

*А.Е. Басманов, д.т.н., профессор, гл. науч. сотр., НУГЗУ,  
И.А. Горпинич, нач. УПСЧ, НУГЗУ*

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЛИВА ГОРЮЧЕЙ ЖИДКОСТИ В ПОЛОСЕ, ОГРАНИЧЕННОЙ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫМИ НАСЫПЯМИ**

Построена математическая модель, описывающая динамику гравитационного растекания горючей жидкости в полосе, ограниченной железнодорожными насыпями, учитывающая влияние сил трения и силы поверхностного натяжения.

**Ключевые слова:** горючая жидкость, растекание, длина полосы разлива.

**Постановка проблемы.** Разливы горючих жидкостей на железнодорожном транспорте представляют особую опасность в связи с угрозой их воспламенения и дальнейшего распространения пожара на подвижной состав или технологические сооружения. Поэтому проектирование пожарной защиты сливно-наливных эстакад, разработка плана локализации и тушения пожара требуют оценок площади и формы разлива.

**Анализ последних исследований и публикаций.** В работе [1] построены математические модели теплового воздействия горящих разлитых жидкостей на подвижной состав. На динамику растекания, форму и площадь разлива оказывают влияние наклон местности и препятствия. К типовым ситуациям можно отнести:

- растекание на горизонтальной поверхности без ограничений;
- растекание в полуплоскости – имеет место при наличии препятствия в виде нижнего строения пути (железнодорожной насыпи);
- растекание в полосе – имеет место в случае, когда железнодорожное полотно проходит в ложбине, или вылив горючей жидкости произошел между железнодорожными насыпями.

Гравитационное растекание жидкостей для случая, когда препятствия отсутствуют, рассмотрено в [3, 4], но растекание жидкостей при наличии ограничений остается неисследованным.

**Постановка задачи и ее решение.** Целью работы является построение математической модели динамики гравитационного растекания горючей жидкости в полосе, ограниченной железнодорожными насыпями.

Поскольку железнодорожные насыпи расположены достаточно близко друг к другу, то будем пренебрегать временем, в течение кото-

рого жидкость растекается свободно, и будем сразу рассматривать ситуацию, когда жидкость уже достигла насыпей и растекается в прямоугольной полосе (рис. 1). По аналогии со свободным растеканием на жидкости на горизонтальной поверхности [], воспользуемся принципом гравитационного растекания.

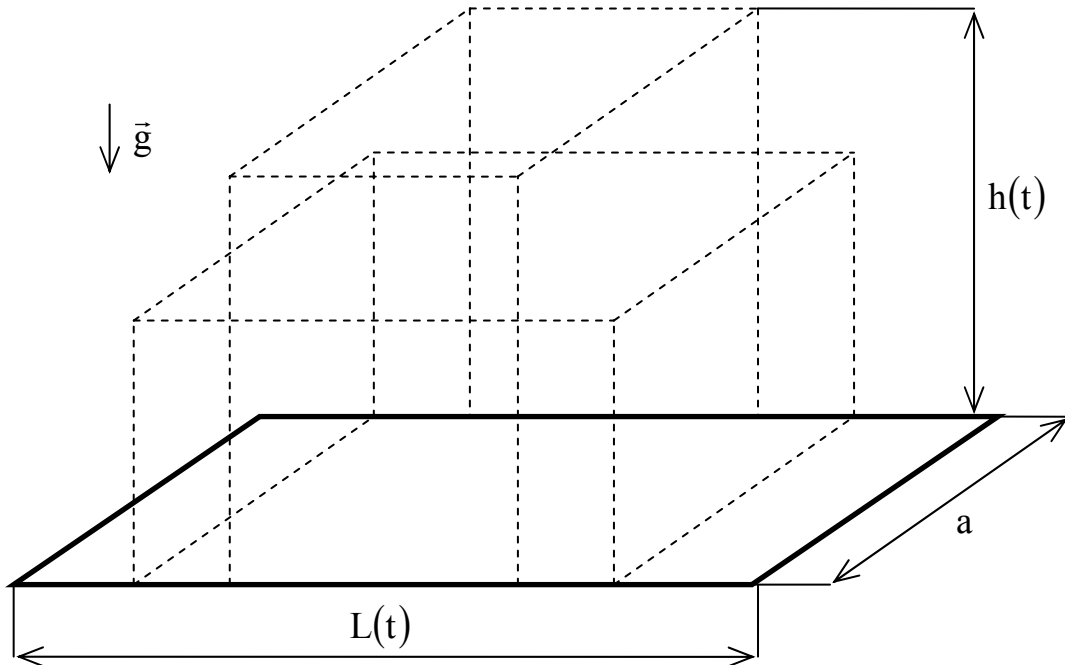


Рис. 1. Гравитационное растекание жидкости в форме параллелепипеда с постоянной шириной  $a$

