

*Державна служба з надзвичайних ситуацій України*

Садковий В.П., В.М.Комяк, О.М.Данілін, В.В.Комяк

**МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ЛЮДСЬКИХ ПОТОКІВ ПІД ЧАС  
ЕВАКУАЦІЇ З БУДІВЕЛЬ У РАЗІ ВИНИКНЕННЯ НАДЗВИЧАЙНОЇ  
СИТУАЦІЇ**

Монографія

Харьков 2019

УДК 514.18

Печатається за дозволом  
Вченої ради НУЦЗУ  
протокол № от 25.10.2019р.

**Рецензенти:** *Л.М.Куценко*, д-р техн. наук, професор, Національний університет цивільного захисту України;

*І.В.Гребеннік*, д-р техн. наук, професор, Харківський національний університет радіоелектроніки

**Комяк В.М., Данілін О.М., Комяк В.В.**

Моделювання руху людських потоків під час евакуації з будівель у разі виникнення надзвичайної ситуації: Монографія. – Харків: НУГЗУ, 2019. - 124 с.

Однією з проблем на сьогодні є організація керованої евакуації людей з будівель за необхідний час, що розраховується виходячи з їх об'ємно-планувальних рішень. Під час моделювання руху людей, які апроксимуються набором еліпсів, в кожний момент часу виникає задача їх щільного розміщення з різною локальною щільністю, яка визвана дотриманням різних мінімально допустимих відстаней між еліпсами. Дотримання таких відстаней викликане урахуванням низки обмежень, серед яких можна виділити рух людей із різною швидкістю, урахуванням їх маневрності, комфортності тощо.

В роботі запропонована математична модель задачі оптимізації розміщення еліпсів в частині обліку норм і технологічних обмежень на параметри розміщення об'єктів, що дозволило представити задачу моделювання руху людей у вигляді задачі геометричного проектування. Для моделювання відношень неперетинання еліпсів і належності еліпса області побудовано нові квазі- $\phi$ -функції.

Розроблено методи математичного моделювання переміщення еліпсів в однозв'язній області за критерієм максимуму сукупного їх переміщення з урахуванням різних, по заданим технологічним обмеженнями, мінімально допустимих відстаней між ними, що дозволило розширити клас розв'язуваних актуальних практичних задач геометричного проектування.

Ил.27. Табл.3 . Библиогр.: 167 наим.

## ЗМІСТ

Вступ	5
1 Огляд літератури і вибір напрямків досліджень	10
1.1 Математичні моделі руху потоків людей при евакуації з будівель	10
1.2 Задача моделювання зернистих середовищ	20
1.3 Аналітичний огляд методів моделювання оптимального розміщення геометричних об'єктів	
1.4 Огляд публікацій, який присвячено задачам моделювання оптимального розміщення еліпсів	24
Висновки по першому розділу	31
2 Постановка задачі дослідження. Засоби моделювання обмежень задачі	32
2.1 Постановка загальної задачі дослідження	32
2.2 Моделювання взаємодії еліпсів (їх не-перитинання, перетинання, торкання)	36
2.3 Моделювання умов розміщення еліпсів у області	53
Висновки по другому розділу	60
3 Моделювання розміщення еліпсів у прямокутник мінімальних розмірів	61
3.1 Постановка задачі моделювання оптимізації розміщення еліпсів в прямокутник мінімальних розмірів та дослідження її властивостей	61
3.2 Методи побудови стартових точок в задачі моделювання оптимізації розміщення еліпсів	65
3.3 Метод моделювання оптимізації розміщення еліпсів в прямокутник мінімальних розмірів	67

Висновки по третьому розділу	75
4 Моделювання руху людських потоків при евакуації з будівель	76
4.1 Класифікація моделей моделювання руху людських потоків при евакуації з будівель	76
4.2 Постановка задачі моделювання індивідуально-поточного руху потоків людей та дослідження її властивостей	80
4.3 Методи моделювання індивідуально-поточного руху потоків людей	87
4.4 Програмне забезпечення алгоритмів моделювання індивідуально-поточного руху потоків людей. Опис інтерфейсу програми	95
Висновки по четвертому розділу	99
Висновки	100
Список використаних джерел	104

## ВСТУП

**Актуальність теми.** В період експлуатації будівель переважаючим фактором залишається безпека людей. Для цього розробляються науково-обґрунтовані плани їх евакуації. Для оцінки ефективності планів евакуації повинні бути розроблені моделі, методи та пакети програм, головною складовою яких є засоби моделювання руху людських потоків, які адекватно відображають реальні процеси руху індивідів.

Під час моделюванні руху людей, які апроксимуються набором еліпсів, в кожний момент часу виникає задача їх щільного розміщення з різною локальною щільністю, яка виникає в зв'язку з урахуванням різних мінімально допустимих відстаней між еліпсами. Дотримання таких відстаней викликане урахуванням низки обмежень, серед яких можна виділити рух людей із різною швидкістю, урахуванням їх маневреності, комфортності тощо.

З точки зору методів моделювання, вищенаведена прикладна задача належить до класу задач геометричного проектування зі специфічною системою обмежень, яка пов'язана з їх геометричними властивостями.

Незважаючи на наявність різноманітних моделей і методів розв'язання задач геометричного проектування, вони, як і раніше, є актуальними в тих галузях, формалізація яких недостатня для застосування наявних моделей та методів, які пов'язані з необхідністю врахування особливостей предметної області. Це, у свою чергу, призводить до необхідності формулювання постановок нових задач та розробки нових методів їх математичного моделювання.

Теоретичною базою досліджень є роботи як вітчизняних, так і зарубіжних вчених. Так теоретичним та практичним аспектам прикладної геометрії присвячено роботи вчених: Н.М. Аушевої, Ю.І. Бадаєва, В.Д. Борисенка, В.В. Ваніна, В.М. Верещаги, В.В. Гнатушенка, М.С. Гумена, С.М. Ковальова, Ю.М. Ковальова, В.М. Корчинського, Л.М. Куценка,

Є.В. Мартина, В.Є. Михайленка, В.М. Найдиша, А.В. Найдиша,  
 В.М. Несвідоміна, В.С. Обухової, А.В. Павлова, С.Ф. Пилипаки,  
 О.Л. Підгорного, А.М. Підкоритова, В.О. Плоского, Є.В. Пугачова,  
 К.О. Сазонова, І.А. Скідана, Г.Я. Тулущенко, А.Н. Хомченка, О.В. Шоман,  
 В.П. Юрчука та їх учнів.

