

*А.С. Кириллюк, к.т.н., доцент,  
О.В. Кулаков, к.т.н., доцент, заместитель начальника кафедры,  
А.Н. Катунин, к.т.н., с.н.с., преподаватель, НУГЗУ*

## **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ КАБЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ ПРИ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ЗАКОНАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАРАБОТКИ**

Предложены математические модели, позволяющие рассчитывать показатели долговечности, в частности, пожаробезопасного остаточного ресурса (ПОР) для кабельных линий (КЛ) со случайной величиной расходуемого ресурса за заданную календарную продолжительность эксплуатации изделия. При проведении расчетов предполагается, что наработка до ресурсного отказа и суммарная наработка распределены по нормальному закону.

**Ключевые слова:** закон распределения, ресурс, кабельное изделие

**Постановка проблемы.** В современных условиях продолжает оставаться актуальной задача совершенствования системы технического обслуживания и ремонта КЛ, в составе которых эксплуатируются кабельные изделия (КИ), с целью обеспечения заданного уровня надежности их работы и снижения затрат на поддержание работоспособного состояния. Одним из путей решения этой задачи является разработка и внедрение технического обслуживания и ремонта КЛ по фактическому состоянию. Для этого необходимо решить задачу оценки показателей ПОР конкретной КЛ по эксплуатационным данным.

**Анализ последних достижений и публикаций.** В работе [1] получены расчетные соотношения показателей ПОР в общем виде и сделан вывод о том, что расчеты показателей ПОР конкретной КЛ необходимо проводить для календарных продолжительностей эксплуатации изделия и соответствующих им законам распределения суммарной наработки КЛ. В работе [2] получены расчетные соотношения показателей ПОР для КЛ при распределении наработки до ресурсного отказа по закону Вейбулла, при этом суммарная наработка распределена по равномерному закону. В работе [3] получены расчетные соотношения при распределении наработки до ресурсного отказа по закону Вейбулла, при этом суммарная наработка распределена по нормальному закону. В работе [4] получены расчетные соотношения при распределении наработки до ресурсного отказа по нормальному закону, при этом суммарная наработка распределена по равномерному закону.

Продолжим исследования, выполненные в работах [1-4].

**Постановка задачи и ее решение.** Получим расчетные соотношения показателей ПОР КЛ в предположении, что наработка до ресурсного отказа и суммарная наработка распределены по нормальному закону.

Пусть наработка до ресурсного отказа и суммарная наработка распределены по нормальному закону, т.е.  $\xi \sim N(\mu_1, \sigma_1)$  и  $r(\tau) \sim N(\mu_2(\tau), \sigma_2(\tau))$ .

Подставим  $\bar{F}(x) = 1 - \Phi\left(\frac{x - \mu_1}{\sigma_1}\right)$  и

$g(x, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2(\tau)} \exp\left[-\frac{(x - \mu_2(\tau))^2}{2\sigma_2^2(\tau)}\right]$  в формулы (4), (5) из [1]. Тогда

получим:

$$P\{\xi > r(\tau)\} = \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right), \quad (1)$$

$$P\{\xi > r(\tau) + t\} = \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau) - t}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right), \quad (2)$$

где  $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ .

Подставим (1), (2) в выражение (3) из [1], в результате получим:

$$T_{op} \left\{ \xi(N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau))) > t \right\} = \frac{\Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau) - t}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right)}{\Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right)} \quad (3)$$

Подставляя в (3)  $t = T_{op\gamma}(N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau)))$  получим уравнение для нахождения гамма-процентного остаточного ресурса:

$$\Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau) - T_{op\gamma}(N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau)))}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right) = 0,01\gamma \cdot \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right). \quad (4)$$

Тогда

$$T_{op\gamma}(N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau))) = \mu_1 - \mu_2(\tau) - u_\alpha \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}, \quad (5)$$

где  $\alpha = 0,01\gamma \cdot \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right)$ ,  $u_\alpha$  –  $\alpha$ -квантиль N - распределения.

