

Н.В. Рашкевич, Р.І. Шевченко, Т.С. Вовчук

Національний університет цивільного захисту України, Харків, Україна

ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ АНАЛІЗУ НЕБЕЗПЕЧНОГО ВПЛИВУ НА СТАН ҐРУНТОВИХ ВОД МІСЬКИХ АГЛОМЕРАЦІЙ ВІД РАКЕТНО-АРТИЛЕРІЙСЬКИХ УРАЖЕНЬ

Розроблено математичну модель аналізу небезпечного впливу на стан ґрунтових вод міських агломерацій від ракетно-артилерійських уражень. Розв'язані окремі задачі з визначення: області водозбору ґрунтових вод для аналізу безпеки води; області ракетно-артилерійського впливу в зоні надзвичайної ситуації; впливу шкідливих (забруднювальних) речовин на ґрунтові води.

Ключові слова: математична модель, ґрунтові води, ракетно-артилерійські ураження, об'єкт критичної інфраструктури, попередження надзвичайних ситуацій.

Постановка проблеми

Стан ґрунтових вод міських агломерацій є критично важливим у контексті забезпечення безпеки місцевого населення та збереження екологічної стійкості регіону. Після ракетно-артилерійських обстрілів існує ризик забруднення ґрунтів важкими металами, токсичними речовинами, що можуть проникнути в ґрунтові води та спричинити зниження їх якості. Забруднення ґрунтових вод може мати негативний вплив на річкові та озерні екосистеми, як наслідок, вимирання окремих видів та загострення екологічної кризи. Крім того, це може призвести до небезпеки для життя та здоров'я людей, які споживають цю воду для питних потреб, сільського господарства.

Отже, важливо проводити моніторинг ґрунтових вод для попередження поширення наслідків небезпеки на територіях, які зазнали ракетно-артилерійських уражень.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Математичні моделі є потужним інструментом для прогнозування та попередження надзвичайних ситуацій (НС), що дозволяє підвищити рівень безпеки та ефективність дій у разі загрози життю та здоров'ю населення.

Науковцями для вирішення питань безпеки широко застосовуються математичні моделі прогнозування розподілу забруднюючих речовин у ґрунтових водах. Для оцінки забруднення вод можуть бути використані декілька типів математичних моделей.

У роботі [1] розглядається застосування детерміністичної моделі, яка базується на точних вхідних даних і використанні математичних рівнянь для прогнозування впливу різних факторів на стан ґрунтових вод. Дозволяє отримувати точні результати,

але обмежена недостатністю даних.

Імовірнісні моделі [2] використовують статистичні методи для оцінки ймовірності виникнення забруднення ґрунтових вод. Вони можуть бути корисні для прогнозування ризиків та прийняття управлінських рішень з мінімізації наслідків безпеки.

Фізичні моделі базуються на фізичних принципах і використовують математичні рівняння, щоб описати процеси, що відбуваються у системі ґрунтових вод. Забезпечують більш точні результати, є чутливими до початкових умов, обмежені у врахуванні складних процесів. У роботі [3] досліджено вплив різних параметрів та умов на стан ґрунтових вод.

Емпіричні моделі базуються на спостереженнях та емпіричних даних і використовують статистичні методи для побудови зв'язків між різними факторами та їх впливом на стан ґрунтових вод. Вони можуть бути швидкими та простими у використанні, але менш точними, особливо при прогнозуванні майбутніх подій [4].

Комп'ютерні моделі використовують програмне забезпечення для моделювання складних процесів, що відбуваються у системі ґрунтових вод. Вони можуть поєднувати різні підходи, зокрема фізичні, імовірнісні та емпіричні методи, щоб забезпечити більш повний аналіз впливу на стан ґрунтових вод.

MODFLOW – це програмне забезпечення для моделювання гідрологічних та гідрогеологічних процесів, включаючи розподіл ґрунтових вод та забруднення. MODFLOW дозволяє враховувати різноманітні гідрогеологічні умови та проводити прогнози забруднення ґрунтових вод у різних сценаріях [5].

Visual MODFLOW – графічне програмне забезпечення, яке базується на моделі MODFLOW. Воно дозволяє користувачам створювати та візуалізувати моделі гідрогеологічних систем, включаючи розподіл ґрунтових вод та прогнозування забруднень [6].

HYDRUS – програмне забезпечення для моде-

лювання переміщення речовин у ґрунті, зокрема розподілу забруднень та їх впливу на якість ґрунтових вод. Дозволяє враховувати різні процеси, як-от адвекція, дифузія та хімічні реакції. У роботі [7] наведено практичних приклад застосування HYDRUS.

PHREEQC дозволяє моделювати хімічні реакції у гідрогеологічних системах, враховувати різні типи забруднень та їх взаємодію з ґрунтовими водами [8].

WASP – програмне забезпечення для моделювання переміщення забруднень у водоймах та річках, а також їх впливу на якість води. WASP був використаний для оцінки та моделювання можливих рішень щодо контролю рівня забруднення води [9]. Авторами змодельовані показники якості води за концентрацією розчиненого кисню, загального фосфору і біохімічної потреби в кисні.

Питання попередження НС, пов'язаних з небезпекою ґрунтових вод на територіях, які зазнали впливу воєнних дій, а саме систематичного ракетно-артилерійського ураження, є перспективним напрямом досліджень [10, 11].

Отже, створення математичної моделі аналізу небезпечного впливу на стан ґрунтових вод міських агломерацій від ракетно-артилерійських уражень дозволить наочно відобразити процеси забруднення, розробити стратегії запобігання та попередження надзвичайних ситуацій. Це актуальне науково-практичне завдання не лише з погляду забезпечення сталого розвитку міських територій, збереження екологічної рівноваги, а й безпеки населення.

Мета та завдання статті

Метою дослідження є формування математичної моделі аналізу небезпечного впливу на стан ґрунтових вод міських агломерацій від ракетно-артилерійських уражень. Для досягнення зазначеної мети необхідно вирішити наступні завдання:

- сформулювати фізичне поле існування шуканої математичної моделі;
- розв'язати окрему задачу з визначення області водозбору ґрунтових вод для аналізу безпеки води;
- розв'язати окрему задачу з визначення області ракетно-артилерійського впливу в зоні надзвичайної ситуації;
- розв'язати окрему задачу з визначення впливу шкідливих (забруднювальних) речовин на ґрунтові води;
- надати опис шуканої математичної моделі.

Виклад основного матеріалу

1. Формування фізичного поля існування шуканої математичної моделі. Формування фізичного поля є ключовим етапом у розробці математичної моделі, яка дозволить моделювати вплив ракетно-

артилерійських ударів на стан ґрунтових вод міських агломерацій, з метою у подальшому попередити НС техногенного характеру міського та регіонального рівнів поширення за рахунок різних варіантів впровадження синергетичних комбінацій організаційних та технічних заходів впливу на ефективність управління надзвичайними ситуаціями відповідного характеру з метою зменшення числа негативних наслідків. Саме наслідки небезпеки визначають рівень НС, а питання попередження полягають в недопущенні переростання НС на більш високий рівень.

Початковими умовами формування поля математичної моделі будемо вважати наявність в ґрунтових водах шкідливих (забруднювальних) речовин $\rho_{г.в.неб}^i$ на рівні гранично допустимої концентрації (ГДК), а саме рівняння (1):

$$\rho_{г.в.неб}^i(x_0^B, y_0^B, g_0^B, t) = ГДК^i, \quad (1)$$

де x_0^B, y_0^B, g_0^B – початкові координати точки входу шкідливих (забруднювальних) речовин у ґрунтові води; t – час поширення шкідливих (забруднювальних) речовин; i – кількість шкідливих (забруднювальних) речовин, яка досягла своєї межі ГДКⁱ.

Спираючись на роботу [12], можна констатувати, що домінуючим наслідком – наслідком першого порядку пріоритетності – у випадку поширення НС є $q_{тер}$, який в подальшому визначає рівень поширення НС, є відображенням координат джерела небезпеки.

Застосування організаційно-технічного методу попередження поширення НС техногенного характеру з об'єктового на місцевий або навіть регіональний рівнів відповідає порушенню нерівності (2) та формуванню відповідної граничної умови (3):

$$g_0 \leq q_{тер}(g, t) < g_{в.гор}^{min}, \quad (2)$$

$$g_{в.гор}^{min} \leq q_{тер}(g, t), \quad (3)$$

де g_0 – територія об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень; $q_{тер}$ – поширення шкідливих (забруднювальних) речовин понад ГДК за масштаби території, що відповідає НС об'єктового рівня; $g_{в.гор}^{min}$ – глибина залягання водоносного горизонту в межах території поширення НС; g – глибина проникнення шкідливих (забруднювальних) речовин в пори ґрунту на час t .

Наслідками другого порядку пріоритетності є кількість жертв $q_{ж}$ та кількість постраждалих $q_{пост}$, які формують групу граничних умов (4):

$$\begin{cases} q_{ж}(t) = f_{ж}(q_{тер}, t) = 0 \\ q_{пост}(t) = f_{пост}(q_{тер}, t) \leq q_{пост}^{об} \end{cases}, \quad (4)$$

де $q_{пост}^{об}$ – максимально допустима кількість постраж-

далих НС об'єктового рівня відповідно до Класифікатора НС [13]; $f_{ж}$ та $f_{пост}$ – відповідні відображення процесу зростання наслідків другої групи пріоритетності (жертв та постраждалих).

