граничной точке области допустимых решений [98]. Соответствующая вычислительная процедура выполняется в несколько этапов. Сначала решается задача поиска оптимума функции (3.58) без учета ограничений. Для этого найдем частные производные функции (3.58) по переменным x_1, x_2, x_3, x_4 . Имеем

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_1} = 45.33 + 14.5 \cdot x_2 + 10.88 \cdot x_3 + 24.88 \cdot x_4; \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_2} = 87.17 + 14.5 \cdot x_1 + 21.75 \cdot x_3 + 48.75 \cdot x_4; \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_3} = 68.08 + 10.88 \cdot x_1 + 21.75 \cdot x_2 + 37.63 \cdot x_4; \quad (3.62)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_4} = 156.17 + 24.88 \cdot x_1 + 48.75 \cdot x_2 + 37.63 \cdot x_3 + 44.1 \cdot x_4. \quad (3.63)$$

Приравняв правые части выражений (3.60) – (3.63) нулю получим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 45.33 + 14.5 \cdot x_2 + 10.88 \cdot x_3 + 24.88 \cdot x_4 = 0; \\ 87.17 + 14.5 \cdot x_1 + 21.75 \cdot x_3 + 48.75 \cdot x_4 = 0; \\ 68.08 + 10.88 \cdot x_1 + 21.75 \cdot x_2 + 37.63 \cdot x_4 = 0; \\ 156.17 + 24.88 \cdot x_1 + 48.75 \cdot x_2 + 37.63 \cdot x_3 + 44.1 \cdot x_4 = 0. \end{cases} \quad (3.64)$$

Решая приведенную систему по формулам Крамера, относительно неизвестных x_1, x_2, x_3, x_4 получим стационарную точку с координатами $x_{1c} = -1.512$, $x_{2c} = -0.845$, $x_{3c} = -1.02$, $x_{4c} = -0.883$.

Очевидно, что координаты стационарной точки удовлетворяют ограничениям (3.59).

Чтобы определиться с видом стационарной точки составим матрицу Гессе [98], для этого продифференцируем второй раз выражения (3.60)–(3.63), в итоге имеем следующее

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 14.5 & 10.88 & 24.88 \\ 14.5 & 0 & 21.75 & 48.75 \\ 10.88 & 21.75 & 0 & 37.63 \\ 24.88 & 48.75 & 37.63 & 44.1 \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

Запишем для матрицы (3.65) угловые главные миноры. Так как минор первого порядка равен нулю, матрица (3.65) ни положительно определенная, ни отрицательно определенная. Таким образом, в стационарной точке с координатами x_{1c} , x_{2c} , x_{3c} , x_{4c} экстремума нет (рис. 3.15).

Анализ контурных кривых равного выхода представленных на графике позволяет идентифицировать стационарную точку как точку типа седло, которая не является экстремальной точкой.

Для поиска минимального значения функции $\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4)$ и координат соответствующей точки осуществим процедуру последовательного перебора. Поиск осуществлялся в диапазоне изменения кодированных переменных от -1 до $+1$, с шагом 0.005 . Результат поиска следующий: координаты точки, которой соответствует минимальное значение длительности переходного процесса в камере генератора, $x_{1min} = 1.0$, $x_{2min} = -1.0$, $x_{3min} = -1.0$, $x_{4min} = -1.0$. При этом $\varphi = 80.53$.