В начальный момент времени  $t = 0$  жидкость представляет собой параллелепипед высотой  $h_0$  и длиной  $L_0$ . Под действием силы тяжести жидкость растекается, сохраняя в любой момент времени  $t$  форму параллелепипеда с длиной  $L(t) \geq L_0$  и высотой  $h(t) \leq h_0$  (рис. 1). При этом ширина параллелепипеда остается постоянной ( $a = \text{const}$ ) и определяется расстоянием между насыпями.

Растекание слоя жидкости происходит вследствие того, что на свободные боковые грани параллелепипеда (не упирающиеся в насыпи) действует сила давления

$$F_d = \int_0^h 2a p(z) dz,$$

где  $p(z)$  – давление на глубине  $z$ :  $p(z) = \rho g z$ ;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $\rho$  – плотность жидкости. Тогда

$$F_d = a p g h^2. \quad (1)$$

Растеканию жидкости препятствует сила поверхностного натяжения

$$F_{\text{нат}} = 2(L + a)\sigma, \quad (2)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости. Растекание слоя жидкости на гладкой горизонтальной поверхности прекращается, когда силы (1) и (2) уравновешивают друг друга:

$$\rho g h^2 = 2(L + a)\sigma.$$

Высота слоя разлившейся жидкости связана с длиной разлива  $L$  соотношением:  $h = V/(aL)$ . Это означает, что растекание прекратится, когда длина разлива будет удовлетворять уравнению

$$\begin{aligned} \frac{\rho g V^2}{aL^2} &= 2(L + a)\sigma; \\ L^3 + aL^2 - \frac{\rho g V^2}{2a\sigma} &= 0. \end{aligned}$$

Разделим левую и правую часть уравнения на  $a^3$  и перейдем к безразмерной длине разлива  $\ell = L/a$ :

$$\ell^3 + \ell^2 - \frac{\rho g V^2}{2a^4\sigma} = 0. \quad (3)$$

Только один из трех корней уравнения (3) имеет физический смысл:

$$\ell = \frac{1}{6} \left( 108c + 12\sqrt{81c^2 - 12c - 8} \right)^{1/3} + \frac{2}{3} \left( 108c + 12\sqrt{81c^2 - 12c - 8} \right)^{-1/3} - \frac{1}{3},$$

где  $c = \frac{\rho g V^2}{2a^4\sigma}$ . При этом толщина слоя жидкости будет составлять

$$h_{\text{min}} = \frac{V}{a^2\ell}. \quad (4)$$

В отличие от свободного разлива, толщина слоя при разливе в полосе зависит не только плотности жидкости и ее поверхностного натяжения, но и от ее объема, а также ширины полосы.

Рассмотрим теперь растекание жидкости при ее истечении из емкости, предполагая, что объемный расход жидкости, вытекающей из емкости, определяется зависимостью

$$v = v(t). \quad (5)$$

Тогда масса и объем разлившейся жидкости равны, соответственно,

$$V(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau, \quad m(t) = \rho \int_0^t v(\tau) d\tau. \quad (6)$$

Подставляя в (1) выражение для высоты параллелепипеда, получим

$$F_d = \rho g h^2 = \rho g \left( \frac{V}{aL} \right)^2 = \rho g \frac{V^2}{a^2 L^2} = \frac{\rho g V^2(t)}{aL^2}. \quad (7)$$

Учтем силу вязкого трения  $F_{тр}$ , возникающую при движении жидкости [5]:

$$F_{тр} = 0,455 (\lg Re)^{-2,58} \frac{\rho w^2}{2} S, \quad (8)$$

где  $w$  – скорость движения жидкости в горизонтальном направлении;  $S$  – площадь соприкосновения:  $S = aL$ ;  $Re$  – число Рейнольдса  $Re = wL_1/v$ ;  $L_1$  – характерный размер;  $v$  – кинематическая вязкость жидкости ( $m^2/c$ ). Полагая характерный размер равным половине длины разлива, получим

$$F_{тр}(R) = 0,455 \left( \lg \frac{L'L}{2v} \right)^{-2,58} \frac{\rho(L')^2}{2} aL, \quad (9)$$

