

д. т. н., професор **Л. М. Куценко**,  
leokuts@i.ua, ORCID: 0000-0003-1554-8848

к. т. н., доцент, **А. Я. Калиновський**,  
kalinovskiy.a@nuczu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1021-5799

викладач каф. **О. Г. Поліванов**,  
alex-polivanov@i.ua, ORCID: 0000-0002-6396-1680

викладач каф. **О. І. Сухарькова**,  
lena\_sukharkova@i.ua, ORCID: 0000-0003-1033-4728

*Національний університет цивільного захисту України, Харків*

## **ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СПОСОБУ ГАСІННЯ ПОЖЕЖІ НА ВЕРХНІХ ПОВЕРХАХ ВИСОТНИХ БУДІВЕЛЬ**

*Розроблено спосіб моделювання траєкторії доставки контейнера з вогнегасною речовиною до вікон верхніх поверхів будинків, де виникла пожежа. У якості стартового пристрою пропонується використовувати імпульсний вогнегасник в режимі пневматичної гармати.*

*Знайдено залежності для опису навісної та настільної траєкторій, що перетинаються в точці палаючого вікна будівлі. А також визначено значення мінімальної стартової швидкості для доставки контейнера в наперед задане вікно будівлі необхідного поверху. При цьому вважається, що для розрахунків відома висота розташування палаючого вікна (від фундаменту будівлі), а також відома відстань від пневматичної гармати до стіни будівлі. Складено *table* – програму для перевірки одержаних залежностей шляхом побудови траєкторій доставки засобами комп'ютерної графіки. Результати можна одержати у вигляді таблиці, де початкові швидкості та кути вильоту контейнера поставлені у залежність від номеру поверху будівлі.*

*Проведені дослідження спрямовані на розвиток технології гасіння пожеж у багатопверхових будинках способом метання (*Fire extinguisher Ball*). Цій технології притаманна оперативність ліквідації пожежі, незалежно від стану під'їзних шляхів до будівлі, а також від існування різноманітних перепон безпосередньо на подвір'ї перед будинком. Все це дозволить запобігти поширенню пожежі завдяки її оперативній ліквідації.*

*Ключові слова: контейнер; вогнегасна речовина; пневматична гармата; точка перетину траєкторій; мінімальна стартова швидкість.*

**Постановка проблеми.** Ефективність гасіння пожежі залежить від швидкості прибуття на місце пожежно-рятувальних підрозділів. Особливо це стосується пожеж, які виникають на верхніх поверхах будинків. Для оперативності в цьому випадку вогнегасну речовину доцільно доставляти за

допомогою пневматичних гармат і спеціальних контейнерів. Контейнер повинен досягти цілі і самознищенням вивільнити вогнегасну речовину, чим сприяти ліквідації пожежі. У літературі застосовується термін Fire extinguisher Ball [1].

Відомі варіанти протипожежного захисту висотних будівель, наприклад, із застосуванням «пожежних» дронів, стикаються з необхідністю їх постійної «дозаправки» новим контейнером після кожної доставки. Це суттєво уповільнює темпи гасіння пожежі. Але коли у якості засобу доставки використовується імпульсний вогнегасник типу пневматичної гармати, то доставку контейнерів можливо здійснювати серіями безперервних контейнерних «черг».

Сучасна тенденція захисту від пожеж квартир та офісів спрямована на використання вогнегасників, які мають вигляд кулі, наповненої вогнегасною речовиною [1]. Такі вогнегасні засоби прийнято називати «вогнегасними кулями». Корпус кулі виготовлено з пінопластику, обгорненого плівкою з полівінілхлориду. Коли така куля, будучи кинута у вогонь, зіштовхується з полум'ям пожежі, вона самознищується й вивільняє уміст. Зазначимо, що після закінчення строку придатності вогнегасну речовину (монофосфат амонію, змішаний з водою) можна використовувати як садове добриво.

Безпечність і ефективність «вогнених куль» сприяла виникненню ідеї дистанційного гасіння пожеж. Особливо, якщо це стосується пожеж на верхніх поверхах висотних будівель. Гасіння пожеж з використанням пневматичної гармати для доставки (метання) контейнера з вогнегасною речовиною започатковує нову технологію гасіння пожеж у багатоповерхових будинках. Їй притаманна оперативність незалежно від стану під'їзних шляхів до будівлі, а також від існування різноманітних перепон безпосередньо на подвір'ї перед будинком. Перераховане вказує на актуальність дослідження проблеми дистанційної доставки контейнерів з вогнегасною речовиною до вікон верхніх поверхів будинків, де виникла пожежа.

Задача доставки контейнера з вогнегасною речовиною до верхніх поверхів будівель є спорідненою для таких задач як виконання прицільних стрільб в артилерії, а також здійснення результативних дій в ігрових видах спорту (баскетбол, теніс, волейбол, тощо). Інтернет наповнений роботами стосовно застосування другого закону Ньютона до параболічного руху об'єкта в повітряному середовищі. При цьому фахівці-артилеристи досліджують балістичні переміщення снарядів, а фахівці-біомеханіки вивчають впливи зусиль спортсмена на траєкторію м'яча.

**Формулювання цілей та завдання статті.** Метою дослідження є розробка способу моделювання траєкторії доставки контейнера з вогнегасною речовиною до вікон верхніх поверхів будинків, де виникла пожежа. За умови, що у якості засобу доставки використовується пневматична гармата.

