

ПЕРЕДМОВА

Даний підручник є продовженням підручника «Вища математика» (частина 1). Він відповідає програмі з вищої математики для курсантів та студентів вищих навчальних закладів пожежно-технічного профілю. Його мета – забезпечити ґрунтовне засвоєння теоретичних та практичних курсів з вищої математики, сприяти формуванню навичок у застосуванні відомих методів вищої математики у різних галузях техніки, а також допомогти курсантам та студентам при самостійному розв'язуванні задач.

В книзі викладені необхідні основи математичного апарату і приклади його застосування. Підручник «Вища математика» (частина 2) містить такий матеріал: матриці та визначники, системи лінійних алгебраїчних рівнянь, вектори, аналітична геометрія, Ряди, диференціальні рівняння, операційне числення, теорія ймовірностей та математична статистика. Саме такий об'єм знань є найбільш актуальним для осіб, які одержують освіту з вищевказаних спеціальностей.

При написанні підручника автори керувались принципом забезпечення необхідного рівня фундаментальної математичної підготовки курсантів та студентів з посиленням її прикладного застосування. При цьому автори прагнули досягти відпрацювання вузлових понять курсу без надмірного повторення і деталізації.

Користуючись даним підручником, курсанти та студенти повинні отримати необхідний їм рівень математичної строгості і впевненість при користуванні математичними конструкціями в умовах глобальної комп'ютеризації навчального процесу. У своїй роботі автори керувались переконанням, що досконало побудована система взаємно зумовлених тверджень, створює надзвичайно великі труднощі у засвоєнні навчального матеріалу, особливо для недостатньо підготовлених курсантів. Тому вони прагнули до максимального спрощення тверджень, ілюстрування їх дії простими прикладами та зменшення кількості доведень і логічних міркувань. Однак, це зовсім не означає, що підручник охоплює лише основну та найпростішу частину курсу вищої математики.

Даний підручник можна також використати як робочу книгу з вищої математики і для самоосвіти, оскільки на великій кількості розв'язаних прикладів тут ілюструється застосування сучасних математичних понять та висвітлюється їх походження.

Книга буде корисною і користуватиметься попитом також при підготовці слухачів заочної та дистанційної форм навчання. Матеріал висвітлюється так, що у ньому виділяється головне, але при цьому не втрачається цілісність матеріалу та його зміст, взаємозалежність, зв'язки та обумовленість одних розділів іншими.

Мета підручника – у простому викладенні чітко і конкретно показати широкому колу читачів доступність і гармонію вузлових понять вищої математики, що продуктивно сприятиме більш глибокому засвоєнню курсу для формування наукового світогляду та створення надійної бази професійних знань майбутніх фахівців.

Автори висловлюють особливу подяку [8376834763847](#) за цінні зауваження і поради. Щира подяка [834657436764](#) за корисні зауваження та співпрацю.

Велика подяка рецензентам посібника [доктору фізико-математичних наук, доценту кафедри _____ Черкаського державного технологічного університету Дідковському Руслану Михайловичу та доктору педагогічних наук, професору кафедри педагогіки вищої школи і освітнього менеджменту Черкаського національного університету ім. Б. Хмельницького Гнезділовії Кірі Миколаївні](#) за поради та зауваження при ознайомленні з рукописом підручника.

ВСТУП

Математика – одна з найдавніших наук. Свої перші математичні уявлення і поняття людина формувала у глибокій давнині, розв'язуючи найпростіші задачі практичного характеру. Ускладнювалися форми суспільної трудової діяльності і перед людиною поставали все складніші задачі, для розв'язання яких вона формувала нові математичні поняття, створювала математичні теорії. При цьому математика розвивалася під впливом двох головних стимулів: потреб практичної діяльності людини і логіки розвитку самої математики, яка впливала з бажання людини зрозуміти навколишній світ і своє місце у ньому.