Дослідженню та розробці методів розв'язання класу задач оптимізаційного геометричного проектування присвячено наукові праці:

– вітчизняних вчених: М.І. Гіля, В.М. Комяк, О.В. Панкратова, Е.Г. Петрова, В.П. Путятіна, В.Л. Рвачова, Т.Є. Романової, О.М. Соболя, Ю.Г. Стояна, С.В. Яковлева та їх учнів;

– зарубіжних вчених: R. Alvarez-Valdes, J.A. Bennell, E. Birgin, A. Bortfeldt, M.A. Boschetti, E. Burke, J. Carlier, S.G. Christensen, M. Dell'Amico, K.A. Dowsland, J. Egeblad, O. Faroe, G. Fuellerer, M. Gendreau, J.M. Gentil, M. Hifi, E. Hopper, S. Imahori, G. Kendall, G. Martins, T.C. Martins, J.F. Oliveira, D. Pisinger, A. Pott, M. Sigurd, K. Wang, Z. Wang та ін.

Дослідженню задач моделювання руху людських потоків присвячено роботи вчених: Беляєва С.В., Предтеченського В.М., Мілінського, А.І., Холщевнікова В.В., Самошина Д.А. та інших і використовуються програмні комплекси: Флоутек, Еватек, Myriad, PedGo, Exodus, Grid-Flow, STEPs, Path-Finder, Floor-Field, Social-Force.

Структура монографії складається із вступу, чотирьох розділів, висновків та списку літератури.

У *першому розділі* проаналізовано існуючі математичні моделі руху потоку людей. Показано, що при моделюванні руху людей по мережі коридорів використовуються, в основному, моделі, що оцінюють потік по середньо - статистичним даним, не аналізуючи індивідуальні характеристики індивідів потоку, такі як швидкість руху, їх габарити тощо, що важливо при русі людей з обмеженими фізичними можливостями в потоці змішаного складу. Результати аналізу показують відсутність моделі індивідуально-поточного руху людей, що адекватна реальному потоку людей.

Сформульована задача оптимізації переміщення людей у частині обліку норм і технологічних обмежень на параметри їх розміщення, що дозволило представити задачу моделювання руху людей, що апроксимуються еліпсами, у вигляді задачі геометричного проектування, а саме як задачі моделювання оптимізації розміщення еліпсів з урахуванням мінімальних відстаней, неперервних трансляцій і обертань.

Проведено аналіз наявних моделей та методів прикладної геометрії, які розроблені різними науковими школами України, а також моделей та методів оптимізаційного геометричного проектування, що створені як вітчизняними, так і закордонними вченими. Показано, що в класі задач розміщення еліпсів застосовують евристичні методи або апроксимацію еліпсів набором базових об'єктів, або розглядають питання упаковки еліпсів з урахуванням їх неперервних трансляцій і обертань для невеликого числа об'єктів (до 120), що робить складним вирішення низки актуальних практичних задач, таких як моделювання індивідуально-поточного руху людей, моделювання структури сипучих матеріалів тощо. Це дозволило зробити висновок про необхідність проведення наукових досліджень стосовно задач оптимального розміщення зазначеного класу об'єктів у відповідних областях з урахуванням властивостей предметних областей актуальних і практично значущих задач.

У даному розділі, виходячи з актуальності, сучасного стану досліджень за даним напрямком та аналізу існуючих підходів до розв'язання задачі дослідження сформульована мета і завдання дослідження.

У *другому розділі* побудовано узагальнену математичну модель задачі оптимального розміщення еліпсів. Узагальнена задача розміщення еліпсів формулюється, як задача оптимального розміщення набору еліпсів в області з урахуванням обмежень на умови неперетинання і умови розміщення з дотриманням заданих мінімальних допустимих відстаней, а також з урахуванням ряду технологічних обмежень так, щоб критерій якості набував екстремального значення.

Як ефективний засіб математичного моделювання відносин неперетинання пари еліпсів з урахуванням допустимих відстаней пропонується використовувати функції з класу  $\phi$ -функцій та квазі- $\phi$ -функцій, що запропоновані в роботах професора Ю.Г.Стояна. Так, для аналітичного опису умов неперетинання еліпсів пропонується новий спосіб моделювання відносин між еліпсами (неперетинання і розташування їх на мінімально допустимій відстані) з використанням нової квазі- $\phi$ -функції, що дозволило сформулювати такі умови у вигляді єдиної порівняно нескладної нелінійної нерівності.

У *третьому розділі* будується математична модель оптимізації розміщення еліпсів, що припускають неперервні трансляції та обертання у прямокутній області мінімальної площі з урахуванням мінімально допустимих відстаней. Задача розглядається у вигляді задачі нелінійного програмування. На основі властивості моделі удосконалено метод оптимального розміщення еліпсів, відмінною рисою якого є використання запропонованого в розділі 2 математичного апарату умов неперетинання еліпсів та умов включення в область, який має малу трудомісткість, що дало можливість збільшити вимірність практичних задач оптимального розміщення еліпсів. В роботі здійснюється порівняння результатів комп'ютерного моделювання з результатами як зарубіжних, так і вітчизняних дослідників.

Отриманий результат може бути використаний при моделюванні структури сипучих речовин.

У *четвертому розділі* розглянуто задачу моделювання руху потоків людей, які апроксимуються набором еліпсів. Задача в кожний момент часу зводиться до розміщення еліпсів із різною щільністю, яка виникає у зв'язку з урахуванням різних мінімально допустимих відстаней між людьми. Дотримання мінімально допустимих відстаней викликано урахуванням низки обмежень, серед яких можна виділити рух людей з різною швидкістю, урахуванням їх маневреності, комфортності тощо. У розділі пропонується



ефективні методи моделювання, які засновані на застосуванні методів розв'язання, як нелінійного програмування, так методів оптимізації за групою змінних. Наведені приклади комп'ютерного моделювання практичних задач та здійснено порівняння отриманих результатів з результатами інших дослідників.

Робляться висновки стосовно викладеного матеріалу, а також визначені перспективні напрямки можливих досліджень.

Матеріал монографії опубліковано в роботах [1 – 16].

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

### СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Komyak Va. A study of ellipse packing in the high-dimensionality problems / Va. Komyak, Vl. Komyak, A. Danilin // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – 1/4(85). – С. 17 – 23..
2. Данилин А. Н. Упаковка эллипсов в прямоугольник минимальных размеров / А. Н. Данилин, В. В. Комяк, В. М.Комяк, А. В.Панкратов // УСиМ. – К., 2016. – №5. – С. 5 – 9.
3. Данилин А. Н. Математическая модель оптимизации выбора технических средств и их местоположений для эвакуации из высотных зданий/ А. Н. Данилин, В. В. Комяк, К. Т. Кязимов // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон : ХНТУ, 2015. – №3 (54). – С. 565 – 569.
4. Комяк В. М. Математическая модель индивидуально-поточного движения людских и транспортных потоков /А. Н. Данилин, В. В. Комяк, В. М.Комяк, А. Н.Соболь, А. В. Панкратов // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон: ХНТУ, 2016. – №3 (58). – С. 501 – 505.
5. Комяк В. В. Подходы к моделированию движения людских потоков в зданиях и их сравнение / В. В. Комяк, А. Н. Данилин // Проблемы пожарной безопасности : Сб. научн. тр. АО «Фолио». – Вып 35. – Х.: НУГЗУ, 2014. – С. 110 – 115.
6. Данилин А. Н. Постановка задачи поиска рациональных планов эвакуации при чрезвычайных ситуациях из высотных зданий / А. Н. Данилин, В. В. Комяк, А. Г.Коссе // Проблемы пожарной безопасности: Сб. научн. тр. АО «Фолио». – Вып 37. – Х. : НУГЗУ, 2015. – С. 56 – 61.

