

УДК 351.861

*О. А. Антошкін<sup>1</sup>, к.т.н., доцент, викл. каф. (ORSID 0000-0003-2481-2030)**О. В. Нешпор<sup>2</sup>, заст. нач. інституту (ORCID 0000-0002-0670-5445)*<sup>1</sup>*Національний університет цивільного захисту України, Харків, Україна*<sup>2</sup>*Інститут державного управління та наукових досліджень з цивільного захисту, Київ, Україна*

## РОЗРОБКА ЗАСОБУ АВТОМАТИЗАЦІЇ ПРОЕКТУВАННЯ ШЛЕЙФІВ ПОЖЕЖНОЇ СИГНАЛІЗАЦІЇ З ОПТИМІЗОВАНИМ СКЛАДОМ

Розв'язано оптимізаційну задачу побудови засобів автоматизації проектування шлейфів пожежної сигналізації, оптимізованих за кількістю сповіщувачів і довжиною проводів для приміщень довільної форми з урахуванням нормативно-технологічних обмежень. Розроблено та впроваджено комплекс програм для розв'язання задачі оптимізації. Розроблено математичну модель задачі, узагальнену стратегію для розв'язання задачі засобів математичного моделювання зв'язків між колами, які моделюють зони контролю пожежних сповіщувачів, що утворюють кругове покриття області, як функції, які не потребують введення допоміжних змінних. Більш ранні роботи за аналогічною тематикою не давали можливості в автоматичному режимі отримати оптимальні за складом шлейфи пожежної сигналізації з урахуванням вимог нормативного та фізичного характеру. Проведені в роботі обчислювальні експерименти переконливо підтвердили конструктивність розроблених засобів математичного моделювання зв'язків геометричних об'єктів у задачах кругового покриття та продемонстрували адекватність побудованої математичної моделі задачі покриття колами однакового радіуса області складної форми та її реалізацій, ефективність запропонованих стратегій, методи побудови вихідних точок, алгоритми генерації простору рішень і методи пошуку локального екстремуму. Слід зазначити, що більшість результатів, отриманих під час обчислювальних експериментів, отримано вперше. Практична цінність запропонованого підходу для задач кругового охоплення довільних областей, яка полягає в генерації простору розв'язків задачі для прийнятної вихідної точки з подальшою локальною оптимізацією, наочно демонструється під час розв'язування тестових задач. Розроблений програмний комплекс може бути використаний при проектуванні систем пожежної сигналізації інженерами-проектувальниками та під час експертизи проектів.

**Ключові слова:** математичне моделювання, оптимізація, покриття, розміщення пожежних сповіщувачів, трасування шлейфів

### 1. Вступ

Одним з основних шляхів прискорення науково-технічного прогресу є автоматизація проектно-конструкторських робіт на базі широкого застосування програмних засобів моделювання в поєднанні з сучасними пакетами розв'язання оптимізаційних задач (т. зв. Solver-Mi). Розв'язуючи багато задач проектування, важливо враховувати їх геометричні особливості, що дозволяє виділити ці задачі в окремий клас задач геометричного проектування.

Сучасна практика використання пакетів програм для розв'язання оптимізаційних задач найчастіше припускає, що математична модель задачі побудована й залишається тільки подати її в певному форматі. Таким чином, наявні програмні засоби залишають неавтоматизованим етап побудови моделі, що робить актуальним пошук нових комп'ютерних технологій моделювання постановок оптимізаційних задач у різних предметних областях. Отже, розробка сучасних інформаційних систем для розв'язання задач покриття вимагає автоматичної побудови математичних моделей. Однак етап побудови моделі, будучи одним із найбільш складних і відповідальних етапів операційного дослідження, дотепер погано формалізований.

Загальні витрати на обладнання об'єктів системами автоматичного проти-пожежного захисту (САППЗ) складаються як з витрат на закупівлю обладнання, telecommunications and radio engineering. DOI: 10.52363/2524-0226-2023-37-15

монтаж складових системи, так і на їх проектування. Суттєво зменшити загальний бюджет впровадження САППЗ на об'єкті дозволить автоматизація цього процесу. Але сучасні підходи до створення автоматизованих робочих місць проектувальника (або його складових), як правило, реалізують розв'язання виключно інженерної задачі без спроб оптимізації складу системи. Тому удосконалення існуючих методів та підходів до автоматизації проектування САППЗ з використанням ефективних математичних методів з моделюванням взаємовідносин між об'єктами, що покривають, з областю покриття, дотриманням існуючих обмежень нормативного та фізичного характеру є актуальною проблемою.

## 2. Аналіз літературних даних та постановка проблеми

Використання методів геометричного проектування для розв'язання задач оптимізації технічних систем отримало широке розповсюдження. В тому числі і для задач покриття та розміщення об'єктів в областях довільної форми із додатковими обмеженнями та областями заборони.

Для розв'язання такого класу задач існують деякі розширення або варіанти підходів перевірки покриття таких, як розширений підхід в області що спонсується [1]. Але при будові покриття під час проектування систем пожежної сигналізації спостерігається одночасна взаємодія більш ніж двох об'єктів, що покривають.

Для окремих випадків, наприклад, для еліптичної області, існує аналог  $\phi$ -функції, що ґрунтується на параметричному відображенні еліпса в прямокутник [2]. Що не дозволяє створити універсальний підхід для розв'язання задачі будови покриття сукупністю кіл.

Задачі оптимального покриття заданих областей геометричними об'єктами розв'язувалися не тільки для об'єктів з фіксованими метричними характеристиками а й для випадків зі змінними [3]. Але слід зазначити, що при цьому не враховувалися дискретні елементи у відповідній області.

Також одним з напрямків для розв'язання задач покриття є використання виразу у вигляді інтеграла в залежності від параметрів вектора, для обчислення якого доведеться використовувати чисельні методи [4]. Такий підхід дуже трудомісткий і пов'язаний з розглядом різних варіантів прийняттого розташування об'єктів.

На теперішній час існує кілька програмних пакетів з відкритим вихідним кодом для розв'язання задач автоматизації проектування технічних систем, в тому числі і задачі комівояжера (TSP). Вільно доступним і таким, що широко використовується, є пакет Concorde – точний рахувальник для TSP. Вихідний код C для Concorde був розроблений групою із семи авторів і може бути завантажений для академічних досліджень. Concorde також надає інтерактивний графічний інтерфейс для Windows. Код містить евристичні методи побудови маршруту й реалізує швидкі, спеціалізовані алгоритми лінійного й цілочислового програмування, щоб знайти доказово оптимальні розв'язки.