где  $L' = w$  – скорость растекания жидкости. С учетом того, что сила трения направлена противоположно направлению движения, формула (9) примет вид

$$F_{\text{тр}}(R) = -0,455 \left( \lg \frac{|L'|L|}{2\nu} \right)^{-2,58} \frac{\rho |L'|L'|}{2} aL. \quad (10)$$

Кроме того, движение жидкости будет замедляться за счет диссипации кинетической энергии турбулентного движения. В [3] приведена ее оценка, построенная на основании [2]:

$$F_{\text{турб}} = -\frac{c_d c_1^3}{L_{\text{max}} \sqrt{2}} \rho V(t) w |w|,$$

где  $c_d = 0,09$ ,  $c_1 = 0,25$  – эмпирические константы;  $w = L'$ ;  $L_{\text{max}}$  – масштаб турбулентности (максимальный размер вихря), принимаемый равным толщине слоя жидкости:

$$L_{\text{max}} \approx h(t) = \frac{V(t)}{aL}.$$

Тогда

$$F_{\text{турб}} = -\frac{c_d c_1^3}{\sqrt{2}} aL \rho w |w|. \quad (11)$$

В соответствии со вторым законом Ньютона под воздействием сил давления, трения и поверхностного натяжения цилиндрический слой жидкости будет двигаться с ускорением  $w' = L''$  в горизонтальном направлении:

$$F_d + F_{\text{тр}} + F_{\text{турб}} - F_{\text{нат}} = mw'. \quad (12)$$

Объединяя (2), (7), (10)-(12), получим

$$\rho V(t) L'' = \frac{\rho g V^2(t)}{aL^2} - 0,455 \left( \lg \frac{|L'|L|}{2\nu} \right)^{-2,58} \frac{\rho |L'|L'|}{2} aL - \frac{c_d c_1^3 aL \rho |L'|L'|}{\sqrt{2}} - 2(L+a)\sigma.$$

Разделив левую и правую часть на  $\rho V(t)$ , получим

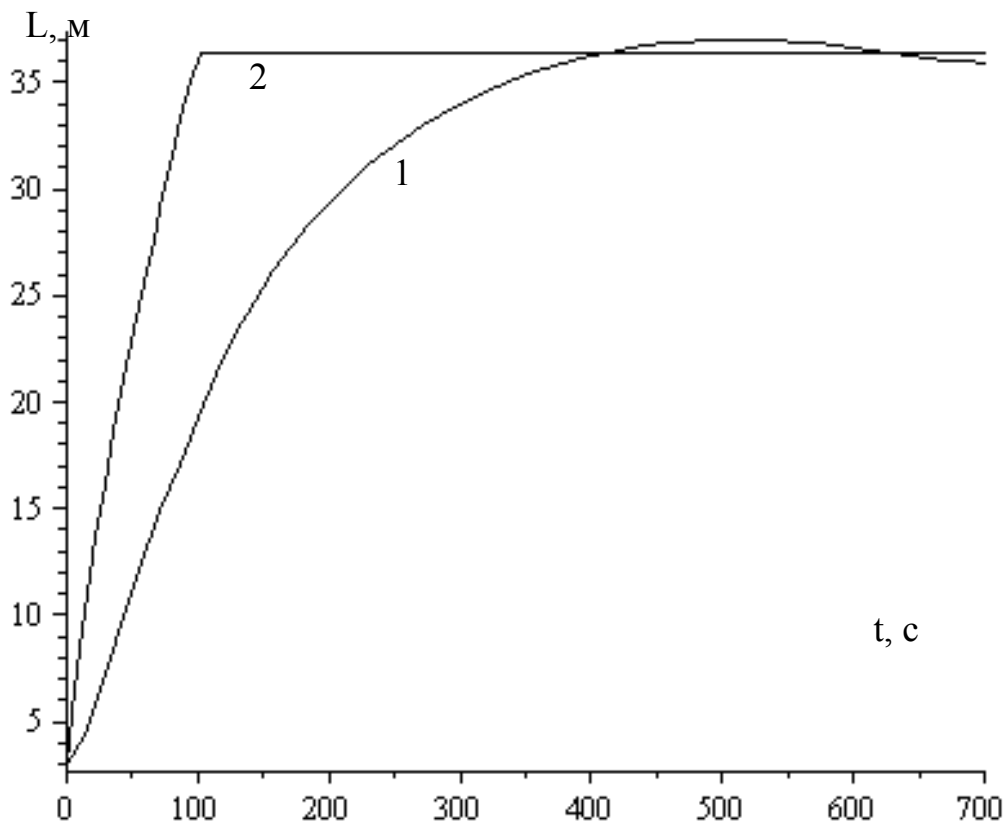
$$L'' = \frac{gV(t)}{aL^2} - 0,455 \left( \lg \frac{|L'|L|}{2\nu} \right)^{-2,58} \frac{|L'|L'|}{2V(t)} aL - \frac{c_d c_1^3 aL |L'|L'|}{\sqrt{2}V(t)} - \frac{2(L+a)\sigma}{\rho V(t)}. \quad (13)$$

