

*Сергій Поздєєв* доктор технічних наук, професор (ORCID: 0000-0002-9085-0513)

*Аліна Новгородченко* доктор філософії (ORCID: 0000-0003-2347-093X)

*Яна Змага* кандидат технічних наук, доцент (ORCID: 0000-0001-8389-9709)

*Новгородченко Віталій* ад'юнкт (ORCID: 0009-0009-6484-9242)

*Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля НУЦЗ України*

*Шналь Тарас* доктор технічних наук, професор (ORCID: 0000-0002-4226-9513)

*Національний університет «Львівська політехніка»*

## **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ ОПИСАННЯ ЛІНІЙ КОНТУРІВ ОБВУГЛЕНОЇ ЗОНИ ДЕРЕВ'ЯНИХ БАЛОК ІЗ ВОГНЕЗАХИСНИМ ОБЛИЦЮВАННЯМ**

**Анотація:** В статті наведено математичне моделювання контурів обвугленої зони для різних дерев'яних балок без вогнезахисту та з вогнезахисним облицюванням. Предмет досліджень – вплив конструктивних параметрів, а саме різної товщини дерев'яних балок на вогнестійкість в умовах вогневого впливу відповідно стандартного температурного режиму. Мета роботи полягає у використанні регресійних залежностей для побудови ліній Безьє та відтворення контуру зони обвуглювання перерізів дерев'яних балок із різною товщиною з вогнезахисним облицюванням. Для виконання цієї мети поставлені такі завдання дослідження: визначити параметри регресійних залежностей розподілу параметру  $r/y_c = f(y/h)$  дерев'яних балок; побудувати контури обвугленої зони, за допомогою наближення лініями Безьє ізотерм з критичною температурою 200 °С; відтворити аналітичний опис ліній контуру обвугленої зони, що дозволить отримати геометричні характеристики перерізів залишеної цілої частини дерев'яних балок різної геометричної конфігурації, з різною товщиною вогнезахисного облицювання, що можна використати для розрахунку міцності відповідних дерев'яних балок. Для розроблення математичного описання ліній контурів обвугленої зони дерев'яних балок із вогнезахисним облицюванням використані табличні, теплофізичні методи і математичне моделювання. Наукова новизна дослідження полягає у описання геометричної зони обвуглювання в перерізі дерев'яної балки при наближенні її конфігурації за допомогою ліній Безьє, при цьому виявлено закономірність положення опорних точок для побудови ліній Безьє, що наближують контури зони обвуглювання, залежно від узагальненого параметру геометрії перерізу у вигляді регресійної поліноміальної залежності. Після проведення розрахунків отримано головні результати, які дозволяють визначити коефіцієнт зниження міцності деревини під час пожежі та розрахункової оцінки вогнестійкості дерев'яної балки на його основі, це в подальшому дасть розвиток застосування методів розрахункової оцінки вогнестійкості дерев'яних балок з вогнезахисним облицюванням.

**Ключові слова:** дерев'яна балка, обвуглення, математичне моделювання, регресійна залежність.

**Постановка проблеми.** Сьогодні застосування дерев'яних конструкцій суттєво розширилося й удосконалилось, а завдяки сучасним технологіям потенціал збільшення висоти будівель і споруд з дерев'яними конструкціями різко зріс. Також почали масово використовувати стружку й опилкування, що утворюється внаслідок оброблення деревини. Використання синтетичних смол та клеїв дає змогу отримати клеєні конструкції значних розмірів з переробленої деревини, з відходів деревини – деревостружковій й деревоволокнисті плити (OSB плити), теплоізоляційний картон і будівельний папір. Проте однією із проблем залишається те, що деревина належить до групи горючих матеріалів, займання яких за певних умов можливе навіть від малокалорійного джерела запалювання. Дерев'яні

будівельні конструкції мають підвищену пожежну небезпеку, що пов'язано з низькою температурою займання (280 – 300°C). По поверхні незахищених дерев'яних елементів з нормованою експлуатаційною вологістю, полум'я може розповсюджуватися із швидкістю до 2 м/хв. Тому залишається актуальним питання підвищення рівня межі вогнестійкості дерев'яних елементів за допомогою ефективних, нових, простих у виконанні та з мінімальними затратами методів вогнезахисту, а саме вогнезахисне облицювання вогнетривкими деревостружковими плитами.