Для досягнення мети необхідно вирішити наступні завдання:

- описати кути вильоту контейнера, які забезпечують перетин настільної і навісної траєкторій в заданій точці цілі (у палаючому вікні будівлі);

- розрахувати мінімальну стартову швидкість, здатну забезпечити досягнення палаючого вікна будівлі;

- описати траєкторію доставки контейнера до вікна заданої висоти над фундаментом за умови відомої відстані від імпульсного вогнегасника до стіни.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У роботі [2] розглядається задача перельоту снаряда через паркан певної висоти, розташованого на відомій відстані від місця пострілу. Визначені умови вибору швидкості і кута вильоту для того, щоб снаряд приземлився по іншу сторону забору. Але в статті відсутня інформація про можливість графічного унаочнення результатів руху у вертикальній площині, що суттєво скорочує можливості використання формул. У роботі [3] наведено розрахунок критичного кута пострілу снаряда з відомою початковою швидкістю, який приводить до максимальної горизонтальної відстані вильоту. При цьому місце пострілу розташоване на вищому місці відносно заданої висоти приземлення. Але для програмної реалізації такого підходу недостає аналізу параметрів, коли розв'язки можуть бути відсутніми. Такі умови можуть виявитися в неадекватності одержаного рішення. У роботі [4] розрахунок полягає в обчисленні критичного кута пострілу з поверхні землі у бік місця більшої висоти, розташованої на заданій відстані перед місцем пострілу. Задача полягає у визначенні умов для досягнення максимальної горизонтальної відстані на більш високому місці. Але для складання програми унаочнення графічної моделі необхідні дані про варіанти взаємних співвідношень параметрів, які в роботі відсутні. Це може привести до некоректності одержаного розв'язку. У роботі [5] аналітично досліджено рух снаряда з заданою початковою швидкістю, який рухається під дією гравітаційного поля тяжіння й на який впливає сила опору повітря. В близькій за змістом роботі [6] наведено формули для обчислення початкової швидкості і кута вильоту за умови, що тіло рухається по параболічній траєкторії. Але в зазначених роботах відсутня інформація про особливості створення комп'ютерних програм графічного унаочнення одержаних результатів. Особливо це стосується програм, створених в середовищі математичного пакету Maple. У роботі [7] наведено спосіб обчислення мінімальної швидкості снаряда, яка необхідна для враження цілі з заданими координатами (снаряд рухається по параболічній траєкторії). При цьому в роботі відсутня інформація про тестові параметри, з якими доцільно налагоджувати створену комп'ютерну програму. А в роботі [8] досліджено, у якій точці траєкторії снаряд має мінімальну швидкість. Але в цих роботах не наведено інформацію про можливості графічних побудов, які допомогли б шляхом унаочнення траєкторій руху снаряда одержати розв'язок. У роботі

[9] систематизовано формули опису траєкторії руху снаряда. У роботі [10] наведено приклад Merle – програми моделювання параболічної траєкторії руху снаряда. Але в статті не наведено дані про діапазони зміни параметрів для забезпечення стабільного графічного розв'язку.

Наведене вказує на необхідність розв'язання проблеми, пов'язаної з новою технологією гасіння пожеж у будівлях підвищеної поверховості. В даній статті вирішується лише частина проблеми – розрахунок раціональних траєкторій руху контейнера з вогнегасною речовиною за умови, що стартовим пристроєм доставки обрано пневматичну гармату.

**Основна частина.** Допущення досліджень пов'язано з ідеалізацією поняття траєкторії доставки контейнера на верхні поверхи будівлі. Вважається, що рух контейнера відбувається у вертикальній площині, і що центр мас контейнера рухатиметься по параболічній траєкторії. Саме цей факт є суттєвим в роботі при одержанні аналітичних залежностей. Під поняттям «доставки контейнера до палаючого вікна» будемо розуміти доставку центра маси контейнера до центральної точки вікна з пожежею.

Гіпотеза досліджень полягає у можливості враховувати основні сили, що діють на контейнер у фазі його польоту. А саме, гравітація надає контейнеру прискорення вниз, змушуючи його відхилитися від прямолінійного польоту, опір (протидія) повітря, сповільнює контейнер із силою пропорційно швидкості (лінійно або квадратично). Вітер змушує контейнер відхилитися від своєї траєкторії. Під час польоту, гравітація, опір і вітер надають найбільший вклад у зміну траєкторії польоту контейнера. Це слід враховувати при прогнозування польоту контейнера.

### 1. Побудова настільної і навісної траєкторій, які перетинаються в заданій точці вікна

Перший етап розрахунку траєкторій виявляється у визначенні пари кутів вильоту контейнера, які забезпечують існування настільної і навісної траєкторій. При цьому зазначені траєкторії мають перетинатися в заданій точці палаючого вікна будівлі [11].

Нехай в декартовій системі координат  $Oxuz$  у вертикальній площині задано точку з координатами  $M(x,z)$ . З початку координат вилітає фізичне тіло (наприклад, контейнер у формі кулі) за умови, що на нього діє поле земного тяжіння. Необхідно визначити формулу для опису кута вильоту контейнера, здатного влучити в точку  $M(x,z)$ . Вважатимемо, що тіло має постійну швидкість  $v$ , а гравітація визначається прискоренням земного тяжіння  $g=9,81$ . Задача формулюється так: під яким кутом до горизонту необхідно направити контейнер, щоб він потрапив у точку  $M$ ?

Для виводу формули розглянемо відомі з механіки рівняння руху

$$x = v t \cos \alpha, \quad (1)$$

$$z = vt \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \quad (2)$$

Тут  $t$  – час,  $v$  - швидкість.

Рівняння (1) описує горизонтальні координати переміщення точки, а рівняння (8) – її вертикальні координати. З рівняння (1) визначимо час  $t$ :

$$t = \frac{x}{v \cos \alpha}. \quad (3)$$

Далі, підставивши вираз (3) в формулу (2), одержимо:

$$z = \frac{vx \sin \alpha}{v \cos \alpha} - \frac{gx^2}{v^2 \cos^2 \alpha}. \quad (4)$$

Виконаємо тригонометричну підстановку  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ :

$$z = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v^2 \cos^2 \alpha}. \quad (5)$$

Далі, аналогічно, виконаємо підстановку  $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$

$$z = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \quad (6)$$

У формулі (6) розкриємо дужки і здійснимо її спрощення

$$0 = -\frac{gx^2}{2v^2} \operatorname{tg}^2 \alpha + x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v^2} - z. \quad (7)$$

Розглядаючи вираз (7) як квадратне рівняння відносно  $\operatorname{tg} \alpha$ , застосуємо формулу визначення коренів цього рівняння

$$tg \alpha = \frac{-x \pm \sqrt{x^2 - \frac{-gx^2}{2v^2} \left( \frac{-gx^2}{2v^2} - z \right)}}{2 \frac{-gx^2}{2v^2}}. \quad (8)$$

Помножимо чисельник і знаменник на вираз  $-\frac{v^2}{x}$ . Потім перенесемо

вираз  $\frac{v^4}{x^2}$  під знак кореня і одержимо

$$tg \alpha = \frac{v^2 \pm \sqrt{v^4 - g(gx^2 + 2v^2z)}}{gx}. \quad (9)$$

На завершення застосуємо до кожної частини арктангенс

$$\alpha = arctg \frac{v^2 \pm \sqrt{v^4 - g(gx^2 + 2v^2z)}}{gx}. \quad (10)$$

В результаті одержано два корені рівняння які визначають описи двох кутів. А саме кутів вильоту тіла, які забезпечують існування настільної і навісної траєкторії його руху. Тобто два корені рівняння відповідатимуть двом можливим кутам запуску за умови, що вони не уявні. В протилежному випадку можна стверджувати, що початкова швидкість фізичного тіла недостатньо велика для досягнення ним вибраної точки (x, y). Отже, формула (10) дозволяє знайти необхідний кут запуску без якихось обмежень.