Математика представляє собою значну складову у загальній сумі людських знань і пристосована до обслуговування різноманітних галузей науки і практичної діяльності. Усі основні математичні поняття виникли і розвивались у відповідності з потребами природознавства (фізики, механіки, астрономії та ін.) і техніки. Поступово числові розрахунки проникають майже у всі напрямки практичної діяльності людини. У зв'язку з розвитком науки і техніки ускладнюється сам процес теоретичного дослідження. Для розв'язування все складніших задач необхідним ставав і більш розвинений математичний апарат (теоретичні конструкції, правила, форми та ін.). Спочатку це були алгоритми найпростіших обчислювальних процедур, а з часом логічні доведення стали головними у математиці, оскільки у ній почали визнаватися найдосконалішими результати у найбільш загальному вигляді, а тому й міркування стали домінуючими. Силу і життєвість математики становлять її доведення – міркування на основі уже відомих тверджень. Математика відрізняється від усіх інших наук своїм специфічним методом, у основі якого лежать: абстрагування, ідеалізація, формалізація, аналогія та узагальнення. Застосовуючи їх, ми все глибше проникаємо у суть об'єктивно реального, що дозволяє більш точно відобразити у логіко-математичних моделях складні процеси і явища, які недоступні для вивчення засобами безпосередніх спостережень та експериментів. Справа у тому, що процеси і явища можна вивчати, лише відкидаючи у значній мірі усі якісні особливості, залишаючи лише кількісні характеристики і просторові форми. При цьому стають прозорими зв'язки, залежності і глибинні пружини функціонування явищ і процесів. Останнє і дозволяє їх глибше вивчити та застосувати на практиці. Це приводить до розбудови математичної теорії та її прикладних галузей.

Обчислювальний характер математики – невід'ємний її атрибут. Але не лише він визначає її суть. Можна навіть сказати, що суттю сучасної математики є логічні доведення і процеси мислення, з допомогою яких одержують аналітичні формули. Ось чому навчання математиці має відповідати принципу: різному профілю – різну математику, але обов'язково з домінуючим компонентом – доведенням. Це дає і чітке уявлення про математику як струнку логічну систему, і слугуватиме формуванню правильного світогляду та методології. Останнє є одним з головних завдань математичної освіти, яка саме і дає поняття про «альфа» і «омега» людського мислення.

Справді, математика – своєрідна наука. Вона не лише виділяється серед інших своїми характеристиками – абстрактністю, здатністю доводити твердження, широким діапазоном застосувань, обчислювальним характером. Вона не тільки є предметом засвоєння, а й одночасно є джерелом розвитку мислення, що робить її надзвичайно важливою рушійною пружиною формування особистості. Це дозволяє приєднати її до моделей культури в цілому, що виконує роль важливого засобу гуманізації освіти і дозволяє розвинути якісні

характеристики раціонального мислення, яке відзначається строгістю, аргументованістю, фундаментальністю, економічністю. Сьогодні такий стиль потрібен не лише математику, а й усім, хто займається діяльністю, пов'язаною з елементами інтелектуальної праці. Тому в наш час стрімкого поширення знань математична експансія стала звичайним явищем. Адже можна згадати слова видатного вченого Рене Декарта, який сказав, що знання лише тоді стають надійними, коли набувають математичних форм. Отже, прикладні науки у значній мірі прогресують саме завдяки тому, що користуються математикою. Але й сама математика їм завдячує своїм стрімким розвитком.

Математика пройшла *чотири основні періоди розвитку*.

1. Зародження математики – від глибокої давнини до VI–V ст. до н.е., тобто до того часу, коли математика стає самостійною галуззю теоретичного знання зі своїм власним предметом і методом. У первісної людини виникає здатність до абстрактного мислення, з'являються суб'єктивні, а потім цілком об'єктивні уявлення про простір і час. Розуміння часу прийшло через спостереження послідовних подій та руху у просторі як зміни взаємного розташування тіл з плином часу. Спостереження за Сонцем і Місяцем, зірками, лінією горизонту дають основоположні геометричні поняття точки, прямої, кола, площини тощо. Про зародження математики з практичних потреб в історії математики говорить досить впевнено. Розвивається лічба, вимірювання, прийоми арифметичних дій над натуральними числами, створюється усна і письмова нумерація, системи числення. Відбувається процес абстрагування від конкретної природи об'єктів, які обраховують або вимірюють. З цього і починається розвиток математики як науки. Засновником математики була людина, яка вперше сказала: « $1+1=2$ ».