Уравнение (13) представляет собой нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка относительно длины разлива и описывает динамику изменения длины разлива во времени. В качестве начальных условий могут быть приняты  $L(0) = L_0 = a$ ,  $L'(0) = 0$ .

В случае, когда вытекание жидкости происходит с постоянным объемным расходом  $v$  в течение интервала времени  $(0, t_0)$ , то

$$V(t) = \begin{cases} 2a^2 \sqrt{\sigma/\rho g} + vt, & t < t_0, \\ 2a^2 \sqrt{\sigma/\rho g} + vt_0, & t \geq t_0. \end{cases}$$

В качестве примера на рис. 2 приведено изменение длины полосы разлива мазута во времени при ее истечении с объемным расходом  $v = 10$  л/с в течение времени  $t_0 = 100$  с.



**Рис. 2.** Изменение длины полосы разлива мазута с течением времени: 1 – длина полосы; 2 – предельное значение длины полосы для данного объема жидкости

Предельное значение длины полосы разлива (линия 2 на рис. 2), соответствующее текущему объему разлившейся жидкости, и определено по формуле (3). Физические характеристики мазута приняты  $\rho = 900$  кг/м<sup>3</sup>,  $\sigma = 0,03$  Н/м,  $v = 4 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с.

Как и в случае со свободным растеканием жидкости на горизонтальной поверхности [3], наличие сил трения замедляет растекание жидкости: время достижения разливом максимальной длины составляет около 400 с, хотя вытекание жидкости длится лишь 100 с.

**Выводы.** Построена математическая модель, описывающая динамику гравитационного растекания горючей жидкости в полосе, ограниченной железнодорожными насыпями, учитывающая влияние сил трения и сил поверхностного натяжения. Показано, что зависимость длины полосы разлива от времени описывается нелинейным дифференциальным уравнением второго порядка.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамов Ю.О. Математична модель пожежі нафтопродукту на залізничному транспорті / Ю.О. Абрамов, М.Р. Байтала // Пожежна безпека: теорія і практика: Збірник наукових праць. – Черкаси: АПБ ім. Героїв Чорнобиля, 2009. – №4. – С. 10-13.

2. Белов И.А. Моделирование турбулентных течений / И.А. Белов, С.А. Исаев. – СПб: Балт. гос. техн. ун-т, 2001. – 108 с.

3. Горпинич И.А. Моделирование динамики разлива горючей жидкости на горизонтальной поверхности / И.А. Горпинич // Пожарная безопасность. – Харьков: НУГЗУ, 2012. – Вып. 32. – С. 50-56.

4. Козлитин А.М. Количественный анализ риска возможных разливов нефти и нефтепродуктов / А.М. Козлитин, А.И. Попов, П.А. Козлитин // Управление промышленной и экологической безопасностью производственных объектов на основе риска. – Саратов: СГТУ, 2005. – С. 135-160.

5. Луканин В.Н. Теплотехника / В.Н. Луканин, М.Г. Шатров, Г.М. Камфер и др. – М.: Высш. шк., – 2002. – 671 с.

О.Є. Басманов, І.А. Горпинич

**Моделювання розливу горючої рідини у смузі, обмеженій залізничними насипами**

Побудовано математичну модель, що описує динаміку гравітаційного розтікання горючої рідини у смузі, обмеженій залізничними насипами, і яка враховує вплив сили тертя і сили поверхневого натягу.

**Ключові слова:** горюча рідина, розтікання, довжина смуги розливу.

A.E. Basmanov, I.A. Gorpnich

**Modeling the flammable liquids spill on the surface bounded by the railway embankment**

Mathematical model of flammable liquids spill dynamics on horizontal surface bounded by railway embankment is constructed. It considers gravitational force, friction force, surface tension.

**Keywords:** flammable liquids, spill, length of spill band.