**Аналіз останніх досягнень і публікацій.** Дослідження вогнестійкості, способи і засоби вогнезахисту дерев'яних конструкцій досліджували такі українські науковці: Новак С. В., Поздєєв С. В., Шналь Т. М., Цапко Ю. В., Змага Я. В., Змага М. І., Фещук Ю. Л., Семерак М. М., Жартовський В. М. та іноземні дослідники: White R. H., Schaffer E. L., Browne F. L., Lau P. W. C. та інших. Проте недостатньо вивчене питання закономірностей, які встановлюють залежність геометричних конфігурацій обвугленої зони дерев'яних балок без вогнезахисту і з вогнезахисним облицюванням вогнетривкими плитами OSB від їх конструктивних параметрів, як наукового підґрунтя удосконалення розрахункової оцінки їх вогнестійкості.

### Виклад основного матеріалу дослідження.

1. *Параметричне описання ліній контурів зони обвуглювання дерев'яних балок із вогнезахисним облицюванням.* В дослідженні при описанні зон обвуглювання перерізів дерев'яних балок без вогнезахисту та з вогнезахисним облицюванням, отримані ізотерми приймаємо як припущення про те, що їх можна використати для окреслення контурів даних зон. Наближення лініями Безьє ізотерм з критичною температурою  $\theta_{кр} = 200$  °С відбувалося через варіювання параметру  $r = f(y_c/h)$ . При цьому наближення ізотерм відбувалося шляхом мінімізації середньоквадратичного відхилення за методом координатного спуску. Алгоритм, що використовувався під час реалізації даного процесу описаний в блок-схемі, яка зображена на рис. 1.



Рисунок 1 – Блок-схема алгоритму визначення параметру  $r$  для наближення ізотерм із критичною температурою  $\theta_{кр} = 200$  °С лініями Безьє

Були проведені розрахунки для різних типів дерев'яних балок із вогнезахистом та без нього, параметри яких наведені у табл. 1. Результати розрахунків, показують високу ефективність застосування кривих Без'є для наближення ізотерм, оскільки побудовані лінії Без'є співпадають із відповідними ізотермами.

Таблиця 1 – Геометричні параметри розрахункової області перерізів дерев'яних балок із вогнезахистом

Ширина перерізу, $b$ , мм	Висота перерізу, $h$ , мм	Ширина шару вогнезахисту, $w$ , мм		
		0	12	24
19 – 106	200 – 1250			

За аналогічним алгоритмом, що запропонований на рис. 1, виконано наближення ізотерм із критичною температурою  $\theta_{кр} = 200$  °С лініями Без'є, за допомогою варіювання параметру  $r = f(y_c/h)$  для балок, геометричні параметри яких представлені у табл. 1. На рис. 2 продемонстровано розподіл параметру  $r/y_c = f(y_c/h)$  для різних геометричних характеристик дерев'яних балок із різною товщиною вогнезахисного облицювання. Параметр ліній Без'є наведений у безрозмірному вигляді, щоб можна було його використати для перерізів різної геометричної конфігурації.

