

УДК 624.046

DOI: <https://doi.org/10.31731/2524.2636.2024.8.2.161.166>

¹Лариса ХАТКОВА, канд. пед. наук, доцент (ORCID: 0000-0001-5140-0213),

¹Вікторія ДАГІЛЬ (ORCID: 0000-0002-2382-0533),

²Ілля ДАГІЛЬ (ORCID: 0000-0003-3874-6206),

¹Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля
Національного університету цивільного захисту України,

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
факультет кібернети та комп'ютерних наук

МЕТОДИ АНАЛІЗУ НАДІЙНОСТІ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕОРІЙ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ТА ЙМОВІРНОСТІ

При проектуванні будівель та споруд, через необхідні вимоги довговічності щодо безпеки будівельних конструкцій, які піддаються різним видам навантаження, аналіз їх надійності є особливо важливим. У зв'язку з продовженням гармонізації та імплементації в Україні європейських технічних стандартів, для розрахунку несучих конструкцій будівель та споруд, та з подальшим розвитком математичних наук, відбувається удосконалення розрахунків теорії надійності. Зважаючи на це, пропонується метод аналізу надійності конструкції з використанням теорії випадковостей, яка складається з теорії ймовірностей і теорії невизначеності та може відображати випадкову невизначеність. Коротко викладено основи розрахунку надійності, а також детально описано запропоновану структуру оцінки стандартної невизначеності за результатами повторних вимірювань.

Ключові слова: теорія надійності; теорія випадковостей; теорія невизначеності

Постановка проблеми. При проектуванні будівель та споруд, через необхідні вимоги довговічності щодо безпеки будівельних конструкцій, які піддаються різним видам навантаження, аналіз їх надійності є особливо важливим. У зв'язку з продовженням гармонізації та імплементації в Україні європейських технічних стандартів, для розрахунку несучих будівельних конструкцій споруд [2,3], та з подальшим розвитком математичних наук, відбувається удосконалення розрахунків теорії надійності. Для оцінки якості споруд [1,4], використовується поняття «забезпечення надійності та безпеки конструкцій будівель та споруд»; однак, через математичну невизначеність вимірювань навантажень та властивостей матеріалу, а також розрахункові та експлуатаційні помилки з інженерної точки зору, структурну проблему можна вважати «невизначеною», якщо існує непевність в достовірності або не достатня інформація про теоретичну модель.

В статті пропонуємо аналіз надійності будівельних конструкцій методом теорії ймовірності з використанням математичної невизначеності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Дослідження розрахунку будівельних конструкцій на надійність проводилися такими авторами: А.Р. Ржаніцин в роботі «Теорія розрахунку будівельних конструкцій на надійність», В.В. Болотін в роботі «Прогнозування ресурсу машин і конструкцій», «Методи теорії ймовірностей і теорії надійності в розрахунках споруд», «Застосування методів теорії ймовірностей і теорії надійності в розрахунках споруд», А.Я.

Барашиков, М.Д. Сирота в роботі Надійність будівель та споруд. Математичні методи розрахунку надійності викладені в працях А.І. Берг, Н.Г. Бруевич, Б.В. Гнеденко, В.І. Сифоров, Б.С. Сотсков і ін. В цих роботах отримані результати, що корелюють з експериментальними.

Мета статті. На прикладі розробити методику аналізу надійності конструкції з використанням теорії випадковостей, яка може відображати випадкову невизначеність, як функцію ефективності структурно-механічного елемента, і коли це випадкова невизначена змінна, встановлюється випадковий розподіл.

Теоретичні основи. Теорія надійності визначає математичні закономірності, яким підпорядковуються відмови і методи кількісного виміру надійності, а також інженерні розрахунки показників надійності. Теорія надійності будівельних конструкцій є продовженням та розвитком методу розрахунку по граничним станам, який є напівймовірнісним.

Нормативні опори матеріалів та значення нормативних навантажень, що діють на споруду, визначаються ймовірнісними методами, а їх розрахункові значення обчислюються за допомогою системи коефіцієнтів, що призводить до однакового результату, отриманого методом розрахунку за граничними станами, цей підхід є детерміністським, заздалегідь визначним та передбачуваним. Однак цей метод не дозволяє проводити кількісну оцінку надійності конструкцій та проектувати їх із заданим рівнем надійності у зв'язку з тим, що початкові характеристики конструкцій впливають на рівень надійності і тому початкова надійність виявляється меншою, ніж теоретична. Тому розрахунок будівельних конструкцій як складних технічних систем, що містять випадкові параметри, повинен проводитись у ймовірнісну постановку на основі методів теорії ймовірностей, теорії випадкових функцій. Таким чином, ймовірнісний підхід до розрахунку будівельних конструкцій та споруд дозволяє проектувати їх із заданим рівнем надійності

