

Національний університет цивільного захисту України
Державна служба України з надзвичайних ситуацій

Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Шевченко Сергій Миколайович

УДК 514.18

ДИСЕРТАЦІЯ
ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
РЕЗОНАНСУ ХИТНОЇ ПРУЖИНИ

05.01.01 – прикладна геометрія, інженерна графіка
Технічні науки

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук
Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

С. М. Шевченко

Науковий керівник Семків Олег Михайлович, доктор технічних наук,
професор

Харків – 2020
АНОТАЦІЯ

Шевченко С.М. Геометричне моделювання резонансу хитної пружини. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук (доктора філософії) за спеціальністю 05.01.01 «Прикладна геометрія, інженерна графіка» (131 «Прикладна механіка»). – Мелітопольський державний педагогічний університет імені Богдана Хмельницького, м. Мелітополь, Україна, 2020.

У дисертаційній роботі вирішено важливу науково-практичну задачу в галузі геометричного моделювання – розроблено метод геометричного моделювання резонансу хитної пружини на основі побудови траєкторії руху її вантажу з врахуванням як основних її параметрів, так і початкових умов виникнення коливань.

У процесі виконання роботи **вперше** отримано такі наукові результати:

- розроблено спосіб обчислення значень параметрів та початкових умов, за яких траєкторія руху вантажу хитної пружини (у тому числі і з рухомою точкою підвісу) матиме вигляд періодичної;

- складено таблицю геометричних форм періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини, які відповідають обраним значенням жорсткості та маси;

- побудовано фазові траєкторії функцій узагальнених координат хитної пружини і її різновидів та надано оцінки діапазону змін їх величин та швидкостей руху вантажу;

- визначено множину траєкторій руху вантажу хитної пружини, яка відповідатиме заданим відношенням вертикальних і горизонтальних частот коливань вантажу (для прикладу – 2:1, 7:3, 9:4 і 11:2);

Удосконалено:

- спосіб визначення чисел, які характеризують одержані геометричні форми періодичних траєкторій руху, і які відповідають даному відношенню горизонтальних і вертикальних періодів коливань вантажу.

Отримав подальшого розвитку:

- розв’язок класу задач, пов’язаних з процесом руху хитної пружини з врахуванням перетікання горизонтальних коливань у вертикальні і навпаки, що характерно для резонансного стану хитної пружини.

Об’єктом дослідження є процес побудови траєкторії вантажу хитної пружини (у тому числі і з рухомою точкою підвісу) з метою виявлення та аналізу її резонансу.

Предметом дослідження є геометричне моделювання періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини, залежно від заданих значень його маси, жорсткості та довжини пружини у ненавантаженому стані, а також від обраних початкових умов ініціювання коливань.

У вступі наведено загальну характеристику роботи, обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету і задачі дослідження, визначено наукову новизну та практичну цінність отриманих результатів.

У першому розділі дисертаційної роботи проведено аналіз літературних джерел за темою дисертаційного дослідження з метою виявлення існуючих моделей та способів побудови періодичних траєкторій вантажу хитних пружин. Перевагу було надано способу проекційного фокусування, який запропонував О.М. Семків.

Спосіб проекційного фокусування дозволяє визначити набір значень, коли вантаж рухався б по періодичній траєкторії. А саме, в якості узагальнених координат обрано масу вантажу, жорсткість пружини, а також кут відхилення її осі і величину подовження пружини.

В результаті проведеного аналізу літературних джерел не було виявлено розв’язані питання за темою дисертації та не знайдено досліджень стосовно розрахунку періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини з рухомою точкою підвісу, а також стосовно табличного представлення геометричних форм періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини залежно від її параметрів.

У другому розділі роботи розглянуто випадки руху вантажу хитної пружини, коли задана функція опису коливання точки підвісу вздовж осей Ox або Oy . Вважається, що точка підвісу хитної пружини рухається вздовж осі Ox за законом $x=f(t)$. Одержані координати рухомого точкового вантажу. Визначено Лагранжіан як різницю кінетичної і потенціальної енергій. Складено систему рівнянь Лагранжа другого роду відносно функцій-узагальнених координат. Для прикладу було визначено значення маси, яка б періодично рухалася б по траєкторії переміщення вантажу хитної пружини заданих жорсткості і довжини у ненавантаженому стані. Чисельним методом Рунге-Кутти розв'язуємо систему рівнянь Лагранжа другого роду із заданими початковими умовами. В результаті одержимо інтегральні криві у фазових просторах для знайденого критичного значення маси. Внаслідок суттєвої не лінійності задачі фазові траєкторії не вдається сфокусувати як у прикладах з нерухомою точкою підвіски. Тому одержану траєкторію руху вважатимемо умовно періодичною. В результаті виконання наведених вище дій знайдемо наближене зображення на площині траєкторії руху вантажу. Зазначимо, що у випадках умовно періодичних траєкторій спосіб О.М. Семківа рекомендує скористатися графіком насиченості зображення лінії фазової траєкторії. Визначено значення маси, при якому досягається мінімальна кількість пікселів.

Проведені дослідження дозволили скласти таблицю геометричних форм періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини залежно від її параметрів. При цьому вдалося систематизувати коливання хитних пружин. Для цього було визначено значення жорсткості пружини, яка б забезпечила періодичну траєкторію переміщення вантажу заданих маси хитної пружини і її довжини у ненавантаженому стані. В результаті обчислень одержано миттєві положення хитної пружини і періодичні траєкторії руху вантажу заданою масою залежно від значень коефіцієнта жорсткості.

Наведено класифікацію періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини. Ідентифікувати форму періодичних траєкторій доцільно за допомогою періодів вертикальних і горизонтальних коливань вантажу. Складено таблицю, де наведено значення відношення горизонтальних періодів коливань до вертикальних залежно від геометричної форми траєкторій руху для періодичних траєкторій. Також наведено значення мас вантажів для відповідних значень коефіцієнта жорсткості.

Для того, щоб визначити допустиме значення маси для довільного значення коефіцієнта жорсткості з метою одержати певну траєкторію вантажу запропоновано інтерполяційну формулу. Цим проілюстровано можливість не лише побудувати періодичну траєкторію, але і обрати одну з них, тобто було розв'язано, у певному розумінні, обернену задачу визначення періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини.

У третьому розділі дисертаційної роботи розглянуто опис процесу «перетікання» енергії під час коливань хитної пружини в стані її резонансу типу 2:1.

Використано опис коливань хитної пружини з особливою "добавкою", яка породжує взаємодію між коливаннями. Завдяки такій взаємодії коливання по вертикалі впливатимуть на горизонтальні коливання й навпаки.

Без правих частин в одержаних рівняннях одержуємо описи незалежних коливань по вертикалі й горизонталі. А добавки в правих частинах вказують на існування сили, яка змушує додатково розгойдувати коливання. Якщо частоти вертикальних і горизонтальних коливань довільні, то ця сила мала і не виявляється ні в якому істотному ефекті. Але якщо виконується співвідношення частоти вертикальних коливань у два рази більше частоти горизонтальних коливань, то настає стан резонансу. Адже сила, яка є рушієм коливань, для обох типів коливань містить компоненту з тією же частотою, що й саме коливання. У результаті ця сила сприятиме розгойдуванню одного типу коливань і придушенню іншого типу. Саме так горизонтальні й вертикальні коливання перетікають одне у інше.

Наведено приклад, який ілюструє зазначений ефект. В результаті одержано траєкторію руху точки, графіки відхилень вантажу відносно відповідних координат. А також одержано графіки потенціальних енергій для коливань вздовж відповідних координат, а також графік добавки, яка породжує взаємодію між зазначеними коливаннями.

В роботі розглянемо спосіб керування резонансом періодичних траєкторій вантажу. *На першому етапі* для обраного типу резонансу за допомогою складеної програми визначаються значення маси, довжини в ненавантаженому стані і жорсткості, які б забезпечили цей резонанс. Критерій існування резонансу базується на зображенні двох характерних графіків функцій, які описують відстань точкового вантажу до відповідних координатних осей. *На другому етапі* обирається один з параметрів у якості змінної величини. Далі у вигляді комп'ютерної анімації будується множина траєкторій руху вантажу, залежно від обраного параметра. В результаті обираються значення параметра, які відповідають періодичним траєкторіям руху вантажу хитної пружини, зображених на відповідних кадрах анімації.

Наведено приклади знайдених варіантів розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною. Отже, особливість керування резонансом хитної пружини полягає у врахуванні початкових умов виникнення коливань. З'являється можливість вибору різновиду резонансу, керуючись графічними характеристиками траєкторії хитної пружини. Наприклад, з врахуванням довжини траєкторії або щільності пікселів, що її зображують. Особливо цікаві траєкторії руху вантажу у вигляді обмеженої дуги кривої, або ті, що заповнюють певні області площини *Оху*.

У четвертому розділі дисертаційної роботи розглядається розв'язання практичних задач аварійно-рятувальних служб.

Задача 1. Моделювання траєкторії точки на дроті електропередачі в умовах поривів вітру.