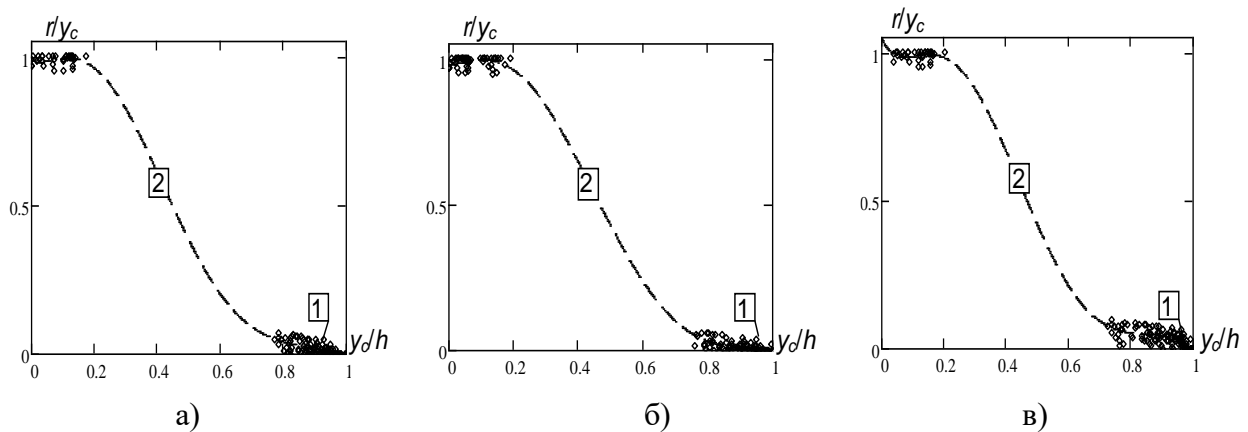


Рисунок 2 – Розподіл параметру  $r/y_c = f(y_c/h)$  за результатами теплофізичного розрахунку та за побудованою регресійною поліноміальною залежністю 6-го порядку для різних геометричних характеристик дерев'яних балок із різною товщиною вогнезахисного облицювання: а) без вогнезахисту; б) із вогнезахисним облицюванням товщиною 12 мм; в) із вогнезахисним облицюванням товщиною 24 мм

Аналіз поданих розподілів параметру  $r/y_c = f(y_c/h)$  для побудови ліній Без'є доводить, що вони є подібними для різних конфігурацій дерев'яних балок і різної товщини вогнезахисного облицювання за допомогою плит OSB. Це означає, що можна побудувати єдиний розподіл даного параметру для будь-якого перерізу балки за певної товщини вогнезахисного облицювання. Із використанням регресійного аналізу побудовано регресійні поліноміальні залежності 6-го порядку, які відтворюють дані розподіли. Параметри отриманих регресійних залежностей наведені в табл. 2.

На рис. 3 зображено регресійні поліноміальні залежності 6-го порядку, які відтворюють розподіли параметру  $r/y_c = f(y_c/h)$  для побудовання ліній Без'є та відтворення контуру зони обвуглювання перерізів дерев'яних балок із різною товщиною вогнезахисного облицювання плитами OSB.

Таблиця 2 – Параметри регресійних залежностей розподілів параметру  $r/y_c = f(y_c/h)$  для побудови ліній Безьє відповідно різних геометричних характеристик дерев'яних балок із різною товщиною вогнезахисного облицювання

Коефіцієнти регресії $r/y_c(p) = a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3 + a_4 p^4 + a_5 p^5 + a_6 p^6$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
Без вогнезахисту	0.985	-0.329	8.786	-57.97	111.817	-88.989	25.697
З одним шаром вогнезахисного облицювання	0.979	0.064	3.6	-32.339	59.242	-41.82	10.273
З подвійним шаром вогнезахисного облицювання	1.043	-1.954	22.082	-97.495	164.23	-120.007	32.101

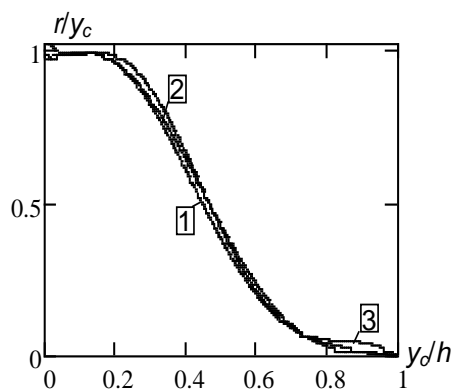


Рисунок 3 – Розподіл параметру  $r/y_c = f(y_c/h)$  за побудованими регресійними поліноміальними залежностями 6-го порядку для різних геометричних характеристик дерев'яних балок із різною товщиною вогнезахисного облицювання: 1 – без вогнезахисту; 2 – із вогнезахисним облицюванням товщиною 12 мм; 3 – із вогнезахисним облицюванням товщиною 24 мм.

Можна побачити, що криві на рис. 3 майже однакові, їхні відхилення входять до діапазону розкиду точок, що отримані для різних розподілів параметру  $r/y_c = f(y_c/h)$ , із метою побудови ліній Безьє й відтворення контуру зони обвуглювання перерізів дерев'яних балок із різною товщиною вогнезахисного облицювання плитами OSB. Тому можна застосувати загальний розподіл для всіх типів перерізів дерев'яних балок та товщини вогнезахисного облицювання. Для описання розподілу параметру  $r/y_c = f(y_c/h)$  і побудови ліній Безьє для відтворення контуру зони обвуглювання перерізів дерев'яних балок, що мають різну товщину вогнезахисного облицювання, застосовуємо такий вираз:

$$r/y_c = 0.979 + 0.064p + 3.6p^2 - 32.339p^3 + 59.242p^4 - 41.82p^5 + 10.273p^6 \quad (1)$$

де  $p = y_c/h$  – безрозмірний найбільший розмір прямокутного квадранта, в який вписується крива Безьє.