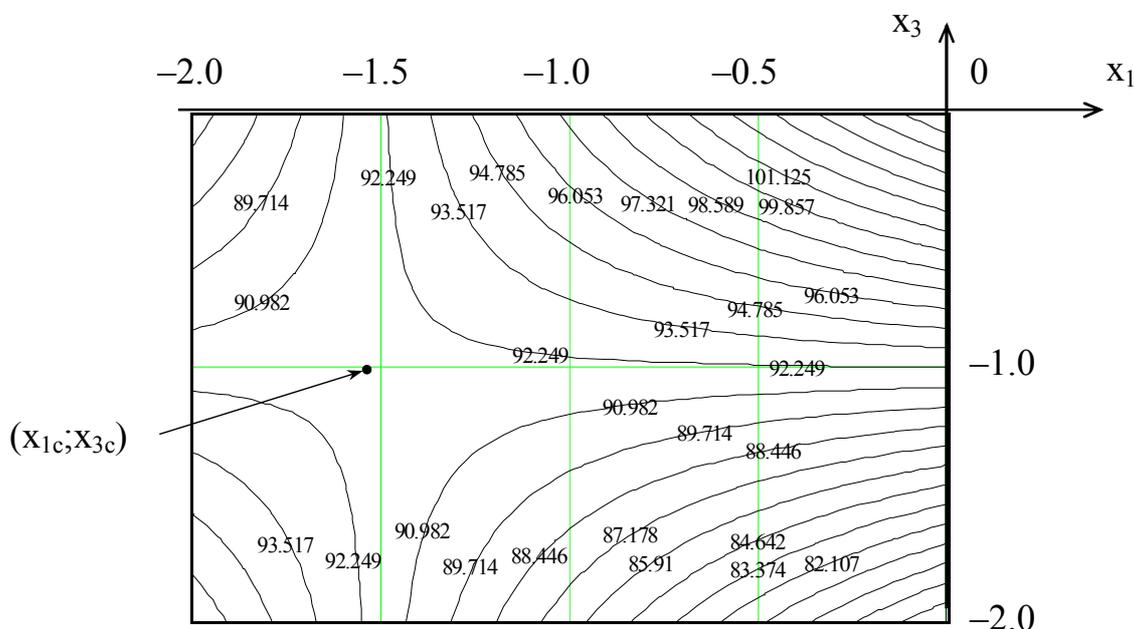


Рис. 3.15. Графическая интерпретация уравнения (3.58) при $x_2 = x_{2c}$, $x_4 = x_{4c}$

Приведем модель (3.58) с помощью выражений (3.32) к истинным переменным

$$\begin{aligned}
 t_{\text{III}} = & 1505 - 0.43 \cdot \rho_T - 19947 \cdot h - 640609 \cdot u_a - 148.85 \cdot \psi + \\
 & 2.5 \cdot \psi^2 + 3.87 \cdot \rho_T \cdot h + 120.8 \cdot \rho_T \cdot u_a + 0.03 \cdot \rho_T \cdot \psi + \\
 & + 5.8 \cdot 10^6 \cdot h \cdot u_a + 1300 \cdot h \cdot \psi + 41805.6 \cdot u_a \cdot \psi .
 \end{aligned} \tag{3.66}$$

Таким образом, формула (3.66) может служить для оценки длительности переходного процесса в камере сгорания генератора огнетушащего аэрозоля.

3.5.2. Имитационная модель длительности работы ГОА

Анализ выражений (3.11)–(3.14), которые служат для оценки времени работы ГОА и получены для частных случаев, позволяет представить зависимость длительности работы генератора в следующем виде:

$$t_p = F(\rho_T, L, u_a, T_H, \psi). \quad (3.67)$$

Имитационное моделирование проведем в оболочке MathCAD 7 Pro с помощью программы "vrem_rabot.mcd", по аналитическим выражениям (3.11)–(3.14), используя значения постоянных величин, характерных для основных модификаций аэрозолеобразующих зарядов и схем построения ГОА. При этом используем методы теории планирования эксперимента.

Представим зависимость (3.67) в виде полинома второго порядка:

$$\begin{aligned} t_p = & b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_4 \cdot x_4 + b_5 \cdot x_5 + \\ & + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{33} \cdot x_3^2 + b_{44} \cdot x_4^2 + b_{55} \cdot x_5^2 + \\ & + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + b_{14} \cdot x_1 \cdot x_4 + b_{15} \cdot x_1 \cdot x_5 + \\ & + b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{24} \cdot x_2 \cdot x_4 + b_{25} \cdot x_2 \cdot x_5 + \\ & + b_{34} \cdot x_3 \cdot x_4 + b_{35} \cdot x_3 \cdot x_5 + b_{45} \cdot x_4 \cdot x_5, \end{aligned} \quad (3.68)$$

где $x_i, i = \overline{1,5}$ – кодированные переменные, связанные с физическими переменными $\rho_T, L, u_a, T_H, \psi$ следующим образом

$$x_1 = \frac{\rho_T - \rho_0}{\delta\rho}; x_2 = \frac{L - L_0}{\delta L}; x_3 = \frac{u_a - u_0}{\delta u}; x_4 = \frac{T_H - T_0}{\delta T}; x_5 = \frac{\psi - \psi_0}{\delta\psi} \quad (3.69)$$

здесь $\rho_0, L_0, u_0, T_0, \psi_0$ – значения факторов на нулевом уровне, которые представлены в табл. 3.7; $\delta\rho, \delta L, \delta u, \delta T, \delta\psi$ – интервалы варьирования факторов, приведенные в той же таблице; b_0, b_i, b_{ij}, b_{ii} – выборочные коэффициенты регрессии, которые будут получены в результате численного эксперимента.