7. Данилин А. Н. Метод оптимизации выбора технических средств и их местоположений в высотных зданиях для аварийной эвакуации / А. Н. Данилин, В. М. Комяк // Проблемы пожарной безопасности : Сб. научн. тр. АО «Фолио». – Вып 38. – Х. : НУГЗУ, 2015. – С. 58 – 63.
8. Данилин А. Н. Подход к моделированию индивидуально-поточного движения людей в потоке / А. Н. Данилин, В. В. Комяк, А. В. Панкратов // Проблемы пожарной безопасности : Сб. научн. тр. АО «Фолио». – Вып 39. – Х. : НУГЗУ, 2016. – С. 84 – 93.
9. Данилин А. Н. Модели движения потоков людей и их сравнение / А. Н. Данилин, В. В. Комяк, В. М. Комяк // Проблемы пожарной безопасности: Сб. научн. тр. АО «Фолио». – Вып 41. – Х. : НУГЗУ, 2017. – С. 60 – 64.
10. Комяк В. М. Алгоритмы моделирования индивидуально-поточного движения людей и их сравнение / В. М. Комяк, М. Н. Долгодуш, А. Н. Данилин // Сучасні проблеми моделювання: Зб. наук. праць. – Вип. 9. – Мелітополь: МДТУ, 2017. – С. 75 – 79.
11. Данилин А. Н. Индивидуально-поточное движение потоков людей при эвакуации из зданий / А.Н. Данилин // Материалы VII международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы пожарной безопасности, предупреждения, ликвидации чрезвычайных ситуаций» (20 – 22 сентября 2016, Кокшетау). – Кокшетау, 2016. – С. 68 – 72.
12. Комяк В. М. Геометричне моделювання розміщення неорієнтованих еліпсів за заданими обмеженнями / В. М. Комяк, М. Н. Долгодуш, А. Н. Данилин // Тези доповідей XIX Міжнародної науково-технічної конф. «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (6 – 9 червня 2017, Мелітополь). – Мелітополь: МДТУ, 2017. – С. 19.
13. Комяк В. М. Алгоритм побудови умов неперитинання еліпсів / В. М. Комяк, А. М. Данілін // Тези доповідей II Всеукраїнської науково-практичної конференції «Прикладна геометрія та інформаційні технології в моделюванні об'єктів, явищ і процесів» (18 – 20 жовтня 2017, Миколаїв). – Миколаїв : МНУ, 2017. – С. 242 – 245.

14. Комяк В.М. Геометричне моделювання умов неперетинання еліпсів / В.М.Комяк, О.М.Соболь, О.М. Данилин //Сучасні проблеми геометричного моделювання”.– Зб. наук.праць. – Мелітополь:МДТУ. – Вип.10 .- –1917р. – С.85 – 79.
15. Комяк В.М. Учет психофизических закономерностей при моделировании индивидуально-поточного движения людей / В.М.Комяк, А.Н. Данилин, В.В. Комяк // Сучасні проблеми геометричного моделювання. – Зб. наук.праць.- Мелітополь: МДТУ. – Вип.11 . – 1918р. – С.94 – 98.
16. Комяк В.М. Задачі упаковки та розкрою в рішенні прикладних задач / В.М.Комяк, О.М. Данілін // Прикладні питання математичного моделювання – Зб. наук.праць. – Херсон: ХНТУ. – №2, 2018. –С.35 – 42.

### **ЗАГАЛЬНИЙ СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ**

17. Холщевников В.В. Обзор компьютерных программ моделирования эвакуации зданий и сооружений / В.В. Холщевников, Д.А. Самошин, Н.Н. Галушка // Пожаровзрывобезопасность. – 2002. –Т.11, №5. – С. 40 – 69.
18. Парфененко А.П. Методология моделирования людских потоков и практика программирования их движения при эвакуации / А.П. Парфененко // Пожаровзрывобезопасность. – 2014. –Т.23, №12. – С. 46 – 55.
19. Таранцев А.А. Моделирование параметров людских потоков при эвакуации с использованием теории массового обслуживания / А.А. Тараненко // Пожаровзрывобезопасность. – 2002. – Т.23, №6. – С. 46 – 55.
20. Таранцев А.А. Об одной задаче моделирования эвакуации с использованием теории массового обслуживания / А.А. Тараненко // Пожаровзрывобезопасность. – 2002. – Т.23, №3. – С. 56 – 65.

21. Dogbe N.O. Modeling crowds by the mean-field limit approach / N.O. Dogbe // *Mathematical and Computer modeling*, 2010. – Vol. 52, Issues 9 – 10. – P. 1506 – 1520.
22. Helbing D. Simulating dynamical features of escape panic / D. Helbing, I. Farkas, T. Vicsek // *Nature* 407, 2007. – p. 487.
23. Reynolds C.W. Flocks, herds and Schools: A distributed behavioral model / C.W. Reynolds // *Computer Graphics 21(4) SIGGRAPH'87 conference proceedings*, 1987. – P. 25 – 34.
24. Treuille A. Continuum crowds / A. Treuille, S. Cooper, Z. Popovic // *In ACM SIGGRAPH 2006 Paper. SIGGRAPH'06*. – New York: ACM, 2006. – P. 1160 – 1168.
25. Гребенников Р.В. Моделирование поведения толп с использованием локальных скалярных полей / Р.В. Гребенников: Автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.13.17. – Воронеж, 2011. – 19 с.
26. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука. – М.: Мир, 1978.
27. Neumann J. The general and logic theory of automata // *Cerebral Mechanics in Behavior*. – New York: Wiley, 1951. – P. 1 – 31. (Википедия. Свободная энциклопедия. [ru.wikipedia.org](http://ru.wikipedia.org))
28. Zhao D.L. Exit dynamics of occupant evacuation in an emergency / D.L. Zhao, L.Z. Yang, J. Li // *Physica A* 363). – 2006. – P. 501 – 512.
29. Perez G.J. Streaming, disruptive interference and power-law behavior in the exit dynamics of confined pedestrians / G.J. Perez, G. Tapang, M. Lim, C. Saloma // *Physica A* 312). – 2002. – P. 609 – 518.
30. Varas A. Cellular automata model for evacuation process with obstacles / A. Varas, M.D. Cornejo, D. Mainemer, B. Toledo, J. Rogan, V. Munoz // *Physica A* 382). – 2007. – P. 631 – 642.

