

УДК 624.012

DOI: <https://doi.org/10.31731/2524.2636.2024.8.2.57.73>

<sup>1</sup>Валерія НЕКОРА (ORCID ID: 0000-0002-5202-3285),

<sup>1</sup>Сергій ПОЗДЄЄВ, д-р техн. наук, професор (ORCID ID: 0000-0002-9085-0513),

<sup>1</sup>Ольга НЕКОРА, канд. техн. наук, с. н. с. (ORCID ID: 0000-0002-5202-3285),

<sup>1</sup>Світлана ФЕДЧЕНКО, доктор філософії (ORCID ID: 0000-0003-3294-2214),

<sup>2</sup>Вадим НИЖНИК, д-р техн. наук, професор (ORCID ID: 0000-0003-3370-9027),

<sup>3</sup>Тарас ШНАЛЬ, д-р техн. наук, професор (ORCID ID: 0000-0002-4226-9513),

<sup>1</sup>Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля

Національного університету цивільного захисту України,

<sup>2</sup>Інститут державного управління та наукових досліджень цивільного захисту,

<sup>3</sup>Національний університет «Львівська політехніка»

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕДІНКИ СКЛЯНОЇ ПАНЕЛІ В УМОВАХ НАГРІВУ ПРИ ПОЖЕЖІ

У статті наведено дані щодо математичного моделювання поведінки скляної панелі в умовах її одностороннього нагрівання за стандартним температурним режимом пожежі. У математичній моделі скляної панелі в умовах теплового впливу було відтворено процес теплопередачі на основі використання нестационарного рівняння теплопровідності. Напружено-деформований стан скляної панелі був розглянутий за допомогою методу скінченних елементів. Тепловий вплив також був скомбінований із механічним навантаженням за рахунок надлишкового тиску, що може виникати у приміщенні, де виникає та розвивається пожежа. Для дослідження поширення тріщин у склі було застосовано критерій міцності за моделлю Джонсона-Холмквіста. У результаті математичного моделювання отримано результати, що показують високу ефективність та інформативність запропонованого методу. При цьому було отримано дані щодо динаміки утворення та поширення тріщин у скляній панелі в умовах нагрівання за стандартним температурним режимом пожежі. Показано, що скляна панель руйнується внаслідок утворення системи розгалужених тріщин, що підтверджується емпіричним досвідом. У результаті проведення числового дослідження поведінки скляної панелі в умовах нагрівання при впливі стандартного температурного режиму пожежі отримано настання граничного стану втрати вогнестійкості за ознакою цілісності. Показано, що вогнестійкість втрачається за умови руйнування скляної панелі на 5 хв впливу стандартного температурного режиму пожежі.

**Ключові слова:** моделювання, огорожувальні будівельні конструкції, скління, вогнестійкість, розрахунковий метод.

**Постановка проблеми.** Донедавна вимоги з боку нормативної будівельної бази щодо вогнестійкості скляних конструкцій, у тому числі скління віконних та дверних прорізів, не висувалися при загальному аналізі пожежної безпеки певного об'єкта будівництва. Причиною цього було те, що площа скління у будівлях була порівняно незначною, і вважалося, що поширення пожежі через віконні прорізи не має великого значення. Ситуація змінилася коли стала помітна тенденція щодо все більш частішого та ширшого використання скляних конструкцій як фасадних, так і внутрішніх архітектурних елементів. У якості прикладу таких конструкцій

можна згадати внутрішні та зовнішні скляні вітринні та огорожувальні системи, фасадні системи та, навіть, несучі конструкції. За таких умов актуалізується питання необхідності забезпечення пожежної безпеки скління. Відомо, що скло руйнується в умовах його нагрівання до високих температур. Якщо скління є елементом зовнішнього або внутрішнього огороження, то при його руйнуванні та розкритті прорізів приміщення зростає ризик поширення пожежі через них [1 – 6]. Зважаючи на ці обставини, для забезпечення пожежної безпеки мають бути створені та запроваджені необхідні засоби для оцінювання вогнестійкості огорожувальних конструкцій із склінням, включаючи підхід на основі розрахунків. Для цього розрахунковий підхід має бути необхідним чином розвиненим, науково обґрунтованим та перевіреним експериментальним досвідом.

У такому разі мають бути проведені дослідження щодо обґрунтування та розробки математичних моделей щодо поведінки скління в умовах пожежі. На основі даних математичних моделей розробити розрахунковий підхід щодо оцінювання вогнестійкості скління.

Таким чином, дослідження, які мають на меті розвиток теоретичних основ і одержання новітніх наукових даних щодо поведінки скління за умов теплового впливу пожежі є актуальними.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** На даний час у багатьох державах, зокрема і в Україні, існує розгалужена система нормативних документів, що містять настанови щодо методів розрахункового оцінювання вогнестійкості для будь-яких типів будівельних конструкцій [1 – 5]. Дані методи базуються на теоретичній базі будівельної механіки та опору матеріалів. Проте, існує потреба у створенні системи рекомендацій для застосування розрахункового підходу щодо оцінювання вогнестійкості огорожувальних конструкцій із склінням. Настави, що наведені у нормативних документах [1, 3, 4], рекомендують використовувати два основні підходи, які засновані на використанні спрощених і уточнених методів. Спрощені методи розрахункового оцінювання вогнестійкості будівельних конструкцій мають за основу відомий досвід експериментальних досліджень та досвід розрахункової практики, поданий у вигляді узагальнених довідникових таблиць чи номограм. Також спрощені методи для оцінювання вогнестійкості будівельних конструкцій можуть базуватись на інженерних розрахункових методиках із простими математичними моделями та алгоритмами при формулюванні комплексу спрощувальних припущень та гіпотез будівельної механіки. Використання таких методик є продуктивним, але, визначені за таким підходом межі вогнестійкості конструкцій суттєво завищуються, і це є передумовою появи у будівельних конструкціях невіправдано завищених запасів вогнестійкості. Настави у нормах [4], які встановлюють рекомендації щодо використання розрахункових методів при забезпеченні проєктної вогнестійкості певних елементів конструкцій, визначають такі методи як базові. Вони мають високу продуктивність та інженерну осяжність для використання фахівцями різних рівнів підготовки. В такому розумінні істотні запаси вогнестійкості сприймаються багатьма фахівцями скоріше як перевага такого підходу. Тому перевага при альтернативному використанні різних спрощених розрахункових методів розрахункової оцінки вогнестійкості будівельних конструкцій віддається методам, які ґрунтуються на використанні довідникових таблиць [1 – 5].