Але у процесі аналізу надійності конструкції конструкція зазвичай розглядається як система і містить різні типи механічних елементів, тому проектування реальних будівельних конструкцій завжди приходиться вести в умовах невизначеності: навантаження, фізико-механічні характеристики матеріалів, геометричних розмірів конструкцій, які є випадковими величинами або випадковими функціями і в кожному конкретному випадку можуть набувати різних значень, тому їх можна розглядати як невизначені змінні та визначати за допомогою *теорії невизначеності*. Неоднорідність фізико-механічних властивостей матеріалів закладається вже в процесі виготовлення конструкції.

Виклад основного матеріалу дослідження

Оцінка стандартної невизначеності за результатами повторних вимірювань:

Значення x_i фізичної величини X_i може бути визначено із показів повторних незалежних спостережень за умови, що $1 \leq k \leq n$.

Середнє значення x_i є оцінкою значення величини, а стандартне відхилення середнього представляє собою квадратний корінь емпіричної дисперсії:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (2)$$

Якщо кількість показів достатньо велика $n \geq 10$ то стандартне відхилення середнього вважається стандартною невизначеністю $u(x_i)$, яка відповідає значенням x_i величини X_i .

Межі дійсного розподілу ймовірностей у вигляді:

$$F(x) \approx F_n(x) \approx F(x) \approx F(x) \approx F_n(x) \approx \dots, \quad (3)$$

де ϵ – довірна ймовірність

$$\epsilon = \sqrt{\frac{\ln \frac{2}{\alpha}}{2n}} \alpha \quad (4)$$

Можна стверджувати, що дійсна функція розподілу ймовірностей $F(x)$, буде перебувати у вказаному інтервалі з α -ймовірністю $1-\alpha$.

Виконаємо оцінювання невизначеності вимірювань міцності бетону на розтяг при згині.

Визначення міцності бетону C25/30 на розтяг при згині, а у проектному віці бетону збірних конструкцій здійснюють тільки випробуваннями зразків згідно [6]

Розрахункове значення міцності бетону визначається за [6] шляхом статичних випробувань контрольних зразків бетону у вигляді призм розмірами $100 \times 100 \times 400$ мм у віці 28 діб (п.4.4.1) [6] у кількості 3 зразків. Проби бетонної суміші для виготовлення контрольних зразків, що призначені для лабораторних досліджень при підборі складу бетону, обґрунтуванні норм витрат цементу, дослідженні впливу на властивості бетонів різних технологічних факторів та інших цілей, відібрані зі спеціально виготовлених лабораторних замісів бетонної суміші. Зразки-призми встановлюють у пристрій для випробування і завантажують до руйнування.

Міцність бетону на розтяг при згині i -го зразка $f_{c,tf}$ МПа, обчислюється за функцією вимірювань:

$$f_{c,tf} = \delta \frac{F_i l}{(a b)^2} \quad (5)$$

де

δ - коефіцієнт для приведення міцності бетону до міцності бетону в зразках;

F_i - руйнівне навантаження для i -го контрольного зразка, Н;

l – відстань між опорами, мм.

a – ширина поперечного перерізу призми для i -го контрольного зразка, мм;

b – висота поперечного перерізу призми для i -го контрольного зразка, мм/

Міцність бетону на розтяг при згині $f_{c,tf}$, МПа, обчислюється за функцією

вимірювань:

$$f_{c,tf} = \frac{\sum_{i=1}^n f_{c,tf,i}}{n} k_n = \frac{\sum_{i=1}^3 f_{c,tf,i}}{3} k_n \quad (6)$$

де k_n - коефіцієнт, що враховує розбіжність між результатами вимірів міцності n зразків;

n – кількість зразків.

За результатами випробувань зразків міцності бетону на розтяг при згині, виконуємо аналіз вхідних величин. Для цього визначаємо коефіцієнт для приведення міцності бетону до міцності бетону у зразках прийнятих розмірів та форм за [6] $\delta=0,92$.

Визначаємо стандартну невизначеність від руйнівного навантаження на зразки за формулою:

$$u(F) = \sqrt{\left(\frac{F_1 \delta_F}{100\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{14000 \cdot 1}{100\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{500}{2\sqrt{3}}\right)^2} = 160 \text{ Н} \quad (7)$$

Невизначеність пов'язана з величиною руйнівного навантаження F , оцінюється в межах допустимої відносної похибки $\pm \delta F = \pm 1\%$ і включає

неточності і помилки при знятті показників індикаторів на випробувальній установці та похибки показань сили.