31. Kirchner A. Simulation of competitive egress behavior: comparison with aircraft evacuation data / A. Kirchner, H. Klupfel, K. Nishinari, A. Schadschneider, M. Schreckenberg // *Physica A* 324). – 2003. – P. 689 – 697.
32. Малинецкий Г. Г. Применение клеточных автоматов для моделирования движения группы людей / Г. Г. Малинецкий, М. Е. Степанцов // *Ж. вычисл. матем. и матем. физ.* – 2004. – 44 (11). – С. 2094 – 2098.
33. Kubawara H., Doi H., Ishimi A. A fire-escape simulation method by describing actions of evacuation as probabilistic phenomena // *CIB Symposium “Systems Approach to Fire Safety in Building”*, Tzukuba (Japan). – 1979. – Vol.1. – P.105–122.
34. Thompson P.A., Marchant E.W. A computer model for the evacuation of large building populations // *Fire Safety Journal*. – 1994. – Vol.24, Issue 2. – P.131 – 148. doi:10.1016/0379-7112(95)00019-p.
35. Pathfinder: Technical reference. Thunderhead Engineering Consultants Inc., 2009. URL : [http:// www.thun-derheadeng.com/pathfinder](http://www.thun-derheadeng.com/pathfinder) (дата обращения 10.03.2015).
36. Mott MacDonald: Evacuation modeling URL: [http:// www.mottmac.com](http://www.mottmac.com) (дата обращения 10.03.2015).
37. Owen M., Galea E.R., Lawrence P.J. The Exodus evacuation model applied to building evacuation scenarios // *Journal of Fire Protection Engineering*. – 1996. – Vol. 8, Issue 2. – P.65 – 84. doi: 10.1177/104239159600800202.
38. Предтеченский В.М., Милинский А.И. Проектирование зданий с учетом организации движения людских потоков. – М.: Стройиздат, 1969.
39. Самошин Д.А. Расчет времени эвакуации людей. Проблемы и перспективы. // *Пожаровзрывобезопасность*. – 2004. – Т.23, №1. – С. 46 – 55.
40. Karkin I.N., Parfenenko A.P. Floiwtch VD – computer-simulation method from evacuation calculation // *International Scientific and Technical*

- Conference Emergency Evacuation of People from Buildings. – Warsaw, 2011. – P.111 –118.
41. Холщевников В.В., Самошин Д.А. Эвакуация и поведение людей на пожарах: учебное пособие. – М.: Академия ГПС МЧС России, 2009. – 210 с.
42. Холщевников В.В. Закономерность связи между параметрами людских потоков: диплом №24-5 на открытие в области социальной психологии. – М.: Российская академия естественных наук, Международная академия авторов научных открытий и изобретений, Международная ассоциация авторов научных открытий, 2005.
43. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011614752 от 17.06.2011 г. Программа FMT 1.0 / Шишов И.А., Холщевников В.В. – М.: Федеральная служба по интеллектуальной собственности (Роспатент), 2011.
44. Холщевников В.В. Сопоставление различных моделей движения людских потоков и результатов программно-вычислительных комплексов / В.В. Холщевников, А.П. Парфененко // Пожаровзрывобезопасность. – 2015. – Т.24, №5. – С.68 – 74.
45. Аушева Н. М. Математичне забезпечення програмного інструментарію розробки систем екологічного моніторингу: монографія / Н. М. Аушева, С. І. Шаповалова, О. О. Мажара. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2017. – 148 с.
46. Аушева Н.М. Моделювання РН-кривих у вигляді фундаментального сплайну / Н.М. Аушева // Сучасні проблеми моделювання . – Зб. наук.праць. . – Вип.8. – Мелітополь: МДПУ, 2017. – С.20 – 25.
47. Бадаєв Ю.І. Універсальна аналітична крива для побудови візерунка / Ю.І. Бадаєв, Т.І. Щоголева // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь: ТДАТА, 2008. – Т. 40, Вип. 4. – С. 32 – 36.

- 48.Борисенко В.Д. Геометричне моделювання плоских криволінійних обводів за заданим параболічним законом розподілу їх кривини / В.Д. Борисенко , С.А. Устенко , В.С. Комар // Праці Тавр. держ. агротехн. академії. – Вип. 4. – Мелітополь: ТДАТА, 2007. – Т. 35.– С. 26-31.
- 49.Ванін В.В. Відображення кривої другого порядку на поверхню гіперболічного параболоїда / В.В. Ванін , О.В. Павлов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.:КНУБА, 2001. – Вип. 68. – С. 16-18.
- 50.Верещага В.М. Дискретно-параметричний метод геометричного моделювання кривих ліній та поверхонь: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук: спец. 05.01.01 «прикладна геометрія, інж. графіка» / В.М. Верещага – К.: КДТУБА, 1996. – 32 с.
- 51.Гнатушенко В.В. Геометричні моделі формування зображень високого розрізнення зі супутника IKONOS / В.В. Гнатушенко // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь: ТДАТА, 2004. – Т. 27, Вип. 4. – С. 35 – 39.
- 52.Гумен М.С. Екстремуми многовидів комплексного простору / М.С. Гумен, Є.В. Мартин // Сучасні проблеми геометричного моделювання. – Харків: ХДАТХ, 2001. – С. 62-64.
- 53.Ковалев С.Н. Место числовых последовательностей в дискретном геометрическом моделировании / С.Н. Ковалев, С.И. Пустюльга // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Х.: ХДУХТ, 2005. – Вип. 10. – С. 10 – 15.
- 54.Ковалев Ю.Н. Геометричне моделювання прийняття рішення в організаційних системах / Ю.Н. Ковалев, Г.П. Зубащенко, Л.В. Шевель // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь: ТДАТА, 2004. – Т. 27. – С. 8 – 13.
55. Корчинский В.М. Геометричні характеристики інформативності цифрових багатоспектральних зображень / В.М. Корчинский //



- Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2009. – Вип. 25. – С. 126 – 131 .
56. Куценко Л.М. Описи подери, ортотоміки і катакаустики для кривої, заданої параметрично / Л.М. Куценко // Праці Тавр. держ. агротехн. академії. – Вип. 4. – Мелітополь: ТДАТА, 2002. – Т. 16– С. 10 – 14.
57. Мартин Є.В. Геометричні моделі областей параметрів динамічних систем / Є.В. Мартин // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2005. – Вип. 75. – С. 45 – 49.
58. Михайленко В.Є. Алгоритми комп'ютерного моделювання границі шару, що змінюється у часі під дією заданих чинників (на прикладі фільтрування) / В.Є. Михайленко , О.В. Черніков // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2005. – Вип. 75. – С. 3 – 9.
59. Найдиш В.М. Основи прикладної дискретної геометрії / В.М. Найдиш, В.М. Верещага , А.В. Найдиш , В.М. Малкіна. – Мелітополь: ТДАТА, 2007. – 194 с.
60. Обухова В.С. Конгруенція нормалей торса  $T_3^4$  і її поверхні вздовж твірних та конічних перерізів / В.С. Обухова , О.Л. Підгорний // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2001. – Вип. 68. – С. 7 – 10.
61. Пилипака С.Ф. Конформне відображення геометричних елементів поверхні, віднесеної до ізометричних координат / С.Ф. Пилипака , В.В. Дзюба , Е.О. Чернишова // Праці Тавр. держ. агротехн. академії. – Вип. 4. – Мелітополь: ТДАТА, 2006. – Т. 33,– С. 15 – 21.
62. Подкоритов А.М., Н.П., Моделювання мікрогідроциклона з урахуванням квазігвинтової поверхні / А.М. Підкоритов , Н.П. Ісмаїлова, Т.С. Маковкіна // Сучасні проблеми моделювання . – Зб. наук.праць. – Вип.9.–Мелітополь: МДПУ, 2017. – С.119 – 123.

- 63.Плоский В.А. Особенности та тенденції розвитку методології прикладної геометрії / В.А. Плоский // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2005. – Вип. 75. – С. 75 – 79.
- 64.Сазонов К.О. Математичне і комп'ютерне моделювання розкрою тканини на викройки м'яких меблів / К.О. Сазонов, В.М. Комяк, О.М. Соболев // Сучасні проблеми геометричного моделювання. – Х.: ХДАТХ, 2001. – С. 38 – 40.
- 65.Скидан І.А. Спеціальні параметризації простору і поверхонь / І.А. Скидан // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Х.: ХДУХТ, 2005. – Вип. 9. – С. 6 – 12.
- 66.Рвачев В.Л. О классе функций, удобных для аналитического описания некоторых геометрических образов / В.Л. Рвачев, Е.Л. Ющенко // Кибернетика и техника вычислений. – К.: Наук. думка, 1964. – С. 18 – 31.
- 67.Рвачев В.Л. Об аналитическом описании некоторых геометрических объектов / В.Л. Рвачев // Доклады АН Украины. – 1963. – № 4. – С. 765 – 767.
- 68.Рвачев В.Л. К задаче распознавания непересечения фигур специального вида / В.Л. Рвачев, Ю.Г. Стоян // Кибернетика. – 1965. – № 6. – С. 85 – 94.
- 69.Рвачев В.Л. Алгоритмы построения неравенств, которым удовлетворяют параметры размещения непересекающихся тел / В.Л. Рвачев, Ю.Г. Стоян // Кибернетика. – 1966. – № 7. – С. 82 – 92.
- 70.Рвачев В.Л. К вопросу о поиске абсолютного экстремума в одной задаче оптимального раскроя / В.Л. Рвачев, Ю.Г. Стоян, А.Г. Глушко // Алгоритмические языки, оптимизация, программирование. – 1966. – Вип. 2. – С. 70 – 81.
- 71.Стоян Ю.Г. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов / Ю.Г. Стоян, Н.И. Гиль. – К.: Наук. думка, 1976. – 248 с.

72. Стоян Ю.Г. О плотной упаковке параллелепипедов произвольных размеров в параллелепипеде наименьшего объема / Ю.Г. Стоян, А.Я. Галата // Кибернетика. – 1972. – № 2. – С. 81 – 86.
73. Stoyan Yu. Packing of various radii solid spheres into a parallelepiped / Yu. Stoyan, G. Yaskov, G. Scheithauer // Central European Journal of Operations Research. – 2003. – Vol. 11, №4. – P. 389 – 407.
74. George J.A. Packing differed-sized circles into a rectangular container / J.A. George, J.M. George, B.W. Lamar // European Journal of Operational research. – 1995. – № 84. – P. 693 – 712
75. Романова Т.Є. Засоби побудови математичних моделей оптимізаційних задач розміщення геометричних об'єктів та їх застосування: Дис. ... д-ра техн. наук: 01.05.02 ./ Т.Є. Романова – К.: Ін-т кібернетики НАН України, 2003. – 324 с.
76. Стоян Ю.Г. Размещение геометрических объектов / Ю.Г. Стоян. – К.: Наук. думка, 1975. – 239 с.
77. Стоян Ю.Г. Свойства и способы реализации функции плотного размещения / Стоян Ю.Г., Гиль Н.И. – К.: Ін-т кібернетики АН УССР, 1972. – 46 с. – (Препринт / АН УССР. Ін-т кібернетики; 18).
78. Элементы теории геометрического проектирования / [Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М. и др.]; под ред. В.Л. Рвачева. – К.: Наук. думка, 1995. – 241 с.
79. Гиль Н.И. Об одном подходе к построению годографа вектор-функции плотного размещения плоских геометрических объектов, устойчивого к вычислительной погрешности / Гиль Н.И., Комяк В.М. – Х.: Ін-т пробл. машиностроения АН України, 1991. – 23 с. – (Препринт / АН України. Ін-т пробл. машиностроения; 350) .
80. Stoyan Yu.G. Automation of arrangement design of engineering systems of block design. Mathematical model / Yu.G. Stoyan, A.F. Loiko // Engineering simulation. – 1998. – № 15. – P. 815 – 825.

81. Гиль Н.И. Математическое моделирование нерегулярного размещения плоских геометрических объектов в системах автоматизации проектирования (теоретические основы, методы, приложения): Автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.12.13 / Н.И. Гиль. – Минск, 1990. – 32 с.
82. Стоян Ю.Г. Метод асимптотического перебора локальных экстремумов / Стоян Ю.Г, Гиль Н.И. – Х.: Ин-т пробл. машиностроения АН УССР, 1974.– 48 с. – (Препринт / АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения; 1-74).
83. Стоян Ю.Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев. – К.: Наук. думка, 1986. – 268 с.
84. Романова Т.Е. Система построения математической модели класса  $E_k(R^2)$ -задач размещения: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.16 / Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова АН УССР. – К.:, 1990. – 16 с.
85. Стоян Ю. Г. Об одном обобщении функции плотного размещения / Ю. Г. Стоян // Доклады АН УССР. – 1980. – № 8. – С. 70 – 74.
86. Стоян Ю.Г. Математическое моделирование отношений геометрических объектов / Ю.Г. Стоян, Т.Е. Романова // Прикладная радиоэлектроника. Состояние и перспективы развития. – 1-й Междунар. радиоэлектронный форум – МРФ-2002: Сб. науч. тр. – Ч. 2. – Х.: АН ПРЗ, ХНУРЭ, 2002. – С. 223 – 226.
87. Stoyan Yu.G. Ф-function and its basic properties / Yu.G. Stoyan // Доклады НАН Украины. Сер. А. – 2001. – №8. – С. 112 – 117.
88. Стоян Ю.Г. Ф-функции параллелепипедов и цилиндров/ Ю.Г. Стоян, Д.И. Придатко, Т.Е. Романова, М.А.Уварова // Доклады НАН Украины. – 2002. – № 10. – С. 68 – 72.
89. Стоян Ю.Г. Основная задача геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян. – Х.: Ин-т проблем машиностроения АН УССР. – 1983. – 36 с. (Препринт / АН УССР. Ин-т проблем машиностроения; 181.)