Уточнені методи засновані на універсальному теоретичному підході і для обґрунтування математичних моделей використовують фундаментальні закони

фізики і термомеханіки. Це означає, що для описання механічних процесів всередині будівельних конструкцій при їх нагріванні в умовах пожежі мають використовуватися диференціальні рівняння. В ієрархічній системі розрахункових методів оцінювання вогнестійкості будівельних конструкцій уточнені методи є найбільш складними при їхній реалізації, проте вони вважаються найбільш точними. Основні засади використання уточнених методів розрахункового оцінювання вогнестійкості будівельних конструкцій добре описані у роботах [5, 6].

Скло є крихким матеріалом та швидко руйнується при нагріванні до високих температур, без виникнення непружних деформацій, це дозволяє без істотного зниження точності розрахунку використовувати достатньо прості математичні моделі [7, 8]. Такі моделі можуть детально описувати всі процеси деформації та руйнування скла для ефективного моделювання поведінки скління в огорожувальних будівельних конструкціях при їхньому нагріванні в умовах пожежі. Аналіз робіт [9, 10] показав, що для розрахункового оцінювання вогнестійкості огорожувальних елементів будівельних конструкцій із склінням застосовується підхід заснований на припущенні незалежності теплових і механічних процесів всередині скла. Якщо припустити, що дана гіпотеза є дійсною, то можна розділити задачу аналізу вогнестійкості скління на дві окремі основні задачі – теплотехнічну задачу та задачу щодо вивчення напружено-деформованого стану при нагріві скління. Такий підхід реалізований у роботах [5, 6] і результати, подані у цих роботах підтверджують його ефективність.

При застосовуванні вищевикладеного підходу при розв'язку теплової задачі на першій стадії розрахунку мають бути отримані температурні показники у різні моменти часу теплового впливу пожежі. Отримані дані щодо температурних показників після вирішення теплотехнічної задачі дозволяють встановити настання граничного стану втрати теплоізолювальної здатності для скління. Загалом, розв'язок теплотехнічної задачі не становить значної складності і не потребує тривалих трудомістких обчислень.

На другій стадії – аналізується задача міцності, що виконується для того, щоб оцінити умови появи граничного стану втрати вогнестійкості за несучою здатністю або цілісності. При такому формулюванні задачі міцності для скління при його нагрівання мають бути враховані ефекти утворення та поширення тріщин і подальша дефрагментація скла, температурні деформації скла, помітна деградація його механічних характеристик. Зважаючи на наявність багатьох факторів, що мають бути враховані при проведенні розрахунків, застосовуючи описаний підхід, задача міцності скла при його нагріванні є складною. Форма диференціальних рівнянь, які записуються для реалізації розрахунку не дозволяє отримувати їхні аналітичні рішення. Це є причиною того, що для реалізації розрахунків з використанням даних диференціальних рівнянь застосовуються тільки наближені числові методи їхнього інтегрування. Досвід добре описаний у роботах [6, 8 – 10] показує, що найбільш поширеним для цього є застосування методу кінцевих різниць або методу скінченних елементів.

Отже, застосування уточнених розрахункових методів є ефективним при проведенні розрахункового оцінювання вогнестійкості конструкцій із склінням щодо настання граничного стану за ознаками втрати теплоізолювальної здатності та втрати цілісності. Це підтверджено чималим обсягом даних, викладених у роботах [11, 12, 13]. В даних роботах проведена верифікація результатів розрахунку при проведенні їх порівняльного аналізу із експериментальними даними, отриманими під час вогневих випробувань. Це знайшло своє

відображення у нормативних документах [7, 9], які рекомендують уточнені розрахункові методи як такі, що можуть бути використані для розрахункового оцінювання вогнестійкості. Тож логічно припустити, що їх також можна застосовувати як інструмент для розрахункового оцінювання вогнестійкості огорожувальних конструкцій із склінням, якщо більш прості за ієрархією методи не дозволяють отримати очікувані результати.

Важливим моментом на даний час є те, що існуюча нормативна база розвинених країн [9] не дає рекомендації щодо розрахункового оцінювання вогнестійкості скління за граничними станами теплоізолювальної здатності та цілісності. за виключенням норм [7]. На сьогодні не існує методів розрахункової оцінки вогнестійкості скління за ознакою втрати цілісності, що мали б апробовану практичну реалізацію, розвинену критеріальну базу, отримані оприлюднені результати із відповідною верифікацією.

Проблема розрахункового оцінювання вогнестійкості скління за граничним станом втрати цілісності була розглянута у низці робіт [9 – 11]. Але наведені результати не дозволяють скласти ієрархічну структуру рекомендованих методів оцінювання вогнестійкості скління, що може увійти у систему нормативних документів та настанов. Тож робота щодо обґрунтування та удосконалення розрахункових методів оцінювання вогнестійкості скління є актуальною.

**Формулювання цілей статті.** Метою дослідження є встановлення закономірностей термомеханічних процесів та процесів руйнування скління у світлопрозорих елементах огорожувальних конструкцій за умов теплового впливу стандартного температурного режиму пожежі. Отримані закономірності використати як наукове підґрунтя для удосконалення уточненого розрахункового методу оцінювання вогнестійкості скління на основі методу скінченних елементів.

Для досягнення поставленої мети були сформульовані такі завдання:

– проаналізувати методи розрахункового оцінювання вогнестійкості скління у світлопрозорих елементах огорожувальних конструкцій;

– обґрунтувати математичні моделі та виконати числові дослідження для встановлення закономірностей термомеханічних процесів та механізмів руйнування скління у світлопрозорих елементах огорожувальних конструкцій за умов теплового впливу стандартного температурного режиму пожежі;

– на основі встановлених закономірностей термомеханічних процесів та процесів руйнування скління у світлопрозорих елементах огорожувальних конструкцій за умов теплового впливу стандартного температурного режиму розробити удосконалений уточнений метод оцінювання вогнестійкості даних елементів.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Об'єктом дослідження є процеси нагріву та деструкції скління у світлопрозорих елементах огорожувальних конструкцій за умов теплового впливу стандартного температурного режиму. Шляхом дослідження даних процесів на основі математичного моделювання з використанням методу скінченних елементів вивчаються закономірності зміни характеристик даних процесів напружено деформованого стану скління. Отримані закономірності використовуються для розробки удосконаленого уточненого розрахункового методу оцінювання вогнестійкості даних будівельних конструкцій.

Для обґрунтування математичних моделей описання поведінки скління за умов теплового впливу пожежі із стандартним температурним режимом було висунуто комплекс гіпотез та припущень. Основним припущенням для

обґрунтування математичних моделей поведінки скління в умовах пожежі, є незалежність процесів теплопровідності у склі від показників його напружено-деформованого стану і можуть розглядатися відокремлено одне від одного. Критеріями руйнування скління у світлопрозорих елементах огорожувальних конструкцій за умов пожежі є фрагментація скінченних елементів, лавиноподібне нарощування поточних переміщень та швидкостей конструктивної системи даних елементів. Поточні величини температур визначаються через нестационарне диференціальне рівняння теплопровідності із врахуванням поглинання теплового випромінювання шляхом уведення ефективних теплотехнічних характеристик. Напружено-деформований стан у панелях скління обчислюється за допомогою явного методу інтегрування загальних диференціальних рівнянь динаміки та методу скінченних елементів. Адекватність даних одержаних шляхом математичного моделювання досліджується за допомогою статистичних критеріїв, що обчислюються з використанням нормального розподілення випадкових величин.