Розглядається модель коливання прольоту лінії електропередачі в умовах поривів вітру. Для цього обрано уявну площину, розташовану по нормалі до напрямку прольоту (нормальну площину). На площині оберемо

точку, що є слідом перетину дроту лінії електропередачі. В роботі наведено спосіб побудови траєкторії обраної точки за умови, що на дріт впливають пориви вітру. Особливість досліджень полягає у використанні для цього механічного аналогу – хитної пружини. Доцільність вибору такого аналогу пояснюється необхідністю вивчення динамічної системи «провід в поривах вітру», коли нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою. Дійсно, у випадку коливання точки на дроті (у нормальній площині) відбувається обмін енергіями між поперечними (горизонтальними) і поздовжніми (вертикальними) коливаннями точки. Цей феномен можна дослідити за допомогою математичного апарату хитної пружини. При цьому особливе значення має можливість дослідження стану резонансу. Для провідів резонанс настає тоді, коли у нормальній площині частота горизонтальних коливань відрізняється в два рази від частоти вертикальних коливань точки на дроті. Для побудови траєкторії руху по нормальній площині вантажу хитної пружини необхідно визначити стан її резонансу залежно від її жорсткості. Необхідно зіставити параметри фізичних характеристик дротів з параметри хитної пружини. Маса вантажу логічно пов'язати з приведеною масою дроту, через h позначити довжину проекції на нормальну площину дроту у спокої, а через H – довжину проекції дроту на нормальну площину, який вже знаходиться у навантаженому вітром стані. При цьому, (x_0, y_0) – початкові координати рухомої точки на нормальній площині, а Dx_0 і Dy_0 – заподіяні поривом вітру початкові швидкості рухомої точки вздовж відповідних осей координат. Змінною обрано жорсткість k , яку можна пов'язати з фізико-механічними характеристиками дроту.

Отже, побудована траєкторія руху по нормальній площині вантажу хитної пружини дозволяє аналізувати коливання дроту під поривами вітру, а також опосередковано визначити стан резонансу дротів на основі аналогії їх коливань з коливаннями хитної пружини.

Результати використані на підприємстві ТОВ «Харківський завод підйомно-транспортного устаткування» при моделюванні вітрового навантаження на вантажних канатних дорогах для передбачення можливих амплітуд коливання дротів або тросів, на які діють пориви вітру.

Задача 2. Моделювання процесу роздрібнення газової бульбашки на основі його аналогії з хитною пружиною.

Гасіння газорідними сумішами пожеж у вертикальних резервуарах, що містять легкозаймисті рідини, повинно супроводжуватись постійним роздрібнюванням у цих сумішах газових бульбашок. Резонансне дроблення бульбашки в рідині здійснюється за рахунок перекачування енергії між радіальною і деформаційною модами коливань. При цьому спостерігається цікавий ефект – при відносно невеликій амплітуді змінного тиску акустичної хвилі у рідині розвивається досить велика амплітуда деформаційних коливань – завдяки якій і здійснюється дроблення бульбашки.

Доцільність вибору хитної пружини як аналогу пояснюється необхідністю вивчення роздрібнення бульбашки за умови, що нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою. У

бульбашки відбувається обмін енергіями між радіальними і деформаційними коливаннями. Цей факт в даній роботі досліджується за допомогою математичного апарату хитної пружини, де аналогічно здійснюється обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями. Об'єднаймо задачу про дроблення газової бульбашки з задачею про хитну пружину. При виведенні з рівноважного стану газової бульбашки виникають коливання, які можна розділити на два класи – радіальні, пов'язані зі зміною об'єму при незмінній (сферичній) формі, і деформаційні, зумовлені зміною геометричної форми. Для побудови аналогії процесу дроблення газової бульбашки з коливанням хитної пружини необхідно встановити зв'язок між їх компонентами. А саме – радіальній моді коливань бульбашки нехай відповідає координата точкового вантажу пружини по вертикалі, а деформаційній моді – координата по горизонталі. Вібращі точки підвісу пружинного маятника відповідає змінний тиск в рідині, який генерується поза рідиною з метою дроблення бульбашки. При перекачуванні енергії радіальних коливань амплітуда резонансної деформаційної моди коливання бульбашки аномально різко зростає, що дає змогу роздрібнити бульбашка в рідині при порівняно малих енергетичних витратах на генерування змінного зовнішнього акустичного поля тисків. Тобто при відносно невеликій амплітуді тиску акустичної хвилі розвивається досить велика амплітуда деформаційних коливань, завдяки чому і відбувається дроблення газової бульбашки.

Результати використані на підприємстві «Аякс» при розробці проектної документації нового будівництва заводу по виробництву пінополіуретану для розрахунків подрібнення газових бульбашок у рідині за рахунок імпульсів тиску.

***Задача 3.** Спосіб розрахунку відбивача пожежного сповіщувача диму з наносенсорним чутливим датчиком.*

Сучасні розробки сповіщувачів диму використовують композиційні наноматеріали, що визначають основу нового типу хімічних сенсорів «електронний ніс». Принцип дії наносенсорних чутливих датчиків заснований на зміні електропровідності наноплівки композиційної під дією парів речовини. Для підвищення ефективності дії сповіщувачів диму з нанокомпозиційними матеріалами доцільно доповнити їх конструкції пристроями (відбивачами) для концентрування часток диму на чутливій поверхні наносенсорного датчика. У випадку рухомого відбивача, на який діють вібрації, його геометрична форма може змінюватися. Це позначиться на якості фокусування.

Для усунення цього недоліку пропонується така гіпотеза. У випадку рухомого відбивача стабільність форми його профілю для наносенсорного чутливого датчика можна погодити з періодами вертикальних і горизонтальних коливань хитної пружини. Наведено приклад хитної пружини, траєкторія вантажу якої окреслює профіль відбивача, стійкого до резонансу. Наведено можливу схему наносенсорного сповіщувача диму. Описано принцип його дії. Частка диму (розміром 5 – 10 мкм) розганяється в

електричному полі, створеного різницею потенціалів між кільцем і відбивачем (діаметр кільця 50 – 70 мкм). Після механічного відбиття частка попадає до системи датчиків і реєструється виконавчим пристроєм. Звідси слідує необхідність розрахувати форму відбивача так, щоб спрямований на нього паралельний потік часток диму сконцентрувався на активній поверхні датчика наперед обраної форми. Враховуючи, що відбивачем планується обирати поверхню обертання, то розглядається хід променів (траєкторій часток) у осевому перетині поверхні. Метод розрахунку відбивача полягає у використанні диференціального рівняння, розв'язком якого буде опис відбивача з неточковими фокусами. Наведено варіанти розрахунків для обраних параметрів. В результаті одержано зображення відбивальної кривої на полі ізоклін, а також промені, що нею відбиті на чутливий датчик. Також одержано зображення відбивальної поверхні та чутливого сферичного елемента.

Результати роботи впроваджено на підприємстві «Пожтехніка України» при розробці експериментального пожежного сповіщувача, призначеного для визначення ознак виникнення пожежі шляхом виявлення часток диму.

Ключові слова: геометричне моделювання, хитна пружина, резонанс хитної пружини, періодична траєкторія руху вантажу.

Список публікацій здобувача

Статті в міжнародних виданнях

та у виданнях, які включено до наукометричних баз:

1. L. Kutsenko, V. Vanin, O. Shoman, P. Yablonskyi, L. Zapolskiy, N. Hrytsyna, S. Nazarenko, V. Danylenko, E. Sivak, **S. Shevchenko**. Modeling the resonance of a swinging spring based on the synthesis of a motion trajectory of its load. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies: Applied mechanics*. 2019. Vol. No.7. P. 53-64. (Збірник включено до наукометричних баз Scopus, Index Copernicus, WorldCat).

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм побудови варіантів коливання хитної пружини з проявами резонансів.

2. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.**, Васильєв С.В. Періодичні траєкторії руху вантажу хитної пружини залежно від її параметрів. *Danish Scientific Journal*, Copenhagen, 2020. Vol.1. No.33. P. 28-34. (Збірник включено до наукометричних баз eLIBRARY.R , *The General Impact Factor*).

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм унаочнення процесу коливань хитної пружини залежно від її параметрів.

3. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.**, Васильєв С.В., Руденко С.Ю. Періодичні траєкторії руху вантажу хитних пружин. *Sciences of Europe*, 2020. Vol 1. No. 48. P.19-26. (Збірник включено до наукометричних баз eLIBRARY. RU, Index Copernicus, The General Impact Factor , International Scientific Indexing, ISSUU, Calaméo).

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм моделювання процесу періодичних коливань хитної пружини.

4. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.**, Васильєв С.В., Руденко С.Ю. Періодичні траєкторії руху вантажу комбінованих хитних пружин. *Magyar Tudományos Journal* 2020. Vol. 38. P. 58-64. (Збірник включено до наукометричних баз [HYPERLINK "http://generalimpactfactor.com/jdetails.php?jname=Sciences%20of%20Europe"](http://generalimpactfactor.com/jdetails.php?jname=Sciences%20of%20Europe) ***The General Impact Factor, DIIF***, [HYPERLINK "https://issuu.com/sciencesofeurope"](https://issuu.com/sciencesofeurope) ***ISSUU***).

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм моделювання процесу періодичних коливань комбінованих хитної пружини.