Наслідками третього порядку пріоритетності є $q_{у.жит}$ – кількість осіб з порушеними умовами життєдіяльності, $q_{з.п}$ – кількість прямих збитків, $q_{з.н}$ – непрямих збитків, які формують групу граничних умов нежорсткого характеру (5), а саме:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{у.жит}^{об} \leq q_{у.жит} = f_{жит}(q_{тер}, t) \leq q_{у.жит}^{міс} \\ q_{з.п}^{об} \leq q_{з.п} = f_{з.п}(q_{тер}, t) \leq q_{з.п}^{міс} \\ q_{з.н}^{об} \leq q_{з.н} = f_{з.н}(q_{тер}, t) \leq q_{з.н}^{міс} \end{array} \right. , \quad (5)$$

де $q_{у.жит}^{об}$, $q_{з.п}^{об}$, $q_{з.н}^{об}$, $q_{у.жит}^{міс}$, $q_{з.п}^{міс}$, $q_{з.н}^{міс}$ – граничні межі поширення наслідків НС відповідно до Класифікатора НС [13]; $f_{жит}$, $f_{з.п}$, $f_{з.н}$ – відображення процесу зростання наслідків третьої групи пріоритетності (порушених умов життєдіяльності, прямих збитків, непрямих збитків).

Отже, для математичної моделі аналізу небезпечного впливу на стан ґрунтових вод міських агломерацій від ракетно-артилерійських уражень сформовані початкові умови, що пов'язані з наявністю в ґрунтових водах шкідливих (забруднювальних) речовин на рівні гранично допустимої концентрації, а також граничні умови, що пов'язані з обмеженням наслідків першого та другого рівня пріоритетності: територія об'єкта критичної інфраструктури, кількість жертв та постраждалих.

2. Розв'язання окремої задачі з визначення області водозбору ґрунтових вод для аналізу безпеки води. Рівень ґрунтових вод залежить від великої кількості режимоутворюючих факторів, які впливають на баланс води в ґрунті та гідрологічні процеси.

Розглянемо нижче режимоутворюючі фактори:

- кількість та розподіл опадів визначає доступну кількість води для проникнення в ґрунт та поповнення ґрунтових вод;
- гідрогеологічні властивості ґрунтів та порід, як-от гідравлічна провідність та пористість, визначають швидкість руху води в ґрунті та її утримання;
- на розподіл води в ґрунті та формування вододільних ліній, які визначають області відведення, впливає нахил території та розташування водоймищ;
- клімат впливає на кількість опадів, температуру та вологість, що визначає інтенсивність перетікання води в ґрунті та випаровування;
- процеси транспірації та водоспоживання рослин впливають на рівень ґрунтових вод;
- людська діяльність: використання води для поливу, промислових цілей або міського водопостачання – може спричинити зміни в рівні ґрунтових вод;
- стікання поверхневих вод, рух підземних

вод, інфільтрація та дренаж – всі ці процеси впливають на рівень ґрунтових вод.

Зміна рівня ґрунтових вод під впливом додаткового живлення є ключовим аспектом при аналізі водних ресурсів та оцінці їхнього впливу як на навколишнє середовище, так і на населення. Додаткове живлення, наприклад, дощі, сніг, іригація або випуск стічних вод, може впливати на гідрогеологічний баланс ґрунтових вод, змінюючи їхній рівень, якість та режими руху. Це може мати негативні наслідки для природних екосистем, які залежать від ґрунтових вод, а також для людей, які використовують ці водні ресурси для пиття, сільськогосподарської діяльності. Додаткове живлення може призвести до збільшення рівня ґрунтових вод, особливо на низинних територіях або в областях з високою водонепроникністю ґрунтів.

Евапотранспірація являє собою процес випаровування води з поверхні ґрунту, що відіграє важливу роль у рівновазі в системі ґрунтових вод та залежить від факторів:

- температура повітря. Чим вища температура повітря, тим швидше відбувається евапотранспірація;
- вологість повітря. Вологе повітря менше взаємодіє з вологою поверхнею, що сповільнює евапотранспірацію;
- інтенсивність сонячного випромінювання. Сонячне випромінювання нагріває поверхню, збільшуючи швидкість випаровування води;
- рослинний покрив. Рослини, як-от дерева та кущі, мають більшу евапотранспірацію, ніж трав'янисті рослини;
- тип ґрунту. Різні типи ґрунту мають різну здатність утримувати вологу та впливати на евапотранспірацію (наприклад, піщані ґрунти швидше висихають, ніж глинисті);
- вітер. Швидкість вітру може впливати на швидкість випаровування води з поверхні.

Рівняння фільтраційного напору у випадку плоскої фільтрації може бути базовим при вирішенні окремої задачі з визначення області водозбору ґрунтових вод для аналізу безпеки води, якою можна врахувати фактори штучних покриттів та евапотранспірації [14]:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0, \quad (6)$$

де h – рівень ґрунтових вод; x, y – координати, показані на рис. 1; γ – коефіцієнт анізотропії.

На території міст України переважають площі, які мають штучні дорожні покриття і будови, що перешкоджають природним процесам інфільтрації атмосферних опадів, випаровування та транспірації. Тому при моделюванні зміни рівня ґрунтових вод в міських агломераціях потрібно враховувати ділянки з частковим або повним штучним покриттям і де

вплив природних (техногенних) факторів буде відбуватися лише на незначних відкритих поверхнях ділянки території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень.

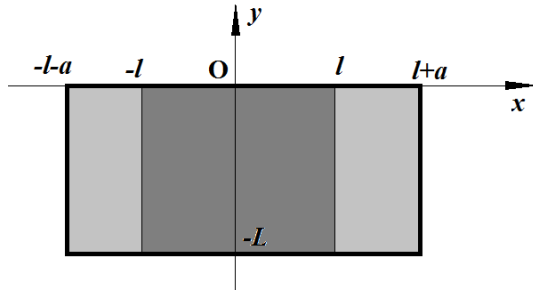


Рис. 1. Схема розрахункової області для визначення рівня ґрунтових вод

Крайові умови для рівняння (6) мають бути сформульовані відносно значень невідомої функції або її нормальної похідної на межах розрахункової області. Вважаємо, що $y = 0$ – поверхня ґрунту.

Припустимо, що на ділянках $[l - a \div -l]$ та $l \div l + a$ відбувається вплив природних (техногенних) факторів на зміну рівня ґрунтових вод; тоді як на ділянках $[-l \div 0]$ та $0 \div l$ впливу на рівень ґрунтових вод не відбувається завдяки штучним покриттям. Тоді, враховуючи, що зовнішня нормаль на відрізку $-l \div l$ при $y = L$ співпадає з протилежним напрямком осі O_y , маємо граничну умову, що характеризує наявність штучних покриттів: $\frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{-l \leq x \leq l, y = -L} = 0$.

На ділянках $-l - a, -l$ та $l, l + a$ відбувається інфільтрація, водовідбір, транспірація і випаровування, тому маємо: $-\frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{l \leq x \leq l + a, y = -L} = f_1 + s_1 - g_1 - d_1 - k_1$, де f_1 – додаткове живлення ґрунтових вод (прибуткова частина балансу ґрунтових вод); s_1 – кількість опадів, яка інфільтрується в ґрунтові води (прибуткова частина балансу ґрунтових вод); g_1 – інтенсивність транспірації (видаткова частина балансу ґрунтових вод); d_1 – інтенсивність випаровування (видаткова частина балансу ґрунтових вод); k_1 – водовідбір з ґрунтових вод (видаткова частина балансу ґрунтових вод). Аналогічну умову ставимо на ділянці $[-l - l, -l]$ при $y = -L$, позначаючи відповідні параметри водного балансу з індексом 2.

Надалі використовуємо симетричну модель, тому вважаємо, що $f_1 = f_2, s_1 = s_2, g_1 = g_2; d_1 = d_2, k_1 = k_2$.

Отримаємо: $-\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{l \leq x \leq -l - a, y = -L} = f_2 + s_2 - g_2 - d_2 - k_2$.

Переходимо до умов, які враховують евапотранспірацію.

Оскільки зміна рівнів ґрунтових вод та їх роз-

повсюдження є локальними, і моделювання проводиться для обмежених ділянок міської території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень, з умовно однорідними гідрогеологічними умовами, то можна прийняти, що боковий приплив і відтік рівні між собою, тому:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x = l + a} = e_1(y) \\ \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x = -l - a} = e_1(y) \end{cases}, e_1(y) = \frac{2}{1 + (y/y_{50})^\tau}, \quad (7)$$

де τ – відносна мінливість потенційної транспірації; y_{50} – параметр, що характеризує висоту капілярного всмоктування води; y – глибина, де відбувається тиск вологи, який всмоктує. У розрахунках згідно з [15] прийнято значення $\tau = 2,2$. У подальших розрахунках прийнято, що $y_{50} = 3$, тобто вважалось, що $L = 6$ м. Якщо евапотранспірація не враховувалась, то значення L обговорюються окремо.

Початковий рівень приймається за точку відліку, $h = 0$. $h \Big|_{y = 0} = 0$.