Задача розрахункового оцінювання вогнестійкості скління у світлопрозорих елементах огорожувальних конструкцій, як і для будь-якої конструкції, розділяється на дві окремі підзадачі – теплотехнічну та структурну [11, 12]. Теплотехнічна задача за універсальним підходом згідно із результатами, поданими у роботах [11, 12] може бути розв'язана при використанні нестационарного диференціального рівняння теплопровідності, що записується у вигляді:

$$C_p(t)\rho \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda(t) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right), \quad (1)$$

$\lambda(t)$  – залежний від температури коефіцієнт теплопровідності скла, Вт/(м·°С);

$C_p(t)$  – залежна від температури питома теплоємність скла, Дж/(кг·°С),

$\rho$  – густина скла, кг/м<sup>3</sup>;

$\theta$  – температура скла у точці, °С

$t$  – поточний час, с.

Для числового розв'язку рівняння (1) має бути сформульована крайова задача, яка геометрично може бути представлена у вигляді нескінченної пластини певної товщини. За таких умов може бути використаний достатньо поширений підхід, який заснований на встановленні на краях області розрахунку граничних умов III роду [11].

На рис. 1 наведена розрахункова схема розрахункової області для одного шару скління.

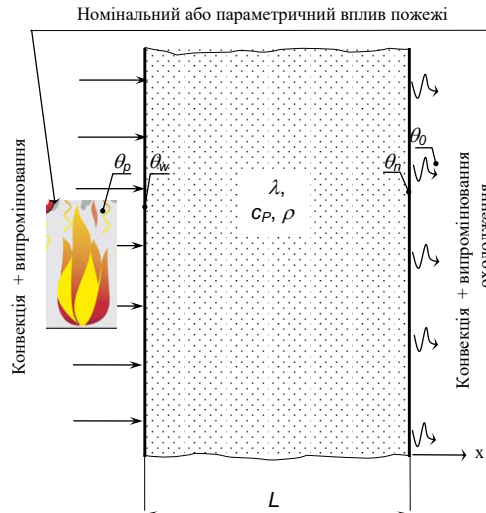


Рисунок 1 - Розрахункова схема до теплотехнічного розрахунку одного шару скління огорожувальної конструкції

Згідно із розрахунковою схемою (див. рис. 1) встановлюють граничні умови, що записують через вирази:

$$-\lambda(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha(\theta_p - \theta_w); \quad (2)$$

$$-\lambda(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=L} = \alpha_0(\theta_n - \theta_0), \quad (3)$$

$\alpha(t)$  – коефіцієнт тепловіддачі для поверхні скла та повітря з боку обігрівної сторони, Вт/(м<sup>2</sup>°C);

$\alpha_0 = 9$  Вт/(м<sup>2</sup>°C) – коефіцієнт тепловіддачі між поверхнею скла та повітрям з боку необігрівної сторони, Вт/(м<sup>2</sup>°C);

$\theta_p$  – температура повітря у приміщенні із пожежею, °C;

$\theta_w$  – температура на обігрівній стороні скла, °C;

$\theta_n$  – температура на необігрівній стороні скла, °C;

$\theta_0 = 20$ °C – початкова температура.

Температура у приміщенні, де відбувається пожежа, обчислюється за стандартною температурною кривою, що обчислюється за формулою [1, 2]:

$$\theta_p(t) = 345 \cdot \lg(8t + 1) + \theta_0, \quad (4)$$

Коефіцієнт теплообміну на обігрівній стороні має два складники, що окремо встановлюють конвективний та променистий теплообмін. Тож коефіцієнт теплообміну на обігрівній стороні визначається як сума:

$$\alpha = \alpha_k + \alpha_r, \quad (5)$$

Складові коефіцієнтів тепловіддачі при врахуванні променистого теплообміну визначається за виразами:

$$\alpha_r = \varepsilon \cdot \sigma \left( \frac{(\theta_p + 273)^4}{\theta_p - \theta_w} - \frac{(\theta_w + 273)^4}{\theta_p - \theta_w} \right), \quad (6)$$

де  $\varepsilon = 0.8$  – ступінь чорноти поверхні скла;

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>°С<sup>4</sup>) – константа Стефана-Больцмана.

Базові диференціальні рівняння, які застосовуються для математичного моделювання напружено-деформованого стану твердого тіла як динамічної системи мають вигляд виразів, що відтворюють фундаментальні консервативні закони динаміки, як це показано у роботах [14, 15]. Принцип віртуальних переміщень  $\delta x_i$  для математичного моделювання руху твердих деформованих тіл із виникаючими в них напруженнями при дії зовнішніх та внутрішніх сил дозволяє записати рівняння, яке відтворює закон збереження енергії:

$$\int_{\Omega} [\rho \ddot{x}_i + \sigma_{ij,j} - \rho f_i] \delta x_i d\Omega + \int_{\Gamma_f} [\sigma_{ij} n_j - t_i] \delta x_i d\Gamma + \int_{\Gamma_c} (\sigma_{ij}^+ - \sigma_{ij}^-) n_j \delta x_i d\Gamma = 0, \quad (7)$$

де  $\sigma_{ij}$  – тензор Коші, за яким обчислюються напруження у певній точці деформованого твердого тіла;

$\rho$  – густина матеріалу деформованого твердого тіла в даній його точці;

$\rho f_i$  – зовнішні сили, які діють у даних точках деформованого твердого тіла, яке розглядається;

$\ddot{x}_i$  – прискорення заданої точки твердого деформованого тіла у визначений момент часу.

При умові, що загальна сума можливих робіт має дорівнювати нулю, виконуючи відповідні перетворення рівняння (7) його можна записати у вигляді:

$$\sum_{e=1}^{en} \left[ \int_{\Omega_e} \rho \mathbf{N}^T \mathbf{N} \mathbf{a}_e d\Omega + \int_{\Omega_e} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega_e} \rho \mathbf{N}^T \mathbf{b} d\Omega - \int_{\Gamma_e} \mathbf{N}^T \mathbf{t} d\Gamma \right] = 0, \quad (8)$$

де  $\mathbf{N}$  – матриця інтерполяції величин у скінченних елементах за допомогою параметричних функцій форми;

$\boldsymbol{\sigma}$  – вектор напружень;

$\mathbf{B}$  – матриця жорсткості;

$\mathbf{a}_e$  – вектор прискорень вузлів скінченних елементів;

$\mathbf{b}$  – вектор навантажень;

$\mathbf{t}$  – вектор тягових сил.