5. **Шевченко С.М.** Резонанс хитної пружини. *Polish journal of science*, 2020. Vol. 1, No. 25. P. 57-64. (Збірник включено до наукометричних баз *eLIBRARY.RU*, *Slideshare*, [HYPERLINK "https://issuu.com/sciencesofeurope"](https://issuu.com/sciencesofeurope) ***ISSUU***, [HYPERLINK "http://generalimpactfactor.com/jdetails.php?jname=Sciences%20of%20Europe"](http://generalimpactfactor.com/jdetails.php?jname=Sciences%20of%20Europe) ***Impact Factor, SIS***).

6. **Шевченко С.М.** Изображение ортотомик в пространстве как поверхность мнимых источников. *Norwegian Journal of development of the International Science*. Oslo. Norway, 2019. No. 34. P.54 -57. (Збірник включено до наукометричних баз *eLIBRARY.RU*, ***ISSUU***, *Calaméo*).

7. **Шевченко С.М.** Описание компонентов отражательной системы в зависимости от формы рефлектора. *International independent scientific journal* Kraków, Rzeczpospolita Polska, 2019. Kazimierza Wielkiego 34. No.8. P. 21-25 (Збірник включено до наукометричних баз *eLIBRARY.RU*, *Index Copernicus*, *The General Impact Factor*, ***ISSUU***, *Calaméo*).

8. Семків О.М., **Шевченко С.М.** Комп'ютерне моделювання траєкторії переміщення вантажу хитної пружини з рухомою точкою підвіски. *Znanstvena misel journal*. Slovenia, 2020. Vol.1, No.40. P. 54-66. (Збірник включено до наукометричних баз *eLIBRARY.RU*, *The General Impact Factor*, ***ISSUU***, *Calaméo*).

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і елементів програм унаочнення процесу коливань хитної пружини з рухомою точкою підвіски.

Статті у наукових фахових виданнях України:

9. **Шевченко С.М.** Моделювання плоского фокусатора із фрагментів сім'ї співфокусних парабол. *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць. Технічні науки*. Мелітополь, 2018. Вип.10. С.155-160.

10. **Шевченко С.М.** Фазові портрети відбивальних систем в областях, обмежених фрагментами еліпса. *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць. Технічні науки*. Мелітополь, 2017. Вип.9. С.173-177.

11. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.** Врахування позиційних умов при розрахунку еліптичних відбивальних систем. *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць. Технічні науки*. Мелітополь, 2017. Вип. 8. С.92-97

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм унаочнення відбивальних систем.

12. **Шевченко С.М.**, Адашевська І.Ю. Геометричне моделювання профілю відбивача пожежного сповіщувача диму. *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць. Технічні науки*. Мелітополь, 2016. Вип .7. С.167-173.

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм та унаочнення профілю відбивача пожежного сповіщувача диму.

Наукові праці в інших виданнях, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

13. **Шевченко С.М.** Визначення форми профілю відбивача пожежного сповіщувача диму. *Геометричне моделювання та інформаційні технології: науковий журнал*. Миколаїв, 2016. №2, жовтень 2017. С.111-117.

14. Куценко Л.М., Семків О.М., **Шевченко С.М.** Нехаотичні періодичні траєкторії руху точкового вантажу хитної пружини. Abstracts of VI International Scientific and Practical Conference, Osaka, Japan, 26-28 February 2020. P. 546-551.

15. **Шевченко С.М.** Пружинний маятник як механічна модель дослідження декількох нелінійно зв'язаних систем. Abstracts of V International Scientific and Practical Conference, Lviv, Ukraine 2-3 March 2020. P. 259- 264.

16. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.** Огляд робіт, присвячених періодичним траєкторіям руху вантажу хитної пружини. Abstracts of VII International Scientific and Practical Conference, Liverpool, United Kingdom, 4-6 March 2020. P. 580-588.

17. **Шевченко С.М.** Моделювання дроблення газової бульбашки за допомогою матеріальної точки на пружині. *Теорія і практика гасіння пожеж та ліквідації надзвичайних ситуацій: матеріали XI Міжнародної науково-практичної конференції* (09-10 квітня 2020 року). Черкаси: ЧПБ ім. Героїв Чорнобиля НУЦЗ України, 2020. С. 227-229.

18. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.** Врахування позиційних умов при розрахунку еліптичних відбивальних систем. Тези доповідей 19 міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (Мелітополь, 06-09 червня 2017 р.). Мелітополь: МДПУ, 2017. С. 22-23.

19. Семків О.М., **Шевченко С.М.**, Піксасов М. М. Застосування перетворення Хафа для виділення фазових кривих подібних еліпсу. Тези доповідей 20 міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (Мелітополь, 05-08 червня 2018 р.). Мелітополь: МДПУ, 2018. С. 6.

20. Запольський Л.Л., **Шевченко С.М.** Розкриття каркасу параболічної антени з заданою фокусною відстанню. Тези доповідей 21 міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (Мелітополь, 04-07 червня 2019 р.). Мелітополь: МДПУ, 2019. С. 13.

21. **Шевченко С.М.** Геометричне моделювання квазіеліпсоїда з фокусом у вигляді кривої лінії. Тези доповідей 6-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна

геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених» (Київ, 28-29 квітня 2017 р.). Київ: Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», 2017. С. 251.

22. **Шевченко С.М.** Побудова періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини. Тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції «Графічні технології моделювання об'єктів, процесів та явищ» (Одеса, 23-24 квітня 2020 р.). Одеса: Військова академія, 2020. С. 39.

Додаткові матеріали за змістом дисертації:

23. Куценко Л. М., Піксасов М. М., **Шевченко С. М.** Ілюстрації до статті "Моделювання резонансу хитної пружини на основі синтезу траєкторії руху її вантажу", 2019.

URL: <http://repositc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/8950>

ABSTRACT

Shevchenko S.M. Geometric Modeling of the Swinging Spring Resonance. – As a manuscript.

Dissertation in support of candidature for a technical degree (Doctor of Philosophy) with specialization in 05.01.01 «Applied Geometry, Engineering Graphics» (131 «Applied Mechanics»). Bohdan Khmelnytsky Melitopol State Pedagogical University, the city of Melitopol, Ukraine, 2020.

The dissertation solves an important scientific and practical problem in the field of geometric modeling it offers a method of geometric modeling of the resonance swinging spring based on the trajectory of its load, taking into account both its basic parameters and the initial conditions of oscillations.

It is **for the first time** that in course of work the following scientific results were obtained:

- a method is developed to calculate the parameters values and the initial conditions under which the trajectory of the oscillating spring load (including the one with a variable suspension point) will look as a periodic one;
- a chart of geometrical forms of periodic movement trajectories of the swinging springs load is compiled. The movement trajectories correspond to the chosen values of rigidity and weight;
- functions phase trajectories of a swinging spring joined coordinates and its varieties are built; certain estimations of the variation range of their values and motion speeds are given;

– the set of motion trajectories of a swinging spring load corresponding to the set ratio of vertical and horizontal oscillation frequencies of load (for example - 2: 1, 7: 3, 9: 4 and 11: 2) is defined

Improved:

– the method of determining the numbers which characterize the obtained geometric shapes of periodic trajectories, and which correspond to the ratio of horizontal and vertical oscillation periods of the load

Received further development:

– solution of a certain class of problems related to the process of swinging spring motion, taking into account the flow of horizontal oscillations into the vertical ones and vice versa, which is characteristic of the resonant state of a swinging spring.

The object of the research is the building process of the load trajectory of the swinging spring (including the one with a variable suspension point) in order to detect and analyze its resonance.

The subject of the study is the geometric modeling of periodic trajectories of the swinging spring load, depending on the specified values of its weight, the spring rigidity and length in the unloaded state, as well as the selected initial conditions for initiating oscillations.

The introduction gives a general description of the work, substantiates the relevance of the topic of the dissertation, formulates the purpose and objectives of the study, determines its scientific novelty and practical value of the results.

The first chapter of the dissertation deals with the analysis of literature sources on the topic of the dissertation research in order to identify the existing models and methods of periodic trajectories building for swinging spring load. Preference was given to the method of projective focusing, suggested by O.M. Semkiv.

The method of projective focusing allows to determine a set of values if the load moved along a periodic trajectory. Namely, the weight of the load, the spring rigidity, as well as the angle of deviation of its axis and the magnitude of the elongation of the spring are selected as joined coordinates.

As a result of the literature sources analysis the no solutions to the questions on the dissertation theme were revealed. Nor were found any research concerning the calculation of periodic trajectories of the swinging spring load motion with a variable suspension point. No tabular representation of geometrical forms of periodic trajectories of the swinging spring load motion depending on its parameters were not found.

In the second chapter of the work the author considers the cases of the swinging spring load motion, when the function describes the oscillations of the suspension point along the axes Ox or Oy. It is assumed that the suspension point of the swinging spring moves along the axis Ox by the law $x = f(t)$. The coordinates of the variable point load are obtained. Lagrangean is defined as the difference between kinetic and potential energies. A system of Lagrange equations of the second kind with respect to functional-generalized coordinates are compiled. As an example, the weight value was determined, which would periodically move

along the trajectory of the swinging spring load of a given rigidity and length in an unloaded state. Using the numerical Runge-Kutta method, the system of Lagrange equations of the second kind with the given initial conditions is solved

As a result, we obtain integral curves in the phase spaces for the determined critical weight value. Due to the significant non-linearity of the problem, the phase trajectories cannot be focused as in the examples with a fixed suspension point. Therefore, the obtained trajectory can be considered conditionally periodic. As a result of the above steps, we find an approximate image on the plane of the load trajectory. Note that in cases of conditionally periodic trajectories, the method by O.M. Semkiv suggests using a graph of the image saturation of the phase trajectory. The value of the weight at which the minimum number of pixels is achieved is determined.