Для розв'язання задачі однократного покриття колами обмеженої частини площини запропоновані різні евристичні алгоритми й алгоритми з використанням областей Вороного при різних метриках [5]. Але згладжування цільової функції додає похибки у результати. Незважаючи на те, що дослідженню задач покриття присвячена велика кількість робіт, вивченню впливу різних стратегій і механізмів розміщення датчиків в сенсорних системах було приділено мало уваги. Лише в

окремих роботах [6] були зроблені спроби покращення покриття бездротової сенсорної мережі після її будови.

Останнім часом для моделювання відносин між об'єктами застосовуються квазі- $\Phi$ -функції [7]. Метод  $\rho$ -функцій визнаний на теперішній час потужним засобом аналітичного моделювання відношень між геометричними об'єктами. Він дозволяє описувати оптимізаційні задачі розміщення у вигляді задач нелінійного програмування та має широке коло застосувань. Хоча наведені в роботі [7] приклади квазі- $\Phi$ -функцій не описують всі можливі варіанти взаємодії об'єктів при розв'язанні задачі покриття при проектуванні систем автоматичної пожежної сигналізації.

В роботі [8] розглядається задача проектування систем моніторингу із застосуванням математичного апарату геометричного проектування взагалі і задач реліктивного покриття зокрема. Але у наведеній роботі представлені конструктивні засоби математичного моделювання для розв'язування геометричних задач максимального покриття. Тобто, на відміну від даної роботи з обмеженою областю покриття, зроблена спроба покриття максимальної площі мінімальною кількістю об'єктів покриття.

Аналогічно в роботах [8, 9] будується математична модель бездротового покриття максимальної площі областями, які моделюють райони виїзду пожежних частин. При цьому питання будови дротового покриття не є актуальним. Задачі розв'язання задач покриття при моделюванні сенсорних мереж розглядаються в роботі [10]. Але у вказаній роботі будуються бездротові сенсорні мережі. Тобто проблема оптимізації ліній зв'язку між окремими датчиками не формулюється.

Таким чином, не вирішеною частиною розглянутої проблеми є відсутність єдиного підходу до формалізації задачі покриття довільної області колами однакового радіусу з можливістю використання отриманих результатів для автоматизації проектування технічних систем.

### **3. Мета та завдання дослідження**

Метою роботи є розробка засобів математичного моделювання та оптимізації розміщення кіл, які моделюють зони контролю пожежних сповіщувачів, що зв'язані між собою мережею, в системах пожежної сигналізації для зменшення капіталовкладень під час обладнання об'єктів такими системами.

Для досягнення поставленою мети були поставлені наступні завдання:

- розробити засоби математичного моделювання зон покриття області довільної форми в системах пожежної сигналізації;
- розробити програмний продукт для автоматизації проектування систем пожежної сигналізації з оптимізованим складом шлейфів.

### **4. Матеріали та методи дослідження**

Об'єктом дослідження є процес проектування шлейфів систем пожежної сигналізації з урахування додаткових обмежень. Предметом дослідження обрано варіант реалізації проектування шлейфів з оптимізованою структурою з використанням методів геометричного проектування. Робоча гіпотеза полягала в тому, що кількісний склад шлейфів систем пожежної сигналізації може бути оптимізований за рахунок розробки нових інструментів математичного моделювання взаємовідносин між об'єктами, що приймають участь у формуванні повного покриття області, яка підлягає контролю і застосуванні сучасних програмних продуктів для

нелінійної оптимізації.

Методи дослідження базуються на використанні елементів функціонального аналізу для моделювання сенсорних зон пожежних сповіщувачів, методу  $\phi$ -функцій для формалізації відношень між геометричними об'єктами в задачах покриття, аналітичної геометрії для формалізації критерію покриття та побудови функцій належності, методів геометричного проектування для побудови математичних моделей оптимізаційних задач кругового покриття і методів нелінійної та недиференційованої оптимізації для їх розв'язання.

## **5. Розробка засобів математичного моделювання зон покриття в системах пожежної сигналізації**

Перед тим, як починати роботу з розробки засобу автоматизації проектування шлейфів пожежної сигналізації визначимо поняття системи пожежної сигналізації як сукупності технічних засобів, установлених на об'єкті, що захищається, для виявлення пожежі, обробки, подання в заданому вигляді інформації про пожежу, оповіщення про пожежу й видачі команд на включення автоматичних систем пожежогасіння й інших технічних пристроїв. Чутливим елементом СПС, що дозволяє виявити факт виникнення пожежі, є пожежний сповіщувач (ПС). «Якість» роботи СПС багато в чому залежить від «якості» розміщення ПС у приміщенні, що захищається.

З усього різноманіття існуючих ПС доцільно виділити велику групу автоматичних точкових ПС. Точковий ПС, як правило, розміщується на стелі приміщення, що захищається, і зона, яка контролюється таким приладом, являє собою коло деякого радіуса  $r$ , обумовленого висотою приміщення, технічними характеристиками ПС і вимогами нормативних документів. При цьому максимальна чутливість ПС досягається в центрі кола й зменшується в міру віддалення від нього до меж області.

Таким чином, подавши приміщення, що захищається, у вигляді довільної області покриття, а зони, що контролюються ПС, у вигляді покривних кіл, можна сформулювати дану задачу як задачу покриття. При цьому слід зазначити, що в математичній моделі задачі будуть присутні додаткові обмеження, які можна розділити на дві групи – нормативного й технологічного характеру. Обмеження нормативного характеру – це обмеження, які сформульовані в нормативних документах. А саме: максимально припустимі відстані між «сусідніми» пожежними сповіщувачами й від «граничних» сповіщувачів до стін. Тут під «граничними» мається на увазі кола, в яких є непусте перетинання з межею області, а «сусідніми» – кола з непустим взаємним перетинанням. До обмежень технологічного характеру відносять мінімальні відстані між сповіщувачами й від сповіщувачів до стін. Вони визначаються габаритними розмірами корпусу самого приладу. На розміщення ПС може вплинути конфігурація стелі й наявність великогабаритного устаткування в приміщенні. У зв'язку з цим з'являються додаткові обмеження на розміщення ПС або так звані «області заборони». Під час вибору місць розміщення ПС можуть бути «мертві зони», у яких їх установлювати не можна – світильники, вентиляційні отвори в підвісній стелі, колони та ін.