При моделюванні геометричної форми траєкторії переміщення контейнера з вогнегасною речовиною приділимо увагу її адекватності. Для цього в диференціальні рівняння введено певну кількість параметрів. На даному етапі досліджень будуть враховані основні фізичні величини, які суттєво впливатимуть на форму траєкторії.

За основу розрахунків оберемо диференціальні рівняння [12, 13]

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= -\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 C_f \frac{\rho S \cos \alpha}{2m}; \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -g - \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 C_f \frac{\rho S \sin \alpha}{2m}, \end{aligned} \quad (11)$$

де

$m$  – маса контейнера (кг);

$\alpha$  - кут вильоту контейнера (рад);

$C_f$ - безрозмірний коефіцієнт опору форми контейнера;

$\rho$ - щільність середовища (повітря), (кг/м<sup>3</sup>)

$v$  - швидкість вітру (або тіла в потоці), (м/с);

$S$ - характерна площа перпендикулярно потоку вітру, (м<sup>2</sup>);

для сферичних тіл  $S$  є функцією від об'єму:  $S = \pi R^2$

Було складено `maple`- програму побудови зазначених траєкторій (10), які досягають заданої точки на будівлі. Фрагмент програми наведено на рис. 1.

```
alpha1:=  
arctan((v0^2 - sqrt(v0^4-g*(g*L^2 + 2*H*v0^2)))/(g*L));  
strim1:= plot([x(t,v0,alpha1,m,Cf,rho,S),  
y(t,v0,alpha1,m,Cf,rho,S), t=0..2.3],  
scaling=CONSTRAINED, color=blue,thickness=3,linestyle=4):  
alpha2:=  
arctan((v0^2 + sqrt(v0^4-g*(g*L^2 + 2*H*v0^2)))/(g*L));  
strim2:= plot([x(t,v0,alpha2,m,Cf,rho,S),  
y(t,v0,alpha2,m,Cf,rho,S), t=0..3.5],  
scaling=CONSTRAINED, color=red,thickness=3,linestyle=4):
```

Рис. 1. Фрагмент `maple`- програми побудови траєкторій руху контейнера

Тут вирази для функцій  $x(t)$  і  $y(t)$  одержуються в результаті розв'язання диференціальних рівнянь руху контейнера (1) при таких початкових умовах

$x_0:=0$ :  $y_0:=0$ :

$v_{0\_x}:=v_0*\cos(\alpha)$ :  $v_{0\_y}:=v_0*\sin(\alpha)$ :

Де  $v_0$  – початкова швидкість вильоту контейнера. В результаті отримали аналітичні вирази для функцій  $x(t)$  та  $y(t)$ , що визначають координати траєкторії руху контейнера. Аналітичні вирази мають громіздкий вигляд і тут не наводяться. Переконавшись у їх достовірності зможемо за допомогою тестових розрахунків.

В програмі на рис. 1 **alpha1** і **alpha2** – кути (у радіанах) до горизонту, під якими необхідно запустити контейнер, щоб траєкторії перетнулися у необхідній точці вікна будівлі. На рис. 2 зображено результат виконання складеної `maple`- програми. Значення параметрів (в умовних одиницях) обрано такі: **m=0.145**; **r=0.069**; **Cf=0.01**; **rho=1.2**; **S=pi\*r^2**; **g=9.81**. На рис. 2 – 5 наведено ілюстрації варіантів залежності кутів вильоту від початкової швидкості вильоту  $v_0$ .