Відтак крайова задача для визначення невідомої функції $h(x, y)$ набуває вигляду:

$$\frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{-l \leq x \leq l, y = -L} = 0, \quad (8)$$

$$-\frac{\partial h}{\partial y} \Big|_{l \leq x \leq l + a, y = -L} = f_1 + s_1 - g_1 - d_1 - k_1, \quad (9)$$

$$-\frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{l \leq x \leq -l - a, y = -L} = f_2 + s_2 - g_2 - d_2 - k_2, \quad (10)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x = l + a} = e_1(y) \\ \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x = -l - a} = e_1(y) \end{cases}, \quad (11)$$

де функція $e_1(y) = \frac{2}{1 + (y/y_{50})^\tau}$ визначена в (7).

Зауважимо, що неможливо побудувати одну систему базисних функцій для цієї крайової задачі з неоднорідними крайовими умовами на трьох межах. Запропоновано шукати невідому функцію $h(x, y)$ у вигляді суми двох доданків: $h(x, y) = h_1(x, y) + h_2(x, y)$.

Кожній функції $h_i(x, y), i = 1, 2$ відповідає своя крайова задача, причому в кожній з цих задач наявні однорідні граничні умови, що дає змогу побудувати системи незалежних базисних функцій. Такий засіб не лише дозволяє побудувати розв'язок сформульованої крайової задачі (6), (8)–(11), що враховує наявність штучних покриттів, інфільтрацію, випаровування та транспірацію, а також ефект евапотранспі-

рації, але й дослідити окремо вплив штучних покриттів та ефекту евапотранспірації.

Так, крайова задача для функції $h_1(x, y)$ описує наявність штучних покриттів, інфільтрацію, випаровування та транспірацію, але не враховує ефект евапотранспірації залежно від глибини. Цю задачу сформулюємо наступним чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 h_1}{\partial x^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 h_1}{\partial y^2} = 0, \\ h_1 \Big|_{y=0} = 0, \\ \frac{\partial h_1}{\partial y} \Big|_{-l \leq x \leq l, y = -L} = 0, \\ -\frac{\partial h_1}{\partial y} \Big|_{-l-a \leq x < -l, y = -L} = f_1 + s_1 - k_1, \\ -\frac{\partial h_1}{\partial y} \Big|_{l < x \leq l+a, y = -L} = f_1 + s_1 - k_1, \\ \frac{\partial h_1}{\partial x} \Big|_{x=\pm(l+a)} = 0, \end{array} \right. \quad (12)$$

де f_1 – додаткове живлення ґрунтових вод (прибуткова частина балансу ґрунтових вод); s_1 – кількість опадів, яка інфільтрується в ґрунтові води (прибуткова частина балансу ґрунтових вод); k_1 – водовідбір з ґрунтових вод (видаткова частина балансу ґрунтових вод).

Другу умову в системі співвідношень (12) можна подати у вигляді: $h_1 \Big|_{y=0} = H_0$, де H_0 – довільна стала. Якщо ввести нову невідому функцію $H(x, y) = h_1(x, y) - H_0$, то внаслідок рівностей $\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial h_1}{\partial x}$; $\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial h_1}{\partial y}$, відносно функції H отримаємо таку ж саме крайову задачу (12) з нульовими умовами на поверхні ґрунту.

Для функції $h_2(x, y)$ отримаємо крайову задачу (13):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 h_2}{\partial x^2} + \gamma^2 \frac{\partial^2 h_2}{\partial y^2} = 0, \\ h_2 \Big|_{y=0} = 0, \\ \frac{\partial h_2}{\partial y} \Big|_{-l-a \leq x \leq l+a} = 0, \\ \frac{\partial h_2}{\partial x} \Big|_{x=\pm(l+a)} = e_1(y), \end{array} \right. \quad (13)$$

Розв’язок крайової задачі (13) описує вплив на рівень ґрунтових вод евапотранспірації залежно від глибини, але без урахування впливу інфільтрації атмосферних опадів та додаткового живлення. Функцію $e_1(y)$ подано в формулі (7). Тобто розв’язок крайової задачі (13) дозволяє дослідити саме вплив евапотранспірації.

Розглянемо розв’язання крайової задачі щодо зміни рівня ґрунтових вод з урахуванням провідних режимоутворюючих факторів за відсутності евапотранспірації.

Запишемо невідому функцію h_1 у вигляді:

$$h_1(x, y) = X(x) \cdot Y(y). \quad (14)$$

Підставимо це зображення в диференціальне рівняння (6) та отримаємо: $X''(x)Y(y) + \gamma^2 X(x)Y''(y) = 0$.

$$\text{Звідси маємо: } \frac{X''(x)}{X(x)} + \gamma^2 \frac{Y''(y)}{Y(y)} = 0 \Rightarrow \frac{X''(x)}{X(x)} = -\gamma^2 \frac{Y''(y)}{Y(y)}.$$

Оскільки ліва частина отриманої рівності залежить лише від x , а права – лише від y , то обидві частини рівності є сталими. Отже, маємо: $\frac{X''(x)}{X(x)} = \lambda = const$.

$$\text{Нехай } \lambda < 0; \lambda = -\mu^2. \text{ Тоді } \frac{X''(x)}{X(x)} = -\mu^2.$$

Звідси:

$$X''(x) + \mu^2 X(x) = 0. \quad (15)$$

Отримано диференціальне рівняння II порядку. Характеристичне рівняння для нього має вигляд: $K^2 + \mu^2 = 0 \Rightarrow K = \pm i\mu$.

Загальне рішення для функції $X(x)$ має вигляд: $X(x) = c_1 \cos \mu x + c_2 \sin \mu x$.

Задовольнимо однорідним граничним умовам $\frac{\partial h_1}{\partial x} \Big|_{x=\pm(l+a)} = 0$ з (12), з яких отримаємо: $X'(l+a) = 0$; $X'(-l-a) = 0$.

З цих умов випливає наступна однорідна лінійна система алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} -c_1 \sin \mu(l+a) + c_2 \cos \mu(l+a) = 0 \\ c_1 \sin \mu(l+a) + c_2 \cos \mu(l+a) = 0 \end{cases}, \quad (16)$$

Для існування нетривіального розв’язку рівнянь (16) необхідно, щоб визначник цієї системи дорівнював 0, а саме:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \cos \mu(l+a) & \sin \mu(l+a) \\ \cos \mu(l+a) & -\sin \mu(l+a) \end{vmatrix} = 0, \quad \text{тобто } \Delta =$$

$$-2 \cos \mu(l+a) \cdot \sin \mu(l+a) = -\sin 2\mu(l+a).$$

$$\text{З умови } \Delta = 0 \text{ отримуємо: } \sin 2\mu(l+a) = 0.$$

$$\text{Отже, } 2\mu(l+a) = \pi m, \quad m = 0, 1, \dots, \mu_m = \frac{\pi m}{2(l+a)}.$$

Масмо отриману сукупність рішень: $X_m(x) = C_1^m \cos \frac{\pi m}{2(l+a)} x + C_2^m \sin \frac{\pi m}{2(l+a)} x$.

Враховуючи симетричність запропонованої моделі, знайдемо: $X_m(x) = C^m \cos \frac{\pi m}{l+a} x$.

Для функції $Y(y)$ маємо диференційне рівняння II порядку у вигляді:

$$Y''(y) - \frac{\mu^2}{\gamma^2} Y(y) = 0 \quad (17)$$

з наступним характеристичним рівнянням: $K^2 - \frac{\mu^2}{\gamma^2} = 0$.

$K_{1,2} = \pm \frac{\mu}{\gamma}$, де значення μ були визначені вище.

Тож загальний розв'язок (17) має такий вигляд: $Y_m(y) = D_1^m \exp\left(\frac{\mu m}{\gamma} y\right) + D_2^m \exp\left(-\frac{\mu m}{\gamma} y\right)$.

З граничних умов отримаємо: $Y_m(0) = 0 \Rightarrow D_1^m + D_2^m = 0$; $D_1^m = -D_2^m$.

Тоді $Y_m(y) = D^m \operatorname{sh} \frac{\mu m}{\gamma} y = D^m \operatorname{sh} \frac{\pi m}{(l+a)\gamma} y$.

Отже, побудовано базисну систему для побудови розв'язку крайової задачі (12) у вигляді: $h_1^m = E^m \cos \frac{\pi m x}{(l+a)} \cdot \operatorname{sh} \frac{\pi m y}{(l+a)\gamma}$, $m = 1, 2, \dots$

Тобто загальний розв'язок крайової задачі (12) є таким:

$$h_1(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} E^m \cos \frac{\pi m x}{(l+a)} \cdot \operatorname{sh} \frac{\pi m y}{(l+a)\gamma} \quad (18)$$

Константи E^m будуть визначені з другого, третього та четвертого рівнянь в (12).

Для цього обчислимо похідну від функції (8) за змінною y в припущенні, що $y = -L$, та отримаємо:

$$\left. \frac{\partial h_1(x, y)}{\partial y} \right|_{y=-L} = \sum_{m=1}^{\infty} E^m \frac{\pi m}{(l+a)\gamma} \cos \frac{\pi m x}{(l+a)} \cdot c h \frac{\pi m L}{(l+a)\gamma} \quad (19)$$

Введемо функцію:

$$C_2(x) = \begin{cases} a_1 & -l - a < x < l \\ 0 & -l \leq x \leq l \\ a_1 & l < x < l + a \end{cases} \quad (20)$$

Ця функція є похідною від функції (18), яка описується виразом (19). Відносно сталої a_1 зауважимо, що $a_1 = f_1 + s_1 - k_1$.