Для здійснення розрахунків конструктивної системи, яка являє собою скляна панель в умовах теплового впливу стандартного температурного режиму пожежі, у якості скінченних елементів використовуються планарні елементи типу оболонки Беличка–Цая [15]. Даний тип планарних скінченних елементів заснований на математичному описанні поточного стану шляхом суми обертального і поступального переміщень вузлів в умовах деформування.

Швидкість деформації скінченних елементів обчислюються при застосуванні тензора напружень Коші. Це дозволяє запобігти збільшенню обсягу розрахунків під час розкриття фізичної нелінійності рівнянь деформування.

При моделюванні дефрагментації скла в умовах застосовується модель ушкодження Джонсона-Холмквіста [15]. Припускається, що еквівалентне напруження в даних умовах обчислюється за виразом:

$$\sigma^* = a(p^* + t^*)^n (1 + c \ln \dot{\varepsilon}^*) - D \left[ a(p^* + t^*)^n (1 + c \ln \dot{\varepsilon}^*) - b(p^*)^m (1 + c \ln \dot{\varepsilon}^*) \right] \quad (9)$$

$$p^* = \sigma_t / p_h, \quad t^* = \sigma_p / p_h, \quad D = \sum \Delta \varepsilon^p / \varepsilon_f^p, \quad \varepsilon_f^p = d_1 (p^* + t^*)^{d_2}, \quad (10)$$

де  $a$  – параметр міцності неушкодженого матеріалу, Па;  
 $c$  – параметр, залежний від швидкості деформації матеріалу;  
 $\dot{\varepsilon}^*$  – нормалізована швидкість деформування,  $s^{-1}$ ;  
 $n, m, d_1, d_2$  – безрозмірні емпіричні параметри моделі;  
 $\sigma_t$  та  $\sigma_n$  – межі міцності на розтяг і стиск відповідно, Па;  
 $\Delta \varepsilon^p$  – прирощення пластичної деформації;  
 $p_h$  – коефіцієнт пониження при руйнуванні.

Для дослідження поведінки скляної панелі в умовах теплового впливу стандартного температурного режиму пожежі розглядається одношарова скляна панель, конструктивна схема якої подана на рис. 2.

Для проведення теплового розрахунку панелі скління в умовах теплового впливу стандартного температурного режиму пожежі достатньо розглянути теплообмін у його перерізі, як це показано на розрахунковій схемі, поданій на рис. 1. Рівняння теплопровідності у квазілінійному записі із врахуванням конвекційного і радіаційного теплообміну на границях розрахункової області із середовищем пожежі за граничними умовами (ГУ) III роду записується у одновірній постановці (1) – (3). Температурний режим у середовищі приміщення із пожежею описується стандартною температурною кривою пожежі. Моделювання поведінки панелі скління відбувається при послідовному вирішенні теплотехнічної задачі та задачі міцності. Результати розв'язку теплотехнічної задачі використовуються для розв'язку структурної задачі при використанні розрахованих вузлових температур в якості навантаження.

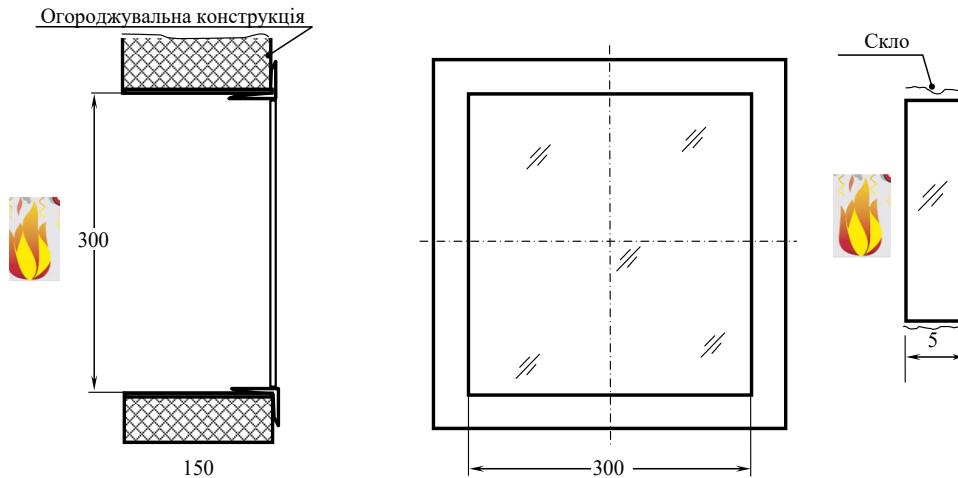


Рисунок 2 - Конструктивна схема скляної панелі

Для проведення розрахунку були використані математичні моделі, параметри яких подані у табл. 1.

Таблиця 1 - Основні методи чисельного дослідження скління у світлопрозорих елементах огорожувальних конструкцій

Компонент математичної моделі	Використані методи розрахунку
Теплова задача	
Теплопровідність	Диференціальне нестационарне рівняння теплопровідності, апроксимоване методом скінчених елементів [5, 15]



Граничні умови	Граничні умови III роду з врахуванням конвекції та променистого теплообміну [5, 15]
Фізична нелінійність	Метод Ньютона-Рафсона [15]
Структурна задача	
Напружено-деформований стан	Метод скінчених елементів у нелінійній реалізації [5, 15]
Критерій руйнування	Модель Джонсона-Холмквіста [14]
Фізична та геометрична нелінійність	Явний метод інтегрування рівнянь динаміки [15]

Для розв'язку теплової задачі з використанням методу скінчених елементів був застосований гексаедричний кінцевий елемент лагранжевого типу [15].

Скінчено-елементна схема панелі скління у відповідності до рис. 1 та рис. 2, а також та схема прикладання граничних умов (ГУ) при постановці крайової задачі представлена на рис. 3.