- 90.Магас С.Л. Методы решения экстремальных задач размещения многоугольных геометрических объектов на полосе: Автореф. дис. ... канд. физ. -мат. наук: 01.05.03 / С.Л. Магас. – М., 1984. – 20 с.
- 91.Стоян Ю.Г. Метод поиска локального экстремума в задаче размещения многоугольников в полосе / Ю.Г. Стоян, М.В.Новожилова . – Х.: Ин-т пробл. машиностроения АН УССР, 1987.– 24 с. – (Препринт / АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения; 263).
92. Пандорин А.К. Методы и алгоритмы построения раскладок в системах управления раскроем изотропных материалов / А.К. Пандорин // Автореф. дис ... канд. техн. наук: 01.05.03. – Х.:ХИРЭ, 1987. –24с.
- 93.Chernov N. , Stoyan Yu., Romanova T., Pankratov A. Phi-Functions for 2D Objects Formed by Line Segments and Circular Arcs / N. Chernov , Yu.Stoyan, T. Romanova, A. Pankratov // Advances in Operations Research. – 2012. – Vol. Article ID 346358. – 26 p. doi:10.1155/2012/346358.
- 94.Stoyan Yu. Phi-function for complex 2D object / Yu.Stoyan, N.Gil, T. Romanova, G.Scheithauer // 40R Quarterly Journal of the Belgian, French and Italian Operations Research Societies .– 2004. – Vol. 2(1). – P.69 – 84.
- 95.Романова Т.Е. Математическое моделирование взаимодействия отрезка прямой и базовых геометрических объектов . – 2006. – №2. – С.12 – 15.
- 96.Стоян Ю.Г. Полный класс Ф-функций для базовых объектов / Ю.Г. Стоян, Т.Е. Романова, Н.И. Чернов, А.В. Панкратов // Доповіди НАН України. – 2010. – № 12. – С. 25 – 30.
- 97.Романова Т.Е. Полный класс Ф-функций для круговых сегментов и базовых объектов / Т.Е. Романова, Е.А.Ступак // Штучний інтелект. – 2006. – С. 232 –242.
- 98.Chernov N, Stoyan Yu, Romanova T. Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem / N. Chernov , Yu.Stoyan, T.

- Romanova, // Computational Geometry: Theory and Applications. – 2010. – 43(5). – P. 535 – 553.
99. Stoyan Yu. Packing unequal circles into a strip of minimal length with jump algorithm / Yu. Stoyan, G. Yaskov // Optimization Letters. – 2013. Doi:10.1007/s11590-013-0646-1, Online ISSN 1862 – 4480.
100. Комяк В.М. Математическое и компьютерное моделирование нерегулярного размещения плоских геометрических объектов в областях произвольной пространственной формы: Дис. ... докт. техн. наук: 01.05.02 / В.М. Комяк. – Х., 1996. – 377 с.
101. Чугай А.М. Решение задачи упаковки кругов в выпуклый многоугольник с помощью модифицированного метода сужающихся окрестностей // Радиоэлектроника и информатика. – 2005. – №1 – С.58. – 63.
102. Панкратов А.В. Информационная система решения оптимизационной задачи размещения произвольных неориентированных 2D объектов / А.В. Панкратов // Системи обробки інформації. – 2013. – №1 (108). – С. 82 – 86.
103. Панкратов А.В. Математические модели, методы и информационные технологии решения оптимизационных задач размещения геометрических объектов: Дис. ... д-ра техн. наук: 01.05.02 / А.В. Панкратов. – Х., 2013. – 413 с.
104. Стоян Ю.Г. Квази- $\phi$ -функции для математического моделирования отношений геометрических объектов / Ю.Г. Стоян, А.В. Панкратов, Т.Е. Романова, Н.И. Чернов // Доповіді. НАН України. – 2014. – Т 9. – С. 49 – 54.
105. Bennel J.A. The geometry of nesting problems: A tutorial / J.A. Bennel, J. F. Oliveira // European Journal of Operational Research. – 2008. – Vol.184. – P. 397– 415.

106. Bennel J.A. A tutorial in irregular shape packing problem / J.A Bennel, J. F. Oliveira // Journal of Operational Research Society. – 2009. – Vol.60. – P.93 – 105.
107. Blazewicz J. Two-dimensional cutting problem basic complexity results and algorithms for irregular shapes / J.Blazewicz, M.Drozdzowski, B.Soniewicki, R. Walkowiak // Found. Cont. Eng . – 1989. – Vol. 14 (4). – P. 137 – 160.
108. Burke E.K. Complete and robust no-fit polygon generation for the irregular stock cutting problem / E.K. Burke, R.Hellier, G.Kendall, G.Whitwell // EJOR. – 2007. – P.27 – 49.
109. Whitwell G. Novel Heuristic and Met heuristic Approaches to Cutting and packing / G.Whitwell // School of Computer Science and Information Technology. – University of Nottingham, PhD Thesis. – 2005. – 313p .
110. Burke E.K. Irregular packing using the line and arc no-fit polygon / E.K. Burke, R.Hellier, G.Kendall, G.Whitwell // Operations Research. – 2010. – Vol. 58 (4) . – P. 948 – 970.
111. Milenkovic V. Rotational polygon containment and minimum enclosure using only robust 2d construction / V.Milenkovic // Computational Geometry. – 1999. – Vol. 13(1). – P. 3 – 19.
112. Milenkovic V. Rotational polygon overlap minimization and compaction / V.Milenkovic // Computational Geometry. – 1998. – Vol. 10(4). – P. 305 – 318.
113. Gomes M. Irregular Packing Problems: Industrial Applications and New Directions Using Computational Geometry / M.Gomes // Intelligent Manufacturing Systems. – 2014. – Vol. 11, Part 1. – P. 378 – 383.
114. Rocha P. Circle Covering Representation for Nesting problems with continuous rotations / Rocha P., R.Rodrigues, M.Gomes, A.Toledo, M. Andretta //Preprint of 19<sup>th</sup> World Congress, The International Federation of Automatic Control. – 2014. – P. 24 – 29.