Використання отриманої регресійної залежності дає змогу побудувати контур обвугленої зони перерізу за допомогою ліній Безьє.

2. Результати застосування розробленого математичного апарату для описання ліній контурів обвугленої зони дерев'яних балок із вогнезахисним облицюванням. Унаслідок застосування розробленого математичного апарату, побудовано контури обвугленої зони для різних дерев'яних балок без вогнезахисту та з вогнезахисним облицюванням різної товщини. У табл. 3 зазначено параметри дерев'яних балок для яких було побудовано контури обвугленої зони відповідно часу, що відповідає різному класові вогнестійкості. Відомості, систематизовані в табл. 3 відповідають певним конфігураціям балок, що наведені у табл. 2. Розрахунки були проведені для визначення точності результатів, що отримані із застосуванням запропонованої методики побудови ліній контурів обвугленої зони балок за допомогою ліній Безьє.

Таблиця 3 – Межі варіювання геометричних параметрів розрахункової області перерізів дерев'яних балок із вогнезахистом на основі деревостружкових плит

№ П/П	Ширина перерізу, $b$ , мм	Висота перерізу, $h$ , мм	Ширина шару вогнезахисту, $d$ , мм		
1	100	300	0	12	24
2	200	200	0	12	24
3	300	600	0	12	24

Час початку обвуглювання визначають згідно з попереднім розділом роботи; відомості щодо часу початку обвуглювання запропоновано в табл. 4.

Таблиця 4 – Час початку обвуглювання перерізів дерев'яних балок із наявним вогнезахисним облицюванням та без нього

Ширина шару вогнезахисту, $d$ , мм	Початковий час бічного обвуглювання, $t_{0s}$ , хв	Початковий час торцевого обвуглювання, $t_{0e}$ , хв
0	0	0
12	14	13
24	30	26

На рис. 4 наведені контури зони обвуглювання, отримані для дерев'яної балки розміром 100×300 мм без вогнезахисту та з вогнезахисним облицюванням плитами OSB із товщиною  $w = 12 \div 24$  мм.

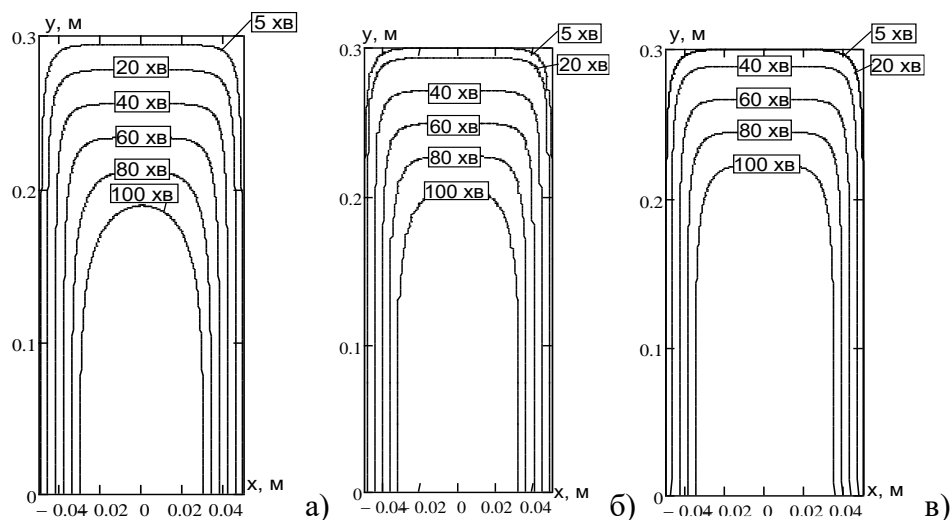


Рисунок 4 – Лінії контурів зон обвуглювання у перерізі дерев'яної балки 100×300 мм з вогнезахисним облицюванням плитами OSB із різною товщиною: а) без вогнезахисту; б) із вогнезахисним облицюванням товщиною 12 мм; в) із вогнезахисним облицюванням товщиною 24 мм

На рис. 5 показано контури зони обуглювання, отримані для дерев'яної балки перерізом 200×200 мм без вогнезахисту та із вогнезахисним облицюванням плитами OSB із товщиною 12 та 24 мм.