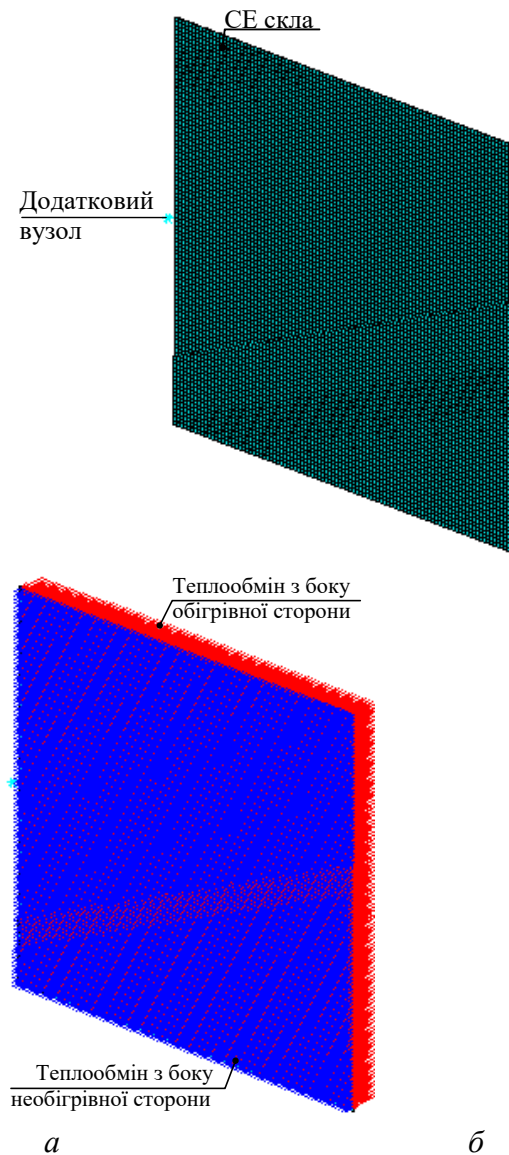


Рисунок 3 - Скінчено-елементна схема одношарової панелі скління: (а) – для теплового розрахунку; (б) – схема прикладання граничних умов

Після проведення розрахунків отримано температурні дані у внутрішніх шарах панелі скління. Ці дані використовуються в якості початкових даних для математичного моделювання поведінки досліджуваної панелі скління в умовах теплового впливу стандартного температурного режиму пожежі.

Для математичного моделювання використовується система загальних диференціальних рівнянь динаміки та напружено-деформованого стану, що розв'язується числовим способом з використанням явного методу у комбінації із методом скінчених елементів.

Використовуючи припущення, що викладені вище, були розроблені скінчено-елементна схема панелі скління та схема прикладання граничних умов, представлена на рис. 4. Можна побачити, що дана схема побудована на основі планарних скінчених елементів типу оболонки Беличко-Цая. При встановленні граничних умов було прийнято спрощену гіпотезу, що краї скляної панелі закріплені при введенні шарнірно-рухомих в'язів у кожному вузлі по краях скляної панелі.

У якості навантаження прикладаються температури у вузлових точках, причому вважається, що температура по поверхні панелі розподілена рівномірно з обох сторін. Планарні скінченні елементи типу оболонки Беличко-Цая розглядаються такими, що мають кінцеву товщину. Це дає змогу в кожному вузлі задавати два набори даних щодо температур з обох сторін панелі.

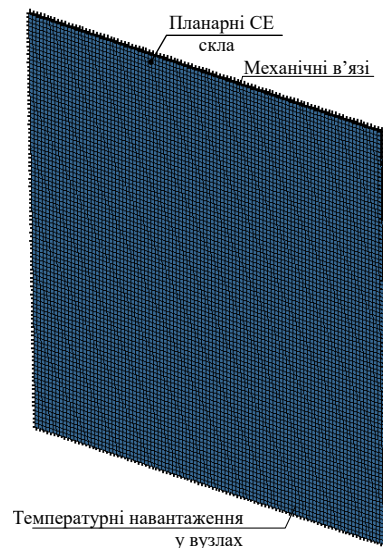


Рисунок 4 - Скінчено-елементна схема одношарової панелі скління для розв'язку структурної задачі та схема прикладання граничних умов

При узагальненому теоретичному підході розв'язання теплотехнічної задачі, коли внутрішній нагрів скла за рахунок теплового випромінювання враховують шляхом завдання теплотехнічних характеристик скла використано теплофізичні характеристики, що наведені у роботі [14],

При визначенні числових значень теплотехнічних характеристик використано формули числової регресії, що подані у табл. 2.

Таблиця 2 - Температурні залежності теплотехнічних характеристик конструкційного будівельного скла

Коефіцієнт теплопровідності, $\lambda(\theta)$ , Вт/(м·°С)	Питома теплоємність, $c_p(\theta)$ , Дж/(м <sup>3</sup> ·°С)
при $20\text{ °С} \leq \theta \leq 850\text{ °С}$ $1.116 - 5.603 \cdot 10^{-2} \frac{\theta}{100} + 2.438 \cdot 10^{-2} \left( \frac{\theta}{100} \right)^2$ при $\theta > 850\text{ °С}$ 2.401	$682.18 + 1.298 \theta - 7.371 \cdot 10^{-4} \theta^2$

При формулюванні задачі міцності скляної панелі в умовах теплового впливу стандартного температурного режиму пожежі мають бути враховані температурні залежності механічних та термомеханічних властивостей від температури [15]. Дані залежності наведені на рис. 5 та табл. 3.

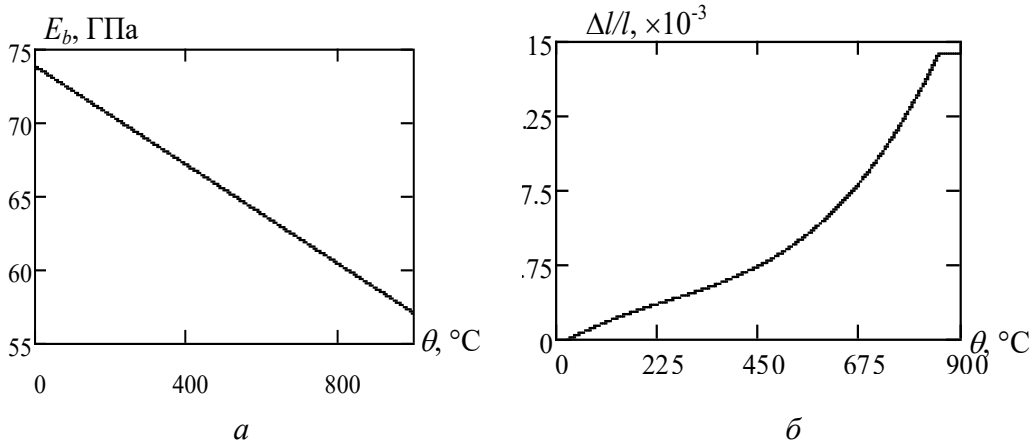


Рисунок 5 - Термомеханічні характеристики силікатного скла: *a* – модуль пружності; *б* – температурна деформація

Таблиця 3 - Температурні залежності термомеханічних характеристик конструкційного будівельного скла

Модуль пружності, ГПа	Температурна деформація
$73.864 - 0.017 \cdot 10^{-2} \theta$	$-2.996 \cdot 10^{-3} + 5.597 \cdot 10^{-6} \theta - 7.155 \cdot 10^{-9} \theta^2$

Для реалізації уточнених методів потрібно враховувати крихке руйнування скла, застосовуючи відповідну теорію міцності, яка реалізується за моделлю Джонсона-Холквіста [14].

Рекомендовані величини механічних характеристик наведені у табл. 4.