Полученное эмпирическим путем уравнение будем называть математической моделью времени работы генератора.

Имитационные процедуры будем проводить в соответствии с центральным композиционным рототабельным планом второго порядка. Ядро плана представляет собой дробный факторный эксперимент типа 2^{5-1} . Составим план-матрицу эксперимента типа 2^{5-1} следующим образом: для x_1 уровни чередуются в каждом опыте, для x_2 — через два опыта, для x_3 — через четыре, для x_4 — через восемь, $x_5 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$. Расширенная

матрица, которая позволяет оценить коэффициенты регрессии при взаимодействии факторов, приведена в табл. 3.8

Таблица 3.7

Уровни варьирования факторов (модель для определения времени работы ГОА)

Факторы	Кодовое обозначение	Нулевой уровень $x_i = 0$	Интервал варьирования	Максимальный уровень $x_i = 1$	Минимальный уровень $x_i = -1$	Величина плеча для звездных точек	
						$x_i = +2$	$x_i = -2$
Плотность аэрозолеобразующего заряда, $\rho_T, \text{кг/м}^3$	x_1	1800	600	2400	1200	3000	600
Длина шашки заряда, L, см	x_2	8	1.25	9.25	6.75	10	6
Скорость горения заряда при атмосферном давлении, $u_a, \text{мм/с}$	x_3	1.0	0.15	1.15	0.85	1.3	0.7
Начальная температура заряда, $T_H, \text{К}$	x_4	273	25	298	248	358	198
Отношение площади поверхности горения к площади выпускных отверстий, ψ	x_5	16	7	23	9	30	2

Число вычислительных процедур для такого плана, согласно [61], должно составлять

$$N = 2^{m-p} + 2 \cdot m + n_0 = 32, \text{ при } m = 5, p = 1, n_0 = 6. \quad (3.70)$$

При этом в центре плана, согласно [40], выполнено шесть параллельных опытов, в звездных точках, которые отстоят на расстоянии две единицы от центра плана – десять опытов.

По результатам экспериментов в ядре плана 2^{5-1} (табл. 3.8) получена оценка

$$\tilde{b}_0 = \frac{1}{2^{5-1}} \cdot \sum_{i=1}^{2^{5-1}} t_{p_i} = 61.5.$$

Среднее значение наблюдений в центре плана определяется из выражения

$$\bar{t}_{\text{ц.п.}} = \frac{1}{n_0} \cdot \sum_{u=1}^{n_0} t_{\text{п.ц.п.}u} = 60.65,$$

где $t_{\text{п.ц.п.}u}$ – результаты параллельных опытов в центре плана.

Дисперсию воспроизводимости определим по результатам опытов в центре плана [7]

$$s_y^2 = s_{\text{ц.п.}}^2 = \frac{1}{n_0 - 1} \cdot \left(\sum_{u=1}^{n_0} (t_{\text{п.ц.п.}u})^2 - n_0 \cdot \bar{t}_{\text{ц.п.}}^2 \right) = 0.233. \quad (3.71)$$

Проверка гипотезы о значимости квадратичных членов в модели осуществляется на основании соотношения (3.38)

Для уровня значимости 5 %, при числе степеней свободы, равном пяти, критическое значение критерия Стьюдента составляет $t_{\text{с.кп}} = 2.57$.

Так как имеет место

$$|\bar{t}_{\text{ц.п.}} - \tilde{b}_0| = 0.856 > t_{\text{с.кп}} \cdot s_y \cdot \sqrt{\frac{n_0 + N}{n_0 \cdot N}} = 0.55,$$

то гипотеза о статистической значимости квадратичных эффектов в модели (3.68) подтверждается.