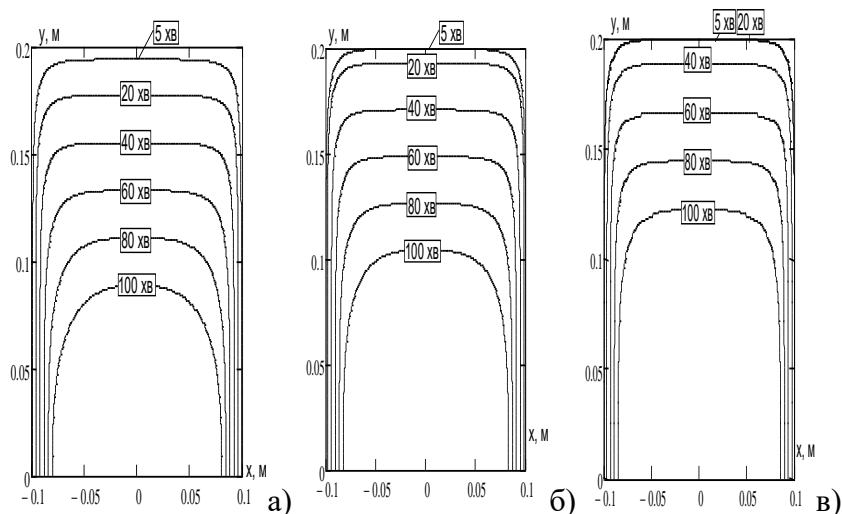


Рисунок 5 – Лінії контурів зон обуглювання у перерізі дерев'яної балки 200×200 мм з вогнезахисним облицюванням плитами OSB із різною товщиною: а) без вогнезахисту; б) із вогнезахисним облицюванням товщиною 12 мм; в) із вогнезахисним облицюванням товщиною 24 мм

На рис. 6 окреслено контури зони обуглювання, отримані для дерев'яної балки перерізом 300×600 мм без вогнезахисту і з вогнезахисним облицюванням плитами OSB із товщиною 12 і 24 мм.

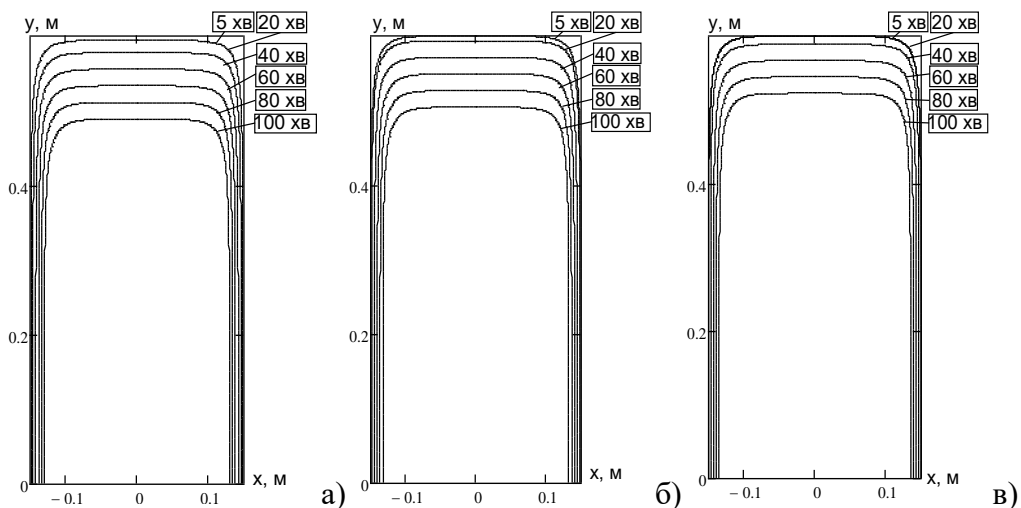


Рисунок 6 – Лінії контурів зон обуглювання у перерізі дерев'яної балки 300×600 мм з вогнезахисним облицюванням плитами OSB із різною товщиною: а) без вогнезахисту; б) із вогнезахисним облицюванням  $w = 12$  мм; в) із вогнезахисним облицюванням  $w = 24$  мм