Таблиця 4 - Узагальнені механічні характеристики конструкційного будівельного скла

Міцність скла, $f_b$ , МПа	Коефіцієнт Пуасона, $\mu$	Термостійкість, $\Delta\theta_b$ , °С
40	0.23	48.219

Можливо використовувати узагальнені характеристики, що визначають найменшу міцність та найбільшу жорсткість.

Після проведення розрахунків отримано температурні дані у внутрішніх парах скляної панелі. На рис. 6 наведені температурні розподілення по перерізу скляної панелі у різні моменти часу.

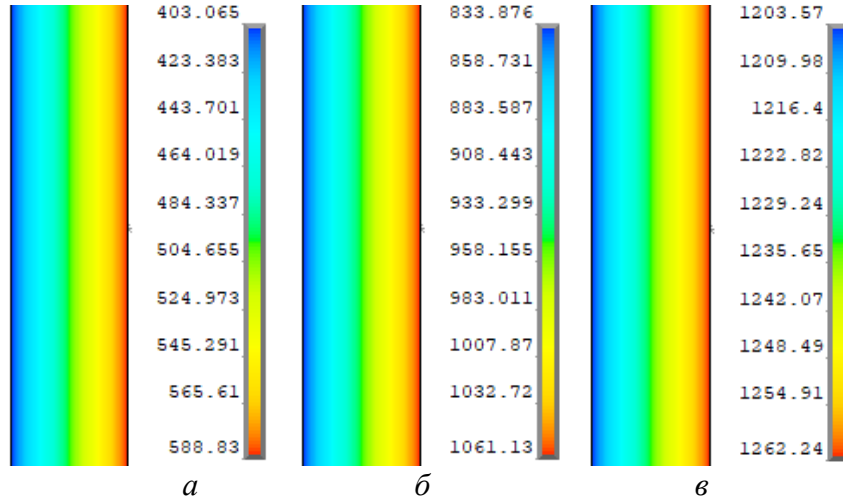


Рисунок 6 - Температурні розподілення по перерізу скляної панелі у різні моменти часу впливу стандартного температурного режиму пожежі (°C):  
 а – 5 хв; б – 10 хв; в – 20 хв

На рис. 7 наведено графіки температури нагрівання різних точок скляної панелі під тепловим впливом стандартного температурного режиму пожежі та графік залежності різниці температур обігрівної та необігрівної поверхонь залежно від часу.

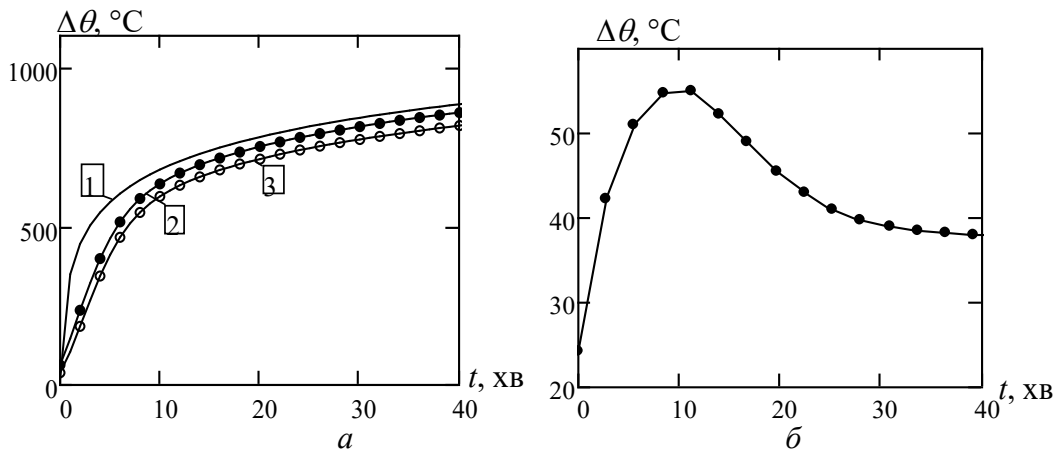


Рисунок 7 - Графіки температури нагрівання: а – графік різниці температур обігрівної та необігрівної поверхонь скляної панелі: 1 – стандартний температурний режим пожежі; 2 – температура обігрівної поверхні; 3 – температура обігрівної поверхні; б – графіки нагрівання різних точок

Температурні дані, що зображені на рис. 7 можна використати для розрахунку при рішенні задачі міцності.

Для вирішення задачі міцності були використані результати розв'язку теплотехнічної задачі. Згідно із описаними вище початковими даними та розрахунковими схемами були проведені розрахунки. На рис. 8 представлені зображення скляної панелі, що показують динаміку утворення тріщин під час нагрівання скла під впливом стандартного температурного режиму пожежі.

