

*А.С. Кириллюк, к.т.н., доцент, старший преподаватель,  
О.В. Кулаков, к.т.н., доцент, заместитель начальника кафедры,  
А.Н. Катунин, к.т.н., с.н.с., преподаватель, НУГЗУ*

## **РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПОЖАРОБЕЗОПАСНОГО ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА КАБЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ ПРИ РАЗНЫХ ЗАКОНАХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ НАРАБОТКИ**

Предложены математические модели, которые позволяют проводить расчеты показателей пожаробезопасного остаточного ресурса (ПОР) для кабельных линий (КЛ) со случайной величиной расходуемого ресурса за заданную календарную продолжительность эксплуатации изделия. Для проведения таких расчетов должны быть известны законы распределения наработки до ресурсного отказа и суммарной наработки КЛ к назначенному сроку службы

**Ключевые слова:** пожар, ресурс, кабельное изделие

**Постановка проблемы.** Кабельные изделия (КИ) имеют назначенный (пожаробезопасный) ресурс эксплуатации [1, 2], который зависит от многих факторов и при определенных условиях может закончиться как раньше, так и позже установленного срока.

В современных условиях актуальным является совершенствование системы технического обслуживания и ремонта КЛ, в составе которых эксплуатируются КИ, с целью снижения затрат на поддержание их работоспособного состояния и заданного уровня надежности работы. Одним из путей решения этой задачи является разработка и внедрение технического обслуживания и ремонта КЛ по фактическому состоянию. Для этого необходимо решить задачу оценки показателей ПОР конкретной КЛ по эксплуатационным данным.

**Анализ последних достижений и публикаций.** В работе [3] введено понятие пожаробезопасного остаточного ресурса для КЛ со случайной величиной расходуемого ресурса за заданную календарную продолжительность эксплуатации изделия. Получены расчетные соотношения показателей ПОР КЛ на примере экспоненциального закона распределения наработки до ресурсного отказа с параметром  $\lambda_1$ , т.е.  $\xi \sim \Gamma(\lambda_1, 1)$ , при этом суммарная наработка  $r(\tau)$  для заданного срока службы  $\tau$  КЛ – случайная величина с плотностью распределения  $g(x, \tau)$ . Полученные расчетные соотношения позволили сделать вывод о том, что при экспоненциальном законе распределения наработки до ресурсного отказа показатели ПОР для КЛ не зависят от типа закона распределения суммарной наработки КЛ.

Одним из основных признаков достижения пожароопасного состояния является увеличение параметра потока отказов отдельных КИ либо интенсивности отказов элементов КЛ (например, соединительных муфт).

В [3] (формулы (4)-(6)) получены расчетные соотношения показателей ПОР в общем виде. Вероятности  $P\{\xi > r(\tau)\}$  и  $P\{\xi > r(\tau) + t\}$  рассматриваются как модели надежности типа "нагрузка-прочность" и для их расчета используются известные соотношения [4]. Расчеты показателей ПОР конкретной КЛ необходимо проводить для календарных продолжительностей эксплуатации изделия и соответствующих им законам распределения суммарной наработки КЛ. В качестве распределений наработки до ресурсного отказа можно использовать типовые распределения, приведенные в стандарте [5] (нормальное, экспоненциальное, Вейбулла, логарифмически нормальное, гамма-распределение, диффузионное монотонное и диффузионное немонотонное).

**Постановка задачи и ее решение.** Получим расчетные соотношения показателей ПОР КЛ на примере гамма-процентного распределения наработки до ресурсного отказа, т.е.  $\xi \sim W(\theta, \beta)$ , где  $\theta > 0$  и  $\beta > 0$  – параметры закона; суммарная наработка  $r(\tau)$  – по равномерному закону в интервале  $[a, b]$ , т.е.  $r(\tau) \sim R(a, b)$ .

В формулы (4), (5) [3] подставим  $\bar{F}(x) = e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta}$  и  $g(x, \tau) = \frac{1}{b-a}$ .