2. Елементарна математика – від VI–V ст. до н.е. до кінця XVI ст. Досягнуті успіхи у вивченні сталих величин. Період починається з приведення накопичених знань у систему, з'являється теоретична математика, виділяються математичні методи доведення, математика усвідомлюється як самостійна і самодостатня наука. Чітко визначений предмет математики – реальний світ; об'єкт – числа і фігури; метод – логічний, дедуктивний, аксіоматичний. Винайдено позиційну систему числення, введено від'ємні та ірраціональні числа, створено тригонометрію, таблицю логарифмів для спрощення і уніфікації обчислень. У зв'язку зі створенням алгебри (буквенна символіка) математика перейшла на вищий ступінь абстракції. Перший ступінь абстракції – абстрагування від якісної природи об'єктів і утворення поняття числа, а наступним кроком було абстрагування від конкретного кількісного змісту числа, введення символів a, b, c, \dots , кожен з яких може означати будь-яке число. У цей час сформувалися основні теорії, що стосуються математики сталих величин, створилися передумови відкриття аналітичної геометрії і аналізу нескінченно малих – двох основних дисциплін класичної математики. Вони вивчають уже не стани, а закономірності змінних величин. Так, наприклад, великий грецький вчений-астроном Гіппарх (біля 190–125 рр. до н.е.) на основі кількохсот річних даних вавилонян та власних спостережень відкрив явище прецесії земної осі, Клавдій Птолемей (біля 100–178) дав людству першу кількісну модель Сонячної системи, Ератосфен (біля 276–194 рр. до н.е.) досить точно визначив радіус нашої планети. До цього періоду розвитку математики відносяться такі славні імена, як Піфагор (біля 580–500 рр. до н.е.), Евклід (біля 330–265 рр. до н.е.), Архімед (287–212 рр. до н.е.) та багато інших. Завершення періоду виникнення так званої елементарної математики привело до розвитку мистецтва розв'язувати не лише лінійні та квадратні рівняння, але й рівнянь третього та четвертого степенів (італійці Сципйон дель Ферро (1465–1526), Ніколо Тарталья (1499–1557), Джироламо Кардано (1501–1576), Лудовіко Феррарі (1522–1565)).

3. Створення математики змінних величин – кінець XVI – середина XIX ст. На початку цього періоду французький вчений Рене Декарт (1596–1650) створює аналітичну геометрію; ряд математиків – П'єр Ферма, Бонавентура Кавальєрі, Еванжеліста Торрічеллі, Блез Паскаль, Ісаак Барроу та інші створили передумови, а англійський учений Ісаак Ньютон (1642–1727) і німецький учений Готфрід Лейбніц (1646–1716) створили аналіз нескінченно малих. Їх видатні послідовники Леонард Ейлер (1707–1783), Карл Гаусс (1777–1855), Жозеф Лагранж (1736–1813), Огюстен Коші (1789–1857), Бернард Больцано (1781–1848), Микола Лобачевський (1792–1856), Михайло Остроградський (1801–1862), Карл Вейєрштрасс (1815–1897), Йоган Бернуллі (1667–1748), Джордж Грін (1793–1841), Джордж Габріель Стокс (1819–1903) та багато інших дали людству блискучий розвиток ідей своїх попередників. У математику твердо входить ще висловлена греками ідея неперервності, виникає поняття функціональної залежності, що дозволяє конструювати продуктивні математичні методи вивчення руху, при цьому плідно працює у математиці і концепція дискретності. За невеликий проміжок часу до середини XIX ст. у математиці склалися майже усі математичні теорії, які нині називають класичними основами сучасної вищої математики. Математика, починаючи з епохи Просвітництва XVIII ст., стає провідною наукою.

4. Сучасна математика характеризується швидким зростанням об'єму просторових форм і кількісних відношень. У зв'язку з цим у неї вводяться нові, надзвичайно абстрактні, об'єкти. Сучасна алгебра, теорія множин, теорія багатовимірних просторів піднесли математику на новий ступінь абстракцій, що дозволило проникнути на нові горизонти математичних досліджень дійсності.

Сьогодні математика збагатилась і кількісно, і якісно. Їх нову сутність і новий зміст одержали методи, на які особливо вплинула поява електронних обчислювальних машин, особливо цифрових. Виникла потреба не тільки чіткої алгоритмізації процесів використання електронних обчислювальних машин, а й переосмислення та підвищення ролі якісних методів. При цьому суттєво посилюється логічна функція електронних обчислювальних машин, яка перетворюється із засобу обчислень у засіб реалізації систем штучного інтелекту та майже тотальної роботизації. У зв'язку з цим розширилася сфера застосування математики, виникло багато нових математичних теорій, які призвели і до руйнації меж між математичними галузями. При цьому методи переносяться з однієї галузі в іншу і йде різноманітне взаємопроникнення ідей, зокрема з фізикою. Це пов'язане з виникненням супералгебри, супераналізу, пошуком суперсиметрії диференціальних рівнянь та деякими іншими напрямками, і стало потужним знаряддям дослідження глибинних закономірностей природи.

Комп'ютери сьогодні дозволяють розв'язувати найскладніші задачі з різних галузей практичної діяльності людини на основі раніше напрацьованих математичних знань. Проте, як і раніше, шлях у математику завжди починається власними, самостійно розв'язаними задачами. Ставити і розв'язувати їх – невід'ємна частина будь-якого навчання, оскільки неможливо зрозуміти математику, не розв'язуючи задач.