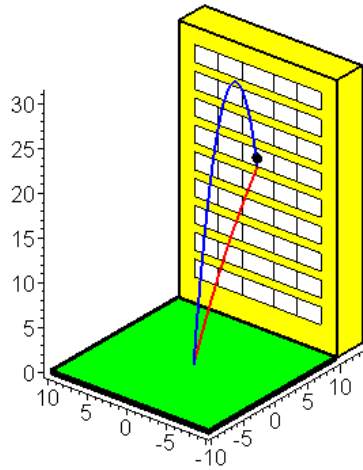


Рис. 2. Варіант  $\nu_0 = 24$ ;  $a_1 = 1.169860957$ ;  $a_2 = 1.464633192$

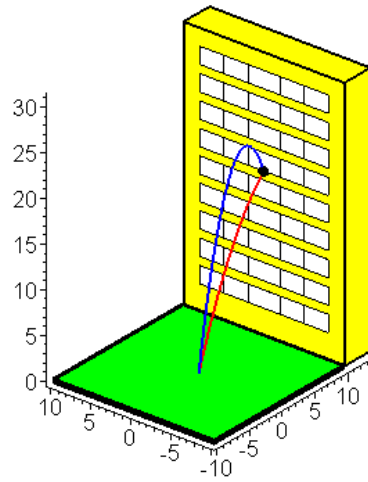


Рис. 3. Варіант  $\nu_0 = 21$ ;  $a_1 = 1.222734960$ ;  $a_2 = 1.411759189$

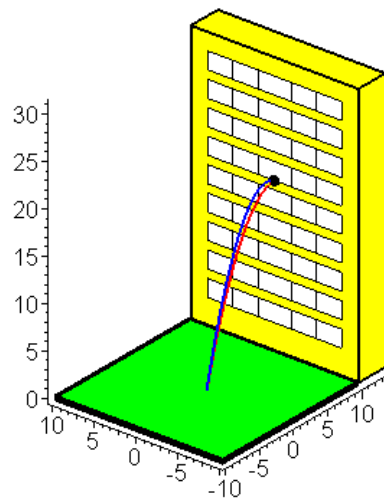


Рис. 4. Варіант  $\nu_0 = 19.5$ ;  $a_1 = 1.300624112$ ;  $a_2 = 1.333870037$



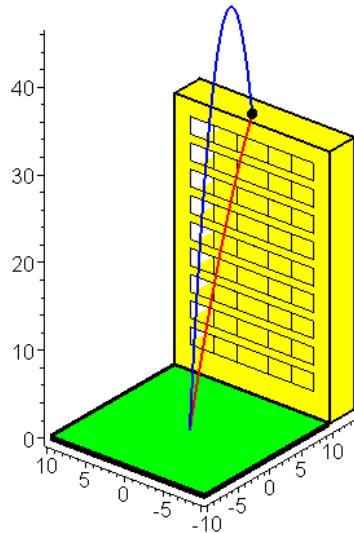


Рис. 5. Варіант  $v_0 = 30$ ;  $a_1 = 1.338618685$ ;  $a_2 = 1.500089100$

Побудовані зображення переконують у існуванні деякої мінімальної швидкості вильоту, яка дозволяє поєднуватись (зливатись) навісній та настільній траєкторіям, а також забезпечує потрапляння контейнера у задану точку будівлі. Цьому присвячено наступний підрозділ.

## 2. Розрахунок доставки контейнера з мінімальною початковою швидкістю до вікна з пожежею

Другий етап розрахунку траєкторій полягає у обчисленні мінімальної швидкості вильоту, яка проявляється у вигляді умови поєднання (злиття) навісної та настільної траєкторій [12].

Вважатимемо, що контейнер з вогнегасною речовиною випущений з початку координат системи  $Oxz$  під кутом  $\alpha$  до горизонту. Рівняння руху по параболічній траєкторії має вигляд

$$z = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad (12)$$

Необхідно визначити мінімальну початкову швидкість вильоту, здатну доставити тіло з точки початку координат до наперед заданої точки з координатами  $M(L, H)$ . Підставимо координати точки  $M(L, H)$  в рівняння траєкторії руху тіла. В результаті одержимо

$$H = L \operatorname{tg} \alpha - \frac{gL^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad (13)$$

Це еквівалентно умовам поставленої задачі. Рівняння (13) встановлює зв'язок між кутом вильоту  $\alpha$  та мінімальною початковою швидкістю  $v_0$ , необхідної для того, щоб тіло досягло заданої точки. Для одержання прийнятної для практики розв'язку необхідно обчислити похідну функції (13) по  $\alpha$ , щоб знайти критичне значення  $\alpha_K$  кута  $\alpha$ , при якому початкова швидкість буде мінімальна

$$0 = \frac{L}{\cos^2 \alpha} + \frac{gL^2}{v_0^3 \cos^2 \alpha} \frac{dv_0}{d\alpha} - \frac{gL^2 \sin \alpha}{2v_0^2 \cos^3 \alpha}. \quad (14)$$

При критичному куті  $\alpha_K$  матимемо  $dv_0 / d\alpha = 0$ . Із рівняння (14) слідує співвідношення

$$\operatorname{tg} \alpha_K = \frac{v_0^2}{gL}. \quad (15)$$

З врахуванням рівняння (15) і тотожності  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ , з рівняння (12) отримаємо

$$H = \frac{v_0^2}{g} - \frac{gL^2}{2v_0^2} \left( 1 + \frac{v_0^4}{g^2 L^2} \right). \quad (16)$$

Що еквівалентно виразу

$$H = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gL^2}{2v_0^2}. \quad (17)$$

Вираз (17) можна переписати [1-3] у вигляді біквадратного рівняння відносно  $v_0$

$$v_0^4 - 2gHv_0^2 - g^2L^2 = 0. \quad (18)$$

Розв'язок рівняння (18) має вигляд

$$v_0 = \sqrt{gH} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{L}{H}\right)^2}}. \quad (19)$$

Критичне значення кута  $\alpha_K$  для досягнення мінімальної швидкості вильоту визначається шляхом підключення рівняння (19) до рівняння (15):

$$\operatorname{tg} \alpha_K = \frac{H}{L} \left( 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{L}{H} \right)^2} \right). \quad (20)$$

Покажемо, що траєкторія з мінімальною початковою швидкістю не досягає екстремуму у положенні точки цілі. Використовуючи рівняння (14) розрахуємо горизонтальне положення максимальної висоти траєкторії. Для цього скористаємося рівнянням  $dz/dx=0$ . Отже, положення максимальної висоти (екстремуму функції з (14)) знаходиться на відстані

$$x = \frac{v_0^2}{g} \frac{\operatorname{tg} \alpha_K}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_K}. \quad (21)$$

А з врахуванням формули (15) одержимо іншу (реальну) відстань

$$x = \frac{L}{1 + (gL/v_0^2)^2}. \quad (22)$$

Вираз (22) визначає місце максимальної висоти переміщення тіла. Максимум досягається *перед точкою цілі*. Це означає, що контейнер на кінцевій частині шляху завжди рухатиметься по навісній траєкторії до точки доставки. Ця властивість траєкторії з мінімальною початковою швидкістю руху виявилась корисною для практики застосування пневматичної гармати.

Перевіримо цей результат «на цифрах». Для цього використаємо елементи Maple-програми.

А) теоретично знайдене значення мінімальної швидкості (19)

$$\mathbf{v0min:=sqrt(g*H)*sqrt(1+sqrt(1+(L/H)^2)^2);}$$

Б) знайдене значення тангенса критичного кута вильоту (20)

$$\mathbf{tgk:=H*(1+sqrt(1+(L/H)^2))/L;}$$

В) відстань до положення найвищої точки траєкторії (21)

$$\mathbf{x1:=v0min^2*tgk/(g*(1+tgk^2));}$$

Г) відстань до положення знайденого екстремуму (22)

$$x_2 := L / (1 + (g * L / v_0 \sin^2 \alpha)^2);$$

Проілюструємо одержані результати з використанням цифр. Для цього, як приклад, оберемо відстань до стіни  $L=10$  і три варіанти висот вікон  $h=9$ ,  $h=18$  і  $h=27$ . В результаті обчислень за наведеними формулами (19)-(22) отримуємо:

$$v_0 = 16.89911241; \text{tgk} = 2.245362405; x_1 = 10,81905925; x_2 = 8.944542900;$$

$$v_0 = 20.19059187; \text{tgk} = 3.859126028; x_1 = 10,09058091; x_2 = 9.452613939;$$

$$v_0 = 23.79229567; \text{tgk} = 5.579236010; x_1 = 10,02066233; x_2 = 9.708430785$$