Проектування систем пожежної сигналізації не закінчується етапом розміщення ПС. Після розміщення ПС їх поєднують у шлейфи дротяними лініями й підключають до приймально-контрольного приладу, що виконує функції «головного мозку», приймаючи й обробляючи інформацію від периферійних пристроїв,

контролюючи працездатність системи, передаючи інформацію на пульт централізованого спостереження та інші функції.

Задача формування шлейфів системи пожежної сигналізації може бути сформульована за допомогою введення ряду додаткових обмежень у розглянутій задачі покриття, а саме: покривні кола мають бути розташовані таким чином, щоб траса, яка з'єднує їхні центри, повинна мати мінімальну довжину, при цьому виконуються ряд нормативних і технологічних обмежень.

На підставі перерахованого вище сформулюємо базову оптимізаційну задачу (ВОСР). Нехай  $\Omega$  – багатозв'язна область, яка обмежена відрізками прямих і дугами окружностей (у загальному випадку гладких кривих),  $T_i, i=1, \dots, n$  – кола заданих радіусів. Необхідно покрити область  $\Omega$  колами  $T_i, i=1, \dots, n$  так, щоб кількість об'єктів, що покривають, була мінімальна. При цьому повинен виконуватися ряд спеціальних обмежень, а довжина ламаної, яка з'єднує центри кіл, має бути мінімальною.

У класі задач геометричного проектування, до якого належить розглянута задача, як математичні моделі двовимірних об'єктів використовуються  $\phi$ -об'єкти.  $\phi$ -об'єктом називається непуста точкова множина  $A \in \mathbb{R}^2$ , що задовольняє таким вимогам:  $A$  – канонічно замкнута множина; внутрішність і замикання множини  $A$  мають однаковий гомотопічний тип.

Неперервна, усюди визначена функція  $\Phi^{AB}: \mathbb{R}^6 \rightarrow \mathbb{R}^1$  називається  $\phi$ -функцією об'єктів  $A(u_A)$  і  $B(u_B)$ , якщо вона задовольняє такі характеристичні властивості:  $\Phi^{AB}(u_A, u_B) < 0$ , якщо об'єкти мають спільні внутрішні точки;  $\Phi^{AB}(u_A, u_B) = 0$ , якщо об'єкти торкаються;  $\Phi^{AB}(u_A, u_B) > 0$ , якщо об'єкти  $A(u_A)$  і  $B(u_B)$  не мають спільних точок.

Розглянемо формалізацію основних геометричних відношень для двох кіл за допомогою  $\phi$ -функцій. Оскільки для кола можна не розглядати кут повороту,  $\phi$ -функція двох кіл залежить від чотирьох параметрів. При цьому нормалізована  $\phi$ -функція двох кіл  $C_1$  і  $C_2$  з радіусами  $r_1$  й  $r_2$  з параметрами розміщення  $V_1$  й  $V_2$  має вигляд:

$$\tilde{\Phi}^{C_1 C_2} = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 - (r_1 + r_2)^2.$$

Недоліком цієї функції є наявність радикала, що призводить до зростання обчислювальних витрат і обмежень на клас придатних методів під час розв'язання задач нелінійного програмування.

Цих недоліків позбавлена  $\phi$ -функція, що може бути записана у вигляді:

$$\Phi^{C_1 C_2} = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 - (r_1 + r_2)^2.$$

Умова розміщення кіл одне від одного на відстані не менш ніж задана відстань  $\rho$ , за допомогою нормалізованої  $\phi$ -функція записується як:

$$\bar{\Phi}^{C_1 C_2} \geq \rho.$$

Відповідну вільну від радикалів псевдонормалізовану  $\phi$ -функцію можна записати так:

$$\bar{\Phi}^{C_1 C_2} = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 - (r_1 + r_2 + \rho)^2.$$

Умова максимально припустимої відстані  $\rho_+$  за допомогою нормалізованої  $\phi$ -функції записується як:

$$\tilde{\Phi}^{C_1 C_2} \geq \rho_+.$$

Псевдонормалізована  $\phi$ -функція для максимально припустимих відстаней має вигляд:

$$\bar{\Phi}_+^{C_1 C_2} = (r_1 + r_2 + \rho)^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2.$$

Розглянемо аналітичний опис за допомогою  $\phi$ -функцій умов належності областей контролю ПС області  $\Omega$  з урахуванням зон заборони. Слід зазначити, що існують ефективні методи визначення належності точки об'єкта, що ґрунтуються в основному на варіаціях двох основних методів: трасування променю і підсумовування кутів. Однак істотним недоліком цих методів є неможливість одержання опису умови належності точки об'єкта в аналітичному вигляді, що робить їх непридатними для використання під час розв'язання класичних задач математичного програмування.

Візьмемо  $\phi$ -функцію  $\Phi^{CA}$  кола  $C$  з радіусом  $r$  із центром у точці  $t$  й довільного об'єкта  $A$ . Тоді функцію належності  $\phi^{tA}$  точки  $t$  об'єкту  $A$  можна визначити як функцію  $\Phi^{CA^*}$ ,  $A^* = \mathbb{R}^2 \setminus \text{int} A$  за умови  $r=0$ . Слід зазначити, що побудована функція не є  $\phi$ -функцією, оскільки для одного з об'єктів (точки) порушуються вимоги збігу гомотопичних типів внутрішності й замикання.

Таким чином, функцією належності  $\phi^{tA}$  точки множини  $A$  називається функція, для якої виконується умови:

$$\begin{aligned} \phi^{tA} &< 0, \text{ якщо } t \notin A, \\ \phi^{tA} &= 0, \text{ якщо } t \in \text{fr} A, \\ \phi^{tA} &> 0, \text{ якщо } t \in \text{int} A. \end{aligned}$$

Наприклад, для кола  $C$  радіуса  $r$  із центром у точці  $(x_c, y_c)$  функція належності точки  $t=(x_t, y_t)$  може бути подана у вигляді:

$$\phi^{tC} = r^2 - (x_c - x_t)^2 - (y_c - y_t)^2.$$

Позначимо  $\Omega^* = \mathbb{R}^2 \setminus \text{int} \Omega^*$ . Із властивостей  $\phi$ -функції безпосередньо випливає, що:

$$\text{якщо } \Omega = \bigcap_{i=1}^m \Omega_i, \text{ то } \phi^{t\Omega} = \min \phi^{t\Omega_i} \text{ й } \phi^{t\Omega^*} = \max \phi^{t\Omega_i^*}, \quad (1)$$

$$\text{якщо } \Omega = \bigcup_{i=1}^m \Omega_i, \text{ то } \phi^{t\Omega} = \max \phi^{t\Omega_i} \text{ й } \phi^{t\Omega^*} = \min \phi^{t\Omega_i^*}. \quad (2)$$