**Висновки.** В дослідженні розроблено методику математичного описання геометричної форми зони обуглювання у перерізі балки за допомогою наближення ліній контурів цієї зони з використанням ліній Безьє. Встановлено закономірність зміни

параметру, що описує положення ключових точок для побудовання ліній Безье, які наближують лінії контурів зони обвуглювання у перерізі балки із найбільшою точністю, у вигляді регресійної поліноміальної залежності. Таким чином, аналіз побудованих ліній контурів обвуглювання у перерізах дерев'яних балок з вогнезахисним облицюванням плитами OSB із різною товщиною та без нього показує вогнезахисний ефект даного облицювання. Аналітичний опис ліній контуру обвугленої зони дозволяє отримати геометричні характеристики перерізів залишеної цілої частини даного перерізу, що можна використати для розрахунку міцності відповідних дерев'яних балок.

*Перспективи подальших досліджень.* Результати роботи, а саме розроблену методика побудови ліній контурів обвугленої зони дерев'яних балок із вогнезахисним облицюванням плитами OSB у будь-який час впливу стандартного температурного режиму пожежі, що є підґрунтям для розрахунку міцності даних балок, оскільки дозволяють точно визначити геометричні характеристики їхніх зменшених криволінійних перерізів унаслідок обвуглювання.

#### ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. ДСТУ-Н Б EN 1995-1-1 Єврокод 5. Проектування дерев'яних конструкцій. Частина 1-1. Загальні правила і правила для споруд
2. Feshchuk Yu., Pozdieiev S., Zmaga Ya., Novhorodchenko A. Estimation of Credibility of the Results of Measuring Temperature within Specimens of Wood Columns Obtained During Fire Tests. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. № 7 (4.3). P. 284–287.
3. Поздєєв С., Некора О., Змага М., Змага Я., Новгородченко А. Результати дослідження швидкості обвуглювання фрагментів дерев'яних балок з облицюванням двох типів. - Збірник наукових праць Черкаського інституту пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України «Надзвичайні ситуації: попередження та ліквідація». Том 7 № 1 (2023). С. 119-130.
4. Wolgast R. Flame retarding building materials / *VFDB Zeitschrift Forschung and Technik in Brandschutz*, 10 (2,4) (Stuttgart).
5. Hearn D., Baker M. P. Computer graphics and the OpenGL standard. Williams, 2005. — 1168 p.
6. Demeshok V., Zalevs'ka A., Lutsenko Yu. Tyshchenko O. Calculation method for evaluating the fire resistance of timber slabs with use the finite elements method. XVIII International Scientific Conference «New technologies and achievements in metallurgy, material engineering, production engineering and physics» / A collective monograph edited by Jarosiaw Borysa, Dorota Musiai Series: Monografie Nr 68. Czkochowa, 2017. С. 405–410.
7. Новгородченко Аліна, Новгородченко Віталій, Кравченко Станіслав Математичне описання ліній контурів обвугленої зони дерев'яних балок із вогнезахисним облицюванням. / Надзвичайні ситуації: безпека та захист: Матеріали XIV Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю. – Черкаси: ЧПБ ім. Героїв Чорнобиля НУЦЗ України. Черкаси. 2024. С. 219 – 221.
8. Шналь Т. М. Вогнестійкість та вогнезахист дерев'яних конструкцій: навч. посіб. Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2006. -220 с.
9. Сергій Поздєєв, Аліна Новгородченко, Яна Змага, Віталій Новгородченко Дослідження температурних розподілень у перерізах дерев'яних балок із вогнезахисним облицюванням// Том 8 № 1 (2024): Збірник наукових праць Черкаського інституту пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України «Надзвичайні ситуації: попередження та ліквідація» С. 83-90.