Коэффициенты регрессии рассчитаем по формулам (3.39)–(3.42). Для плана 2^{5-1} будем иметь, согласно [40], следующие выражения

$$b_0 = 0.159091 \cdot \sum_{u=1}^N t_{\text{п}u} - 0.034091 \cdot \sum_{u=1}^N \sum_{i=1}^m (x_{iu}^2 \cdot t_{\text{п}u}); \quad (3.72)$$

$$b_i = 0.041667 \cdot \sum_{u=1}^N (x_{iu} \cdot t_{\text{п}u}); \quad (3.73)$$

$$b_{ij} = 0.0625 \cdot \sum_{u=1}^N (x_{iu} \cdot x_{ju} \cdot t_{\text{п}u}); \quad (3.74)$$

$$b_{ii} = 0.03125 \cdot \sum_{u=1}^N (x_{iu}^2 \cdot t_{\text{п}u}) + 0.002841 \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{u=1}^N (x_{iu}^2 \cdot t_{\text{п}u}) - 0.034091 \cdot \sum_{u=1}^N t_{\text{п}u}. \quad (3.75)$$



Значения оценок коэффициентов уравнения регрессии (3.68), которые рассчитаны по формулам (3.72)–(3.75), представлены в табл. 3.9

Проверку адекватности модели (3.68), при значениях коэффициентов из табл. 3.9, выполним на основании выражения (3.50). Дисперсия адекватности определяется выражением

$$s_{ад}^2 = \frac{1}{\varphi_{ад}} \cdot \left[n_0 (\bar{t}_{ц.п.} - \tilde{t}_{р.ц.п.})^2 + \sum_{u=1}^{2^m+2\cdot m} (t_{р.у} - t_{р.м.у})^2 \right] = 0.665, \quad (3.76)$$

здесь $t_{р.м}$ – время работы генератора, определяемое по модели (3.68), для звездных точек и ядра плана; $\tilde{t}_{р.ц.п.}$ – время работы генератора, определяемое по модели (3.68), для центра плана.

Число степеней свободы дисперсии адекватности определяется по формуле

$$\varphi_{ад} = N - m - n_0 = 5,$$

здесь m – число определяемых коэффициентов уравнения регрессии, оно равно 21.

Дисперсия воспроизводимости, согласно [48], совпадает с ошибкой опыта и равна $s_y^2 = 0.233$. Она имеет $n_0 - 1 = 5$ степеней свободы.

Для уровня значимости 5% критическое значение критерия Фишера $F_{кр} = 5.05$, то есть выполняется следующее условие

$$F_{ад} = \frac{s_{ад}^2}{s_y^2} = 2.86 < F_{кр} = 5.05.$$

Следовательно, модель (3.68) является адекватной.

Оценку значимости коэффициентов уравнения регрессии (3.68) проведем с помощью неравенства

$$|b_i| > b_{кр_i} = t_{(0.05,5)} \cdot s_{кр_i}^2, \quad (3.77)$$

здесь $t_{(0.05,5)} = 2.57$ – критическое значение критерия Стьюдента для уровня значимости 5% и пяти степеней свободы, $s_{кр_i}^2$ – критическое значение дисперсии коэффициентов уравнения регрессии.

Дисперсии коэффициентов рассчитаем по формулам (3.54)–(3.57), найденные значения $b_{кр_i}$ представлены в табл. 3.9.

Таблица 3.9

Значения оценок коэффициентов уравнения регрессии

Обозначение оценки коэффициента	Значение	Критическое значение	Вывод
b_0	60.644	0.5	Значим
b_1	- 0.3	0.253	Значим
b_2	7.63		Значим
b_3	- 9.61		Значим
b_4	- 2.48		Значим
b_5	- 0.38		Значим
b_{12}	- 0.042		0.31
b_{13}	- 0.049	Незначим	
b_{14}	- 0.021	Незначим	
b_{15}	- 0.187	Незначим	
b_{23}	- 1.18	Значим	
b_{24}	- 0.35	Значим	
b_{25}	0.052	Незначим	
b_{34}	0.34	Значим	
b_{35}	- 0.059	Незначим	
b_{45}	- 0.021	Незначим	
b_{11}	- 0.157	0.22	Незначим
b_{22}	- 0.114		Незначим
b_{33}	1.385		Значим
b_{44}	- 0.066		Незначим
b_{55}	- 0.19		Незначим