Получим:

$$P\{\xi > r(\tau)\} = \int_a^b e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} \cdot \frac{1}{b-a} dx. \quad (1)$$

$$P\{\xi > r(\tau) + t\} = \int_a^b e^{-\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^\beta} \cdot \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} \int_a^b e^{-\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^\beta} dx. \quad (2)$$

Подставляя (1), (2) в выражение  $P_r(t) = 1 - F_r(t) = \frac{P\{\xi > r(\tau) + t\}}{P\{\xi > r(\tau)\}}$

получим расчетное соотношение:

$$P\{\xi(R(a, b)) > t\} = \frac{\int_a^b e^{-\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^\beta} dx}{\int_a^b e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} dx}. \quad (3)$$

Выражения для среднего ПОР и гамма-процентного ПОР получим, подставив формулы (1), (2) в соотношение для  $\dot{O}_{\text{н}\delta}$  ( $g(x, \tau)$ ) [3]:

$$\dot{O}_{\text{н}\delta}(R(a, b)) = \left[ \int_a^b e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} dx \right]^{-1} \int_0^\infty \int_a^b e^{-\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^\beta} dx dt. \quad (4)$$

$$\int_a^b e^{-\left(\frac{x+\dot{O}_{\text{н}\delta\gamma}(R(a, b))}{\theta}\right)^\beta} dx = 0,01\gamma \int_a^b e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} dx. \quad (5)$$

Получение расчетных соотношений для ПОР в аналитическом виде для  $\beta > 2$  затруднительно. Рекомендуется вычисление интегралов в (3)-(5) производить методами численного интегрирования.

Найдем соотношения для ПОР для частного случая  $\beta = 2$ .

Вычислим в (3)  $\int_a^b e^{-\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^\beta} dx$  и  $\int_a^b e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^\beta} dx$  при  $\beta = 2$ . Сделаем замену

переменных:  $\frac{x+t}{\theta} = u$ ,  $dx = \theta du$ . Тогда

$$\int_a^b e^{-\left(\frac{x+t}{\theta}\right)^2} dx = \theta \int_{\frac{a+t}{\theta}}^{\frac{b+t}{\theta}} e^{-u^2} du. \quad (6)$$

Так как  $\int_0^u e^{-g^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2g} \Phi_1(gu)$ , где  $\Phi_1(gu) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{gu} e^{-z^2} dz$  - интеграл

вероятности, выражение (6) запишем в виде:

$$\theta \int_{\frac{a+t}{\theta}}^{\frac{b+t}{\theta}} e^{-u^2} du = \theta \left[ \int_0^{\frac{b+t}{\theta}} e^{-u^2} du - \int_0^{\frac{a+t}{\theta}} e^{-u^2} du \right] = \frac{\theta\sqrt{\pi}}{2} \left( \Phi_1\left(\frac{b+t}{\theta}\right) - \Phi_1\left(\frac{a+t}{\theta}\right) \right). \quad (7)$$

Подставим в (7)  $t = 0$ , в результате получим

$$\int_a^b e^{-\left(\frac{x}{\theta}\right)^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \theta \left[ \Phi_1\left(\frac{b}{\theta}\right) - \Phi_1\left(\frac{a}{\theta}\right) \right]. \quad (8)$$

Тогда, подставляя (7) и (8) в выражение

$$P_r(t) = 1 - F_r(t) = \frac{P\{\xi > r(\tau) + t\}}{P\{\xi > r(\tau)\}}, \text{ получим расчетное соотношение:}$$

$$P\{\xi(\dot{O}_{\text{н\ddot{o}}}(a, b)) > t\} = \frac{\Phi_1\left(\frac{b+t}{\theta}\right) - \Phi_1\left(\frac{a+t}{\theta}\right)}{\Phi_1\left(\frac{b}{\theta}\right) - \Phi_1\left(\frac{a}{\theta}\right)}. \quad (9)$$