The conducted research allowed to compile a chart of geometrical forms of periodic trajectories of the swinging spring load motion depending on its parameters. It was possible to systematize the oscillations of swinging springs. To do this, we determined the spring rigidity value, which would provide a periodic trajectory of the target weight load of the swinging spring and its length in the unloaded state. As a result of calculations the instantaneous positions of a swinging spring and periodic trajectories of the target weight load depending on the rigidity coefficient values are received.

The classification of periodic trajectories of the swinging spring load is given. It is expedient to identify the shape of periodic trajectories by means of vertical and horizontal oscillation periods of the load. A chart is compiled, giving the relation values of horizontal oscillation periods to the vertical ones depending on the geometric shape of the trajectories for periodic trajectories. The values of the load weighs for the corresponding values of the rigidity coefficient are also given.

An interpolation formula is proposed to determine the allowable weigh value for an arbitrary value of the rigidity coefficient in order to obtain a certain load trajectory. This illustrates not only the possibility to build a periodic trajectory, but also to choose one of them, that is, in a certain sense, the inverse problem of determining the periodic trajectories of the swinging spring load was solved.

In the third chapter of the dissertation the description of the energy "flow" process during the swinging spring oscillations in the state of its type 2:1 resonance is considered.

The description of the swinging spring oscillations with a special "addition" generating interaction between oscillations is used. Due to this interaction, vertical oscillations will affect horizontal oscillations and vice versa.

Without right-hand sides in the obtained equations we get the descriptions of independent vertical and horizontal oscillations. And the additions in the right parts indicate the existence of some force causing additional oscillations. If the frequencies of vertical and horizontal oscillations are arbitrary, then this force is small and does not produce any significant effect. However, if the vertical oscillation frequency is twice as high as the horizontal oscillation frequency, then a state of resonance occurs. For both types of oscillations, the force that triggers

these oscillations contains a constituent with the same frequency as the oscillation itself. As a result, this force will help swing one type of oscillation and suppress the other one. This is how horizontal and vertical oscillations flow into each other.

An example is given to illustrate this effect. As a result, the motion trajectory of the point, as well as the load deviation diagram relating to the corresponding coordinates are obtained. Besides, diagrams of potential energies for oscillations along the corresponding coordinates are obtained, as well as a diagram of the additive that triggers interaction between these oscillations.

In this paper we consider a controlling method for the resonance of the load periodic trajectories. *At the first stage* for the selected type of resonance, a specially compiled program determines the values of weight, length in an unloaded state and rigidity which would trigger this resonance. The criterion for the existence of the resonance is based on the images of two characteristic graphs of functions that describe the distance of the point load to the corresponding coordinate axes. *At the second stage*, one of the parameters is selected as a variable. Then, in the form of computer animation, a number of load trajectories are built, depending on the selected parameter. As a result, only those values of the parameter are chosen, which correspond to the periodic trajectories of the swinging spring load, depicted in the corresponding frames of the animation.

Examples of the found variants of solutions when the motion trajectory of the swinging spring load will be periodic. Therefore, the peculiarity of controlling the resonance of the swinging spring is in taking into account the initial conditions of oscillations. It is possible to choose the type of resonance, based on the graphical characteristics of the spring trajectory. For example, taking into account the length of the trajectory or the density of the pixels depicting it. Particularly interesting are the load trajectories in the form of a limited arc of the curve, or those filling certain areas of the plane Oxy.

The fourth chapter of the dissertation deals with the solution of practical problems of emergency services.

Problem 1. Modeling the trajectory of a point on a power line in conditions of wind gusts.

The oscillation model of the power line span under the conditions of wind gusts is considered. To do this, an imaginary plane located normal to the direction of the span (normal plane) is chosen. On the plane, let us select the point that is the crossing point of the power line wire. The paper presents a design method of the selected point trajectory, provided that the wire is affected by wind gusts. The peculiarity of the research is the use of a mechanical analogue – a swinging spring. The expediency of choosing such an analogue is explained by the necessity to study the dynamic system of "wires in the gusts of wind", when nonlinearly connected oscillating components exchange energy with each other. Indeed, in the case of the oscillating point on the wire (in the normal plane) there is an energy exchange between transverse (horizontal) and longitudinal (vertical) oscillations of the point. This phenomenon can be studied with the help of a mathematical apparatus of a swinging spring. Of particular importance is the possibility to study the state of resonance. For wires, the resonance occurs when the frequency of

horizontal oscillations in the normal plane differs twice from the frequency of vertical oscillations of the point on the wire. To build the motion trajectory on the normal plane of the swinging spring load, it is necessary to determine the state of its resonance depending on its rigidity. It is necessary to compare the parameters of the wire physical characteristics with the swinging spring parameters. It is logical to relate the load weight to the reduced weight of the wire, where h is the length of the normal plane projection of the wire at rest, and H is the length of the normal plane projection of the wire, which is already in the wind-loaded state. In this case, (x_0, y_0) are the initial coordinates of the variable point on the normal plane, and Dx_0 and Dy_0 are the initial velocities of the variable point along the corresponding coordinate axes caused by the wind gust. The variable is the rigidity k , which can be related to the physical and mechanical characteristics of the wire.

Therefore, the designed motion trajectory of the swinging spring load on the normal plane allows to analyze the oscillations of the wire under wind gusts, as well as indirectly determine the resonance state of the wires based on the analogy of their oscillations with the oscillations of the swinging spring.

The results were implemented at the enterprise of Kharkiv Plant of Lifting and Transport Equipment LLC in modeling the wind load on freight cableways to predict the possible oscillation amplitudes of wires or cables affected by wind gusts.

Problem 2. Modeling of the crushing process of gas bubble on the basis of its analogy with the swinging spring.

Using gas-liquid mixtures for extinguishing fires in vertical tanks containing flammable liquids must be accompanied by constant crushing of gas bubbles in these mixtures. Resonant crushing of the bubble in the liquid is carried out by pumping energy between the radial and deformation oscillation modes. At the same time an interesting effect is observed at a rather small amplitude of variable pressure of an acoustic wave rather big amplitude of deformation oscillations develops in the liquid. Due to this crushing of a bubble is carried out.

The expediency of choosing a swinging spring as an analogue is explained by the necessity to study the crushing of the bubble, provided that the nonlinearly connected oscillating components exchange energy with each other. The bubbles exchange energy between radial and deformation oscillations. This fact is investigated in this paper with the help of a mathematical apparatus of a swinging spring, where energy is similarly exchanged between transverse (pendulum) and longitudinal (spring) oscillations. Let us combine the problem of crushing a gas bubble with the problem of a swinging spring.

When the equanimity of the gas bubble is disturbed, oscillations occur, which can be divided into two classes radial, associated with change in capacity with constant (spherical) shape, and deformation ones, due to change in geometric shape. To built the analogy of the process of gas bubble crushing with oscillations of the swinging spring, it is necessary to establish certain connection between their components. Namely, let the radial mode of the bubble oscillations correspond to the coordinate of the spring point load vertically, and the deformation mode correspond to the horizontal coordinate. The vibration of the suspension point of

the spring pendulum corresponds to the variable pressure in the liquid, which is generated outside the liquid in order to break the bubbles. When pumping the energy of radial oscillations, the amplitude of the resonant deformation mode of the bubble oscillation increases abnormally sharply, which makes it possible to crush the bubble in liquids at relatively low energy costs to generate an alternating external acoustic pressure field. That is, at a relatively small amplitude of the acoustic wave pressure, a rather large amplitude of deformation oscillations develops, due to which the gas bubble is crushed.

The results were used at Ajax enterprise in the development of the design documentation for the construction of a new polyurethane foam producing plant for the calculation of gas bubbles crushing in liquid due to pressure pulses.

Task 3. The method of calculating the fire detector reflector with a nanosensory sensitive sensor.

Modern developments of smoke detectors use composite nanomaterials, which determine the basis of a new type of chemical sensors called "electronic nose". The operation principle of nanosensor sensitive sensors is based on the change in the electrical conductivity of the composite nanofilm under the action of the substance vapors. To increase the efficiency of smoke detectors with nanocomposite materials, it is advisable to supplement their designs with devices (reflectors) for concentrating smoke particles on the sensitive surface of the nanosensor sensor. In the case of a moving reflector subjected to vibration, its geometric shape may change. This will affect the focus quality.