Отже, розрахунки вказують на те, що максимум функція (22) досягатиме на відстані меншою, ніж відстань до стіни. А це вказує на те, що траєкторія на прикінцевій фазі буде настільною. Тобто, контейнер прибуде до вікна з мінімальною кінетичною енергією, що мінімізує ймовірність пошкоджень сусідніх вікон у разі помилок у розрахунках траєкторії руху. На завершення додамо, що дослідження стосовно мінімальної стартової швидкості спрямовані на економне використання стисненого повітря в процесі оперативного застосування пневматичної гармати. Для економії цього ресурсу доцільно здійснювати результативні «постріли» з мінімальним тиском для забезпечення необхідної мінімальної швидкості вильоту контейнера.

### 3. Розрахунок траєкторії доставки контейнера до вікна за двома відомими відстанями

Третій етап розрахунку траєкторій доставки контейнера до палаючого вікна полягає у одержанні виразів для обчислення значень початкової швидкості вильоту і кута вильоту. Особливість результату у тому, що для опису використовуються лише два вхідні параметри - задана висота (центральної точки) вікна до фундаменту будівлі, а також задана відстань від імпульсного вогнегасника до стіни [13]. Ці відстані вимірюються лазерним далекоміром, який використовується у будівництві.

Апріорі вважається, що центр мас контейнера рухатиметься по параболічній траєкторії. Саме цей факт суттєвий при одержанні залежностей. Суттєвим буде і умовне поняття координат палаючого вікна, яке вимірюється такими відстанями:  $L$  - від пневматичної гармати до стіни, а також  $H$  - висотою положення вікна від фундаменту.

Для реалізації розглянутого способу необхідні лише значення відстаней  $L$  і  $H$ , виміряних за допомогою, наприклад, лазерного далекоміра Flus "FL-60", який використовується у будівництві. А також необхідні формули для обчислення миттєвої швидкості  $v_0$  вильоту контейнера, і значення кута вильоту  $\alpha$  відносно рівня горизонту. Ці параметри можна

вирахувати також через зазначені координати  $L$  і  $H$ , які слід сприймати як початкові дані розв'язання задачі параболічного руху контейнера.

Для опису траєкторії доставки контейнера до верхніх поверхів будівлі залучимо відомі з фізики рівняння [1], які пов'язують між собою фізичні та геометричні параметри, що дозволяють визначити точки траєкторії руху.

Нехай в декартовій системі координат  $Oxuz$  задано точку  $M(L,H)$ , розташовану у вертикальній площині. З початку координат цієї площини за допомогою пневматичної гармати вилітає контейнер з вогнегасною речовиною, наприклад, у формі кулі. Користуючись лише координатами  $L$  і  $H$  точки цілі  $M(L,H)$ , визначимо значення кута  $\alpha$  вильоту контейнера, а також значення мінімальної швидкості  $v_0$  для досягнення точки цілі  $M$  [2,3].

Рівняння руху контейнера задамо у параметричній формі

$$x = v_0 \cos \alpha t ; \quad z = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2} . \quad (23)$$

Виключимо з першої формули (23) час  $t$  і підставимо його в друге рівняння. В результаті одержимо рівняння руху контейнера в координатній формі

$$z = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} . \quad (24)$$

Припустимо, що траєкторія руху проходить через точку цілі  $M(L,H)$ :

$$H = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gL^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} . \quad (25)$$

Перепишемо рівняння (25) у вигляді

$$gL^2 \operatorname{tg}^2 \alpha - 2Lv_0^2 \operatorname{tg} \alpha + gL^2 + 2Hv_0^2 = 0 . \quad (26)$$

Вираз (26) розглянемо як квадратне рівняння відносно параметра  $\operatorname{tg} \alpha$ . Для визначення критичного значення цього параметра використаємо аналітичні можливості мови `maple`. Для цього функцію (24) перепишемо у вигляді (25), використовуючи синтаксис мови `maple`. Далі визначимо похідну функції  $F$  по параметру  $\operatorname{tg} \alpha$  за допомогою оператора `solve`:

$$F := g * L^2 * \tan(\alpha)^2 - 2 * L * v_0^2 * \tan(\alpha) + (g * L^2 + 2 * H * v_0^2) = 0 ; \quad (27)$$

$$F := g L^2 \tan(\alpha)^2 - 2 L v_0^2 \tan(\alpha) + g L^2 + 2 H v_0^2 = 0 \quad (28)$$

$$\text{solve}(F, \tan(\alpha)); \quad (29)$$

$$\frac{2 v_0^2 + 2 \sqrt{v_0^4 - g^2 L^2 - 2 g H v_0^2}}{2 g L}, \frac{2 v_0^2 - 2 \sqrt{v_0^4 - g^2 L^2 - 2 g H v_0^2}}{2 g L} \quad (30)$$

Оберемо перший розв'язок. Вираз під знаком кореня квадратного повинен дорівнювати нулю (бо шукаємо критичне значення параметра). Розв'яжемо нове рівняння відносно швидкості вильоту  $v_0$  :

$$f := v_0^4 - g^2 L^2 - 2 g H v_0^2 = 0; \quad (31)$$

$$f := v_0^4 - g^2 L^2 - 2 g H v_0^2 \quad (32)$$

$$\text{solve}(f, v_0); \quad (33)$$

$$\sqrt{g H + g \sqrt{H^2 + L^2}}, -\sqrt{g H + g \sqrt{H^2 + L^2}}, \sqrt{g H - g \sqrt{H^2 + L^2}}, -\sqrt{g H - g \sqrt{H^2 + L^2}} \quad (34)$$

Перший корінь розв'язку (33) надасть вираз для обчислення мінімальної швидкості вильоту контейнера. Для обчислення кута вильоту слід використати вирази (29) і (30) з врахуванням того, що функція (27) дорівнює нулю:

$$\text{Tan}(\alpha) = 1/2/g*(2*v_0^2+2)/L; \quad (35)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{2 v_0^2 + 2}{2 g L} \quad (36)$$

Остаточно одержимо такі формули для розрахунку моделі руху по параболічній траєкторії доставки контейнера з вогнегасною речовиною з початку координат до точки з координатами  $M(L, H)$ :

$$v_0 = \sqrt{H g + g \sqrt{L^2 + H^2}}; \quad (37)$$

$$\alpha = \text{arctg} \left( \frac{v_0^2}{g L} \right). \quad (38)$$

У роботі [4] наведено інший спосіб обчислення початкової швидкості та кута вильоту тіла. Це вказує на достовірність одержаних результатів.