Уравнение для гамма-процентного ПОР получим из формулы  $P\{\xi(g(x, \tau)) > \dot{O}_{\text{н\ddot{o}} \gamma}(g(x, \tau))\}$  [3] и формулы (9):

$$\begin{aligned} & \Phi_1\left(\frac{b + \dot{O}_{\text{н\ddot{o}} \gamma}(R(a, b))}{\theta}\right) - \Phi_1\left(\frac{a + \dot{O}_{\text{н\ddot{o}} \gamma}(R(a, b))}{\theta}\right) = \\ & = 0,01\gamma \left[ \Phi_1\left(\frac{b}{\theta}\right) - \Phi_1\left(\frac{a}{\theta}\right) \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Рассуждая аналогично, получим расчетное соотношение для среднего ПОР:

$$\begin{aligned} & \dot{O}_{\text{н\ddot{o}}}(R(a, b)) = \\ & = \left[ \Phi_1\left(\frac{b}{\theta}\right) - \Phi_1\left(\frac{a}{\theta}\right) \right]^{-1} \left[ \frac{\theta}{\sqrt{\pi}} \left( e^{-\left(\frac{a}{\theta}\right)^2} - e^{-\left(\frac{b}{\theta}\right)^2} \right) + a\Phi_1\left(\frac{a}{\theta}\right) - b\Phi_1\left(\frac{b}{\theta}\right) \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

**Выводы.** Предложенные математические модели позволяют проводить расчеты показателей ПОР для конкретных КЛ со случайной величиной расходуемого ресурса за заданную календарную продолжительность эксплуатации изделия, в том числе и за назначенный срок службы изделия. Для проведения таких расчетов должны быть известны законы распределения наработки до ресурсного отказа и суммарной наработки КЛ к назначенному сроку службы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кабели силовые с пластмассовой изоляцией. Технические условия: ГОСТ 16442-80. – [Введен 1982-01-01] – Москва: Изд-во

стандартів, 1981. – 23 с. – (Стандарт бывшего СССР).

2. Кабели контрольные с резиновой и пластмассовой изоляцией: ГОСТ 1508-78. – [Введен 1980-01-01] – Москва: Изд-во стандартов, 1979. – 15 с. – (Стандарт бывшего СССР).

3. Кирилюк А.С. Математические модели для расчета показателей пожаробезопасного остаточного ресурса кабельных линий/ А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков // Проблемы пожарной безопасности: Сб. науч. тр. НУГЗ Украины. – 2013. – Вып. 33. – С.69-74.

4. Переверзев Е.С. Случайные процессы в параметрических моделях надежности / Переверзев Е.С. – Киев: Наукова думка, 1987. – 252 с.

5. Надійність техніки. Методи розрахунку показників надійності. Загальні вимоги: ДСТУ 2862-94. – [Чинний від 1997-01-01]. – Київ: Держстандарт України, 1995. – 90 с. – (Національний стандарт України).

А.С. Кирилюк, О.В. Кулаков, А.Н. Катунин

#### **Розрахунок показників пожежонебезпечного залишкового ресурсу кабельних ліній при різних законах розподілу наробітку**

Запропоновані математичні моделі, що дозволяють проводити розрахунки показників пожежонебезпечного залишкового ресурсу для кабельних ліній з випадковою величиною ресурсу, що витрачається, за задану календарну тривалість експлуатації виробу. Для проведення таких розрахунків повинні бути відомі закони розподілу напрацювання до ресурсної відмови і сумарного напрацювання КЛ до призначеного терміну служби

**Ключові слова:** пожежа, ресурс, кабельний виріб

A.S. Kirilyuk, O.V. Kulakov, A.M. Katunin

#### **Computation of indexes of fire-safety remaining resource of cable lines at different laws of distributing**

The offered mathematical models, that allow to conduct computations of indexes of fire-safety remaining resource for cable lines with the accidental size of resource, that is expended, for the set calendar duration of exploitation of good. For conducting of such computations must be known laws of distributing of work to the resource refusal and total work of cable lines to the appointed term of service

**Keywords:** fire, resource, cable lines