Введемо, за аналогією з  $\phi$ -функціями, нормалізовану функцію належності  $\bar{\Phi}^{tA}$  для якої виконується:

$$\phi^{tA} = -\text{dist}(t, A), \text{ якщо } t \notin A,$$

і псевдонормалізовану, для якої справедливо:

$$\begin{aligned} \phi_+^{tA} &< 0, \text{ якщо } \text{dist}(t, A) < \rho, \\ \phi_+^{tA} &= 0, \text{ якщо } \text{dist}(t, A^*) = \rho, \\ \phi_+^{tA} &> 0, \text{ якщо } \text{dist}(t, A^*) > \rho, \end{aligned}$$

де  $\rho > 0$  – мінімально припустима відстань,  $\text{dist}(t, A) = \min_{p \in A} \text{dist}(t, p)$ ,

$$\text{dist}(t, A^*) = \min_{p \in A^*} \text{dist}(t, p), \quad \text{dist}(t, p) = \sqrt{(x_t - x_p)^2 + (y_t - y_p)^2}.$$

Прикладом нормалізованої функції належності може служити функція:

$$\bar{\phi}^{tC} = r - \sqrt{(x_C - x_t)^2 + (y_C - y_t)^2},$$

а псевдонормалізованої функції належності:

$$\phi_+^{tA} = (r - \rho)^2 - (x_C - x_t)^2 - (y_C - y_t)^2.$$

Нормалізовані й псевдонормалізовані функції належності служать для моделювання умов знаходження точки  $t$  в області  $A$  на відстані до межі області не меншої заданої мінімально припустимої відстані  $\rho$ .

За аналогією з квазі  $\phi$ -функціями уведемо також функцію квазі належності  $\phi^{tA}$ , яка залежить від вектора додаткових змінних  $q \in R^g$  і має таку властивість, що функція  $\max \phi^{tA}$  називається функція  $\bar{\phi}^{tA}$ , для якої функція:

$$\Phi = \max_{q \in R^g} \bar{\phi}^{tA}$$

є нормалізованою функцією належності, а псевдонормалізованою функцією квазіналежності називається функція  $\phi_+^{tA}$ , якщо функція:

$$\Phi_+ = \max_{q \in R^g} \phi_+^{tA}$$

є псевдонормалізованою функцією належності.

Функції квазіналежності дозволяють переформулювати деякі функції належності без використання операцій максимуму, а також значно спростити запис інших функцій належності. Наслідком цього є зростання розмірності задачі. Слід зазначити, що для всіх різновидів побудованих функцій залишаються справедливими умови вигляду (1–2).

Нехай, задана замкнута обмежена область  $\Omega \in R^2$  із кусково-гладкою межею, яка сформована  $L$  фрагментами аналітично описаних кривих (наприклад, відрізками прямих і дугами окружностей), і множина кіл  $C = \{C_i, i=1, 2, \dots, n\}$ . Кількість фрагментів  $L$  може дорівнювати одиниці (а  $\Omega$  являти собою, наприклад, коло).

Далі передбачається, що  $C_i = C_i(u_i) = C_i(x_i, y_i)$ , точка  $u_i$  збігається із центром  $C_i$ . Вектор  $u_i$  називається вектором трансляції, або вектором параметрів розміщення кола  $C_i$ . Нагадаємо, що об'єднання:

$$Y = \bigcup_{i=1}^n C_i$$

називається круговим покриттям області  $\Omega$ , якщо  $\Omega \in Y$ .

Отже, задача може бути сформульована наступним чином. Знайти покриття  $Y$  області  $\Omega$ , що задовольняє системі технологічних обмежень, які накладаються на вектор параметрів розміщення кіл, і є оптимальним відповідно до деякого критерію якості  $F(u)$ ,  $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ .

З очевидних міркувань виключимо надалі з розгляду покриття, у яких є надлишкові кола, тобто вважаємо, що:

$$\Omega \not\subset Y \setminus C_i, \forall i \in I_n.$$

Також не порушуючи загальності для спрощення викладень не будемо розглядати покриття, для яких хоча б одна із меж компонентів зв'язності  $\Omega$  не має спільних точок із межами кіл з  $Y$ . Якщо така ситуація зустрічається, то або відповідна компонента зв'язності покрита одним колом і може бути виключена з розгляду, або умова покриття для даної компоненти не виконується. Сформуємо множину  $P$  точок  $p_k$ , у яких порушується гладкість меж  $\Omega$ , і позначимо через  $K$  потужність множини  $P$ . Надалі вважаємо, що кривизна межі області в будь-якій її точці, крім точок з  $P$ , менша за кривизну кіл з множини  $C$ . Для ділянок межі з порушенням цієї умови будується зовнішня апроксимація фрагментами кривих меншої кривизни.

Перепишемо критерій повноти покриття, сформульований у попередньому розділі, у такому вигляді: для того щоб множина:

$$Y = \bigcup_{i=1}^n C_i$$

була не виродженим круговим покриттям множини  $\Omega$ , необхідно й достатньо щоб:

- для кожної точки  $p_k \in P$  знайшлося хоча б одне коло  $C_i$ ,  $i \in I_n$ , таке, що  $p_k \in C_i$ ;
- для будь-якої точки  $t^*_{ik} \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } \Omega$ ,  $i \in I_n$ ,  $k \in \{1, 2\}$ , знайшлося хоча б одне коло  $C_{jk}$ ,  $j \in I_n$ ,  $i \neq j$ , таке, що  $t^*_{ik} \in C_{jk}$ ,  $t^*_{ik} \in \text{int } C_{jk}$  й, відповідно, точка  $t_{ijk} \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } C_j$  належить  $\Omega^*$ ;

- для будь-якої точки  $t_{ijk} \in \text{fr } C_i \cap \text{fr } C_j$ ,  $i, j \in I_n$ ,  $i \neq j$ ,  $t_{ijk} \in \text{int } \Omega$ ,  $k \in \{1, 2\}$ , існує  $C_{sk}$ ,  $s \neq i$ ,  $s \neq j$ , таке що,  $t_{ijk} \in C_{sk}$ .

Використовуючи кола однакового радіуса, координати точок вигляду  $t_{ijk}$  можуть бути визначені аналітично на основі раніш наведених виразів.