Було складено `maple` – програму (рис. 3) побудови таблиці значень початкових швидкостей руху контейнера, а також значень кутів вильоту контейнера відносно рівня горизонту за умови, що відомі висота  $H$  «палаючого» вікна від фундаменту будівлі, а також відстань  $L$  від імпульсного вогнегасника до стіни.

```

Digits := 6: g:=9.81:
L := 5.: # відстань до будівлі (м)

for i from 3 to 9 do
H := 3*i:
v0[i]:=sqrt(H*g + g*sqrt(L^2+H^2));
alpha[i]:=arctan(v0[i]^2/g/L);
ugol[i]:=evalf(alpha[i]*180/2/Pi);
end do:

print(" відстань від п/гармати до стіни", L,"м");
print("поверх", "_№ 3", "_№ 4", "_№ 5",
"_№ 6", "_№ 7", "_№ 8", "_№ 9");
print("швидкість",seq(v0[i],i=3..9));
print(" градуси ",seq(ugol[i],i=3..9));

```

Рис. 3 Програма побудови таблиці значень швидкостей і кутів

На рис. 4 наведено приклади результату виконання програми залежно від номеру поверху.

Відстань від пневматичної гармати до стіни 5 м.

поверх	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7	№ 8	№ 9
швидкість	13.7583	15.6605	17.3856	18.9696	20.4396	21.8159	23.1137
градуси	37.7363	39.3450	40.3913	41.1190	41.6518	42.0580	42.3772

Відстань від пневматичної гармати до стіни 10 м.

поверх	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	№ 7	№ 8	№ 9
швидкість	14.8415	16.4608	18.0001	19.4572	20.8371	22.1472	23.3949
градуси	32.9970	35.0488	36.5776	37.7363	38.6342	39.3450	39.9193

Рис. 4. Значення початкових швидкостей і кутів вилітання контейнера

Складено `maple`– програму побудови зображення траєкторії руху контейнера та будівлі. На рис. 5 наведено результат виконання програми.

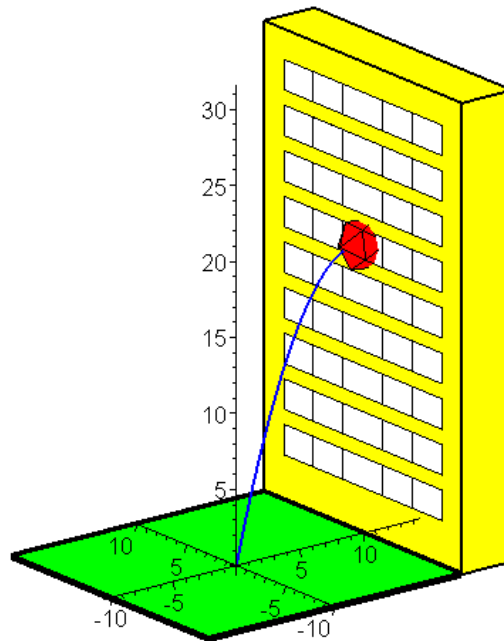


Рис. 5. Приклад моделювання будівлі і траєкторії контейнера

На практиці для зручного використання комп'ютерних описів траєкторій необхідні зарання складені таблиці. Вони вказуватимуть значення кута вильоту контейнера залежно від координати необхідної точки потрапляння контейнера при відомій початковій швидкості вильоту.

**Перспективи подальших досліджень.** Гасіння пожеж у будівлях підвищеної поверховості та у висотних будівлях пов'язано з особливостями проведення рятувальних робіт на висотах, складністю подавання вогнегасних засобів до верхніх поверхів, відсутністю необхідної кількості техніки та обладнання, яке може бути використане під час гасіння. Різного роду надзвичайні ситуації, пов'язані з пожежами і аваріями у висотних будівлях, можуть призводити до великих жертв, сильної громадської реакції. Усе це визначає особливу увагу до проблеми забезпечення безпеки людей і самих висотних будівель у разі виникнення пожежі. У сучасному будівництві розроблена і успішно застосовується багаторівнева система протипожежного захисту (СПЗ) висотних будівель, що включає 15 елементів захисту. При правильному проектуванні, пристрої і експлуатації цього комплексу заходів СПЗ забезпечується необхідний рівень безпеки людей, що опинилися у висотній будівлі при виникненні пожежі.

Отримані результати пояснюються можливістю знайти розв'язки диференціальних рівнянь для опису руху по параболічній траєкторії центра мас контейнера з вогнегасною речовиною. Початковими умовами обрано значення миттєвої стартової швидкості контейнера, а також значення кута (відносно горизонту) вильоту контейнера.

До головних результатів, які можуть враховуватись на практиці є установлений факт стосовно положення максимальної висоти переміщення тіла, коли початкова швидкість вильоту контейнера буде мінімально



допустимою. А саме, максимум досягається завжди *перед точкою цілі*. Це означає, що контейнер на кінцевій частині шляху завжди рухатиметься по навісній траєкторії до точки доставки. Ця властивість траєкторії з мінімальною початковою швидкістю руху повинна бути корисною для практики застосування пневматичної гармати. Але для її реалізації необхідно спроектувати нове пневматичне обладнання. Для прицільної доставки вогнегасних речовин в осередок пожежі імпульсний вогнегасник повинен забезпечуватись засобами лазерного прицілювання, а також вимірювання кутів та далекоміром.

Так як початкова швидкість вильоту контейнера залежить від величини тиску стисненого повітря в пневматичній гарматі, то для практики пожежогасіння доцільними будуть дослідження, спрямовані на *раціональне використання* стисненого повітря в процесі оперативного застосування пневматичної гармати. Для економії цього ресурсу необхідно здійснювати «постріли» з мінімальним тиском для забезпечення необхідної швидкості вильоту контейнера. Тобто необхідно забезпечити мінімальну з можливих швидкостей вильоту контейнера, щоб контейнер досягнув заданої цілі (якщо це можливо для даного кута вильоту).