Таким образом, модель (3.68) будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 t_p = & 60.64 - 0.3 \cdot x_1 + 7.6 \cdot x_2 - 9.6 \cdot x_3 - 2.48 \cdot x_4 - 0.38 \cdot x_5 \\
 & + 1.38 \cdot x_3^2 - 1.18 \cdot x_2 \cdot x_3 - 0.35 \cdot x_2 \cdot x_4 + 0.34 \cdot x_3 \cdot x_4.
 \end{aligned}
 \tag{3.78}$$

Анализ выражения (3.78) показал, что при нулевых значениях всех факторов, продолжительность работы генератора равна 60.64с. Увеличение длины заряда приводит к увеличению рассматриваемого параметра. Увеличение значения других факторов приводит к уменьшению времени работы. Самое слабое влияние при этом оказывает изменение плотности

заряда, наибольший вес имеет оценка при третьем факторе, следовательно, увеличение скорости горения приведет к наискорейшему снижению функции выхода. Значительное влияние на исследуемую характеристику этого параметра подтверждается тем, что оценки при взаимодействии факторов выше там, где присутствует x_3 .

Для определения минимального значения функции (3.78) необходимо определить все стационарные точки, вычислить значения функции в этих точках и сравнить их со значениями функции на границе области варьирования параметров [39]. Наименьшее из этих значений и будет минимальным значением функции в исследуемой области.

Стационарные точки найдем, решив систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial t_p}{\partial x_1} = 0; \\ \frac{\partial t_p}{\partial x_2} = 0; \\ \frac{\partial t_p}{\partial x_3} = 0; \\ \frac{\partial t_p}{\partial x_4} = 0; \\ \frac{\partial t_p}{\partial x_5} = 0. \end{cases} \quad (3.79)$$

Так как $\frac{\partial t_p}{\partial x_1} \neq 0$ и $\frac{\partial t_p}{\partial x_5} \neq 0$ система (3.79) не имеет решения. Таким образом, оптимальное решение будем искать на границе области исследуемых параметров.

Для поиска значений координат x_i , которые обеспечивают минимум выражения (3.78) используем процедуру пошагового перебора с дискретностью 0.05 в пределах области определения переменных x_i .

Имеем следующий результат: время работы генератора в исследуемой области примет наименьшее значение $t_{p_{\min}} = 43,53$ с, при следующих значениях координат $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x_3 = 1$; $x_4 = 1$, $x_5 = 1$.

Приведем модель (3.78) с помощью выражений (3.69) к истинным переменным

$$t_p = 77.54 - 5 \cdot 10^{-4} \cdot \rho + 1793.1 \cdot L - 139842.1 \cdot u_a - 0.05 \cdot T_H - 0.054 \cdot \psi + 6.16 \cdot 10^7 \cdot u_a^2 - 787916.67 \cdot L \cdot u_a - 0.87 \cdot L \cdot T_H + 56.56 \cdot u_a \cdot T_H. \quad (3.80)$$

Таким образом, зависимость (3.80) может служить для определения продолжительности работы генератора огнетушащего аэрозоля по изменению плотности, начальной температуры заряда, скорости его горения, длины заряда и отношения площадей поверхности горения и выходных отверстий.

3.5.3. Имитационная модель массового расхода в установившемся режиме

С учетом аналитических выражений полученных в п. 3.1, определяющих массовый расход для частных случаев, выражение функции отклика можно представить в виде следующей зависимости:

$$M = M(\rho_T, S_3, u_a, T_H). \quad (3.81)$$

Для получения модели массового расхода применим подход, аналогичный изложенному в предыдущем параграфе. Полученное с помощью методов теории планирования эксперимента, уравнение будем называть математической моделью массового расхода через выпускные отверстия. Моделирование проведем в оболочке MathCAD 7 Pro.

Пусть модель (3.81) имеет вид:

$$M = m_0 + m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + m_3 \cdot x_3 + m_4 \cdot x_4 + m_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + m_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + m_{14} \cdot x_1 \cdot x_4 + m_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + m_{24} \cdot x_2 \cdot x_4 + m_{34} \cdot x_3 \cdot x_4, \quad (3.82)$$

где m_0, m_i, m_{ij} – выборочные коэффициенты регрессии, которые будут получены в результате численного эксперимента; $x_i, i = \overline{1,4}$ – кодированные переменные, связанные с физическими ρ_T, S_3, u_a, T_H , следующим образом

$$x_1 = \frac{\rho_T - \rho_0}{\delta\rho}; \quad x_2 = \frac{S_3 - S_0}{\delta S}; \quad x_3 = \frac{u_a - u_0}{\delta u}; \quad x_4 = \frac{T_H - T_0}{\delta T}, \quad (3.83)$$

где ρ_0, u_0, T_0, S_0 – значения факторов на нулевом уровне, представленные в табл. 3.10; $\delta\rho, \delta S, \delta u, \delta T$ – интервалы варьирования факторов, указанные в той же таблице.