Тоді для визначення сталих E^m маємо таке співвідношення:

$$\sum_{m=1}^{\infty} E^m \frac{\pi m}{(l+a)\gamma} \cos \frac{\pi m x}{(l+a)} \cdot c h \frac{\pi m L}{(l+a)\gamma} = C_2(x) \quad (21)$$

Здійсимо скалярний добуток правої та лівої частин (11) послідовно на $\cos \frac{\pi k}{(l+a)} x$ при $k = 1, 2, \dots$

Оскільки функції $C_2(x)$ і $\cos \frac{\pi k}{(l+a)} x$ є парними, то отримуємо:

$$2 \int_0^{l+a} C_2 \cos \frac{\pi k}{l+a} x dx = 2 E^k c h \frac{\pi k L}{(l+a)\gamma} \int_0^{l+a} \cos^2 \frac{\pi k}{l+a} x dx, \text{ або}$$

$$2 \int_0^{l+a} a_1 \cos \frac{\pi k}{l+a} x dx = 2 E^k c h \frac{\pi k L}{(l+a)\gamma} \int_0^{l+a} \cos^2 \frac{\pi k}{l+a} x dx.$$

$$\text{Тобто маємо: } a_1 \frac{l+a}{\pi k} \sin \frac{\pi k l}{l+a} = \frac{l+a}{2} E^k c h \frac{\pi k L}{(l+a)\gamma}.$$

Звідси для сталих E_k знаходимо такі вирази:

$$E_k = \frac{2a_1}{\pi k} \frac{\sin \frac{\pi k l}{l+a}}{c h \frac{\pi k L}{(l+a)\gamma}} \quad (22)$$

Вирази (22) свідчать про високу швидкість збіжності ряду (18), оскільки містять у знаменниках добуток $\pi k c h(\pi k l / ((l+a)\gamma))$, що прямує до нескінченості швидше за експоненту.

Для визначення зміни рівня ґрунтових вод з урахуванням евапотранспірації розглянемо розв'язання крайової задачі (13) з урахуванням евапотранспірації території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень.

Запишемо невідому функцію h_2 у вигляді: $h_2(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$.

Підставимо це зображення в диференційне рівняння (6) та отримаємо рівності: $X''(x)Y(y) + \gamma^2 X(x)Y''(y) = 0$, $\frac{X''(x)}{X(x)} = -\gamma^2 \frac{Y''(y)}{Y(y)}$.

Для функції $Y(y)$ цього разу маємо таке диференційне рівняння: $Y''(y) + \frac{\mu^2}{\gamma^2} Y(y) = 0$.

Його загальний розв'язок подамо у вигляді: $Y(y) = c_1 \cos \frac{\mu}{\gamma} y + c_2 \sin \frac{\mu}{\gamma} y$.

Задовольняємо граничні умови: $Y(0) = 0 \Rightarrow c_1 = 0$; $Y'(L) = c_2 \frac{\mu}{\gamma} \cos\left(\frac{\mu}{\gamma} L\right) = 0$.

З використанням цих умов для характеристичних чисел отримуємо співвідношення: $\frac{\mu L}{\gamma} = \frac{\pi}{2} + \pi k$;

$$\mu_k = \frac{\pi \gamma}{L} \left(\frac{1}{2} + k\right); \quad k = 0, 1, \dots$$

Тоді функції $Y_k(y)$ набувають вигляду: $Y_k(y) = C_k \sin\left(\frac{\pi}{L} \left(\frac{1}{2} + k\right) y\right)$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Функцію $X(x)$ визначимо з диференційного рівняння: $X''(x) - \mu^2 X(x) = 0$.

Використовуємо загальний розв'язок: $X_m(x) = D_1^m \exp(\mu_m x) + D_2^m \exp(-\mu_m x)$.

Враховуючи вигляд крайових умов, з'ясуємо, що шукана функція є непарною. Тоді маємо таку базисну систему для побудови розв'язку крайової задачі (13): $h_2^m = F^m \sin \frac{\pi(0.5+m)y}{L} \cdot \operatorname{sh} \frac{\pi \gamma(0.5+m)x}{L}$, $m = 0, 1, 2, \dots$

Тобто загальний розв'язок крайової задачі (13)

набуває вигляду:

$$h_2(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} F^m \sin \frac{\pi(0.5+m)y}{L} \cdot \operatorname{sh} \frac{\pi\gamma(0.5+m)x}{L}. \quad (23)$$

Для визначення констант F^m використовуємо крайові умови, які зображуються четвертим співвідношенням в (13). Спочатку обчислюємо похідну $\frac{\partial h_2(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=\pm(l+a)}$ = $\sum_{m=0}^{\infty} F^m \frac{\pi\gamma(0.5+m)}{L} \sin \frac{\pi(0.5+m)y}{L} \cdot \operatorname{ch} \frac{\pi\gamma(0.5+m)(l+a)}{L}$.

Це дало змогу для визначення сталих F^m отримати таке співвідношення: $e_1(y) = \sum_{m=0}^{\infty} F^m \frac{\pi\gamma(0.5+m)}{L} \sin \frac{\pi(0.5+m)y}{L} \cdot \operatorname{ch} \frac{\pi\gamma(0.5+m)(l+a)}{L}$, або, враховуючи вигляд функції $e_1(y)$ з формули (7):

$$\frac{2}{1+(y/y_{50})^{\tau}} = \sum_{m=0}^{\infty} F^m \frac{\pi\gamma(0.5+m)}{L} \sin \frac{\pi(0.5+m)y}{L} \cdot \operatorname{ch} \frac{\pi\gamma(0.5+m)(l+a)}{L}. \quad (24)$$

Обчислимо скалярні добутки правої та лівої частин рівняння (24) на функції $\sin \frac{\pi(0.5+k)y}{L}$, $k = 0, 1, 2 \dots$. Отримаємо вирази для знаходження коефіцієнтів F^m : $\int_{-L}^0 \frac{2}{1+(y/y_{50})^{\tau}} \sin \frac{\pi(0.5+k)y}{L} dy = F^k \frac{\pi\gamma(0.5+k)}{L} \operatorname{ch} \frac{\pi\gamma(0.5+k)(l+a)}{L} \int_{-L}^0 \sin^2 \frac{\pi(0.5+k)y}{L} dy$.

Введемо позначення $I_k = \int_{-L}^0 \frac{2}{1+(y/y_{50})^{\tau}} \sin \frac{\pi(0.5+k)y}{L} dy$, $J_k = \frac{\pi\gamma(0.5+k)}{L} \operatorname{ch} \frac{\pi\gamma(0.5+k)(l+a)}{L}$, маємо:

$$I_k = F_k J_k, \quad F_k = \frac{I_k}{J_k}. \quad (25)$$

Відзначимо, що інтеграли I_k неможливо обчислити в елементарних функціях, тому їх числові значення знаходились за допомогою 6-точкових квадратур Гауса. Тобто коефіцієнти F^m визначені.

Зауважимо, що вирази для знаходження F^m також свідчать про високу швидкість збіжності ряду (23), оскільки містять у знаменниках добутки еквівалентні $\pi k \operatorname{ch}(\pi k)$, що прямують до нескінченості швидше за експоненту.

Отже, розв'язок крайової задачі (6), (8)–(11) отримано у вигляді:

$$h(x, y) = h_1(x, y) + h_2(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} E^m \cos \frac{\pi m x}{(l+a)} \cdot \operatorname{sh} \frac{\pi m y}{(l+a)\gamma} + \sum_{m=0}^{\infty} F^m \sin \frac{\pi(0.5+m)y}{L} \cdot \operatorname{sh} \frac{\pi\gamma(0.5+m)x}{L}. \quad (26)$$

Зауважимо, що при застосуванні формули (26) враховується наявність штучних покриттів, інфільтрація, випаровування та транспірація, а також ефект евапотранспірації.

Тож рішення окремої задачі з визначення області водозабору ґрунтових вод на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень, пов'язано з рівнем ґрунтових вод з урахуванням наявності штучних покриттів, інфільтрації, випаровування та транспірації, а також ефекту евапотранспірації.

3. Розв'язання задачі з визначення області ракетно-артилерійського впливу в зоні надзвичайної ситуації. Область ракетно-артилерійського впливу визначається типом та характеристиками використаної зброї, а також територіальними умовами. Розглянемо наступні критерії: тип зброї, тип вибухового заряду, калібр (діаметр) та територіальні умови.

Тип зброї. Це може бути ракетна або артилерійська зброя, кожна з яких має свої властивості та особливості використання. Застосовують ракети «поверхня–поверхня» / «повітря–поверхня» (балістичні, крилаті ракети, протикорабельні, протитанкові), «поверхня–поверхня» (зенітні, протиракети), «повітря–повітря». Артилерійські снаряди (основного призначення: броньобійні, фугасні, осколково-фугасні; спеціального призначення: освітлювальні, димові, хімічні; допоміжного призначення) використовуються для стрільби з гармат, гаубиць, мінометів тощо.

Тип вибухового заряду. Широкого застосування набули: динаміт, який складається з нітрогліцерину, абсорбованого в пористий матеріал – кам'яну вату або папір; пластичні вибухові речовини – основними компонентами є гексоген, поліізобутилен, ди-(2-етилгексил)-себацінат або диоктилсебацінат, моторна олива; тротил; амоніт – основними компонентами є селітра та тротил; повітряно-снарядні вибухові пристрої, які використовуються в авіаційних бомбах і ракетах для спрацьовування під час падіння на ціль; термобаричні вибухові речовини, які використовують високотехнологічні методи знищення цілей, створюючи великі температури і тиск.