Визначаємо стандартну невизначеність від ширини поперечного перерізу зразка за формулою:

$$u(a) = \sqrt{\left(\frac{\Delta_1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,15}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = 0,3 \text{ мм} \quad (8)$$

Невизначеність пов'язана з похибкою вимірювальних пристроїв (лінійки, штангенциркуля) неточності і помилки при знятті показників $\Delta a = \pm 0,15$ мм

Визначаємо стандартну невизначеність від висоти поперечного перерізу зразка за формулою:

$$u(b) = \sqrt{\left(\frac{\Delta_1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,15}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = 0,3 \text{ мм} \quad (9)$$

Невизначеність пов'язана з похибкою вимірювальних пристроїв (лінійки, штангенциркуля) неточності і помилки при знятті показників $\Delta a = \pm 0,15$ мм

Визначаємо стандартну невизначеність між відстанями між опорами l випробувальної установки за формулою:

$$u(l) = \sqrt{\left(\frac{\Delta_1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{d_1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,15}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = 0,3 \text{ мм} \quad (10)$$

Невизначеність пов'язана з похибкою вимірювальних пристроїв $\Delta l = \pm 0,15$ мм

Визначаємо стандартну невизначеність поправки, яка розраховується на підставі середнього коефіцієнта варіації міцності бетону таблиця 5 [6] для квадратної призми із розміром сторони: 100x100 мм

$$u(F_i) = \frac{0,92}{100} = 0,0092 \quad (11)$$

Оцінка вимірюваної величини – міцності бетону на розтяг при згині, $f_{c,tf}$, МПа, визначаємо за формулою використовуючи значення оцінок вхідних величин:

$$f_{c,tf} = \frac{\sum_{i=1}^3 f_{c,tf,i}}{3} = \frac{3,555+3,666+3,565}{3} = 3,595333 \text{ МПа} \quad (12)$$

Визначаємо стандартну невизначеність вимірюваної величини $f_{c,tf}$, МПа, за законом поширення невизначеностей шляхом підсумовування квадратів відносних стандартних невизначеностей величин:

$$\begin{aligned} u(f_{c,tf}) &= f_{c,tf} \sqrt{\left(\frac{u(F)}{F}\right)^2 + \left(\frac{u(a)}{a}\right)^2 + \left(\frac{u(b)}{b}\right)^2 + \left(\frac{u(l)}{l}\right)^2 \left(\frac{u(f_{c,tf})}{f_{c,tf}}\right)^2} = \\ &= 3,5953 \sqrt{\left(\frac{160}{14000}\right)^2 \left(\frac{0,3}{100}\right)^2 + \left(\frac{0,3}{100}\right)^2 + \left(\frac{0,3}{300}\right)^2 \left(\frac{0,0092}{1}\right)^2} = 0,424812 \text{ МПа} \end{aligned} \quad (13)$$

Визначаємо розширену невизначеність вимірюваної величини $f_{c,tf}$, МПа, яка складає у припущенні нормального розподілу при рівні довіри $\square \square 95\%$

$$U = k u(f_{c,tf}) = 2 \times 0,424812 = 0,84 \text{ МПа} \quad (14)$$

Висновок по розрахунку: результат виміру означає, що міцність бетону бетону C25/30 на розтяг при згині має 3,0 – 3,6 МПа, а математична невизначеність складає $\pm 0,84$ МПа, що засноване у припущенні нормального розподілу при рівні довіри 95%.

Структура аналізу надійності

Основною метою структури аналізу надійності будівельних конструкцій споруди є оцінка відповідної ймовірності відмови, p_f , або його надійність, R_0 ,

$$p_f + R_0 = 1 \quad \Rightarrow \quad p_f = 1 - R_0 \quad (15)$$

Запас безпеки G , визначається з урахуванням враховує зміну навантажень S_i та опіру R_0 :

$$G = g(r, s) = R - S \quad (16)$$

Оскільки надійність є ймовірнісним аналізом, R_0 і S_i вважаються випадковими змінними, і як такі вони пов'язані зі статистичною структурою, яку можна позначити як $f_R(r_i)$ та $f_S(s_i)$ відповідно. Вони відповідають окремим функціям ймовірності. Отже, G також є випадковою величиною з відповідною функцією ймовірності, яка позначається як $f_G(g)$. Деформацію конструкції можна визначити як подію, коли вплив навантаження перевищує опір

$$G = R - S \leq 0 \quad \text{або} \quad G \leq 0 \quad (17)$$

Таким чином, ймовірність відмови для визначення надійності набуває вигляду:

$$p_f = P(R \leq S) = P(G \leq 0) = \int_{-\infty}^0 f_G(g) dg \quad (18)$$

Отримана функція граничного стану, яка описує структурну надійність, може бути записана так:

$$G(R, X) = R - S(X) \quad (19)$$

Величина X відповідає випадковому вектору, який містить основні випадкові змінні, які контролюють вплив навантаження та характеристики міцності, і може бути кількісно визначений ймовірнісним шляхом з урахуванням математичної невизначеності.