Составим план-матрицу эксперимента типа 2^4 следующим образом: для x_1 уровни чередуются в каждом опыте, для x_2 — через два опыта, для x_3 — через четыре, для x_4 — через восемь. План-матрица представлена в табл. 3.11. Приведенный план позволяет проводить независимую оценку коэффициентов уравнения регрессии, он представляет собой расширенную матрицу, так в ней имеются столбцы, позволяющие оценить коэффициенты

регрессии при взаимодействии факторов.

Таблица 3.10

Уровни варьирования факторов (модель для определения массового расхода)

Факторы	Кодовое обозначение	Нулевой уровень $x_i = 0$	Интервал варьирования	Максимальный уровень $x_i = 1$	Минимальный уровень $x_i = -1$
Плотность аэрозолеобразующего заряда, $\rho_T, \text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$	x_1	1800	600	2400	1200
Площадь поверхности горения заряда $S_3, \text{см}^2$	x_2	314	137.4	451.6	176.7
Скорость горения заряда при атмосферном давлении, $u_a, \text{мм/с}$	x_3	1.0	0.15	1.15	0.85
Начальная температура заряда, $T_H, \text{К}$	x_4	278	40	318	238

Таблица 3.11

Расширенная матрица планирования полного факторного эксперимента типа 2^4 и результаты опытов.

Опыт	№ п/п	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_1 x_4$	$x_2 x_3$	$x_2 x_4$	$x_3 x_4$	М, г/с	
Планирование типа 2^4	1	+	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	22.88	
	2	+	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	45.85	
	3	+	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	58.68	
	4	+	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	118.8	
	5	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	30.97	
	6	+	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	62.16	
	7	+	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	79.65	
	8	+	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	162.9	
	9	+	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	24.79	
	10	+	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	49.69	
	11	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	63.61	
	12	+	+	+	-	+	+	+	-	+	-	+	129.1	
	13	+	-	-	+	+	+	+	-	-	-	-	+	33.56
	14	+	+	-	+	+	-	-	+	+	-	-	+	67.39
	15	+	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	+	86.4
	16	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	177.4

Число вычислительных процедур для такого плана должно составлять

$$N = 2^m = 16, \text{ при } m = 4. \quad (3.84)$$

По результатам эксперимента в ядре плана получена оценка

$$m_0 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{u=1}^N M_u = 75.86. \quad (3.85)$$

Согласно [48], чтобы оценить ошибку опыта, исходный план был дополнен n_0 параллельными вычислительными процедурами в центре плана (табл.3.12).

Таблица 3.12

Результаты опытов в центре плана

Номер опыта	1	2	3	4	5	6	7
$M_{\text{ц.п.}}, \text{ г/с}$	74.88	76.05	74.88	75.52	75.75	75.18	76.05

Среднее значение наблюдений в центре плана определим из выражения

$$\bar{M}_{\text{ц.п.}} = \frac{1}{n_0} \cdot \sum_{j=1}^{n_0} M_{\text{ц.п.},j} = 75.473, \text{ при } n_0 = 7, \quad (3.86)$$

где $M_{\text{ц.п.},j}$ – результаты повторных опытов в центре плана (табл. 3.12).

Оценка дисперсии ошибок наблюдений определяется по результатам семи параллельных опытов в центре плана, с помощью следующего выражения

$$s_y^2 = \frac{1}{6} \cdot \sum_{j=1}^7 (M_{\text{ц.п.},j} - \bar{M}_{\text{ц.п.}})^2 = 0.256. \quad (3.87)$$

Данная оценка имеет $\varphi_{\text{ц.п.}} = n_0 - 1 = 6$ степеней свободы.