Під час побудови математичної моделі виконання першого критерію забезпечується додаванням у систему обмежень задачі нерівностей вигляду  $\varphi_k^{p_k C_i} \geq 0$ , другого критерію – нерівностей вигляду  $\varphi^{\Omega^*} \geq 0$ , третього критерію – нерівностей вигляду  $\varphi^{C_s} \geq 0$ , де  $\varphi^{p_k C_i}$ ,  $\varphi^{p_k C_i}$ ,  $\varphi^{C_j}$  – функції належності, а  $\varphi^{\Omega^*}$ , залежно від виду



області  $\Omega^*$ , може бути функцією належності або квазіфункцією належності.

Відомою є математична модель задачі покриття багатокутної множини колами різних радіусів для розв'язання задачі оптимізації протипожежного моніторингу лісових масивів з урахуванням рельєфу. При цьому радіуси й координати центрів кіл задаються за допомогою сплайнів для моделювання залежності радіуса від рельєфу місцевості зон виявлення сенсорів. Побудуємо математичну модель покриття області  $\Omega_n$  круговими зонами однакового радіуса.

Нехай дано невиражене покриття  $Y$  області  $\Omega$  колами однакового радіуса й необхідно оптимізувати деякий критерій якості. Якщо  $Y$  не містить у собі  $\Omega$ , можна збільшувати радіус формуючих  $Y$  кіл доти, доки не буде вдоволений критерій покриття.

Побудуємо для покриття  $Y$  такі індексні множини:

– множина  $\Xi_1$ , елементами якої є пари чисел, що складаються з номерів точок з множини  $P$  й номерів кіл, що задовольняють умови пункту 1 критерію покриття області колами;

– множина  $\Xi_2$  елементами якої є трійки чисел, що складаються з номерів двох кіл, що перетинаються, і номерів точок перетинання кіл, що задовольняють умови пункту 2 критерію покриття області колами;

– множина  $\Xi_3$ , елементами якої є четвірки чисел, що складаються з номерів трійок кіл, що перетинаються, і номерів точок перетинання, що задовольняють умови пункту 3 критерію покриття області колами.

Тоді на підставі засобів моделювання відношень між об'єктами в задачах кругового покриття у вигляді  $\phi$ -функцій, квазі  $\phi$ -функцій, функцій належності й квазіфункцій належності, що розглянуті у попередньому розділі, досить загальна математична модель задачі покриття може бути записана у вигляді:

$$\text{extr}_{u \in W \subset \mathbb{R}^s} F(u), \quad (3)$$

$$W = \{u \in \mathbb{R}^\delta : \phi^{t_{ijk}\Omega^*} \geq 0 \forall (i, j, k) \in \Xi_1, \\ F_{ijs}^k \geq 0, \Phi_{-}^{C_i C_j} \geq 0 \forall (i, j, s, k) \in \Xi_2, \phi^{p_k C_i} \geq 0 \forall (i, k) \in \Xi_3, \Psi \geq 0\}, \quad (4)$$

де  $u=(u_1, u_2, \dots, u_n, t)$  – вектор змінних задачі;  $\sigma=2n+1$  – розмірність задачі;  $l$  – кількість додаткових змінних;  $u_i=(x_i, y_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$  – координати центру  $i$ -го кола;  $t$  – вектор допоміжних змінних задачі з розмірністю  $l$ ;  $F(u)$  – довільна гладка функція цілі, конкретний вигляд якої залежить від умов задачі;  $\phi_k^{p C_i}$  – функції належності;  $\phi_{ik}^{t_{ijk}\Omega^*}$  – функції (або квазіфункції) належності;  $F_{ijs}^k$  – функції, що моделюють відношення між покривними колами для внутрішньої частини області;  $\Phi_{-}^{C_i C_j}=4r^2-(x_i-x_j)^2-(y_i-y_j)^2$  – умови розміщення пари кіл на максимально припустимій відстані  $r=0$ ;  $\Psi(u)$  – система для моделювання обмежень на розміщення датчиків як фізичних об'єктів.

Нижче виділені й досліджені важливі із практичної точки зору реалізації узагальненої моделі (1–2). Для моделювання задачі оптимізації провідної сенсорної мережі для системи пожежних сповіщувачів модель (1–2) змінюється так:

• у систему додаткових обмежень вносяться умови належності сенсорів області з урахуванням мінімально припустимих відстаней до межі області (у загальному випадку описуються за допомогою мінімаксних  $\phi$ -функцій);

• у систему додаткових обмежень вносяться умови неналежності центрів сенсорів областям заборони (у загальному випадку описуються за допомогою міні-максних  $\phi$ -функцій);

• у систему додаткових обмежень задачі вносяться мінімально припустимі відстані між центрами сенсорів (описуються за допомогою всюди гладкої  $\phi$ -функції);

• мінімізується функція цілі, що являє собою довжину траси.

Відповідні послідовності кіл для кільцевого та радіального типів дротових з'єднань розраховуються шляхом розв'язання допоміжних задач комівояжера та задачі маршрутизації відповідно.

Для кільцевого типу дротових з'єднань функція цілі може бути записана у вигляді:

$$\rho(u_0, u_{m_i}) + \sum_{i=1}^{n-1} \rho(u_{m_i}, u_{m_{i+1}}) + \rho(u_{m_n}, u_0),$$

де  $m_i \in \{1, 2, \dots, n\}$  – номери кіл,  $m_i \neq m_j$ ,  $i \neq j$ ,

$$\sum_{i=1}^{n-1} \rho(u_{m_i}, u_{m_{i+1}})$$

сума відстаней між центрами кіл, взятих у певній послідовності  $m_1, m_2, \dots, m_n$ ,  $\rho(u_0, u_{m_1})$  і  $\rho(u_{m_n}, u_0)$  – відстані від точки початку траси  $u_0$  до центра першого й останнього в обраній послідовності кола відповідно. Для радіального типу провідних з'єднань функція цілі може бути представлена у вигляді:

$$\sum_{q=1}^Q (\rho(u_0, u_{m_1^q}) + \sum_{i=1}^{n_q-1} \rho(u_{m_i^q}, u_{m_{i+1}^q})),$$

де  $Q$  – кількість шлейфів;  $m_i^q \in \{1, 2, \dots, n\}$  – номери кіл,  $m_i^q \neq m_j^q$ ,  $i \neq j$ ,  $q=1, 2, \dots, Q$ , доданок:

$$\sum_{i=1}^{n_q-1} \rho(u_{m_i^q}, u_{m_{i+1}^q})$$

сума відстаней між центрами кіл, узятих у певній  $q$ -й послідовності  $m_1^q, m_2^q, \dots, m_{n_q}^q$ ,  $\rho(u_0, u_{m_1^q})$  – відстань від точки початку траси  $u_0$  до центра першого в  $q$ -й послідовності кола. Тут відстань між точками  $u_1$  й  $u_2$  дорівнює:

$$\rho(u_1, u_2) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Дослідимо отриману модель: у загальному випадку задача (1–2) являє собою задачу негладкої оптимізації. Це пояснюється тим, що принаймні одна з розглянутих в описі області припустимих розв'язків задачі функція, а саме функція  $\phi_{ijk}^{\Omega^*}$ , в загальному випадку є мінімаксною.