Величину среднего остаточного ресурса  $T_{op}(g(x, \tau))$  найдем как математическое ожидание случайной величины  $\xi(g(x, \tau))$ . В результате получим расчетное соотношение для среднего остаточного ресурса:

$$T_{op}(N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau))) = \left[ \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right) \right]^{-1} \int_0^\infty \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau) - t}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right) dt. \quad (6)$$

Найдем интеграл  $\int_0^\infty \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau) - t}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right) dt$  в (6). Запишем его в виде:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau) - t}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right) dt &= \int_0^\infty \left[ 1 - \Phi\left(\frac{t - \mu_1 + \mu_2(\tau)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right) \right] dt = \\ &= \int_0^\infty \Phi^*\left(\frac{t - \mu_1 + \mu_2(\tau)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right) dt. \end{aligned}$$

Подставляя в выражение (6) из [4]  $a = 0$ ,  $t = 0$ ,  $\mu_1 = \mu_1 - \mu_2(\tau)$ ;  $\sigma_1 = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}$  получим:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \Phi^*\left(\frac{t - \mu_1 + \mu_2(\tau)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right) dt &= \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\mu_1 - \mu_2(\tau))^2}{2}} + \\ &+ (\mu_1 - \mu_2(\tau)) \cdot \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right). \end{aligned} \quad (7)$$

Подставим (7) в (6), тогда получим:

$$T_{op}(N(\mu_2(\tau), \sigma_2^2(\tau))) = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)} \cdot e^{-\frac{(\mu_1 - \mu_2(\tau))^2}{2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau))}}}{\sqrt{2\pi} \Phi\left(\frac{\mu_1 - \mu_2(\tau)}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2(\tau)}}\right)} + (\mu_1 - \mu_2(\tau)). \quad (8)$$

**Выводы.** Предложенные математические модели позволяют проводить расчеты показателей ПОР для конкретных КЛ со случайной величиной расходуемого ресурса за заданную календарную продолжительность эксплуатации изделия, в том числе и за назначенный срок службы изделия. Для проведения таких расчетов должны быть известны законы распределения наработки до ресурсного отказа и суммарной наработки КЛ к назначенному сроку службы.

Можно получить математические модели для расчета показателей пожаробезопасного остаточного ресурса для конкретных КЛ, в предположении, что их суммарная наработка за фиксированную календарную продолжительность эксплуатации является детерминированной величиной. Соответствующие математические модели предполагается рассмотреть в последующих статьях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кирилюк А.С. Математические модели для расчета показателей пожаробезопасного остаточного ресурса кабельных линий/ А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков // Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. тр. НУГЗ Украины. – 2013. – Вып. 33. – С. 69-74. – Режим доступа: <http://nuczu.edu.ua/sciencearchive/ProblemsOfFireSafety/vol33/kiriluk.pdf>.
2. Кирилюк А.С. Расчет показателей пожаробезопасного остаточного ресурса кабельных линий при разных законах распределения наработки/ А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков, А.Н. Катунин // Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. тр. НУГЗ Украины. – 2013. – Вып. 34. – С.78-82. – Режим доступа: <http://nuczu.edu.ua/sciencearchive/ProblemsOfFireSafety/vol34/kiriljuk.pdf>.
3. Кирилюк А.С. Расчет показателей пожаробезопасного остаточного ресурса кабельных линий при определенных законах распределения наработки/ А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков, А.Н. Катунин // Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. тр. НУГЗ Украины. – 2014. – Вып. 35. – С.88-92. – Режим доступа: <http://nuczu.edu.ua/sciencearchive/ProblemsOfFireSafety/vol35/kiriluk.pdf>.
4. Кирилюк А.С. Расчет показателей долговечности кабельных линий при определенных законах распределения наработки / А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков, А.Н. Катунин // Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. Тр. НУЦЗ Украины. Вып. 36. – Харьков: Фолио, 2014. с.103-109. – Режим доступа:

[http://nuczu.edu.ua/sciencearchive/ProblemsOfFireSafety/vol36/kiriluk\\_kulakov.pdf](http://nuczu.edu.ua/sciencearchive/ProblemsOfFireSafety/vol36/kiriluk_kulakov.pdf).

А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков, А.Н. Катунін

**Математичні моделі для розрахунку показників надійності кабельних ліній при визначених законах розподілу наробітку**

Запропоновані математичні моделі, що дозволяють проводити розрахунки показників довготривалості, зокрема, пожежонебезпечного залишкового ресурсу для кабельних ліній з випадковою величиною ресурсу, що витрачається, за задану календарну тривалість експлуатації виробу. При проведенні розрахунків вважається, що наробіток до ресурсної відмови та сумарний наробіток розподілені за нормальним законом.

**Ключові слова:** закон розподілу, ресурс, кабельний виріб

A.S. Kirilyuk, O.V. Kulakov, A.M. Katunin

**Mathematical models for calculation of reliability of cable lines indexes at certain laws of distribution of work**

Mathematical models allowing to expect indexes of longevity are offered, in particular, fire-safety remaining resource for cable busses with the casual size of the expended resource for the set calendar duration of exploitation of good. It is assumed during realization of calculations, that work to the resource refuse and total work are up-diffused on a normal law.

**Keywords:** law of distributing, resource, cable