Проверка гипотезы о значимости квадратичных эффектов в модели, которая выполняется с помощью соотношения (3.38), показала, что

$$|\bar{M}_{\text{ц.п.}} - m_0| = 0.391 < t_{(0.05;6)} \cdot s_y \cdot \sqrt{\frac{n_0 + N}{n_0 \cdot N}} = 0.561.$$

Таким образом, квадратичные эффекты не являются статистически значимыми.

Коэффициенты регрессии рассчитаем по формулам

$$m_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{u=1}^N x_{i_u} \cdot M_u; \quad i = \overline{1,4} \quad (3.88)$$

$$m_{ij} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{u=1}^N x_{i_u} \cdot x_{j_u} \cdot M_u; \quad i = \overline{1,3}; \quad j = \overline{i+1,4}. \quad (3.89)$$

В результате расчетов получены следующие значения оценок

$$\begin{aligned} m_1 &= 25.8; \quad m_2 = 33.7; \quad m_3 = 11.68; \quad m_4 = 3.13; \\ m_{12} &= 11.8; \quad m_{13} = 4.1; \quad m_{14} = 1.1; \\ m_{23} &= 5.33; \quad m_{24} = 1.43; \quad m_{34} = 0.505. \end{aligned} \quad (3.90)$$

Оценку статистической значимости коэффициентов регрессии выполним с помощью критерия Стьюдента. Соответствующий коэффициент признается статистически значимым в случае выполнения неравенства

$$|m_i| \geq m_{кр} = t_{(0.05;6)} \cdot s_y = 1.24; \quad \text{при } t_{(0.05;6)} = 2.45, \quad (3.91)$$

здесь s_y определяется выражением (3.87), $t_{(0.05;6)}$ – 5%-ная точка распределения Стьюдента с шестью степенями свободы.

Неравенство (3.91) выполняется для всех оценок, кроме m_{14} , m_{34} . Следовательно, модель (3.82) будет иметь вид

$$\begin{aligned} M &= 75.86 + 25.8 \cdot x_1 + 33.7 \cdot x_2 + 11.69 \cdot x_3 + 3.13 \cdot x_4 + \\ &+ 11.68 \cdot x_1 \cdot x_2 + 4.1 \cdot x_1 \cdot x_3 + 5.33 \cdot x_2 \cdot x_3 + 1.43 \cdot x_2 \cdot x_4. \end{aligned} \quad (3.92)$$

Дисперсия адекватности $s_{ад}$ определяется выражением

$$s_{ад}^2 = \frac{1}{\varphi_{ад}} \cdot \sum_{u=1}^N (M_u - M_{мод_u})^2 = 0.574,$$

где $M_{мод}$ – значения массового расхода, рассчитанные по формуле (3.92); $\varphi_{ад}$ – число степеней свободы дисперсии адекватности, которое равно

$$\varphi_{ад} = N - k - 1 = 11.$$

Проверка адекватности модели (3.92) по критерию Фишера, дала **положительный результат**.

Проведем исследование выражения (3.92) на экстремум. Запишем частные производные по всем переменным

$$\frac{\partial M}{\partial x_1} = 25.8 + 11.68 \cdot x_2 + 4.1 \cdot x_3; \quad (3.93)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x_2} = 33.7 + 11.68 \cdot x_1 + 5.33 \cdot x_3 + 1.43 \cdot x_4; \quad (3.94)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x_3} = 11.69 + 4.1 \cdot x_1 + 5.33 \cdot x_2; \quad (3.95)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x_4} = 3.13 + 1.43 \cdot x_2. \quad (3.96)$$

Приравняв правые части полученных выражений нулю, получим систему линейных уравнений, которая после преобразования примет вид

$$\begin{cases} 11.68 \cdot x_2 + 4.1 \cdot x_3 = -25.8; \\ 11.68 \cdot x_1 + 5.33 \cdot x_3 + 1.43 \cdot x_4 = -33.7; \\ 4.1 \cdot x_1 + 5.33 \cdot x_2 = -11.69; \\ 1.43 \cdot x_2 = -3.13. \end{cases} \quad (3.97)$$

Решим полученную систему с помощью формул Крамера:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \text{ где } i = \overline{1,4}. \quad (3.98)$$

Здесь $\Delta = 34.38$, $\Delta_1 = -0.198$, $\Delta_2 = -75.24$, $\Delta_3 = -1.97$, $\Delta_4 = -801.14$.

В результате расчета имеем следующие значения координат стационарной точки: $x_{1c} = -0.0058$, $x_{2c} = -2.188$, $x_{3c} = -0.057$, $x_{4c} = -23.31$.