Розвиток проведених досліджень слід пов'язати з врахуванням впливу (бокового) вітру на форму траєкторії. Одержані результати є корисними і важливими, адже вони дозволяють започаткувати нову тактику гасіння пожеж у багатоповерхових будівлях. Крім одержаних в даній статті результатів, для її реалізації необхідне нове пневматичне обладнання. Для прицільної доставки вогнегасних речовин в осередок пожежі імпульсний вогнегасник повинен забезпечуватись засобами лазерного прицілювання, а також вимірювання кутів та далекоміром. Кінцевою метою проведених досліджень стане моделювання ситуацій пожежогасіння висотних будівель з використанням сучасних планшетів.

### **Висновки.**

1. Описано кути вильоту контейнера, які забезпечують перетин настільної і навісної траєкторій в заданій точці цілі (у палаючому вікні будівлі). Наведено формулу для визначення пари кутів вильоту контейнера. Показано, що зазначені траєкторії перетинаються в заданій точці цілі (у палаючому вікні будівлі). Для початкових швидкостей  $v_0:=24$ ,  $v_0:=21$  і  $v_0:=19.5$  одержано такі значення кутів вильоту, відповідно,

$$a_1 = 1.169860957; a_2 = 1.464633192;$$

$$a_1 = 1.222734960; a_2 = 1.411759189;$$

$$a_1 = 1.300624112; a_2 = 1.333870037.$$

Цим прикладом показано, що існує початкова швидкість ( $v_0:=20$  умовних одиниць) вильоту контейнера, при якій настільна і навісна траєкторії поєднуються (ніби склеюються). Така властивість визначає мінімальну початкову швидкість вильоту.

2. Розраховано мінімальну стартову швидкість, здатну забезпечити досягнення палаючого вікна будівлі. Наведено формулу обчислення мінімальної початкової швидкості для досягнення палаючого вікна будівлі. Траєкторія з мінімальною початковою швидкістю має унікальну властивість. А саме, максимальна висота траєкторії переміщення завжди досягається перед точкою цілі. Це підтверджується таким прикладом, де  $x_1$  – абсциса екстремуму параболи, а  $x_2$  – абсциса розрахованої траєкторії.

Проілюструємо одержані результати з використанням цифр. Для цього, як приклад, оберемо відстань до стіни  $L=10$  і три варіанти висот вікон  $h=9$ ,  $h=18$  і  $h=27$ . В результаті обчислень за наведеними формулами (19)-(22) отримуємо:

$$v_0 = 16.89911241; \text{tgk} = 2.245362405; x_1 = 10,81905925; x_2 = 8.944542900;$$

$$v_0 = 20.19059187; \text{tgk} = 3.859126028; x_1 = 10,09058091; x_2 = 9.452613939;$$

$$v_0 = 23.79229567; \text{tgk} = 5.579236010; x_1 = 10,02066233; x_2 = 9.708430785$$

Це означає, що контейнер на кінцевій частині шляху завжди рухатиметься по навісній траєкторії до точки доставки. Так як початкова швидкість вильоту контейнера залежить від величини тиску стисненого повітря в пневматичній гарматі, то зазначене сприяє його раціональному використанню, що актуально для застосування пневматичної гармати.

3. Описано траєкторію доставки контейнера до вікна заданої висоти над фундаментом за умови відомої відстані від імпульсного вогнегасника до стіни. Наведено формули для обчислення миттєвої швидкості вильоту контейнера, а також значення кута вильоту відносно рівня горизонту. Цим визначено параболічну траєкторію доставки контейнера до вікна заданої висоти  $H$  над фундаментом за умови відомої відстані  $L$  від імпульсного вогнегасника до стіни. У достовірності результатів можна переконатися за допомогою наведеної *maple*- програми побудови таблиці значень швидкостей і кутів (рис. 4). Розглянуто можливість використання планшета для оперативних розрахунків параметрів траєкторій доставки контейнера.

## Література

1. 073: Fire Extinguisher Ball, just throw it in the fire! How to make it. URL: <https://www.hamido.at/fire-ball/>
2. Mizrahi J. Minimum velocity of a projectile in parabolic motion to pass above a fence. Making Physics Clear. URL: <https://makingphysicsclear.com/minimum-velocity-of-a-projectile-in-parabolic-motion-to-pass-above-a-fence/>
3. Mizrahi J. Ballistic motion - Maximum horizontal reach when firing from a height. Making Physics Clear. URL: <https://makingphysicsclear.com/ballistic-motion-maximum-horizontal-reach-when-firing-from-a-height/>
4. Mizrahi J. Ballistic problem - Maximum horizontal reach when firing toward a high place. Making Physics Clear.

URL: <https://makingphysicsclear.com/ballistic-problem-maximum-horizontal-reach-when-firing-toward-a-high-place/>

5. *Kamaldheeriya Maths easy*. Derivation of Minimum Velocity and Angle to Hit a given point Projectile Motion #kamaldheeriya, 2020. *YouTube*. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=yR5C0XA8iI0>

6. Miranda E. N., Nikolskaya S., Riba R. Minimum and terminal velocities in projectile motion. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. 2004. Vol. 26, № 2. P. 125–127. doi: 10.1590/S0102-47442004000200007

7. Calculating minimum velocity of the projectile needed to hit target in parabolic arc. *Game Development Stack Exchange*. URL: <https://gamedev.stackexchange.com/questions/17467/calculating-minimum-velocity-of-the-projectile-needed-to-hit-target-in-parabolic>

8. At which point of the trajectory does projectile have minimum velocity. *Doubtnut*. URL: <https://www.doubtnut.com/question-answer-physics/at-which-point-of-the-trajectory-does-projectile-have-minimum-velocity-643043562>

9. Projectile motion - trajectory equation, definition and formulas. *Engineering applications*. URL: <https://www.hkdivedi.com/2020/01/projectile-motion-trajectory-equation.html>

10. *Projectile Motion. Engineering Fundamentals*. URL: [https://www.maplesoft.com/content/EngineeringFundamentals/1/MapleDocument\\_1/Projectile%20Motion.pdf](https://www.maplesoft.com/content/EngineeringFundamentals/1/MapleDocument_1/Projectile%20Motion.pdf)

11. *Калиновський А. Я., Поліванов О. Г.* Спосіб складання таблиці кутів доставки вогнегасних речовин до багатоповерхової будівлі / *The 5th International scientific and practical conference «European scientific congress»* Barca Academy Publishing, Madrid, Spain. 2023. P. 54–60.