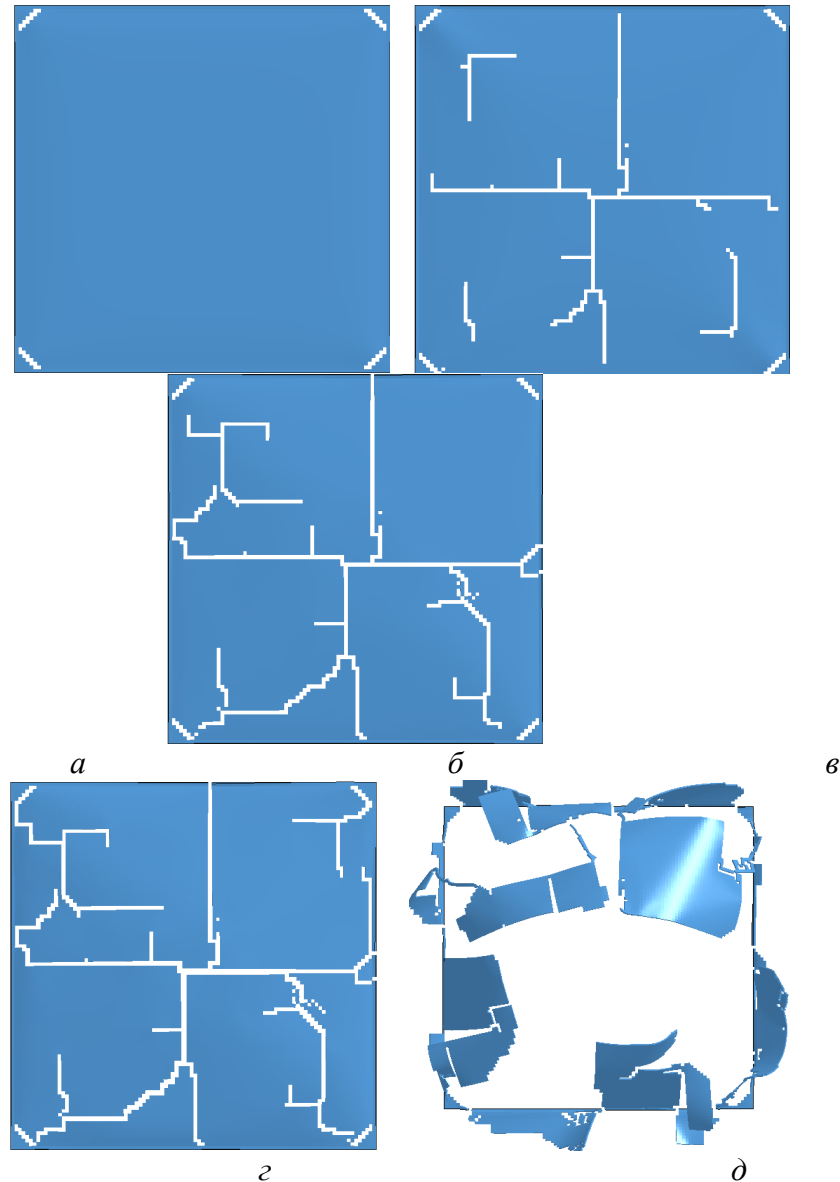


Рисунок 8 - Зображення картин утворення тріщин у різні моменти часу впливу стандартного температурного режиму пожежі: *a* – 4,51 хв; *б* – 4,64 хв; *в* – 4,71 хв; *г* – 4,92 хв; *д* – 5,11 хв

Динаміка утворення тріщин дозволяє припустити, що повне руйнування скляної панелі відбувається приблизно на 5 хв впливу стандартного температурного режиму пожежі.

Таким чином, запропонований удосконалений метод оцінювання вогнестійкості скління у світлопрозорих елементах огорожувальних конструкцій є ефективним і дозволяє визначати значення меж вогнестійкості даних елементів. Це дозволяє застосовувати його як компонент ієрархічної системи методів

розрахункового оцінювання даних елементах, що може бути використана і впроваджена у відповідні нормативні настанови, що будуть рекомендувати дану систему для проектування вогнестійких огорожувальних конструкцій із світлопрозорими елементами.

#### **Висновки.**

1. Проаналізовано методи розрахункового оцінювання вогнестійкості та обґрунтовано ефективність застосування уточнених розрахунків при проведенні розрахункового оцінювання вогнестійкості конструкцій із склінням щодо настання граничного стану за ознаками втрати теплоізолювальної здатності та втрати цілісності.

2. Обґрунтовано комплекс математичних моделей для симуляції поведінки скляної панелі будівельних огорожувальних конструкцій із світлопрозорими елементами на основі застосування явного метода інтегрування диференціальних рівнянь механіки та метода скінченних елементів.

3. На основі проведених розрахунків отримано температурні показники у контрольних точках перерізу та картини розподілення дефектів у скляній панелі. Отримані показники необхідні для реалізації метода розрахункової оцінки вогнестійкості елементів будівельних огорожувальних конструкцій із світлопрозорими елементами. Показано, що вогнестійкість втрачається за умови руйнування скляної панелі на 5 хв впливу стандартного температурного режиму пожежі.

4. Запропоновано удосконалений уточнений розрахунковий метод, що може бути застосований як компонент ієрархічної системи методів розрахункового оцінювання даних елементах. Ієрархічна система може бути використана і впроваджена у відповідні нормативні настанови, що будуть рекомендувати дану систему для проектування вогнестійких огорожувальних конструкцій із світлопрозорими елементами.

#### **ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ**

1. ДСТУ EN 1363-1:2023 Випробування на вогнестійкість. Частина 1. Загальні вимоги (EN 1363-1:2020, IDT) [Чинний від 2024-03-01].
2. Analysis and prediction methods for the static properties of reinforced concrete beams under fire / C. Liu et al. *Structures*. 2023. Vol. 47. P. 2319–2330. URL: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.12.041>
3. ДСТУ-Н EN 1991-1-2:2010: ЄВРОКОД 1. Дії на конструкції Частина 1-2. Загальні дії. Дії на конструкції під час пожежі. [https://uscc.ua/uploads/page/images/normativnye%20dokumenty/dstu/proektu\\_vannya-mk-mizhnarodna-gilka-standarty/DSTU-N-B-EN-1991-1-2.pdf](https://uscc.ua/uploads/page/images/normativnye%20dokumenty/dstu/proektu_vannya-mk-mizhnarodna-gilka-standarty/DSTU-N-B-EN-1991-1-2.pdf)
4. EN 1992-1-2:2005 Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1-2: General rules - Structural fire design, Brussels. 2004. <https://www.saiglobal.com/PDFTemp/Previews/OSH/IS/EN/2005/I.S.EN1992-1-2-2005.pdf>
5. Johnson R. P., Wang Y. C. Composite Structures of Steel and Concrete: Beams, Slabs, Columns and Frames for Buildings. Wiley & Sons, Incorporated, John, 2018. 288 p. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/9781119401353.fmatter>
6. Calculation of fire resistance of building structures in software packages / I. Dmitriev et al. *E3S Web of Conferences*. 2019. Vol. 91. P. 02007. URL: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199102007>

7. SN EN 15998:2020; SIA 331.182:2020 Glass in building – Safety in case of fire, fire resistance – Glass testing methodology for the purpose of classification. <https://www.dinmedia.de/en/standard/sn-en-15998/340340580>
8. The behavior of fire resistant glass under fire. / K. Machalicka et al. *Taylor & Francis Group* 2016. PP-191-197/ URL.: <https://doi.org/10.1201/b20891-1374>
9. A Guide to Best Practice in the Specification and Use of Fire-Resistant Glazed Systems. Glass and Glazing Federation in UK. 2009.PP. 89 <https://cpdcazenove.wordpress.com/wp-content/uploads/2010/12/fire20resistant20guide20web2020120august202008.pdf>
10. Evaluation of fire resistance of reinforced concrete beams on the basis of use of parametric temperature curves of fire modes/ S. Pozdieiev et al. *AIP Conference Proceedings*, 2023, 2684, 030034 <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85162920974&origin=resultslist>
11. Method for identifying the strength characteristics of concrete of a reinforced concrete crossbar during heating under conditions of fire / S. Pozdieiev et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2023.3 (7 (123)), 26–36. URL.: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.282205>
12. Substantiation of the Method for Studying the Behavior of Enclosing Structures with Glazing Under Conditions of Fire Thermal Influence. / V. Nizhnyk et al. *Lecture Notes in Civil Engineering*, 2024, 438, pp. 273–285 URL.: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-44955-0\\_28](https://doi.org/10.1007/978-3-031-44955-0_28)
13. .Kodur V., Banerji S. Comparative fire behavior of reinforced concrete beams made of different concrete strengths. *11th International Conference on Structures in Fire (SiF2020)*, Online. Brisbane, Australia, 2020. URL.: <https://doi.org/10.14264/bd10594>
14. Spearpoint, M., Lay, S. The performance of laminated glass subjected to constant heat fluxes related to building fires / I.Rickard et al. *Fire and Materials*, 2021.45 (2), pp. 283-295 URL.: <https://doi.org/10.1002/fam.2939>
15. Temperature effect on the thermal-physical properties of fire-protective mineral wool cladding of steel structures under the conditions of fire resistance tests / S. Pozdieiev et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2020, 4 (12-106), p. 39–45 URL.: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.210710>