У деяких випадках, наприклад, коли кожна з компонентів зв'язності області  $\Omega$  описана одною аналітичною нерівністю, модель (1–2) описує класичну задачу нелінійного програмування.

В інших випадках, наприклад, коли всі компоненти  $\Omega$  є опуклими багатокутниками, модель (1–2) описує класичну задачу нелінійного програмування після заміни в (2) функції належності  $\varphi_{ijk}^{t, \Omega^*}$  на функцію квазі-належності  $\varphi_{ijk}^{t, \Omega^*}$ . Наслідком цього є зростання розмірності задачі.

Якщо, з міркувань надійності, задані максимально припустимі відстані між сусідніми сенсорами, то в моделі (1–2) здійснюється додавання відповідних псевдонормалізованих функцій.

Зазначимо, що умови вигляду  $\Phi_i C_i \geq 0$  забезпечують існування в ході розв'язання задачі точок перетинання обраних пар об'єктів.

Основні властивості побудованої математичної моделі:

1. Розмірність  $\sigma$  задачі без урахування додаткових змінних дорівнює  $2n$ .
2. Область припустимих розв'язків  $W$  у загальному випадку є незв'язною множиною. У найпростішому випадку незв'язність множини  $W$  виникає під час розгляду незв'язної покривної області  $\Omega$ , за умови належності  $\Omega$  центрів кіл, що беруть участь у покритті.
3. Кожний компонент зв'язності  $W$  може бути багатозв'язним. У найпростішому випадку багатозв'язність  $W$  виникає за наявності областей заборони для центрів розміщуваних кіл.
4. Задача (1–2) у загальному випадку нестійка, тобто як завгодно мала зміна початкових даних може призвести до значної зміни функції цілі.
5. Оскільки у формули квазі-функцій належності входять тригонометричні функції, межа області  $W$  формується нелінійними поверхнями.
6. Оскільки область  $W$  незв'язна (п. 2) і кожна компонента зв'язності може бути багатозв'язною (п. 3) і неопуклою, то задача (1–2) у загальному випадку є багатоекстремальною.
7. За способом побудови область припустимих розв'язків  $W$  може бути подана у вигляді об'єднання підобластей вигляду:

$$W = \bigcup_{k=1}^{\eta} W_k, \quad (5)$$

де  $W_k$  описується системою нерівностей.

Кількість підобластей  $\eta$  може досягати значних величин.

8. Подання (5) дозволяє звести розв'язання задачі (1–2) до розв'язання низки задач нелінійного програмування, а саме:

$$F(u) = \min\{F(u^{*1}), \dots, F(u^{*k}), \dots, F(u^{*\eta})\}, \quad (6)$$

$$F(u^{*k}) = \min_{u \in W_k \subset R^{\delta}} F(u). \quad (7)$$

9. Кожна з  $\eta$  підзадач (7) у загальному випадку є багатоекстремальною.

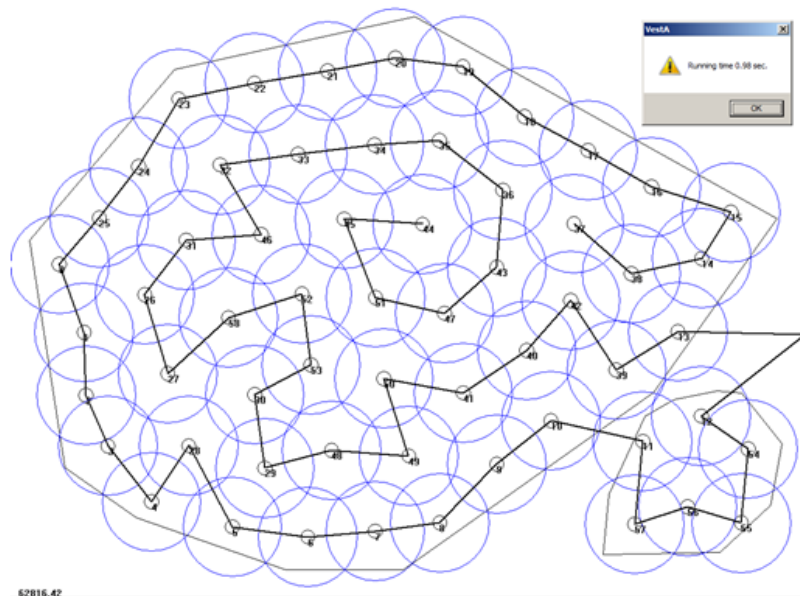
## 6. Розробка програмного продукту для автоматизації проектування систем з оптимізованим складом шлейфів

Розв'язання оптимізаційної задачі може здійснюється за допомогою пакета нелінійної оптимізації з відкритим вихідним кодом IPOPT (Interior Point  
Telecommunications and Radio Engineering. DOI: 10.52363/2524-0226-2023-37-15

**OPTimizer**), офіційний сайт проекту <https://projects.coin-or.org/Ipropt>. IPOPT, написаний на C++ і випущений з відкритим вихідним кодом під ліцензією EPL (Eclipse Public License) у рамках проекту COIN-OR (COmputational INfrastructure for Operations Research), офіційний сайт <http://www.coin-or.org/>. Проект COIN-OR являє собою ініціативу, покликану стимулювати розвиток програмного забезпечення з відкритим вихідним кодом для співтовариства дослідження операцій. У програмному продукті IPOPT реалізований метод внутрішньої точки.

На підставі запропонованих засобів математичного моделювання, побудованих математичних моделей і розроблених методів розв'язання було розроблено програмний комплекс, який призначено для розв'язання задач проектування шлейфів СПС з оптимізованою кількістю пожежних сповіщувачів та довжиною дротів для довільних областей, межі яких формуються ділянками гладких кривих, зокрема, дугами кіл і відрізками прямих.