Калібр (діаметр) визначає розмір зброї та її вибуховий заряд. Більший калібр вказує на більшу руйнівну силу та безпеку.

Ключовими критеріями територіальних умов є: радіус руйнування R – відстань від центру вибуху до межі зони, де можуть бути пошкоджені будівлі, інфраструктура та інші об'єкти; зона викиду диму та газів – територія, де може виникнути ризик інгаляції токсичних речовин або отруйного диму, а також забруднення поверхневого шару ґрунту внаслідок осідання; топографія території – покриття $K_{\text{покр}}$ (покриття доріг або інфраструктури, ґрунт, рослинність, водні об'єкти, будівлі або споруди).

Враховуючи наведене, відображення функції безпеки ψ_p в області ракетно-артилерійського впливу в зоні надзвичайної ситуації визначається рівнянням (27), а саме:

$$\psi_p = \int_0^t \int_1^s \gamma(R, K_{\text{покр}}, h_{\text{прон}}, Q, \int \Psi_{\text{небез}}) dt ds, \quad (27)$$

де γ – функція навантаження факторів небезпеки ракетно-артилерійського впливу; R – радіус умовної окружності механічної деформації ґрунту в зоні ураження; $K_{\text{покр}}$ – коефіцієнт проникнення ґрунту в зоні ураження; $h_{\text{прон}}$ – глибина механічної деформації ґрунту в зоні ураження Q , $\int \Psi_{\text{небез}}$ – кількісна та інтегральна якісна характеристика небезпечних речовин в зоні ураження; t – час впливу (найбільш складний випадок – періодичний імпульсний вплив – можна розглядати як сукупність окремих задач з поступовим накопиченням); s – середній показник умовної зони ураження.

Отже, рішення окремої задачі з визначення області ракетно-артилерійського впливу в зоні надзвичайної ситуації пов'язано з типом зброї, типом вибухового заряду, їх калібром (діаметром) та територіальними умовами, основні показники вмісту яких на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень в подальшому визначаються експертно-розрахунковим шляхом з використанням натурних проб ґрунтів та ґрунтових вод.

4. Розв'язання задачі з визначення впливу шкідливих (забруднювальних) речовин на ґрунтові води. Механізм забруднення ґрунтових вод є результатом взаємодії різних факторів, серед яких тип ґрунту, характеристики шкідливих (забруднювальних) речовин та гідрологічних умов на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень.

Хімічно небезпечні речовини проникають в ґрунт через пори й тріщини, процес інфільтрації – переміщення під впливом опадів або іригації. Залежно від типу, стану ґрунту, топографічних умов місцевості та характеристик забруднювальних речовин (розчинність, летючість та токсичність) вони можуть продовжувати рухатися вниз до глибших шарів ґрунту.

Пористість та проникність ґрунту грають важливу роль у швидкості та ефективності інфільтрації. Наприклад, піщані ґрунти мають велику проникність, тоді як глинисті ґрунти можуть бути менш проникними. Ступінь ущільнення або урівноваження ґрунту також може впливати на швидкість інфільтрації. Наприклад, компактовані поверхні можуть сприяти стіканню води, замість інфільтрації. Схил ґрунту впливає на швидкість та напрямок інфільтрації. Більш круті схили можуть сприяти швидкій інфільтрації, тоді як рівнинні ділянки можуть мати меншу швидкість інфільтрації через більшу швидкість поверхневого стоку.

Коли хімічно небезпечні речовини досягають ґрунтових вод, вони здатні розчинятися в воді або

переноситись на великі відстані, впливаючи на прилегли водні екосистеми або навіть наземні водні джерела.

Для розв'язання окремої задачі з визначення впливу шкідливих (забруднювальних) речовин на ґрунтові води на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень, базовим є рівняння розповсюдження хімічно небезпечних речовин разом з поверхневим стоком [16], а саме:

$$\frac{\delta C}{\delta t} + \frac{\delta}{\delta x}(uC) + \frac{\delta}{\delta y}(vC) - \frac{\delta}{\delta x}\left(E_x \frac{\delta C}{\delta x}\right) - \frac{\delta}{\delta y}\left(E_y \frac{\delta C}{\delta y}\right) + k_c C = 0, \quad (28)$$

де C – концентрація хімічно небезпечної речовини; u та v – швидкість течії води в напрямку x та y , відповідно; E_x та E_y – коефіцієнти дисперсій в напрямку x та y , відповідно; k_c – швидкість переносу маси речовини від джерела.

Система рівнянь, що описує поверхневий стік:

$$\frac{\delta \eta}{\delta t} + \frac{\delta[(h+\eta)u]}{\delta x} + \frac{\delta[(h+\eta)v]}{\delta x} = 0, \quad (29)$$

$$\frac{\delta u}{\delta t} + u \frac{\delta u}{\delta x} + v \frac{\delta u}{\delta y} = f_v - g \frac{\delta \eta}{\delta x} - \frac{g}{\rho_w} \cdot \frac{\delta \rho_w}{\delta x} \cdot \frac{h+\eta}{2} + \frac{\rho_a k' W_v^2 \cos \varphi}{h+\eta} - \frac{g u \sqrt{u^2+v^2}}{(h+\eta)C_m} + \frac{\varepsilon}{\rho_w} \cdot \left(\frac{\delta^2 v}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} \right), \quad (30)$$

$$\frac{\delta v}{\delta t} + u \frac{\delta v}{\delta x} + v \frac{\delta v}{\delta y} = f_{Kr} u - g \frac{\delta \eta}{\delta x} - \frac{g}{\rho_w} \cdot \frac{\delta \rho_w}{\delta y} \cdot \frac{h+\eta}{2} + \frac{\rho_a k' W_v^2 \sin \varphi}{h+\eta} - \frac{g v \sqrt{u^2+v^2}}{(h+\eta)C_m} + \frac{\varepsilon}{\rho_w} \cdot \left(\frac{\delta^2 v}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 u}{\delta y^2} \right), \quad (31)$$

де x та y – горизонтальні координати; t – час; h – глибина потоку; η – висота поверхні води; f_{Kr} – сила Коріоліса; g – прискорення вільного падіння; ρ_w – щільність води; ρ_a – щільність повітря; k' – емпіричний коефіцієнт вітрового навантаження; W_v – швидкість вітру; φ – напрямок вітру; C_m – коефіцієнт Шезі; ε – коефіцієнт турбулентної в'язкості.

Рівняння руху вологи в зоні аерації з урахуванням інфільтрації:

$$\frac{\delta \omega}{\delta T} \cdot \frac{\delta T}{\delta t} + \frac{\delta \omega}{\delta P_{\text{рід}}} \cdot \frac{\delta P_{\text{рід}}}{\delta t} = \nabla \left(\rho_{\text{в.п}} \frac{K_0 K_{\text{в.п}}}{\eta_{\text{в.п}}} \cdot \frac{\delta P_{\text{в.п}}}{\delta T} \nabla T \right) + \nabla \left(\rho_{\text{рід}} \frac{K_0 K_{\text{рід}}}{\eta_{\text{рід}}} \nabla P_{\text{рід}} + \rho_{\text{в.п}} \frac{K_0 K_{\text{в.п}}}{\eta_{\text{в.п}}} \cdot \frac{\delta P_{\text{в.п}}}{\delta P_{\text{рід}}} \nabla P_{\text{рід}} - \rho_{\text{рід}} \frac{K_0 K_{\text{рід}}}{\eta_{\text{рід}}} \rho_{\text{рід}} g \nabla g \right), \quad (32)$$

де ω – повний вологовміст; $P_{\text{рід}}$ та $P_{\text{в.п}}$ – тиск води та водяного пару в середовищі; K_0 – коефіцієнт проникності пористого середовища; $K_{\text{рід}}$, $K_{\text{в.п}}$ – коефіцієнти відносної фазової проникності рідини та водяної пари; $\eta_{\text{рід}}$ та $\eta_{\text{в.п}}$ – коефіцієнти динамічної в'язкості

рідини та водяної пари; g – прискорення вільного падіння; g – координата у вертикальному напрямку.

Рівняння переносу шкідливих (забруднювальних) речовин на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень, з урахуванням процесів інфільтрації атмосферних опадів:

$$\Theta_{\text{рід}} \frac{\delta C}{\delta t} + C \frac{\delta \Theta_{\text{рід}}}{\delta t} + \rho_{\text{г}} \frac{\delta C_{\text{адс}}}{\delta t} = \nabla(\Theta_{\text{рід}} \hat{D} \nabla C - \dot{u} C) + \ddot{F}, \quad (33)$$

$$\rho_{\text{г}} \frac{\delta C_{\text{адс}}}{\delta t} = \rho_{\text{г}} \beta (K_d C - C_{\text{адс}}), \quad (34)$$

де $\Theta_{\text{рід}}$ – об'ємний вологовміст ґрунту; C та $C_{\text{адс}}$ – концентрація хімічно небезпечної речовини в розчині та в адсорбованому стані; t – час; $\rho_{\text{г}}$ – щільність твердої фази ґрунту; \hat{D} – тензор гідродинамічної дисперсії; \dot{u} – вектор швидкості руху вологи в ґрунті; \ddot{F} – функція, яка характеризує інтенсивність зміни концентрації хімічно небезпечної речовини за рахунок процесів хімічного і радіоактивного перетворення і т. ін.; K_d – коефіцієнт розподілу між хімічно небезпечною речовиною в рідкій та твердій фазі (показує відношення концентрації адсорбованої речовини до її концентрації в розчині); β – швидкість сорбції.