To eliminate this shortcoming, the following hypothesis is proposed. In the case of a movable reflector, the stability of its profile shape for the nanosensory sensitive sensor can be reconciled with the periods of vertical and horizontal oscillations of the swinging spring. An example of a swinging spring is given, the load trajectory of which outlines the profile of a reflector, resistant to resonance. The possible scheme of the nanosensory smoke detector is given. The principle of its operation is described. A smoke particle (size 5 - 10 μm) is accelerated in an electric field created by the potential difference between the ring and the reflector (ring diameter 50 - 70 μm)

After mechanical reflection, the particle enters the sensor system and is registered by the actuator. Hence it is necessary to calculate the shape of the reflector in such a way that the parallel flow of smoke particles directed at it is concentrated on the active surface of the sensor of the pre-selected shape. Given that the surface of rotation is planned to be choose as a reflector, the course of beams (particle trajectories) in the axial section of the surface is considered. The calculating method of the reflector is to use a differential equation, the solution of which will be a description of the reflector with non-point foci. The calculation options for the selected parameters are given. The result is an image of the reflective curve in the isocline field, as well as the beams reflected by it on the sensitive sensor. An image of a reflective surface and a sensitive spherical element was also obtained.

The results of the work are implemented at the enterprise "Fire Equipment of Ukraine" while developing an experimental fire detector designed to determine the

signs of fire by detecting smoke particles.

Key words: geometric modeling, swinging spring, swinging spring resonance, load motion periodic trajectory.

A list of the applicants publication

Articles in international publications

and in publications included in scientometric databases:

1. L. Kutsenko, V. Vanin, O. Shoman, P. Yablonskyi, L. Zapolskiy, N. Hrytsyna, S. Nazarenko, V. Danylenko, E. Sivak, **S. Shevchenko**. Modeling the resonance of a swinging spring based on the synthesis of a motion trajectory of its load. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies: Applied mechanics*. 2019. Vol. No.7. P. 53-64. (*The collection is included in scientometric databases Scopus, Index Copernicus, WorldCat*).

Osobyto zdobuvachu nalezhyt' rozrobka ta obg'runtuvannja algorytmiv i program pobudovy variantiv kolyvannja hytnoi' pruzhyny z projavamy rezonansiv.

2. Kutsenko L.M., **Shevchenko S.M.**, Vasyl'jev S.V. Periodychni trajektorii' ruhu vantazhu hytnoi' pruzhyny zalezno vid i'i' parametriv. *Danish Scientific Journal*, Copenhagen, 2020. Vol.1. No.33. P. 28-34. (*Zbirnyk vkljucheno do naukometrychnyh baz eLIBRARY.R , The General Impact Factor*).

Osobyto zdobuvachu nalezhyt' rozrobka ta obg'runtuvannja algorytmiv i program unaochnennja procesu kolyvan' hytnoi' pruzhyny zalezno vid i'i' parametriv.

3. Kutsenko L.M., **Shevchenko S.M.**, Vasyl'jev S.V., Rudenko S.Ju. Periodychni trajektorii' ruhu vantazhu hytnyh pruzhyn. *Sciences of Europe*, 2020. Vol 1. No. 48. P.19-26. (*Zbirnyk vkljucheno do naukometrychnyh baz eLIBRARY.RU, Index Copernicus, The General Impact Factor , International Scientific Indexing, ISSUU, Calaméo*).

Osobyto zdobuvachu nalezhyt' rozrobka ta obg'runtuvannja algorytmiv i program modeljuvannja procesu periodychnyh kolyvan' hytnoi' pruzhyny.

4. Kutsenko L.M., **Shevchenko S.M.**, Vasyl'jev S.V., Rudenko S.Ju. Periodychni trajektorii' ruhu vantazhu kombinovanyh hytnyh pruzhyn. *Magyar Tudományos Journal* 2020. Vol. 38. P. 58-64. (*Zbirnyk vkljucheno do naukometrychnyh baz The General Impact Factor, DIIF, ISSUU*).

Osobyto zdobuvachu nalezhyt' rozrobka ta obg'runtuvannja algorytmiv i program modeljuvannja procesu periodychnyh kolyvan' kombinovanyh hytnoi' pruzhyny.

5. **Shevchenko S.M.** Rezonans hytnoi' pruzhyny *Polish journal of science*, 2020. Vol. 1, No. 25. P. 57-64. (*Zbirnyk vkljucheno do naukometrychnyh baz eLIBRARY.RU, Slideshare , ISSUU, Impact Factor , SIS*).

6. **Shevchenko S.M.** Yzobrazhenye ortotomyk v prostranstve kak poverhnost' mnymyh ystochnykov. *Norwegian Journal of development of the International Science*. Oslo. Norway, 2019. No. 34. P.54 -57. (*Zbirnyk vkljucheno do naukometrychnyh baz baz eLIBRARY.RU, ISSUU, Calaméo*).

7. **Shevchenko S.M.** Opisanie komponentov otrazhatel'noj sistemy v zavisimosti ot formy reflektora. *International independent scientific journal*

Kraków, Rzeczpospolita Polska, 2019. Kazimierza Wielkiego 34. No.8. P. 21-25 (*Zbirnyk vključeno do naukometryčnih baz eLIBRARY.RU, Index Copernicus, The General Impact Factor, ISSUU, Calaméo*).

8. Semkiv O.M., **Shevchenko S.M.** Kompjuterne modeljivannja trajektorii' peremishhennja vantazhu hytnoi' pruzhyny z ruhomuju tochkoju pidvisky. *Znanstvena misel journal*. Slovenia, 2020. Vol.1, No.40. P. 54-66. (*Zbirnyk vključeno do naukometryčnih baz eLIBRARY.RU, The General Impact Factor, ISSUU, Calaméo*).

Osobyto zdobuvachu nalezhyt' rozrobka ta obg'runtuvannja algorytmiv i elementiv program unaochnennja procesu kolyvan' hytnoi' pruzhyny z ruhomuju tochkoju pidvisky.

Articles in scientific professional editions of Ukraine:

9. **Shevchenko S.M.** Modeljivannja ploskogo fokusatora iz fragmentiv simi' spivfokusnyh parabol. *Suchasni problemy modeljivannja: zbirnyk naukovykh prac'*. Tehnichni nauky. Melitopol', 2018. Vyp.10. S.155-160.

10. **Shevchenko S.M.** Fazovi portrety vidbyval'nyh system v oblastjah, obmezheny fragmentamy elipsa. *Suchasni problemy modeljivannja: zbirnyk naukovykh prac'*. Tehnichni nauky. Melitopol', 2017. Vyp.9. S.173-177.

11. Kutsenko L.M., **Shevchenko S.M.** Vrahuvannja pozycijnyh umov pry rozrahunku eliptychnykh vidbyval'nyh system. *Suchasni problemy modeljivannja: zbirnyk naukovykh prac'*. Tehnichni nauky. Melitopol', 2017. Vyp. 8. S.92-97 .
Osobyto zdobuvachu nalezhyt' rozrobka ta obg'runtuvannja algorytmiv i program unaochnennja vidbyval'nyh system.

12. **Shevchenko S.M.**, Adashevs'ka I.Ju. Geometrychne modeljivannja profilju vidbyvacha pozhezhnogo spovishhuvacha dymu. *Suchasni problemy modeljivannja: zbirnyk naukovykh prac'*. Tehnichni nauky. Melitopol', 2016. Vyp.7 . S.167-173.

Osobyto zdobuvachu nalezhyt' rozrobka ta obg'runtuvannja algorytmiv i program ta unaochnennja profilju vidbyvacha pozhezhnogo spovishhuvacha dymu.

*Scientific works in other editions, which certify
the approbation of the dissertation materials:*

13. **Shevchenko S.M.** Vyznachennja formy profilju vidbyvacha pozhezhnogo spovishhuvacha dymu. *Geometrychne modeljivannja ta informacijni tehnologii'*: naukovyj zhurnal. Mykolai'v, 2016. №2, zhovten' 2017. S.111-117.

14. Kutsenko L.M., Semkiv O.M., **Shevchenko S.M.** Nehaotychni periodychni trajektorii' ruhu tochkovogo vantazhu hytnoi' pruzhyny. Abstracts of VI International Scientific and Practical Conference, Osaka, Japan, 26-28 February 2020. P. 546-551.

15. **Shevchenko S.M.** Pruzhynnyj majatnyk jak mehanichna model' doslidzhennja dekil'koh nelinijno zv'jazanyh system. Abstracts of V International Scientific and Practical Conference, Lviv, Ukraine 2-3 March 2020. P. 259- 264.

16. Kutsenko L.M., **Shevchenko S.M.** Ogljad robit, prysvjacheny periodychnym trajektorijam ruhu vantazhu hytnoi' pruzhyny. Abstracts of VII

International Scientific and Practical Conference, Liverpool, United Kingdom, 4-6 March 2020. P. 580-588.

17. **Shevchenko S.M.** Modeljuvannja droblennja gazovoi' bul'bashky za dopomogoyu material'noi' tochky na pruzhyni. *Teorija i praktyka gasinnja pozhezh ta likvidacii' nadzvyhajnyh sytuacij*: materialy XI Mizhnarodnoi' naukovopraktychnoi' konferencii' (09-10 kvitnja 2020 roku). Cherkasy: CHIPB im. Geroi'v Chornobylija NUCZ Ukrai'ny, 2020. S. 227-229.

18. Kutsenko L.M., **Shevchenko S.M.** Vrahuvannja pozycijnyh umov pry rozrahunku eliptychnykh vidbyval'nykh system. Tezy dopovidej 19 mizhnarodnoi' naukovopraktychnoi' konferencii' «*Suchasni problemy geometrychnogo modeljuvannja*» (Melitopol', 06-09 chervnja 2017 r.). Melitopol': MDPU, 2017. S. 22-23.