12. *Калиновський А. Я., Поліванов О. Г.* Про мінімальну початкову швидкість тіла, випущеного під кутом до горизонту / *The 9th International scientific and practical conference «Scientific research in the modern world»* Perfect Publishing, Toronto, Canada. 2023. P. 155–160.

13. *Калиновський А. Я., Поліванов О. Г.* Розробка способу розрахунку параметрів доставки контейнера-вогнегасника до вікон висотних будинків / *The 7th International scientific and practical conference «Innovations and prospects in modern science»* SSPG Publish, Stockholm, Sweden. 2023. P. 68–76.

## Reference

1. 073: Fire Extinguisher Ball, just throw it in the fire! How to make it. Available at: <https://www.hamido.at/fire-ball/>

2. *Mizrahi, J.* Minimum velocity of a projectile in parabolic motion to pass above a fence. *Making Physics Clear*. Available at: <https://makingphysicsclear.com/minimum-velocity-of-a-projectile-in-parabolic-motion-to-pass-above-a-fence/>

3. *Mizrahi, J.* Ballistic motion - Maximum horizontal reach when firing from a height. *Making Physics Clear*. Available at:

<https://makingphysicsclear.com/ballistic-motion-maximum-horizontal-reach-when-firing-from-a-height/>

4. Mizrahi, J. Ballistic problem - Maximum horizontal reach when firing toward a high place. Making Physics Clear. Available at: <https://makingphysicsclear.com/ballistic-problem-maximum-horizontal-reach-when-firing-toward-a-high-place/>
5. Kamaldheeriya Maths easy. (2020). Derivation of Minimum Velocity and Angle to Hit a given point Projectile Motion #kamaldheeriya, *YouTube*. Available at: <https://www.youtube.com/watch?v=yR5C0XA8iI0>
6. Miranda, E. N., Nikolskaya, S., Riba, R. (2004). Minimum and terminal velocities in projectile motion. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 26(2), 125–127. doi: 10.1590/S0102-47442004000200007
7. Calculating minimum velocity of the projectile needed to hit target in parabolic arc. Game Development Stack Exchange. Available at: <https://gamedev.stackexchange.com/questions/17467/calculating-minimum-velocity-of-the-projectile-needed-to-hit-target-in-parabolic>
8. At which point of the trajectory does projectile have minimum velocity. *Doubtnut*. Available at: <https://www.doubtnut.com/question-answer-physics/at-which-point-of-the-trajectory-does-projectile-have-minimum-velocity-643043562>
9. Projectile motion - trajectory equation, definition and formulas. Engineering applications. Available at: <https://www.hkdivedi.com/2020/01/projectile-motion-trajectory-equation.html>
10. Projectile Motion. Engineering Fundamentals. Available at: [https://www.maplesoft.com/content/EngineeringFundamentals/1/MapleDocument\\_1/Projectile%20Motion.pdf](https://www.maplesoft.com/content/EngineeringFundamentals/1/MapleDocument_1/Projectile%20Motion.pdf)
11. Kalynovskyi, A. Ya., Polivanov, O. H. (2023). Sposib skladannia tablytsi kutiv dostavky vohnehasnykh rehovyn do bahatopoverkhovoi budivli / The 5th International scientific and practical conference «*European scientific congress*» Barca Academy Publishing, Madrid, Spain, 54–60. Available at: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/18121>
12. Kalynovskyi, A. Ya., Polivanov, O. H. (2023). Pro minimalnu pochatkovu shvydkist tila, vypushchenoho pid kutom do horyzontu / The 9th International scientific and practical conference «*Scientific research in the modern world*» Perfect Publishing, Toronto, Canada, 155–160. Available at: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/18191>
13. Kalynovskyi, A. Ya., Polivanov, O. H. (2023). Rozrobka sposobu rozrakhunku parametriv dostavky konteineru-vohnehasnyka do vikon vysotnykh budynkiv / The 7th International scientific and practical conference «*Innovations and prospects in modern science*» SSPG Publish, Stockholm, Sweden, 68–76. Available at: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/18190>

DSc, Professor, **Leonid Kutsenko**,  
leokuts@i.ua, ORCID: 0000-0003-1554-8848  
Ph.D., Associate Professor, **Andriy Kalinovsky**,  
kalinovskiy.a@nuczu.edu.ua, ORCID: 0000-0002-1021-5799  
Lecturer of the Department Oleksandr **Polivanov**,  
alex-polivanov@i.ua, ORCID: 0000-0002-6396-1680  
Lecturer of the Department **Olena Sukharkova**,  
lena\_sukharkova@i.ua, ORCID: 0000-0003-1033-4728  
National University of Civil Defence of Ukraine, Kharkiv

## **GEOMETRIC MODELING OF THE EXTINGUISHING METHOD FIRE ON THE UPPER FLOORS OF HIGH-RISE BUILDINGS**

A method has been developed for modeling the trajectory of delivery of a container with a fire extinguishing agent to the windows of the upper floors of houses where a fire broke out. It is proposed to use a pulse fire extinguisher in pneumatic gun mode as a starting device.

Dependencies have been found to describe the overhead and floor trajectories intersecting at the point of the burning window of the building. The value of the minimum starting speed for delivering a container to a predetermined window of the building on the required floor has also been determined. It is assumed that for calculations the height of the burning window (from the foundation of the building) is known, and the distance from the pulse fire extinguisher to the wall of the building is also known. Maple has been compiled - a program for checking the obtained dependencies by constructing delivery trajectories using computer graphics. The results can be obtained in the form of a table, where the initial speeds and departure angles of the container depend on the floor number of the building.

The research carried out is aimed at developing technology for extinguishing fires in multi-storey buildings using the throwing method (Fire extinguisher Ball). This technology is characterized by the efficiency of extinguishing a fire, regardless of the condition of the access roads to the building, as well as the existence of various obstacles directly in the yard in front of the house. All this will prevent the spread of fire due to its prompt elimination.

Key words: container; fire extinguishing agent; pneumatic gun; point of intersection of trajectories; minimum starting speed.