Очевидно, что стационарная точка с найденными координатами находится за областью определения модели (3.92).

Для того чтобы определиться с видом стационарной точки воспользуемся графической интерпретацией уравнения (3.92) для этого построим кривые равного уровня для случая когда $x_2 = x_{2c}$, $x_4 = x_{4c}$, а x_1 , x_3 изменяются от -1 до $+1$. Результаты представлены на рис. 3.16.

Очевидно, что найденная стационарная точка является точкой типа седло и экстремума в ней функция не достигает. Следовательно, максимальное значение функции, описываемой выражением (3.92), будет достигаться на границе области определения этой модели. Для проверки этой гипотезы выполним процедуру пошагового перебора по всем четырем координатам.

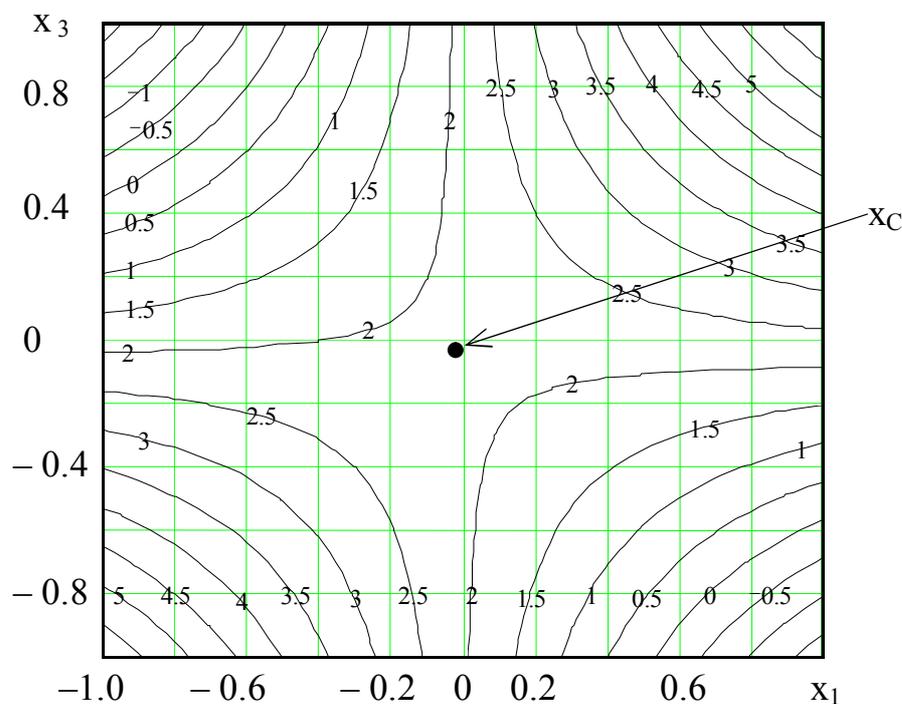


Рис. 3.16. Графическая интерпретация уравнения (3.92) при $x_2 = x_{2c}$, $x_4 = x_{4c}$

По окончании расчетов получены результаты: максимальное значение массового расхода $M_{\max} = 174 \text{ г} \cdot \text{м}^{-3}$, будет достигаться при следующих значениях координат $x_1 = 1$; $x_2 = 1$; $x_3 = 1$; $x_4 = 1$.

Перепишем уравнение (3.92), с учетом зависимостей (3.83), следующим образом

$$\begin{aligned}
 M = & 111.16 - 0.06 \cdot \rho_T - 3408.1 \cdot S_3 - 85536.9 \cdot ua - 0.087 \cdot T_H + \\
 & + 1.42 \cdot \rho_T \cdot S_3 + 45.69 \cdot \rho_T \cdot ua + 4.6 \cdot 10^{-5} \cdot \rho \cdot T_H + \\
 & + 2.58 \cdot 10^6 \cdot ua \cdot S_3 + 2.6 \cdot S_3 \cdot T_H.
 \end{aligned} \tag{3.99}$$

Как показывает анализ выражения (3.92) наибольшее влияние на изменение массового расхода оказывается при варьировании значений плотности заряда и площади поверхности горения. Максимальное значение массового расхода можно получить, когда все параметры принимают наибольшее граничное значение.