19. Semkiv O.M., **Shevchenko S.M.**, Piksasov M. M. Zastosuvannja peretvorennja Hafa dlja vydilennja fazovykh kryvykh podobnykh elipsu. Tezy dopovidej 20 mizhnarodnoi' naukovopraktychnoi' konferencii' «*Suchasni problemy geometrychnogo modeljuvannja*» (Melitopol', 05-08 chervnja 2018 r.). Melitopol': MDPU, 2018. S. 6.

20. Zapol's'kyj L.L., **Shevchenko S.M.** Rozkryttja karkasu parabolichnoi' anteny z zadanoju fokusnoju vidstannju. Tezy dopovidej 21 mizhnarodnoi' naukovopraktychnoi' konferencii' «*Suchasni problemy geometrychnogo modeljuvannja*» (Melitopol', 04-07 chervnja 2019 r.). Melitopol': MDPU, 2019. S. 13.

21. **Shevchenko S.M.** Geometrychne modeljuvannja kvazielipsoi'da z fokusom u vygljadi kryvoi' linii'. Tezy dopovidej 6-i' Vseukrai'ns'koi' naukovopraktychnij konferencii' studentiv, aspirantiv ta molodyh vchenykh «*Prykladna geometrija, dyzajn, objekty intelektual'noi' vlasnosti ta innovacijna dijial'nist' studentiv ta molodyh vchenykh*» (Kyj'v, 28-29 kvitnja 2017 r.). Kyj'v: Nacional'nyj tehnicznyj universytet Ukrai'ny «Kyj'vs'kyj politehnicznyj instytut imeni Igorja Sikors'kogo», 2017. S. 251.

22. **Shevchenko S.M.** Pobudova periodychnykh trajektorij ruhu vantazhu hytnoi' pruzhyny. Tezy dopovidej Mizhnarodnoi' naukovopraktychnoi' konferencii' «*Grafichni tehnologii' modeljuvannja ob'ektiv, procesiv ta javyssh*» (Odesa, 23-24 kvitnja 2020 r.). Odesa: Vijs'kova akademija, 2020. S. 39.

23. Kutsenko L. M., Piksasov M. M., **Shevchenko S. M.** Iljustracii' do statti "Modeljuvannja rezonansu hytnoi' pruzhyny na osnovi syntezy trajektorii' ruhu i'i' vantazhu", 2019.

URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/8950>

ЗМІСТ

Анотація	2
Abstract	15
ВСТУП.....	30
 РОЗДІЛ 1. ВІДОМІ СПОСОБИ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ ТРАЄКТОРІЙ ПЕРЕМІЩЕННЯ ВАНТАЖУ ХИТНОЇ ПРУЖИНИ	 37
1.1. Комп'ютерне моделювання періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини	38
1.2. Теоретичні питання моделювання резонансу хитної пружини	42
1.3. Способи дослідження коливань хитних пружин	47
1.4. Спосіб проекційного фокусування для визначення періодичних траєкторій вантажів хитних пружин.....	53
Висновки до першого розділу.....	58
 РОЗДІЛ 2. РОЗРАХУНОК ПЕРІОДИЧНИХ ТРАЄКТОРІЙ ПЕРЕМІЩЕННЯ ВАНТАЖУ ХИТНОЇ ПРУЖИНИ З РУХОМОЮ ТОЧКОЮ ПІДВІСУ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЯ ЇЇ КОЛИВАНЬ	 59
2.1. Хитна пружини (swinging spring) як механічна модель складних процесів у природі й техніці	60
2.2. Побудова періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини з рухомою точкою підвісу.....	62
2.3. Визначення взаємного зв'язку значень параметрів для забезпечення періодичних траєкторій	75
2.4. Систематизація траєкторій коливань за допомогою складеної таблиці.....	82
Висновки до другого розділу.....	87
 РОЗДІЛ 3. ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕЗОНАНСУ ХИТНОЇ ПРУЖИНИ ТА СПОСІБ НИМ КЕРУВАННЯ	 88
3.1. Необхідність досліджень проблеми обміну між собою енергії в рамках певної динамічної системи	89
3.2. Опис процесу руху хитної пружини з врахуванням перетікання горизонтальних коливань у вертикальні і навпаки.....	91
3.3. Умови виникнення резонансу хитної пружини залежно від відношення частот коливання "пружинних" і "маятникових"....	99
3.4. Моделювання резонансу хитної пружини та спосіб ним керування.....	101
Висновки до третього розділу.....	111

РОЗДІЛ 4. ВИКОРИСТАННЯ ХИТНИХ ПРУЖИН ЯК АНАЛОГІВ ПРОЦЕСІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ЗАДАЧ АВАРІЙНО-РЯТУВАЛЬНОЇ ТЕМАТИКИ	112
4.1. Використання хитних пружин у якості механічної моделі сучасних технологічних процесів як динамічних систем.....	113
4.2. Моделювання траєкторії точки на дроті електропередачі в умовах поривів вітру	117
4.3. Моделювання процесу роздрібнення газової бульбашки на основі його аналогії з хитною пружиною	124
4.4. Розрахунок відбивача пожежного сповіщувача диму з наносенсорним чутливим датчиком	130
Висновки до четвертого розділу.....	142
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	143
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	146
ДОДАТОК А. Тексти комплексу комп'ютерних програм.....	162
ДОДАТОК Б. Довідки про впровадження.....	173
ДОДАТОК В. Список публікацій за темою дисертації.....	179

ВСТУП

Актуальність теми. Для пояснення складних явищ або процесів часто використовують наочні механічні інтерпретації. Зокрема, для коливальних процесів у якості моделей розглядають маятникові аналоги. Класичним прикладом вважається модель оберненого маятника з вібруючою точкою кріплення (маятник Капиці), яка надала фізичне пояснення цілому класу задач. Не менш вражаючі механічні інтерпретації пов'язані з іншим видом маятника. У ідеалізованому вигляді він складається з точкового вантажу маси m , прикріпленого до кінця невагомої пружини жорсткістю k і довжиною h у ненавантаженому стані. Інший кінець пружини закріплений нерухомо (або може вібрувати). Утворена в такий спосіб коливальна система має рухатися тільки у вертикальній площині, при цьому зберігаючи вісь пружини прямолінійною. Зазначений різновид маятника в літературі одержав назву *хитної пружини* (swinging spring). В даному випадку точковий вантаж одночасно приймає участь у двох видах коливань: подібних пружині – коли переміщається вздовж прямолінійної осі пружини, і подібних маятнику – коли здійснює коливання сумісно з її віссю. У поводженні такої коливальної системи були виявлені цікаві й глибокі фізичні закономірності. Мова йде про процеси із внутрішніми нелінійно пов'язаними представленнями різних коливальних компонентів. При цьому, що істотно, складові компоненти системи обмінюються енергією між собою. Використання хитної пружини приймається як парадигма вивчення таких нелінійних зв'язаних систем.

Особливе значення має дослідження умови виникнення стану резонансу хитної пружини. Тобто, коли частота (або період) подовжніх коливань точкового вантажу відрізнятиметься в кратну кількість разів від частоти (або періоду) його поперечних коливань. Переважна кількість можливих впроваджень зазначеного стану резонансу має безпосереднє відношення до порушення стійкості й керованості механічних виробів в процесі їх руху. Наприклад, при розрахунках переміщення корабля або літака необхідно враховувати обмін енергією між поперечними і шляховими (подовжніми) коливаннями як компонентами динамічної системи. В більшості випадків частоти цих коливань приймають як співвідношення 2:1.

Звичайно, стан резонансу хитної пружини виникає при певній комбінації значень маси вантажу, довжини пружини у ненавантаженому стані, жорсткості пружини, а також опису закону руху точки кріплення пружини. Але на стан хитної пружини ще мають впливати і початкові значення параметрів ініціювання коливань. В цьому можна переконатися, якщо резонанс інтерпретувати за допомогою траєкторії руху вантажу хитної пружини. Тому необхідно розробити ще не досліджений універсальний спосіб синтезу множини траєкторій залежно від параметрів хитної пружини і від параметрів ініціювання її коливань. Увагу слід зосередити на випадках, коли траєкторіями будуть періодичні криві, а також на важливих можливостях керувати різновидами резонансу. В цьому полягає актуальність обраної теми досліджень.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційне дослідження виконане на кафедрі інженерної та аварійно-рятувальної техніки Національного університету цивільного захисту України Державної служби України з надзвичайних ситуацій у період з 2016 по 2019 рр. відповідно до тематики досліджень університету, а також відповідно до плану науково-дослідної роботи за темою: «Запобігання надзвичайним ситуаціям природного і техногенного характеру шляхом раннього виявлення загроз» (№ ДР 0119U001008), у розробці якої автор брав участь, як співвиконавець.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційного дослідження є розробка методу геометричного моделювання резонансу хитної пружини на основі побудови траєкторії руху її вантажу з врахуванням як основних її параметрів, так і початкових умов виникнення коливань.

