

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗМЕЩЕНИЯ ПОЖАРНЫХ ИЗВЕЩАТЕЛЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППАРАТА ω - ФУНКЦИЙ

При решении задачи проектирования системы пожарной сигнализации актуальным становится минимизация количества датчиков, используемых для защиты помещения. Это снижает не только затраты на закупку оборудования, но влечет за собой вторичные факторы, позволяющие минимизировать общую стоимость реализации проекта: уменьшение необходимой емкости приемно-контрольного прибора, упрощение монтажа и снижение затрат на него.

Применительно к точечным пожарным извещателям площадь, контролируемая приборами, принимается равной кругу с заданным радиусом r . Согласно [1] ключевыми значениями, используемыми в качестве исходных данных при размещении извещателей, являются максимальные расстояния между соседними пожарными извещателями и от крайнего извещателя до стены помещения. Область, защищаемая одним прибором, примем равной некоторому кругу T_i радиуса R . Соответственно оптимальное, с точки зрения количества приборов, решение будет выглядеть как область:

$$T = \bigcup_{i=1}^n T_i, \quad (1)$$

при

$$n \rightarrow \min, \quad (2)$$

где n – необходимое для полного покрытия количество извещателей.

Так как площадь, контролируемая извещателями – круг, то при формировании полного покрытия области, описывающей защищаемое помещение, объединением кругов, не удастся избежать зон взаимного перекрытия соседних кругов, как это было бы с прямоугольниками или квадратами. А в некоторых случаях это перекрытие может быть многократным (2-х, 3-х и более кругов). Определение размеров выпадающих из эффективного использования зон можно выполнить путем определения их суммарной площади. Можно для этих целей использовать математический аппарат ω -функций [2].

Однако зоны пересечения кругов имеют достаточно сложную конфигурацию. Границы таких зон описываются набором дуг. Поэтому вычисление ω -функций для таких случаев достаточно сложное.

Поэтому как альтернативу ω -функциям при формализации задачи размещения пожарных извещателей целесообразнее использовать аппарат Φ -функций [2]:

$$\begin{aligned} \Phi(Z_i, Z_j) &> 0, \text{ если } cT_i \cap cT_j = \emptyset, \\ \Phi(Z_i, Z_j) &= 0, \text{ если } \text{int}T_i \cap \text{int}T_j = \emptyset \text{ и } \text{fr}T_i \cap \text{fr}T_j \neq \emptyset, \\ \Phi(Z_i, Z_j) &< 0, \text{ если } \text{int}T_i \cap \text{int}T_j \neq \emptyset. \end{aligned} \quad (3)$$

Как видно из (3), Ф-функция двух объектов – это расстояние между их границами. А вычисление расстояний менее трудоемкая процедура, чем площади.

Возьмем ϕ -функцию Φ^{CA} круга C радиуса r с центром в точке t и произвольного объекта A . Тогда функцию принадлежности ϕ^{IA} точки t объекту A можно определить как функцию Φ^{CA^*} , $A^* = R^2 \setminus \text{int } A$ при условии $r=0$. Следует отметить, что построенная функция не является ϕ -функцией, так как для нее нарушается требование совпадения гомотопических типов внутренности и замыкания одного из объектов.

Таким образом, функцией принадлежности ϕ^{IA} точки множеству A называется функция, для которой выполняется: $\phi^{IA} < 0$, если $t \notin A$; $\phi^{IA} = 0$, если $t \in \text{fr } A$; $\phi^{IA} > 0$, если $t \in \text{int } A$.

Например, для круга C радиуса r с центром в точке (x_c, y_c) функция принадлежности может быть представлена в виде

$$\phi^{IC} = r^2 - (x_c - x_t)^2 - (y_c - y_t)^2. \quad (4)$$

Математическую модель поставленной задачи при отсутствии дополнительных ограничений можно представить в виде:

$$\max_{t \in T_0} \min_{i \in I_n} \rho(t_i, t) \leq R \quad (5)$$

где $\rho(t_i, t)$ – расстояние между точками t_i и t ;

$t = (t_x, t_y) \in T_0$;

$t_i = (x_i, y_i)$ – центр i -го круга;

$I_m = \{1, 2, \dots, m\}$.

Такая модель описывает упрощенную задачу, не содержащую дополнительных ограничений на размещение пожарных извещателей кроме максимального расстояния между извещателями и от крайнего извещателя до стены.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Системы протипожежного захисту: ДБН В.2.5–56–2014 – [Чинний від 2015-07-01]. – К. : ДП «Укراهбудінформ».– 2014.– 127 с. – (Національний стандарт України).
2. Стоян Ю.Г., Яковлев С.В. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования.– Киев: Наук. думка, 1986.–268 с.