Висновки:

У даній роботі запропоновано основу методики для аналізу надійності конструкцій будівель та споруд з використанням теорії випадковостей. Коротко викладено основи розрахунку надійності, а також детально описано запропоновану структуру оцінки стандартної невизначеності за результатами повторних вимірювань.

В роботі виконано оцінювання невизначеності вимірювань міцності бетону на розтяг при згині, методом розрахунку розширеної невизначеності вимірюваної величини $f_{c,tf}$, МПа яка складає у припущенні нормального розподілу при рівні довіри $\square\square 95\% \pm 0,84$ МПа при нормативних показниках 3,0 – 3,6 МПа.

Таким чином, пропонуємо враховувати при ймовірнісному розрахунку надійності фактори, що впливають на теоретичну модель, і розглядати їх, як математичні невизначені змінні. Вважаємо, що розрахунки надійності конструкцій на основі вибірки, більш коректні оскільки точність розрахунку не залежить від конкретного формулювання функції граничного стану, яка лежить в основі проблеми, та від кількості вхідних випадкових змінних. Однак велика кількість вибірових даних, необхідних для того, щоб цей метод дозволив отримати більш точне рішення, складний в реалізації і потребує використання програмного забезпечення.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. ДСТУ – Н Б EN 1990:2008 Єврокод. Основи проектування конструкцій (EN 1990:2002, IDT). МінрегіонУкраїни, К.:2008
2. EN 1990:2002 Eurocode- Basis of structural design. European Committee for Standardization. Brussels: 2003.
3. ISO2394:1998. General principles on reliability for structures. 2nd ed. Geneve, Switzerland: ISO, 1998.
4. ДБН В.1.2-14-2009 Загальні принципи забезпечення надійності та безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. –Мінрегіонбуд України, К.:2009

5. ДБН В.2.6-98:2009 "Бетонні та залізобетонні конструкції. Основні положення" зі Зміною №1. –Мінрегіонбуд України, К.:2009

6. ДСТУ Б В.2.7-214:2009 Будівельні матеріали. Бетони. Методи визначення міцності за контрольними зразками

REFERENCES

1. DSTU – N B EN 1990:2008 Yevrokod. Osnovy proektuvannia konstruktsii (EN 1990:2002, IDT). MinrehionUkrainy, K.:2008

2. EN 1990:2002 Eurocode- Basis of structural design. European Committee for Standardization. Brussels: 2003.

3. ISO2394:1998. General principles on reliability for structures. 2nd ed. Geneve, Switzerland: ISO, 1998.

4. DBN V.1.2-14-2009 Zahalni pryntsyipy zabezpechennia nadiinosti ta bezpeky budivel, sporud, budivelnykh konstruktsii ta osnov. –Minrehionbud Ukrainy, K.:2009

5. DBN V.2.6-98:2009 "Betonnі ta zalізobetonni konstruktsii. Osnovni polozhennia" zi Zminoіu №1. –Minrehionbud Ukrainy, K.:2009

6. DSTU B V.2.7-214:2009 Budivelni materialy. Betony. Metody vyznachennia mitsnosti za kontrolnomy zrazkamy

UDC 624.046

¹*Larisa KHATKOVA, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, (ORCID:0000-0001-5140-0213),*

¹*Victoria DAGIL (ORCID: 0000-0002-2382-0533),*

²*Illya DAGIL (ORCID: 0000-0003-3874-6206),*

¹*Cherkasy Institute of Fire Safety named after Chornobyl Heroes of National University of Civil Protection of Ukraine,*

²*KNU named after Taras Shevchenko Faculty of cybernetics and computer sciences*

METHODS FOR ANALYZING THE RELIABILITY OF BUILDING STRUCTURES USING UNCERTAINTY AND PROBABILITY THEORIES

In the design of buildings and structures, analyzing the reliability of construction elements subjected to various types of loads is particularly important due to essential durability requirements for safety. With the ongoing harmonization and implementation of European technical standards in Ukraine for calculating load-bearing structures, along with advancements in mathematical sciences, reliability theory calculations are being continuously improved. This paper proposes a method for analyzing structural reliability using the theory of randomness, which combines probability and uncertainty theories to account for random uncertainty. The basics of reliability calculations are briefly outlined, and the proposed framework for evaluating standard uncertainty based on repeated measurements is described in detail.

Keywords: *reliability theory; theory of randomness; uncertainty theory.*