Для досягнення мети дисертаційного дослідження необхідно було розв'язати такі *основні задачі*:

- здійснити аналіз літературних джерел з метою виявлення існуючих методів побудови періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини;
- визначити значення змінних параметрів, за яких траєкторія руху вантажу хитної пружини (у тому числі і з рухомим підвісом) матиме вигляд періодичної;
- побудувати фазові траєкторії функцій узагальнених координат хитної пружини і її різновидів та надати оцінки діапазону змін їх величин;
- охарактеризувати одержані геометричні форми траєкторій за допомогою відношення горизонтальних і вертикальних періодів коливань вантажу;
- скласти таблицю форм періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини, які відповідають обраним значенням жорсткості пружини та маси вантажу;
- описати процес руху хитної пружини з врахуванням перетікання горизонтальних коливань у вертикальні і навпаки, що характерно для резонансного стану хитної пружини;
- визначити множину траєкторій руху вантажу хитної пружини, яка відповідатиме заданим відношенням вертикальних і горизонтальних частот коливань вантажу;
- впровадити результати дисертаційного дослідження у практичну діяльність та в навчальний процес.

Об'єктом дослідження є процес побудови траєкторії вантажу хитної пружини (у тому числі і з рухомою точкою підвісу) з метою виявлення та аналізу її резонансу.

Предметом дослідження є геометричне моделювання періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини, залежно від заданих значень його маси, жорсткості та довжини пружини у ненавантаженому стані, а також від обраних початкових умов ініціювання коливань.

Методи дослідження. Розв'язання поставлених у дисертаційному дослідженні задач здійснювалося на базі методів геометричного

моделювання, диференціальних рівнянь, аналітичної та обчислювальної геометрії, основних положень прикладної геометрії, а також за допомогою методів математичного моделювання та геометричного проектування.

Теоретична база досліджень. Теоретичним та практичним аспектам прикладної геометрії присвячено роботи вчених: Н.М. Аушевої, Ю.І. Бадаєва, В.Д. Борисенка, В.В. Ваніна, В.М. Верещаги, В.В. Гнатушенка, С.М. Ковальова, Ю.М. Ковальова, В.М. Корчинського, Л.М. Куценка, Є.В. Мартина, В.Є. Михайленка, В.М. Найдиша, А.В. Найдиша, В.М. Несвідоміна, С.Ф. Пилипаки, О.Л. Підгорного, В.О. Плоского, Є.В. Пугачова, К.О. Сазонова, Г.Я. Тулученко, О.М. Семківа, А.Н. Хомченка, О.В. Шоман, В.П. Юрчука та їх учнів.

Розв'язанню класу задач, пов'язаних з резонансами хитних пружин, присвячено роботи вчених: Г.Т. Алдошина, Д.А. Булдакової, В.В. Вановського, М.Н. Заріпова, А.В. Кірюшина, А.А. Клименка, Ю.В. Міхлина, О.Г. Петрова, М.М. Шундерюка, А.В. Фомічова, С.П. Яковлева та їх учнів.

Наукова новизна одержаних результатів.

Уперше:

- розроблено спосіб обчислення значень параметрів та початкових умов, за яких траєкторія руху вантажу хитної пружини (у тому числі і з рухомою точкою підвісу) матиме вигляд періодичної;
- складено таблицю геометричних форм періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружин, які відповідають обраним значенням жорсткості та маси;
- побудовано фазові траєкторії функцій узагальнених координат хитної пружини і її різновидів та надано оцінки діапазону змін їх величин та швидкостей руху вантажу;
- визначено множину траєкторій руху вантажу хитної пружини, яка відповідатиме заданим відношенням вертикальних і горизонтальних частот коливань вантажу (для прикладу – 2:1, 7:3, 9:4 і 11:2);

Удосконалено:

- спосіб визначення чисел, які характеризують одержані геометричні форми періодичних траєкторій руху, і які відповідають даному відношенню горизонтальних і вертикальних періодів коливань вантажу.

Отримав подальшого розвитку:

- розв'язок класу задач, пов'язаних з процесом руху хитної пружини з врахуванням перетікання горизонтальних коливань у вертикальні і навпаки, що характерно для резонансного стану хитної пружини.

Обґрунтованість і достовірність результатів підтверджується зіставленням результатів тестових прикладів із близькими за змістом, комп'ютерною візуалізацією змодельованого руху вантажу хитної пружини у режимі комп'ютерної анімації за створеними алгоритмами, а також впровадженнями в навчальний процес. Основні положення роботи опубліковані в журналі [1], включеного до наукометричної бази SCOPUS, де здійснено рецензування коректності результатів з позицій технічної механіки

. Основні положення дисертації проілюстровано засобами комп'ютерних анімацій [23].

Практичне значення отриманих результатів полягає у тому, що проведені дослідження створюють передумови для розробки геометричних моделей задач, розв'язки яких можна пояснити за допомогою хитної пружини. Коливання хитних пружин мають відношення до динаміки літаків і кораблів. Вони дозволяють змодельовати ефекти порушення стійкості й керованості швидкохідних кораблів і надзвукових літаків. Хитні пружини мають відношення до розрахунку конструкцій висячих мостів, вантово-балкових систем, канатних доріг, космічних тросових системи для втримання об'єктів, гнучких шлангів, різноманітних антен, тощо.

Результати передано для впровадження на підприємства:

– ТОВ «Харківський завод підйомно-транспортного устаткування» (акт від 05.02.2020, м. Харків) для моделювання вітрового навантаження на вантажних канатних дорогах з метою передбачення можливих амплітуд коливання дротів або тросів, на які діють пориви вітру;

– «Аякс» (акт від 19.02.2020, м. Харків) для розробки проектної документації нового будівництва заводу по виробництву пінополіуретану з метою розрахунків подрібнення газових бульбашок у рідині за рахунок коливальних імпульсів тиску;

– «Пожтехніка Україна» (акт від 28.01.2020, м. Харків) для розробки експериментального пожежного сповіщувача, призначеного для визначення ознак виникнення пожежі шляхом виявлення часток диму.

Результати також впроваджено в освітній процес Національного університету цивільного захисту України (акт від 19.02.2020, м. Харків) – на кафедрі інженерної та аварійно-рятувальної техніки для ознайомлювальних лекцій при викладанні дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка» в рамках освітніх програм «Пожежна безпека», «Цивільний захист» та «Охорона праці».

Особистий внесок здобувача. Визначення загального напрямку дисертаційного дослідження, формулювання його мети та окреслення кола задач належить науковому керівнику. Усі положення, що виносяться на захист і складають наукову новизну дисертаційної роботи, отримані особисто здобувачем і наведені в роботах [1–20]. У публікаціях, які підготовлені за участю співавторів, результати, що належать здобувачеві, зазначені в списку опублікованих праць за темою дисертації.

Апробація результатів дисертації. Дисертаційна робота в цілому, а також її основні результати доповідались та обговорювались на таких наукових конференціях і семінарах: на Всеукраїнській науково-практичній конференції «Прикладна геометрія та інформаційні технології в моделюванні об'єктів, явищ і процесів» (м. Миколаїв, 2016 р.) [13]; VI International Scientific and Practical Conference, Osaka, Japan, 2020 [14]; V International Scientific and Practical Conference, Lviv, Ukraine, 2020 [15]; VII International Scientific and Practical Conference, Liverpool, United Kingdom, 2020 [16]; на XI Міжнародній науково-практичній конференції "Теорія і практика гасіння

пожеж та ліквідації надзвичайних ситуацій" (м. Черкаси, 2020) [17]; на XIX Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Мелітополь, 2017 р.) [18]; на XX Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Мелітополь, 2018 р.) [19]; на XXI Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні проблеми геометричного моделювання» (м. Мелітополь, 2019 р.) [20]; на VI Всеукраїнській науково-практичній конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «Прикладна геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених» (м. Київ, 2017 р.) [21]; на круглому столі «Об'єднання теорії та практики – запорука підвищення готовності оперативно-рятувальних підрозділів до виконання дій за призначенням» (м. Харків, 2019 р.); на Міжнародній науково-практичній конференції «Графічні технології моделювання об'єктів, процесів та явищ» (м. Одеса, 2020 р.) [22].

Публікації. За матеріалами дисертаційної роботи опубліковано 22 наукових праць: 8 статей у виданнях, що входять до міжнародних наукометричних баз даних (у тому числі одна у виданні, що входить до наукометричної бази SCOPUS), 4 статті у наукових фахових виданнях України, одна не фахова стаття, а також опубліковано 9 тез доповідей на конференціях. Серед опублікованих праць 10 виконано одноосібно.

Структура й обсяг роботи. Дисертаційна робота складається з анотації, змісту, переліку умовних позначень, вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальним обсягом дисертації становить 183 сторінок друкованого тексту, що включає 84 рисунки, 3 додатки на 22 сторінках. Обсяг основної частини дисертації становить 161 стор. Список використаних джерел нараховує 152 найменувань.

РОЗДІЛ 1

ВІДОМІ СПОСОБИ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ ТРАЄКТОРІЙ ПЕРЕМІЩЕННЯ ВАНТАЖУ ХИТНОЇ ПРУЖИНИ

Проведено аналіз літературних джерел за темою дисертаційного дослідження з метою виявлення існуючих моделей та способів побудови періодичних траєкторій вантажу хитних пружин. Перевагу було надано способу проекційного фокусування, який запропонував О.М. Семків [89-99].

Спосіб проекційного фокусування дозволяє визначити набір значень, коли вантаж рухався б по періодичній траєкторії. А саме, в якості узагальнених координат обрано масу вантажу, жорсткість пружини, а також кут відхилення її осі і величину подовження пружини.