Програмний комплекс дозволяє здійснювати побудову кругових покриттів довільних областей в інтерактивному, напівавтоматичному і автоматичному режимах, здійснювати корекцію неприпустимих покриттів, реалізовувати поліпшення вартості (зменшення кількості сенсорів) і/або якості (мінімізація радіуса кіл, максимізація зон взаємних перекриттів кіл) покриттів, будувати дротяні з'єднання двох типів (радіальні і кільцеві) з подальшою оптимізацією вартості (довжини дровових ліній). Приклад результатів розв'язання задачі проектування шлейфу СПС для двох приміщень складної форми наведено на рис. 1.



**Рис. 1.** Результат розв'язання задачі проектування шлейфів СПС для приміщень складної форми

Програмний комплекс здійснює генерацію простору розв'язків задачі покриття і дозволяє знаходити розв'язки задачі наближеними і точними методами на основі побудови програмних інтерфейсів з сучасними оптимізаційними програмними пакетами.

## **7. Обговорення результатів розробки засобу автоматизації проектування шлейфів пожежної сигналізації**

Незважаючи на різноманітність постановок задач покриття, яка породжу-

ється науковою й практичною необхідністю, узагальнена математична модель (1–2) описує множину задач покриття областей складної форми з урахуванням спеціальних обмежень. Множина реалізацій узагальненої математичної моделі охоплює практично весь клас сучасних прикладних задач, що виникають у даній предметній області.

З метою застосування для розв’язання задачі (1–3) відомих методів локальної й глобальної оптимізації було виконано аналітичний опис області припустимих розв’язків  $W$  і побудовані функції відношень між об’єктами, які включають й побудову  $\phi$ -функцій, псевдонормалізованих  $\phi$ -функцій, квазі  $\phi$ -функцій, псевдонормалізованих квазі  $\phi$ -функцій, функцій належності, псевдонормалізованих функцій належності й квазі-функцій належності. Розроблені функції дозволяють спростити моделювання відносин між об’єктами, які приймають участь у формуванні повного покриття області покривними колами, що моделюють зони контролю пожежних сповіщувачів.

Залежність результату від параметрів об’єктів, що приймають участь у формуванні покриття, досить нетривіальна й може бути подана дуже громіздкими виразами. Ці функції складно записати в явному вигляді, а тим більше, обчислити похідні. З іншого боку, розглянуті функції кусково-сталі й мають область припустимих значень, що являє собою множину цілих чисел невеликої потужності. Таким чином, для пошуку оптимального розв’язку вистачило розгляду дискретного набору значень параметрів за умови, що хоча б один з них потрапить у кожен з ділянок сталого значення функції цілі. При цьому, оскільки визначення значення функції цілі вимагає невеликих обчислювальних витрат, з’явилась можливість обрати досить малий крок зміни параметрів  $i$ , отже, як наближений метод розв’язання даної задачі доцільно використовувати метод накладення сітки на область припустимих розв’язків, у вузлах якої виконується пошук розв’язку.

Програмна реалізація розглянутої оптимізаційної задачі була виконана за допомогою пакета нелінійної оптимізації з відкритим вихідним кодом IPOPT (Interior Point OPTimizer). В якості результатів роботи програмного комплексу «Веста» представлено схеми шлейфів систем пожежної сигналізації з вказівкою координат точок розміщення пожежних сповіщувачів та трасування дротяних ліній зв’язку.

Подальший розвиток напрямку досліджень передбачає розширення переліку додаткових обмежень, що з’являються під час проектування шлейфів пожежної сигналізації (оптимізація живлення системи, наявність зовнішніх електромагнітних впливів та ін.).

## 8. Висновки

1. Розроблено засоби математичного моделювання зон покриття області довільної форми в системах пожежної сигналізації, процедура локальної оптимізації для задачі покриття, яка ґрунтується на зведенні задачі негладкого програмування до послідовності задач нелінійного програмування виду завершується, якщо на черговому етапі не вдалося поліпшити функцію цілі, тобто отримана точка є локальним оптимумом для всіх опуклих підобластей, що її містять. При цьому отримана точка є також локальним екстремумом задачі (1–2). Проведено дослідження важливих із практичної точки зору реалізації узагальненої моделі, їх властивостей, з метою планування подальшого розвитку отриманих результатів.

2. Розроблено програмний продукт для автоматизації проектування систем  
Telecommunications and Radio Engineering. DOI: 10.52363/2524-0226-2023-37-15

пожежної сигналізації з оптимізованим складом шлейфів та проведено дослідження результатів його роботи. Обчислювальні експерименти, що проведені в роботі, переконливо підтвердили конструктивність розроблених засобів математичного моделювання відношень геометричних об'єктів в задачах кругового покриття та продемонстрували адекватність побудованої математичної моделі задачі покриття колами однакового радіуса області складної форми та її реалізацій, ефективність запропонованих стратегій, методів побудови стартових точок, алгоритмів генерації простору розв'язків і методів пошуку локального екстремуму оптимізаційних задач, що виникають. Окрім зменшення часу на розв'язання задачі проектування шлейфів пожежної сигналізації, оптимізація їх складу дає змогу зменшити кількість пожежних сповіщувачів (до 10 %) та скоротити протяжність дротяних з'єднувальних ліній.