## REFERENCES

1. EN 1995-1-1 Eurocode 5: Design of timber structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings.
2. Feshchuk Yu., Pozdieiev S., Zmaga Ya., Novhorodchenko A. Estimation of Credibility of the Results of Measuring Temperature within Specimens of Wood Columns Obtained During Fire Tests. *International Journal of Engineering & Technology*. 2018. № 7 (4.3). P. 284–287.
3. Pozdieiev S., Nekora O. Zmaga Y., Zmaga N., Novhorodchenko A. results of researching the rate of carbonization of fragments of wooden beams with two types of cladding. -
4. Wolgast R. Flame retarding building materials / VFDB Zeitschrift Forschung and Technik in Brandschutz, 10 (2,4) (Stuttgart).
5. Hearn D., Baker M. P. Computer graphics and the OpenGL standard. Williams, 2005. — 1168 p.
6. Demeshok V., Zalevs'ka A., Lutsenko Yu. Tyshchenko O. Calculation method for evaluating the fire resistance of timber slabs with use the finite elements method. XVIII International Scientific Conference «New technologies and achievements in metallurgy, material engineering, production engineering and physics» / A collective monograph edited by Jarosiaw Boryca, Dorota Musiai Series: Monografie Nr 68. Czkochowa, 2017. C. 405–410.
7. Novhorodchenko A., Novhorodchenko V., Kravchenko S. Mathematical description of contour lines of the charred zone of wooden beams with fireproof lining/ Emergency situations: security and protection: Proceedings of the 14th All-Ukrainian scientific and practical conference with international participation. – Cherkasy: CHIPB named after Heroes of Chernobyl National Center of Ukraine. Cherkasy 2024. P. 219-221.
8. Shnal T. M. Fire resistance and fire protection of wooden structures: training. manual Lviv: Publishing House of the National University "Lviv Polytechnic", 2006. -220 p.
9. Pozdieiev S, Novhorodchenko A., Zmaga Y., Novhorodchenko V. Research of temperature distributions in the cross-sections of wooden beams with fireproof facing // Volume 8 № 1 (2024): Collection of scientific papers of the Cherkasy Institute of Fire Safety named after the Heroes of Chernobyl of the National University of Civil Defense of Ukraine «Emergency situations: prevention and elimination» P. 83-90.

*Serhii POZDIEIEV* doctor of technical sciences, professor  
(ORCID: 0000-0002-9085-0513)

*Alina NOVHORODCHENKO* Ph.D (ORCID: 0000-0003-2347-093X)

*Yana ZMAHA*, PhD in technical sciences, associate professor  
(ORCID: 0000-0001-8389-9709),

*Vitaly NOVHORODCHENKO* adjunct (ORCID: 0009-0009-6484-9242)

*Cherkassy Institute of Fire Safety of National University of Civil Defense of Ukraine*

*Taras SHNAL* doctor of technical sciences, professor (ORCID: 0000-0002-4226-9513)  
*National University «Lviv Polytechnic»*

## MATHEMATICAL MODELING FOR THE DESCRIPTION OF THE CONTOUR LINES OF THE CHARRED ZONE OF WOODEN BEAMS WITH FIREPROOF FACING

**Abstract.** The article provides mathematical modeling of the contours of the charred zone for various wooden beams without fire protection and with fire protection facing. The subject of research is influence of design parameters different thicknesses of wooden beams for fire resistance in conditions of fire exposure according to the standard temperature regime. The purpose it's the use of regression dependencies to construct Bezier lines. nd reproduction of the contour of the carbonization zone of cross-sections of wooden beams with different thicknesses with fireproof facing. To fulfill this goal, the following research tasks: determine the parameters of



the regression dependencies of the distribution of the parameter  $r/y_c=f(y_c/h)$  for wooden beams, with the help of Bezier lines approximation of isotherms with a critical temperature of 200 °C; reproduce the analytical description of the contour lines of the charred zone which will allow to obtain the geometric characteristics of the cross-sections of the left whole part of the wooden beams of different geometric configurations, the samples with different thicknesses of fireproof cladding to calculate the strength of the corresponding wooden beams. To develop a methodology for calculating temperature distributions inside the cross-section of a wooden beam with fireproof facing and tabular, thermo physical methods and mathematical modeling were used to construct contour lines of the charring zone. The scientific novelty of the study consists in the description of the geometric charring zone in the cross-section of a wooden beam and the approximation of its configuration using Bezier lines. The regularity of the position of reference points for the construction of Bezier lines was revealed. These points approximate the contours of the carbonization zone, depending on the generalized parameter of the cross-section geometry in the form of a regression polynomial dependence. After the calculations, the main result was obtained which make it possible to determine the coefficient of reduction in the strength of wood during a fire and to estimate the fire resistance of a wooden beam. This will lead to the development of the methods of calculating the fire resistance of wooden beams with fireproof facing.

**Keywords:** Wooden Beam, Charring, Mathematical Modeling, Regression Dependence.