Рівняння руху ґрунтових вод:

$$\mu^{**} \frac{\delta H}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} (K_x \frac{\delta H}{\delta x}) + \frac{\delta}{\delta y} (K_y \frac{\delta H}{\delta y}) + \frac{\delta}{\delta g} (K_g \frac{\delta H}{\delta g}) + G(x, y, g, t), \quad (35)$$

де μ^{**} – коефіцієнт водовіддачі (нестача насичення); K_x, K_y, K_g – коефіцієнти фільтрації в напрямку осей x, y, g , відповідно; $H(x, y, g, t)$ – гідравлічний напір; $G(x, y, g, t)$ – відома інтенсивність поповнення (відтоку) ґрунтових вод.

Рівняння поширення забруднюючих речовин в ґрунтових водах на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень:

$$\begin{aligned} \frac{\delta(\Theta_{\text{рід}} C)}{\delta t} &= \frac{\delta}{\delta x} (\Theta_{\text{рід}} D_{ij} \frac{\delta C}{\delta x}) + \frac{\delta}{\delta y} (\Theta_{\text{рід}} D_{ij} \frac{\delta C}{\delta y}) + \\ &+ \frac{\delta}{\delta g} (\Theta_{\text{рід}} D_{ij} \frac{\delta C}{\delta g}) - \frac{\delta}{\delta x} (\Theta_{\text{рід}} v_x) + \frac{\delta}{\delta y} (\Theta_{\text{рід}} v_y) + \\ &+ \frac{\delta}{\delta g} (\Theta_{\text{рід}} v_g) + Q(x, y, g, t), \end{aligned} \quad (36)$$

де C – концентрація хімічно небезпечної речовини, яку шукають; D_{ij} – коефіцієнт гідродинамічної дисперсії; v_x, v_y, v_g – швидкість руху ґрунтових вод в напрямку осей x, y, g , відповідно; $Q(x, y, g, t)$ – відома інтенсивність джерел забруднення.

Рівняння Сен-Венана, що описують рух води

поверхнею ґрунту:

$$\begin{aligned} \frac{\delta h}{\delta t} + \frac{\delta u h}{\delta x} + \frac{\delta v h}{\delta y} &= 0, \\ \frac{\delta h u}{\delta t} + \frac{\delta}{\delta x} (h u^2 + \frac{1}{2} g h^2) + \frac{\delta}{\delta y} (h u v) &= h f_x - g h \frac{\delta b}{\delta x}, \quad (37) \\ \frac{\delta h v}{\delta t} + \frac{\delta}{\delta x} (h u v) + \frac{\delta}{\delta y} (h v^2 + \frac{1}{2} g h^2) &= h f_y - g h \frac{\delta b}{\delta y}, \end{aligned}$$

де b – функція, що описує профіль дна; $f_{K_r, x}, f_{K_r, y}$ – компоненти сили Коріоліса.

$$\frac{\delta C}{\delta t} = \nabla(\Theta_{\text{рід}} \hat{D} \nabla C) - \nabla(\dot{u} C). \quad (38)$$

Рівняння вологопереносу:

$$\begin{aligned} \frac{\delta W}{\delta T} \cdot \frac{\delta T}{\delta t} + \frac{\delta W}{\delta P_{\text{рід}}} \cdot \frac{\delta P_{\text{рід}}}{\delta t} &= \nabla \left(\rho_{\text{в.п}} \frac{K_0 K_{\text{в.п}}}{\eta_{\text{в.п}}} \cdot \frac{\delta P_{\text{в.п}}}{\delta T} \nabla T \right) - \\ - \nabla \left(\rho_{\text{рід}} \left[\frac{K_0 K_{\text{рід}}}{\eta_{\text{рід}}} + \rho_{\text{в.п}} \frac{K_0 K_{\text{в.п}}}{\eta_{\text{в.п}}} \cdot \frac{\delta P_{\text{в.п}}}{\delta P_{\text{рід}}} \right] \nabla P_{\text{рід}} - \right. & \quad (39) \\ \left. \rho_{\text{рід}} \frac{K_0 K_{\text{рід}}}{\eta_{\text{рід}}} \rho_{\text{рід}} g \nabla D' \right), \end{aligned}$$

де D' – координата у вертикальному напрямі.

Рівняння конвективної дифузії хімічно небезпечних речовин з урахуванням кінетики сорбції на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень:

$$\begin{aligned} \Theta_{\text{рід}} \frac{\delta C}{\delta t} + C \frac{\delta \Theta_{\text{рід}}}{\delta t} + \rho_{\text{г}} \frac{\delta C_{\text{адс}}}{\delta t} &= \nabla(\Theta_{\text{рід}} \hat{D} \nabla C - \dot{u} C), \quad (40) \\ \rho_{\text{г}} \frac{\delta C_{\text{адс}}}{\delta t} &= \rho_{\text{г}} \beta (K_d C - C_{\text{адс}}). \end{aligned}$$

В умовах попередження НС техногенного характеру на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень, шляхом ідентифікації хімічних речовин в ґрунтових водах слід також враховувати ентальпію процесу витоку хімічно небезпечної речовини. У загальному виді вона може бути описана наступними рівняннями.

За умов виконання припущень, що відсутній нагрів через внутрішнє тертя, робота сил тиску не враховується, а питома ентальпія U визначається як множення теплоємності h' на температуру T , зміна повної ентальпії H' в досліджуваному об'ємі V буде дорівнювати:

$$H' = \int_V \rho h' dV = \int_V \rho U T dV, \quad (41)$$

де ρ – щільність.

Тоді:

$$\frac{\delta H'}{\delta t} = \int_V \frac{\delta(\rho h')}{\delta t} dV + \int_S \rho h' v_n dS = - \int_S q_n dS + \int_V f' dV, \quad (42)$$

де v_n – швидкість потоку по нормалі до поверхні S

об'єму V ; q_n – щільність теплового потоку; f'' – питома потужність внутрішніх джерел тепла.

Рішення цього рівняння дозволить отримати вираз для конвекційної теплопровідності.

Отже, рішення окремої задачі з визначення впливу шкідливих (забруднювальних) речовин на ґрунтові води на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень, пов'язано з процесом руху ґрунтових вод у зоні поширення надзвичайної ситуації залежно від гідравлічного напору та коефіцієнта водовіддачі; з процесом поширення шкідливих (забруднювальних) речовин в ґрунтових водах від коефіцієнта гідродинамічної дисперсії та швидкості ґрунтових вод; конвективної дифузії шкідливих (забруднювальних) речовин з урахуванням кінетики сорбції.

5. Опис отриманої математичної моделі аналізу небезпечного впливу на стан ґрунтових вод міських агломерацій від ракетно-артилерійських уражень. Попередження НС техногенного характеру внаслідок наявності у воді шкідливих (забруднювальних) речовин понад ГДК в міській агломерації від ракетно-артилерійських уражень шляхом обрання ефективної концепції з організації моніторингу в ґрунтових водах на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень, досягається за умови існування рівняння зв'язку (43), а саме:

$$q_{\text{тер}}^{\text{міс}} = f_{\text{міс}}(\phi_{\xi_1}, \phi_{\xi_2}, \phi_{\xi_3}, t), \quad (43)$$

де $q_{\text{тер}}^{\text{міс}}$ – граничні межі поширення наслідків НС до місцевого рівня; ϕ_{ξ_1} – формалізований параметр розв'язання задачі (ξ_1) з визначення області водозбору ґрунтових вод для аналізу безпеки води; ϕ_{ξ_2} – формалізований параметр розв'язання задачі (ξ_2) з визначення області ракетно-артилерійського впливу в зоні НС; ϕ_{ξ_3} – формалізований параметр розв'язання задачі (ξ_3) з визначення впливу шкідливих (забруднювальних) речовин на ґрунтові води.