115. Leung S.C.H. Extended local search algorithm based on nonlinear programming for two-dimensional irregular strip packing problem / S.C.H. Leung, Y.Lin, D.Zhang // *Computers & Operations Research*. – 2012. – Vol. 39, №3. – P. 678 – 686.
116. Попова А.В. Геометричне моделювання розміщення плоских орієнтованих об'єктів з кусково-нелінійними границями / А.В. Попова // Автореф. дис ... канд. техн. наук: 05.01.01. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2015. –26с.
117. Безуглова Ю.С. Геометричне моделювання розміщення неорієнтованих об'єктів з кусково-нелінійними границями у багатозв'язних областях / Ю.С.Безуглова // Автореф. дис ... канд. техн. наук: 05.01.01. – Дніпропетровськ: ДНУ, 2016. –25с.
118. Стоян Ю.Г. Некоторые вопросы аналитического представления функции плотного размещения / Ю.Г.Стоян, Н.И.Гиль, Н.А.Бондаренко // *Вычислительная техника в машиностроении*. – Минск: ИТК АН БССР, 1973. – С. 48 – 49.
119. Бардадым Т.А. Заметки о подходах к построению Ф-функций для эллипсов / Т.А.Бардадым, О.А.Березовский // *Компьютерная математика*. – 2013. – Вып.2. – С.50 – 56.
120. Toth L. F. Packing of ellipses with continuously distributed area / L. F. Toth // *Journal of Discrete Mathematics* – 1986. – Vol. 60. – P. 263–267. doi: 10.1016/0012-365X(86)90018-X.
121. Ting J. M. An ellipse-based discrete element model for granular materials / J. M. Ting, M. Khwaja, L. R. Meachum, J. D. Rowell // *Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. – 1993. – Vol. 17(9). – P. 603 – 623. doi:10.1002/nag.1610170902.
122. Feng Y. An Advancing Front Packing of Polygons, Ellipses and Spheres / Y. Feng, K. Han, D. Owen // *Discrete Element Methods* – 2002. – P. 93 – 98. doi: 10.1061/40647(259)17.



123. Vickers, G. T. / Nested Ellipses // Applied Probability Trust. – 2009. – Vol. 41(3). – P. 131 – 137.
124. Xu W. X. An overlapping detection algorithm for random sequential packing of elliptical particles / W. X. Xu, H. S. Chen, Z. Lv // Physica. – 2011. – Vol. 390. – P. 2452 – 2467. doi:10.1016/j.physa.2011.02.048.
125. Bezdek A. Packing Euclidean space with congruent cylinders and with congruent ellipsoid / A. Bezdek, W.Kuperberg // The Victor Klee Festschrift Applied Geometry and Discrete Mathematics, DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science AMS ACM, (edited by P. Gritzman and B. Strumfels). – 1991. – P. 71 – 80.
126. Conway J.H. Sphere Packings, Lattices and Groups / J.H. Conway, N.J.Sloane. – Springer, 1998. – 706p.
127. Donev A. Improving the density of jammed disordered packing using ellipsoids / A. Donev, I.Cisse, D. Sachs, E.A.Variano, F.H. Stillinger, R. Connelly, S. Torquato, M. Chaikin // Science. – 2004. – Vol. 303, № 5660. – P. 990 – 993.
128. Man W. Experiments on random packing of ellipsoids / W. Man, A.Donev, F.H. Stillinger, M,T.Sullivan, W.B. Russel, D.Heeger, S.Inati, S.Torquato, P.M.Chaikin // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 94(19).
129. Delaney G. Random packing of elliptical disks / G. Delaney, D.Weaire, S.Hutzler, S.Murphy // Philosophical Magazine Letters. – 2005. – Vol. 85(2). – P.89 – 96.
130. Wang C.Y. A packing generation scheme for the granular assemblies with planar elliptical particles / C.Y. Wang, V.C.Liang // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geromechanics. – 1993. – Vol. 17(9). – P.603 – 623.
131. Rosin P.L. A survey and comparison of traditional piecewise circular approximations to the ellipse // Computer Aided Geometric Design. – 1999. – Vol. 16. – P. 269 – 286.

132. Ting J.M. An ellise-based discrete element model for granular material / J.M.Ting, M. Khwaja, L.R.Meachum, J.D.Rowell // Numerical and Analytical Methods in Geromechanics. – 1993. – Vol. 17(9). – P.603 – 623.
133. Feng Y. An Advancing Front Packing of Polygons, Ellises and Spheres / Y. Feng, K. Han, D. Owen // Discrete Element Methods. – 2002. – P. 93 – 98. doi:10.1061/40647(259)17.
134. Gensane T. Optimal Packing of Two Ellipses in a Square / T. Gensane , P.Honvault // Technical report, L.M.P.A. – 2012.
135. Birgin E.G. Packing circles within ellipses / E.G. Birgin, L.H.Bustamante, H.F. Callisaya, J.M. Martinez // International transactions in operational research. – 2013. – Vol. 20(3). – P. 365 – 389.
136. Bustamante L.H. Stochastic global optimization strategies for packing circles within ellipses / L.H.Bustamante // Ms Dissertation, Institute of Mathematics and Statistics, University of Sao Paulo. – 2012.
137. Kallrath, J. Cutting ellipses from area-minimizing rectangles / J. Kallrath, S. Rebennack // Journal of Global Optimization. – 2014. – Vol. 59 (2 – 3). – P. 405 – 437.
138. Kallrath J. Cutting Ellipses from Area-Minimizing Rectangles / J. Kallrath, S. Rebennack // Journal of Global Optimization. – 2013. – Vol. 59 (2 – 3). – P. 405 – 437. doi:10.1007/s10898-013-0125-3.
139. Kallrath, J. Cutting Circles and Polygons from Area-Minimizing Rectangles / J. Kallrath // Journal of Global Optimization – 2008. – Vol. 43 (2 – 3). – P. 299 – 328. doi:10.1007/s10898-007-9274-6.
140. Панкратов А.В. / Оптимальная упаковка эллипсов с учетом допустимых расстояний / А.В. Панкратов, Т.Е. Романова, И.А.Суббота // Журнал обчислювальної математики. – 2014. – Т. 1. – С. 27-42.
141. Stoyan, Yu. Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses / Yu. Stoyan, A. Pankratov, T. Romanova // J. of Glob. Optim. –2015. doi: 10.1007/s10898-015-0331-2.