### Література

1. Bennell J., Scheithauer G., Stoyan Yu. Optimal clustering of a pair of irregular objects. *Journal of Global Optimization*. 2015. 61(3). P. 497–524. doi: 10.1007/s10898-014-0192-0
2. Birgin E. G., Bustamante L. H., Callisaya H. F. Packing circles within ellipses. *International transactions in operational research*. 2013. Vol. 20(3). P. 365–389. doi: 10.1111/itor.12006
3. Комяк В. М., Соболев О. М., Собина В. О., Ліснюк А. А. Оптимізація покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками: Монографія. Харків: НУЦЗУ, 2013. 124 с. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/5244>
4. Yakovlev S., Kartashov O., Podzeha D. Mathematical Models and Nonlinear Optimization in Continuous Maximum Coverage Location Problem. *MDPI Computation*. 2022. Vol. 10(7). P. 119–134. doi: 10.3390/computation10070119
5. Saipullaa A., Westphalb C., Liua B., Wang J. Barrier coverage with line-based deployed mobile sensors. *Ad Hoc Networks*. 2013. Vol. 11(4). P. 1381–1391. doi: 10.1016/j.adhoc.2010.10.002
6. Stoyan, Y., Pankratov, A., Romanova, T. Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses. *Journal of Global Optimization*. 2016. 65(2). P. 283–307. doi: 10.1007/s10898-015-0331-2
7. Komyak V., Pankratov A., Patsuk V., Prikhodko A. The problem of covering the fields by the circles in the task of optimization of observation points for ground video monitoring systems of forest fires. *ECONTECHMOD: An International Quarterly Journal on Economics of Technology and Modelling Processes*. 2016. Vol. 5. № 2. P. 133–138. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/691>
8. Yakovlev S., Kartashov O., Mumrienko A. Formalization and solution of the maximum area coverage problem using library. *Radioelectronic and computer systems*. 2022. Vol. 3. P. 104–120. doi: 10.32620/reks.2022.2.03
9. Adesina E. A., Odumosu J. O., Morenikeji O. O., Umoru E., Ayokanmbi A. O., Ogunbode E. B. Optimization of Fire Stations Services in Minna Metropolis using Maximum Covering Location Model (MCLM). *Journal of Applied Sciences & Environmental Sustainability*. 2017. Vol. 3(7). P. 172–187. URL: <https://www.jases.org/current-issue/vol-3-issue-7-2017/optimization-of-fire-stations-services-in-minna-metropolis-using-maximum-covering-location-model-mclm/>

10. Yueshi W., Cardei M. Distributed algorithms for barrier coverage via sensor rotation in wireless sensor networks. *Journal of Combinatorial Optimization*. 2018. Vol. 36. P. 230–251. doi: 10.1007/s10878-016-0055-3

*O. Antoshkin*<sup>1</sup>, PhD, Associate Professor, Lecturer of the Department

*O. Neshpor*<sup>2</sup>, Deputy Head of the Institute

<sup>1</sup>National University of Civil Defence of Ukraine, Kharkiv, Ukraine

<sup>2</sup>Institute of Public Administration and Research in Civil Protection, Kharkiv, Ukraine

## DEVELOPMENT OF THE AUTOMATION TOOL FOR THE DESIGN OF FIRE ALARM LINES WITH OPTIMIZED COMPOSITION

The work solves an important scientific and practical optimization task of building means for automating the design of fire alarm loops, optimized in terms of the number of detectors and the length of wires for rooms of arbitrary shape, taking into account regulatory and technological limitations. A complex of programs for solving the optimization problem has been developed and implemented. A mathematical model of the problem, a generalized strategy for solving the problem, means of mathematical modeling of connections between circles, which model the control zones of fire detectors forming a circular coverage of the area, as functions that do not require the introduction of auxiliary variables, have been developed. Earlier works on a similar topic did not provide an opportunity to automatically obtain the optimal composition of fire alarm loops, taking into account the requirements of a regulatory and physical nature. The computational experiments carried out in the work convincingly confirmed the constructiveness of the developed means of mathematical modeling of the connections of geometric objects in the problems of circular coverage and demonstrated the adequacy of the constructed mathematical model of the problem of covering with circles of the same radius an area of complex shape and its implementations, the effectiveness algorithms for generating the solution space and methods for finding a local extremum. It should be noted that most of the results obtained during computational experiments were obtained for the first time. The practical value of the proposed approach for problems of circular coverage of arbitrary areas, which consists in the generation of the solution space of the problem for an acceptable starting point with subsequent local optimization, is clearly demonstrated during the solution of test problems. The developed software complex can be used in the design of fire alarm systems by design engineers and during the examination of projects.

**Keywords:** mathematical modeling, optimization, coverage, placement of fire detectors, plume tracing

### References

1. Bennell, J., Scheithauer, G., Stoyan, Yu. (2015). Optimal clustering of a pair of irregular objects. *Journal of Global Optimization*, 61(3), 497–524. doi: 10.1007/s10898-014-0192-0
2. Birgin, E. G., Bustamante, L. H., Callisaya H. F. (2013). Packing circles within ellipses. *International transactions in operational research*, 20(3), 365–389. doi: 10.1111/itor.12006
3. Komyak, V. M., Sobol, O. M., Sobyna, V. O., Lisnyak, A. A. (2013). Optimization of coverage of given areas with geometric objects with variable metric characteristics: Monograph. Kharkiv: NUCDU, 124. Available at: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/5244>
4. Yakovlev, S., Kartashov, O., Podzeha, D. (2022). Mathematical Models and Nonlinear Optimization in Continuous Maximum Coverage Location Problem. *MDPI Computation*, 10(7), 119–134. doi: 10.3390/computation10070119
5. Saipullaa, A., Westphalb, C., Liua, B., Wang J. (2013). Barrier coverage with line-based deployed mobile sensors. *Ad Hoc Networks*, 11, 4, 1381–1391. doi: 10.1016/j.adhoc.2010.10.002

6. Stoyan, Y., Pankratov, A., Romanova, T. (2016). Quasi-phi-functions and optimal packing of ellipses. *Journal of Global Optimization*, 65(2), 283–307. doi: 10.1007/s10898-015-0331-2

7. Komyak, V., Pankratov, A., Patsuk, V., Prikhodko A. (2016). The problem of covering the fields by the circles in the task of optimization of observation points for ground video monitoring systems of forest fires. *ECONTECHMOD: An International Quarterly Journal on Economics of Technology and Modelling Processes*, 5, 2, 133–138. Available at: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/691>

8. Yakovlev, S., Kartashov, O., Mumrienko, A. (2022). Formalization and solution of the maximum area coverage problem using library. *Radioelectronic and computer systems*, 3, 104–120. doi: 10.32620/reks.2022.2.03

9. Adesina, E., Odumosu, J., Morenikeji, O., Umoru, E., Ayokanmbi, O., Ogunbode, B. (2017). Optimization of Fire Stations Services in Minna Metropolis using Maximum Covering Location Model (MCLM). *Journal of Applied Sciences & Environmental Sustainability*, 3(7), 172–187. Available at: <https://www.jases.org/current-issue/vol-3-issue-7-2017/optimization-of-fire-stations-services-in-minna-metropolis-using-maximum-covering-location-model-mclm/>

10. Yueshi, W., Cardei, M. (2018). Distributed algorithms for barrier coverage via sensor rotation in wireless sensor networks. *Journal of Combinatorial Optimization*, 36, 230–251. doi: 10.1007/s10878-016-0055-3

Надійшла до редколегії: 09.03.2023

Прийнята до друку: 14.04.2023