З огляду на вищезазначене, шукана математична модель складається із початкових (1) та граничних (3–5) умов її існування:

$$\left. \begin{aligned} & \rho_{\text{г.в.неб}}^i(x_0^B, y_0^B, g_0^B, t) = \text{ГДК}^i \\ & g_{\text{в.гор}}^{\text{мін}} \leq q_{\text{тер}}(g, t) \\ & \left\{ \begin{aligned} & q_{\text{ж}}(t) = f_{\text{ж}}(q_{\text{тер}}, t) = 0 \\ & q_{\text{пост}}(t) = f_{\text{пост}}(q_{\text{тер}}, t) \leq q_{\text{пост}}^{\text{місц}} \end{aligned} \right\} \\ & \left\{ \begin{aligned} & q_{\text{у.жит}}^{\text{місц}} \leq q_{\text{у.жит}} = f_{\text{жит}}(q_{\text{тер}}, t) \leq q_{\text{у.жит}}^{\text{рег}} \\ & q_{\text{з.п}}^{\text{місц}} \leq q_{\text{з.п}} = f_{\text{з.п}}(q_{\text{тер}}, t) \leq q_{\text{з.п}}^{\text{рег}} \\ & q_{\text{з.н}}^{\text{місц}} \leq q_{\text{з.н}} = f_{\text{з.н}}(q_{\text{тер}}, t) \leq q_{\text{з.н}}^{\text{рег}} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (44)$$

та системи аналітичних залежностей (26), (27), (35), (36), (40) та (43):

$$\left. \begin{aligned} & h(x, y) = h_1(x, y) + h_2(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} E^m \cos \frac{\pi m x}{(l+a)} \cdot \text{sh} \frac{\pi m y}{(l+a)} + \sum_{m=0}^{\infty} F^m \sin \frac{\pi(0.5+m)y}{L} \cdot \text{sh} \frac{\pi y(0.5+m)x}{L} \\ & \psi_p = \int_0^t \int_1^3 \gamma(R, K_{\text{покр}}, Q, \int \Psi_{\text{небез}}) d \\ & \mu \frac{\delta H}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} \left(K_x \frac{\delta H}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(K_y \frac{\delta H}{\delta y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(K_z \frac{\delta H}{\delta z} \right) + G(x, y, z, t) \\ & \frac{\delta(\Theta_{\text{рід}C})}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} \left(\Theta_{\text{рід}} D_{ij} \frac{\delta C}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(\Theta_{\text{рід}} D_{ij} \frac{\delta C}{\delta y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(\Theta_{\text{рід}} D_{ij} \frac{\delta C}{\delta z} \right) - \\ & - \frac{\delta}{\delta x} (\Theta_{\text{рід}} u_x) + \frac{\delta}{\delta y} (\Theta_{\text{рід}} u_y) + \frac{\delta}{\delta z} (\Theta_{\text{рід}} u_z) + Q(x, y, z, t) \\ & \Theta_{\text{рід}} \frac{\delta C}{\delta t} + C \frac{\delta \Theta_{\text{рід}}}{\delta t} + \rho_{\text{г}} \frac{\delta C_{\text{адс}}}{\delta t} = \nabla(\Theta_{\text{рід}} \nabla C - \dot{u}C) \\ & \rho_{\text{г}} \frac{\delta C_{\text{адс}}}{\delta t} = \rho_{\text{г}} \beta (K_d C - C_{\text{адс}}) \\ & q_{\text{тер}}^{\text{міс}} = f_{\text{міс}}(\phi_{\xi_1}, \phi_{\xi_2}, \phi_{\xi_3}, t) \end{aligned} \right\}, \quad (45)$$

що забезпечують не переростання НС техногенного характеру на регіональний рівень поширення небезпеки за наслідками 1-го та 2-го рівня пріоритетності.

Висновки

Розроблена математична модель аналізу небезпечного впливу на стан ґрунтових вод міських агломерацій від ракетно-артилерійських уражень являє собою систему з чотирьох аналітичних залежностей. Перша аналітична залежність описує процес визначення області водозбору ґрунтових вод від рівня ґрунтових вод з урахуванням наявності штучних покриттів, інфільтрації, випаровування та транспірації, а також ефекту евапотранспірації. Друга – описує визначення області впливу ракетно-артилерійської

небезпеки від типу зброї, типу вибухового заряду, калібру (діаметра) та територіальних умов, основні показники вмісту яких на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала уражень, в подальшому визначаються експертно-розрахунковим шляхом з використанням натурних проб ґрунтів та ґрунтових вод. Третя – описує визначення впливу шкідливих (забруднювальних) речовин на ґрунтові води на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень, залежно від процесу руху ґрунтових вод у зоні поширення надзвичайної ситуації з урахуванням гідравлічного напору та коефіцієнта водовіддачі; процесу поширення шкідливих (забруднювальних) речовин у ґрунтових водах з урахуванням коефіцієнта гідродинамічної дисперсії

та швидкості ґрунтових вод; конвективної дифузії шкідливих (забруднювальних) речовин з урахуванням кінетики сорбції. Четверта – дозволяє обрати ефективну концепцію організації моніторингу ґрунтових вод на території об'єкта критичної інфраструктури, яка зазнала ракетно-артилерійських уражень, виходячи з варіації формалізованих параметрів розв'язання окремих задач.

Література

1. Cumulative health risk assessment of multiple chemicals in groundwater based on deterministic and Monte Carlo models in a large semiarid basin / Y. Gao, H. Qian, Y. Zhou, J. Chen, H. Wang, W. Ren, W. Qu // *Journal of Cleaner Production*. – 2022. – Vol. 352. – Article 131567. – DOI: [10.1016/j.jclepro.2022.131567](https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.131567).
2. Fuzzy-Probabilistic Model for a Risk Assessment of Groundwater Contamination: Application to an Urban Zone in the City of Belém, Pará, Brazil / É. G. Lisboa, R. L. R. Mendes, M. M. P. Figueiredo, L. A. L. Bello // *Water*. – 2020. – Vol. 12, Issue 5. – Article 1437. – DOI: [10.3390/w12051437](https://doi.org/10.3390/w12051437).
3. Risk Assessment of Groundwater Pollution in a Mining Area Based on Physical Processes / Z. Qi, C. Xiao, B. Zhang, X. Liang, G. Wang // *E3S Web of Conferences*. – 2019. – Vol. 98. – Article 09025. – DOI: [10.1051/e3sconf/20199809025](https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199809025).
4. Classification of Aquifer Vulnerability by Using the DRASTIC Index and Geo-Electrical Techniques / S. H. I. A. Shah, J. Yan, I. Ullah, B. Aslam, A. Tariq, L. Zhang, F. Mumtaz // *Water*. – 2021. – Vol. 13, Issue 16. – Article 2144. – DOI: [10.3390/w13162144](https://doi.org/10.3390/w13162144).
5. Simulation of ground water quality for noyyal river basin of Coimbatore city, Tamilnadu using MODFLOW / M. L. Sundar, S. Ragunath, J. Hemalatha, S. Vivek, M. Mohanraj, V. Sampathkumar, A. M. S. Ansari, V. Parthiban, S. Manoj // *Chemosphere*. – 2022. – Vol. 306. – Article 135649. – DOI: [10.1016/j.chemosphere.2022.135649](https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2022.135649).
6. Application of Visual MODFLOW in Groundwater Flow Modeling at the Left Crescent of the Ganga River, Varanasi, India / S. Mishra, S. Tripathi, D. Tiwary, A. Ohri, A. K. Agnihotri, A. K. Vishwakarma // *Fate and Transport of Subsurface Pollutants / ed. by P. K. Gupta, R. N. Bharagava*. – Singapore : Springer Nature, 2021. – P. 105–124. – (Microorganisms for Sustainability (MICRO), Vol. 24). – DOI: [10.1007/978-981-15-6564-9_6](https://doi.org/10.1007/978-981-15-6564-9_6).
7. HYDRUS-2D simulations of typical pollutant migration in a soil aquifer system in the Zibo-Weifang funnel area of China / H. Yu, J. Li, J. Liu, S. He, K. Qin, X. Xia, C. Xue, Q. Zhao, L. Wei // *Journal of Cleaner Production*. – 2022. – Vol. 345. – Article 131099. – DOI: [10.1016/j.jclepro.2022.131099](https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.131099).
8. Mosai A. K. Computer simulation modelling of the simultaneous adsorption of Cd, Cu and Cr from aqueous solutions by agricultural clay soil: A PHREEQC geochemical modelling code coupled to parameter estimation (PEST) study / A. K. Mosai, B. C. Tokwana, H. Tutu // *Ecological Modelling*. – 2022. – Vol. 465. – Article 109872. – DOI: [10.1016/j.ecolmodel.2022.109872](https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2022.109872).
9. Wimordi C. Application of WASP model to simulate water pollution control of Duriangkang Dam / C. Wimordi, D. Yudianto, Y. Guan // *Lakes & Reservoirs: Science, Policy and Management for Sustainable Use*. – 2021. – Vol. 26, Issue 1. – P. 23–32. – DOI: [10.1111/lre.12350](https://doi.org/10.1111/lre.12350).
10. Раїшевич Н. В. Аналіз сучасного стану попередження надзвичайних ситуацій на територіях України, які зазнали ракетно-артилерійських уражень / Н. В. Раїшевич // *Комуніальне господарство міст. Серія: Технічні науки та архітектура*. – 2023. – Т. 4, Вип. 178. – С. 232–251. – DOI: [10.33042/2522-1809-2023-4-178-232-251](https://doi.org/10.33042/2522-1809-2023-4-178-232-251).
11. Раїшевич Н. Аналіз сучасного стану попередження

- надзвичайних ситуацій, пов'язаних з небезпекою ґрунтових вод / Н. Раїшевич, О. Мирошник, Р. Шевченко // *Надзвичайні ситуації: попередження та ліквідація*. – 2023. – Т. 7, № 2. – С. 193–216. – Режим доступу: <http://fire-journal.ck.ua/index.php/fire/article/view/174/172>, вільний (дата звернення: 10.03.2024).
12. Теоретичні засади парадигми «Цивільний захист» : монографія / М. М. Дівізніюк, С. А. Єременко, О. А. Левтеров, А. В. Прусський, В. В. Стрілець, В. М. Стрілець, Р. І. Шевченко. – Київ : ТОВ «АЗИМУТ-ПРИНТ», 2022. – 335 с.
 13. Класифікатор надзвичайних ситуацій : Національний класифікатор ДК 019:2010 : затв. Держспоживстандартом України 11.10.2010 : чинний з 01.01.2011. – Київ : Державний комітет України з питань технічного регулювання та споживчої політики, 2010. – Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/va457609-10#Text>, вільний (дата звернення: 10.03.2024).
 14. Serikova E. The programme of measures to prevent flooding on the built-up areas on example of Kharkiv City / E. Serikova, E. Strelnikova, V. Yakovlev // *International Journal of Development Research (IJDR)*. – 2015. – Vol. 5, Issue 12. – P. 6236–6240. – Regime of access: <https://www.researchgate.net/publication/299270241>, free (date of the application: 10.03.2024).
 15. Evaluation of the adequacy of proposed prediction mathematical model on the actual data of groundwater level monitoring in the central part of Kharkiv city / E. Serikova, O. Strelnikova, V. Yakovlev, L. Anishenko, L. Pisnya // *Scientific Journal "ScienceRise"*. – 2017. – No. 11 (40). – P. 43–47. – DOI: [10.15587/2313-8416.2017.116369](https://doi.org/10.15587/2313-8416.2017.116369).
 16. Лобойченко В. М. Інженерно-технічні методи попередження надзвичайних ситуацій техногенного характеру на об'єктах малотоннажного виробництва шляхом ідентифікації водних розчинів : дис. ... д-ра техн. наук : 21.02.03 – цивільний захист / Лобойченко Валентина Михайлівна ; Нац. ун-т цивіл. захисту України. – Харків, 2020. – 311 с.