## REFERENCES

1. DSTU EN 1363-1:2023 Fire resistance test. Part 1. General requirements (EN 1363-1:2020, IDT) [Valid from 2024-03-01].
2. Analysis and prediction methods for the static properties of reinforced concrete beams under fire / C. Liu et al. *Structures*. 2023. Vol. 47. P. 2319–2330. URL: <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2022.12.041>
3. EN 1991-1-2:2002 Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-2: General actions – Actions on structures exposed to fire Part 1-2: General rules - Structural fire design, Brussels. 2002. <https://uscc.ua/uploads/page/images/normativnye%20dokumenty/dstu/proektuvannya-mk-mizhnarodna-gilka-standarty/DSTU-N-B-EN-1991-1-2.pdf>
4. EN 1992-1-2:2005 Eurocode 2: Design of concrete structures Part 1-2: General rules - Structural fire design, Brussels. 2004. <https://www.saiglobal.com/PDFTemp/Previews/OSH/IS/EN/2005/I.S.EN1992-1-2-2005.pdf>

5. Johnson R. P., Wang Y. C. Composite Structures of Steel and Concrete: Beams, Slabs, Columns and Frames for Buildings. Wiley & Sons, Incorporated, John, 2018. 288 p. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/9781119401353.fmatter>
6. Calculation of fire resistance of building structures in software packages / I. Dmitriev et al. *E3S Web of Conferences*. 2019. Vol. 91. P. 02007. URL: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/20199102007>
7. SN EN 15998:2020; SIA 331.182:2020 Glass in building – Safety in case of fire, fire resistance – Glass testing methodology for the purpose of classification. <https://www.dinmedia.de/en/standard/sn-en-15998/340340580>
8. The behavior of fire resistant glass under fire. / K. Machalicka et al. *Taylor & Francis Group* 2016. PP-191-197/ URL: <https://doi.org/10.1201/b20891-1374>
9. A Guide to Best Practice in the Specification and Use of Fire-Resistant Glazed Systems. Glass and Glazing Federation in UK. 2009.PP. 89 <https://cpdcazenove.wordpress.com/wp-content/uploads/2010/12/fire20resistant20guide20web2020120august202008.pdf>
10. Evaluation of fire resistance of reinforced concrete beams on the basis of use of parametric temperature curves of fire modes/ S. Pozdieiev et al. *AIP Conference Proceedings*, 2023, 2684, 030034 <https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-85162920974&origin=resultslist>
11. Method for identifying the strength characteristics of concrete of a reinforced concrete crossbar during heating under conditions of fire / S. Pozdieiev et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2023.3 (7 (123)), 26–36. URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2023.282205>
12. Substantiation of the Method for Studying the Behavior of Enclosing Structures with Glazing Under Conditions of Fire Thermal Influence. / V. Nizhnyk et al. *Lecture Notes in Civil Engineering*, 2024, 438, pp. 273–285 URL: [https://doi.org/10.1007/978-3-031-44955-0\\_28](https://doi.org/10.1007/978-3-031-44955-0_28)
13. . Kodur V., Banerji S. Comparative fire behavior of reinforced concrete beams made of different concrete strengths. *11th International Conference on Structures in Fire (SiF2020)*, Online. Brisbane, Australia, 2020. URL: <https://doi.org/10.14264/bd10594>
14. Spearpoint, M., Lay, S. The performance of laminated glass subjected to constant heat fluxes related to building fires / I.Rickard et al. *Fire and Materials*, 2021.45 (2), pp. 283-295 URL: <https://doi.org/10.1002/fam.2939>
15. Temperature effect on the thermal-physical properties of fire-protective mineral wool cladding of steel structures under the conditions of fire resistance tests / S. Pozdieiev et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2020, 4 (12-106), p. 39–45 URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.210710>



<sup>1</sup>*Valeriia NEKORA* (ORCID ID: 0000-0003-4354-4422),

<sup>1</sup>*Serhii POZDIEIEV*, doctor of technical sciences, professor  
(ORCID ID: 0000-0002-9085-0513),

<sup>1</sup>*Olga NEKORA*, PhD in technical sciences, senior researcher  
(ORCID ID: 0000-0002-5202-3285),

<sup>1</sup>*Svitlana FEDCHENKO*, PhD (ORCID ID: 0000-0003-3294-2214),

<sup>2</sup>*Vadym Nizhnyk*, doctor of technical sciences, professor  
(ORCID ID: 0000-0003-3370-9027),

<sup>3</sup>*Taras SHNAL*, doctor of technical sciences, professor  
(ORCID ID: 0000-0002-4226-9513),

<sup>1</sup>*Cherkasy Institute of Fire Safety named after Chornobyl Heroes of the National  
University of Civil Protection of Ukraine, Cherkasy, Ukraine*

<sup>2</sup>*Institute of Public Administration and Research in Civil Protection Kyiv, Ukraine*

<sup>3</sup>*Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine*

## MATHEMATICAL MODELING OF THE BEHAVIOR OF THE PAN OF GLAZING IN CONDITIONS UNDER FIRE CONDITIONS

*The article provides data on mathematical modeling of the behavior of a glass panel under the conditions of its one-sided heating according to the standard fire temperature regime. In the mathematical model of the glass panel under conditions of thermal influence, the process of heat transfer was reproduced based on the use of the non-stationary heat conduction equation. The stress-strain state of the glass panel was considered using the finite element method. The thermal effect was also combined with the mechanical stress due to the excess pressure that can occur in the room where the fire originates and develops. To study the propagation of cracks in glass, the strength criterion according to the Johnson-Holmquist model was applied. As a result of mathematical modeling, results that show the high efficiency and informativeness of the proposed approach were obtained. At the same time, data on the dynamics of the formation and propagation of cracks in the glass panel under conditions of heating according to the standard fire temperature regime were obtained. It is shown that the glass panel is destroyed due to the formation of a system of branched cracks, which is confirmed by empirical experience. As a result of conducting a numerical study of the behavior of the glass panel under heating conditions under the influence of the standard temperature regime of the fire, the onset of the limit state of loss of fire resistance based on integrity was obtained. It is shown that the fire resistance is lost if the glass panel is destroyed for 5 minutes under the influence of the standard fire temperature regime.*

**Key words:** modeling, enclosing building structures, glazing, fire resistance limit, calculation method, heat resistance.