142. Стоян Ю. Г. Квази-phi-функции для математического моделирования отношений геометрических / Ю. Г. Стоян, А. В. Панкратов, Т. Е. Романова, Н. И. Чернов // Доповіді НАН України. – 2014. – Т. 9. – С. 49 – 54.
143. Stoyan, Yu. Optimized Object Packings Using Quasi-Phi-Functions / Yu. Stoyan, T. Romanova, A. Pankratov, A. Chugay. Yu. Stoyan, T. Romanova, A. Pankratov, A. Chugay // Volume 105 of the series Springer Optimization and Its Applications, –2015. – P. 265 – 293.
144. Birgin E. G. Packing Ellipsoids by Nonlinear Optimization / E. G. Birgin, R. Lobato, J. M. Martínez // Journal of Global Optimization 65. – 2016. – P. 709 – 743.
145. Birgin E. G. Packing circles within ellipses / E. G. Birgin, L. H. Bustamante, H. F. Callisaya, J. M. Martinez E. G. Birgin, L. H. Bustamante, H. F. Callisaya, J. M. Martinez // International transactions in operational research. – 2013. – Vol. 20(3). – P. 365 – 389. doi:10.1111/itor.12006.
146. Birgin E. G. Practical Augmented Lagrangian Methods for Constrained Optimization / E. G. Birgin and J. M. Martinez // Society for Industrial and Applied Mathematics). – Philadelphia, PA, 2014.
147. Kampas Frank J. General Ellipse Packings in an Optimized Circle Using Embedded Lagrange Multipliers (Submitted for publication January 2016) / Frank J. Kampas, János D. Pintér , Ignacio Castillo, János D. Pintér , Ignacio Castillo // Global Optimization Submissions. – 2016. ([http://www.optimization-online.org/DB\\_FILE/2016/01/5293.pdf](http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2016/01/5293.pdf)).
148. Kampas Frank J. General Ellipse Packings in Optimized Regular Polygons, (Submitted for publication February 2016) / Frank J. Kampas, Ignacio Castillo, János D. Pintér // Global Optimization Submissions. – 2016. ([http://www.optimization-online.org/DB\\_FILE/2016/03/5348.pdf](http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2016/03/5348.pdf)).
149. Стоян Ю.Г. Об одном обобщении функции плотного размещения // Доклады АН УССР. – 1980. – №8. – С.70 – 74.

150. Панкратов А.В., Романова Т.Е., Суббота И.А. Разработка эффективных алгоритмов оптимальной упаковки эллипсов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий – 2014, 5/4(71). – С. 28 – 35.
151. Стоян Ю.Г. Основная задача геометрического проектирования. – Х.: ИПМаш АН УССР, 1983. – 36 с. – (Препринт / ИПМаш АН Украины, №181).
152. Стоян Ю.Г. Алгоритм декомпозиции геометрических объектов в 2D-задачах упаковки и раскроя / Ю.Г. Стоян, Н.И.Гиль, Т.Е. Романова, М.В. Злотник // Кибернетика и системный анализ . – 2011. – №6. – С. 54 – 58.
153. Панкратов А.В. Phi-функции для эллипсов, аппроксимированных дугами окружностей / А.В. Панкратов // Радиоэлектроника и информатика. – 2015). – 2(69). – С. 6 – 9.
154. Stoyan, Yu. Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses / Yu. Stoyan, A. Pankratov, T. Romanova // J. of Global Optimization. – 2016. – Vol. 65(2) – P. 283 – 307.
155. Стоян Ю. Г. Квази-phi-функции для математического моделирования отношений геометрических / Ю. Г. Стоян, А. В. Панкратов, Т. Е. Романова, Н. И. Чернов // Доповіді НАН України. – 2014. – Т. 9. – С. 49-54.
156. Панкратов О.В. Математичні моделі, методи та інформаційні технології розв'язання оптимізаційних задач розміщення геометричних об'єктів / О.В. Панкратов: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 01.05.02 «Математичне моделювання та обчислювальні методи». – Харків, 2013. – 40 с.
157. Комяк В.М. Математическое и компьютерное моделирование нерегулярного размещения плоских геометрических объектов в областях произвольной пространственной формы: Дис. ... д-ра техн. наук: 01.05.02 / В.М. Комяк. – Х., 1996. – 377 с.

158. Pankratov A. V. Optimal packaging ellipses given allowable distance / A. V. Pankratov, T. E. Romanova, I. A. Subota // Journal of computing mathematics. – 2014. – Vol. 1. – P. 27 – 42.
159. Bennell J., Scheithauer G., Stoyan Yu., Romanova T., Pankratov A. Optimal clustering of a pair of irregular objects // Journal of Global Optimisation, March 2015, – Vol. 61, Issue 3, – P. 497 – 524.
160. Гиль Н.И. Задача упаковки неориентированных эллипсов / Н.И.Гиль, А.В. Панкратов, Т.Е. Романова, И.А.Суббота // Зб. наук. Праць Харківського ун-ту Повітряних Сил. – Х.: Харківський ун-т Повітряних Сил ім. І.Кожедуба, 2013. – №4(37). – С. 87-90.
161. Суббота И.А. Задача оптимальной упаковки эллипсов: математические модели и методы решения / И. А. Суббота: Дис. ... канд. техн. наук: 01.05.02. «Математичне моделювання та обчислювальні методи» – Харьков, 2014. – 120 с.
162. Wachter A. On the implementation of an interior-point filter line-search algorithm for large-scale nonlinear programming / A. Wachter, L. T. Biegler // Mathematical Programming. – 2006. – Vol. 106 (1). – P. 25 – 57. doi:10.1007/s10107-004-0559-y.
163. Об утверждении методики определения расчетных величин пожарного риска в зданиях, сооружениях и строениях различных классов функциональной пожарной опасности [Текст]: Приказ МЧС России от 30 июня 2009года: зарег. в Минюсте РФ 06.08.2009. – №14486.
164. Кирик Е.С. О непрерывно-дискретной стохастической модели движения людей / Е.С. Кирик, Т.Б. Юргельян, Д.В. Круглов, А.В. Малышев // Моделирование неравновесных систем: Материалы XIII Всероссийского семинара «Моделирование неравновесных систем». – Красноярск: ИВМ СО РАН, 2010. – С. 81 – 85.

165. Schadschneider A. Evacuation Dynamics: Empirical Results, Modeling and applications /A. Schadschneider, W. Klingsch, H. Kluepfel, T.Kretz, C.Rogsch, A.Seyfried // Encyclopedia of Complexity and System Science. – Springer, 2009.
166. Самошин Д.А. Программные комплексы для расчета эвакуации людей / Д.А. Самошин // Материалы международной конференции «Производство. Технологии. Экология». – Ижевск, 2010. – С.50 – 52.
167. Комяк В.М. Комп'ютерна програма “Евакуація+”/ В.М. Комяк, О.В.Панкратов, О.М.Данілін, В.В.Комяк. – Свідотство про реєстрацію авторського права на твір . – № 75764, 2018.