References

1. Gao, Y., Qian, H., Zhou, Y., Chen, J., Wang, H., Ren, W., & Qu, W. (2022). Cumulative health risk assessment of multiple chemicals in groundwater based on deterministic and Monte Carlo models in a large semiarid basin. *Journal of Cleaner Production*, 352, 131567. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.131567>
2. Lisboa, É. G., Mendes, R. L. R., Figueiredo, M. M. P., & Bello, L. A. L. (2020). Fuzzy-Probabilistic Model for a Risk Assessment of Groundwater Contamination: Application to an Urban Zone in the City of Belém, Pará, Brazil. *Water*, 12(5), 1437. <https://doi.org/10.3390/w12051437>
3. Qi, Z., Xiao, C., Zhang, B., Liang, X., & Wang, G. (2019). Risk Assessment of Groundwater Pollution in a Mining Area Based on Physical Processes. *E3S Web of Conferences*, 98, 09025. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199809025>
4. Shah, S. H. I. A., Yan, J., Ullah, I., Aslam, B., Tariq, A., Zhang, L., & Mumtaz, F. (2021). Classification of Aquifer Vulnerability by Using the DRASTIC Index and Geo-Electrical Techniques. *Water*, 13(16), 2144. <https://doi.org/10.3390/w13162144>
5. Sundar, M. L., Ragunath, S., Hemalatha, J., Vivek, S., Mohanraj, M., Sampathkumar, V., Ansari, A. M. S., Parthiban, V., & Manoj, S. (2022). Simulation of ground water quality for noyyal river basin of Coimbatore city, Tamilnadu using MODFLOW. *Chemosphere*, 306, 135649. <https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2022.135649>
6. Mishra, S., Tripathi, S., Tiwary, D., Ohri, A., Agnihotri, A. K., & Vishwakarma, A. K. (2021). Application of Visual MODFLOW in Groundwater Flow Modeling at the Left Crescent of the Ganga River, Varanasi, India. In P. K. Gupta, & R. N. Bharagava (Eds.), *Fate and Transport of Subsurface Pollutants* (pp. 105–124). Springer Nature Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-15-6564-9_6
7. Yu, H., Li, J., Liu, J., He, S., Qin, K., Xia, X., Xue, C., Zhao, Q., & Wei, L. (2022). HYDRUS-2D simulations of

typical pollutant migration in a soil aquifer system in the Zibo-Weifang funnel area of China. *Journal of Cleaner Production*, 345, 131099. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.131099>

8. Mosai, A. K., Tokwana, B. C., & Tutu, H. (2022). Computer simulation modelling of the simultaneous adsorption of Cd, Cu and Cr from aqueous solutions by agricultural clay soil: A PHREEQC geochemical modelling code coupled to parameter estimation (PEST) study. *Ecological Modelling*, 465, 109872. <https://doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2022.109872>

9. Wimordi, C., Yudianto, D., & Guan, Y. (2021). Application of WASP model to simulate water pollution control of Duriangkang Dam. *Lakes & Reservoirs: Science, Policy and Management for Sustainable Use*, 26(1), 23–32. <https://doi.org/10.1111/lre.12350>

10. Rashkevych, N. (2023). Analysis of the current state of warning of emergency situations in the territories of Ukraine which were suffered by rocket and artillery impacts. *Municipal Economy of Cities. Series: Engineering science and architecture*, 4(178), 232–251. <https://doi.org/10.33042/2522-1809-2023-4-178-232-251> [in Ukrainian]

11. Rashkevych, N., Myroshnyk, O., & Shevchenko, R. (2023). Analysis of the current state of warning of emergency situations related to the danger of groundwater. *Emergency Situations: Prevention and Liquidation*, 7(2), 193–216. <http://fire-journal.ck.ua/index.php/fire/article/view/174/172> [in Ukrainian]

12. Diviziniuk, M. M., Yeremenko, S. A., Lievtierov, O. A., Pruskyi, A. V., Strilets, V. V., Strilets, V. M., & Shevchenko, R. I. (2022). *Theoretical Foundations of the “Civil Defence” Paradigm: monograph. TOV “AZYMUT-PRINT”* [in Ukrainian]

13. Derzhspozhyvstandart. (2010). *National Classifier DK 019:2010 “Classifier of Emergency Situations”*. State Committee of Ukraine for Technical Regulation and Consumer Policy. <https://zakon.rada.gov.ua/rada/show/va457609-10#Text> [in Ukrainian]

14. Serikova, E., Strelnikova, E., & Yakovlev, V. (2015). The programme of measures to prevent flooding on the built-up areas on example of Kharkiv City. *International Journal of Development Research (IJDR)*, 5(12), 6236–6240. <https://www.researchgate.net/publication/299270241>

15. Serikova, E., Strelnikova, O., Yakovlev, V., Anishenko, L., & Pisnya, L. (2017). Evaluation of the adequacy of proposed

prediction mathematical model on the actual data of groundwater level monitoring in the central part of Kharkiv city. *Scientific Journal “ScienceRise”*, 11(40), 43–47. <https://doi.org/10.15587/2313-8416.2017.116369>

16. Loboichenko, V. M. (2020). *Engineering and technical methods of prevention of emergencies of technogenic character at objects of low-tonnage production by identification of aqueous solutions* [Doctoral dissertation]. National University of Civil Defence of Ukraine [in Ukrainian]

Рецензент: д-р техн. наук, проф., заступник начальника інституту з навчальної та наукової роботи О.М. Мирошник, Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України, Україна.

Автор: РАШКЕВИЧ Ніна Владиславна
доктор філософії, старший викладач кафедри пожежної профілактики в населених пунктах Національний університет цивільного захисту України
E-mail – nine291085@gmail.com
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-5124-6068>

Автор: ШЕВЧЕНКО Роман Іванович
доктор технічних наук, професор, начальник кафедри автоматичних систем безпеки та інформаційних технологій
Національний університет цивільного захисту України
E-mail – shevchenko605@i.ua
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9634-6943>

Автор: ВОВЧУК Таїсія Сергіївна
аспірантка
Національний університет цивільного захисту України
E-mail – vov4yk_taya@ukr.net
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7962-1077>

DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR ANALYSING THE HAZARDOUS IMPACT ON THE STATE OF GROUNDWATER IN CITY AGGLOMERATIONS FROM MISSILE AND ARTILLERY ATTACKS

N. Rashkevych, R. Shevchenko, T. Vovchuk

National University of Civil Defence of Ukraine, Kharkiv, Ukraine

The authors have developed a mathematical model for analysing the hazardous impact on the groundwater in urban agglomerations from missile and artillery attacks. The mathematical model consists of a system of four analytical dependencies. The first analytical dependence describes determining the area of groundwater intake from the groundwater level, considering the presence of artificial coatings, infiltration, evaporation, and transpiration, as well as the effect of evapotranspiration. The second dependence determines the area of influence of the missile and artillery danger from the type of weapon, the explosive charge, calibre (diameter), and territorial conditions, the key indicators of the content of which in the territory of the critical infrastructure object, which suffered damage, are further determined by expert calculation using natural samples of soils and groundwater. The third dependence determines the impact of harmful (polluting) substances on groundwater in the territory of the critical infrastructure object, which suffered damage, depending on the process of groundwater movement in the area of the emergency, taking into account the hydraulic pressure and water yield coefficient; the process of distribution of chemically dangerous substances in groundwater, taking into account the coefficient of hydrodynamic dispersion and the velocity of groundwater; convective diffusion of chemically hazardous substances, taking into account the kinetics of sorption. The fourth dependency allows us to choose an efficient concept for the organisation of groundwater monitoring on the territory of a critical infrastructure object that suffered damage based on the variation of formalised parameters for solving individual problems. The initial conditions of the mathematical model are related to the presence of chemically dangerous compounds in groundwater at the maximum permissible concentration level. The boundary conditions of the mathematical model relate to the non-overgrowth of consequences beyond the object level in terms of the number of victims.

Keywords: mathematical model, groundwater, missile and artillery damage, critical infrastructure object, emergency prevention.