В результаті проведеного аналізу літературних джерел не було виявлено розв'язані питання за темою дисертації та не знайдено досліджень стосовно розрахунку періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини з рухомою точкою підвісу, а також стосовно табличного представлення геометричних форм періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини залежно від її параметрів.

Головна ідея способу, запропонованого О.М.Семківим полягає у наступному. Чисельно розв'яжемо диференціальні рівняння Лагранжа другого роду та побудуємо наближене зображення інтегральної кривої у фазовому просторі певної узагальненої змінної. Нехаотичні технологічні траєкторії коливання елементу маятникової механічної системи проявляються на зображеннях фазових траєкторій у вигляді «сфокусованих» кривих. Інакше це можна сформулювати так: критичне значення параметра p одержимо в момент, коли зображення проекції інтегральної кривої на фазову площину (тобто фазової траєкторії) набуде мінімальної площі (у піксельному вимірі). При критичному значенні характер фазової траєкторії зміниться на якісному рівні – перетвориться у «сфокусовану» криву

1.1. Комп'ютерне моделювання періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини

Для практичних впроваджень інтерес представляє дослідження особливостей коливань хитної пружини. Наприклад, з використанням моделі хитної пружини в роботі [4] досліджується атмосферний баланс планети, в роботі [5] – коливання молекули вуглекислого газу, в роботі [6] – коливання високовольтних проводів, а в роботі [7] моделюються вібрації гелікоптера. Опис коливань пружини подібний рівнянням задач «хижак-жертва» [8]. Список можна продовжувати. При цьому у всіх на перший погляд розрізнених впровадженнях є спільна особливість – можливість їх дослідження на основі моделі хитної пружини. При цьому ключовим моментом є визначення умов забезпечення нехаотичних періодичних траєкторій вантажу хитної пружини. Такі дослідження дозволяють відмежуватися від хаотичних рухів елементів механічних пристроїв, до складу яких входять пружинні елементи. Періодична траєкторія переміщення

вантажу хитної пружини ілюструє розв'язок відповідних диференціальних рівнянь, що описують її коливання. Адже ці рівняння мають природу, аналогічну диференціальними рівняннями суміжних за змістом впроваджень. Одержана геометрична форма періодичної траєкторії переміщення вантажу хитної пружини у просторі параметрів конкретної задачі допоможе ілюструвати розв'язки цієї задачі. Тобто розгляд моделі хитної пружини дозволить аналізувати характер розв'язків в суміжних за змістом задачах, і виявляти серед них, у певному розумінні, оптимальні варіанти. Подібно тому, як в механіці для аналізу коливальних процесів механізмів застосовують фігури Ліссажу.

Отже, на актуальність обраної теми вказує необхідність розробки інженерного способу знаходження значень набору параметрів для забезпечення нехаотичної періодичної траєкторії руху точкового вантажу хитної пружини.

Історія виникнення досліджень, присвячених коливанням хитної пружини, розпочалася із квантово-механічного пояснення ефекту розщеплення ліній у спектрі комбінаційного розсіювання на молекулі C_2 . Тоді ж було висловлено припущення, що ефект має не квантову, а класичну механічну природу коливань. А саме – ефект обумовлений внутрішніми особливостями коливань молекули, де частота коливань одного типу приблизно вдвічі перевищує частоту коливань другого типу. Вчені вирішили перевірити це на моделі хитної пружини. Розрахований рух такої системи показав, що при співвідношенні частот 2:1 повинно наставати періодично повне перекачування енергії з вертикальних коливань у горизонтальні й назад.

Доцільність дослідження хитної пружини виникла у зв'язку з виявленими можливостями їх «нестандартних» використання як в теоретичному плані, так і на практиці. Однак більшість досліджень зосереджуються на аналітичних апроксимаціях для слабо зв'язаних систем і енергетичних обмінів, які виникають, коли підсистеми перебувають у резонансі. Ефективним механізмом енергообміну є параметричний механізм [9]. Зокрема, хитна пружина із двома ступенями свободи є автопараметричною системою, що являє собою основу для вивчення нелінійних зв'язаних систем. Крім того, хитна пружина має значення завдяки можливості якісного подання багатьох нелінійних сполучених систем. Серед цих подань назовемо класичний аналог для коливальних мод трьохатомних молекул, який реалізує резонанс Фермі в інфрачервоному й комбінаційному спектрах [1].

Коливання хитних пружин мають безпосереднє відношення до динаміки літаків і кораблів. Були виявлені ефекти порушення стійкості й керованості швидкохідних кораблів і надзвукових літаків. Виявилось, що найбільш інтенсивне розгойдування бічних коливань має місце, коли коливання за кутом атаки відбуваються із частотою вдвічі більшої частоти бічних коливань [10]. У будівельній механіці важливу роль грає видозмінена модель хитної пружини – модель гнучкої нитки. Гнучка нитка – це своєрідна

пружина, що діє тільки на розтягнення. У типовій двовимірній моделі гнучка нитка одночасно може здійснювати поперечні коливання у своїй площині (аналог кутових коливань хитної пружини з вантажем) і маятникові коливання, що поєднують опорні закріплення (аналог вертикальних коливань) [6, 11]. При співвідношенні частот цих коливань 1:2 відбувається втрата динамічної стійкості, коли виникають поперечні коливання нитки, амплітуда яких може досягати досить великих значень. Можливість виникнення таких явищ необхідно враховувати при розрахунку різноманітних конструкцій (висячих мостів, вантово-балкових систем, канатних доріг, ліній електропередачі, різних космічних тросових системи для втримання об'єктів, гнучких шлангів, різноманітних антен, тощо) [3].

В роботах [12, 13] наведено теоретичне дослідження плоских малих нелінійних коливань хитної пружини з нелінійною залежністю натягу пружини від її подовження. Використовується метод гамільтонової нормальної форми. Рішення гамільтонових рівнянь нормальної форми показали, що періодична перебудова коливань між вертикальною й горизонтальною модами відбувається тільки у випадку резонансу 1:1 і 2:1. У всіх інших випадках, як при наявності резонансу, так і при його відсутності, коливання відбуваються із двома постійними частотами.

У роботі [14] вивчаються зміни в поведінці хитної пружини, коли під контролем параметра один відгук стає нестійким і замінюється іншим. Вибірка Пуанкаре використовується для зведення проблеми опису стійкості граничного циклу до більш простої задачі визначення стійкості нерухомої точки відображення Пуанкаре. В роботі [15] розглянуто зв'язок нормальних мод коливань хитного маятника. Наводяться коментарі про експерименти, пов'язані з порушенням нормальних режимів. В роботі [16] досліджено системи хитної пружини поблизу резонансу за допомогою «повільного флуктуаційного» наближення, яке полягає в застосуванні тригонометричних поліномів ізбереженні тільки члена з найповільнішої частотою. У роботі [17] показано, що інтегральне наближення просторової хитної пружини, налаштованої на резонанс 1:1:2, має монохромію, а ступінчастий кут прецесії площини коливання резонансного пружинного маятника є числом обертання інтегрального наближення. Стаття [18] присвячена коливанням хитного маятника, точка підвісу якого рухома уздовж вертикальної лінії. Періодичні рішення рівняння одержують з використанням детермінантів Хілла. Розроблена обчислювальна процедура використовується для визначення комбінацій параметрів системи, для яких можливі періодичні рішення. У роботі [19] досліджується просторова хитна пружина, яка має резонанс 2:1:1, наближено описаний лагранжіаном. В описах використано гамільтонові скорочення та методи виведення зразків. В результаті отримано формулу, яка описує ступінчасту прецесію азимутального кута. У роботі [20] перетікання енергії між подовжніми і маятниковими коливаннями розглядається як пульсація. Пульсація і ступінчаста прецесія є характерними особливостями динаміки хитної пружини. Для визначення повного аналітичного рішення використано гамільтонову редукцію. У статті [21] динаміка пружинного

маятника досліджується з використанням асимптотичних методів. Методи теорії нелінійних нормальних форм коливань дозволили дослідити динаміку маятника не тільки для малих, але і для значних амплітуд коливань.

Але всі наведені роботи мають переважно теоретичне спрямування. Для інженерної практики необхідні способи побудови реальних нехаотичних періодичних траєкторій вантажів хитних пружин. Деякі з них описані в роботі [22], де наведено приклади періодичних траєкторій, а також в [23], де проведено дослідження умов побудови періодичних траєкторій. У роботі [24] наведено програму мовою Математика, за допомогою якої можна будувати періодичні траєкторії подвійного маятника. Робота [25] присвячена дослідженню зв'язку можливої траєкторії вантажу хитної пружини з фігурами Ліссажу. В роботі [26] наведено *maple*-програму побудови траєкторії вантажу хитної пружини. Інший спосіб побудови траєкторій руху вантажу хитної пружини запропоновано в роботі [27]. В роботі [28] наведені приклади періодичних траєкторій хитних пружин. В роботі [29] досліджуються коливання хитної пружини з рухомою точкою підвісу. Але у відомих роботах відсутній універсальний підхід до побудови періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини. Також відсутні аналізи коливань за допомогою фазових траєкторій функцій, які входять до опису узагальнених координат відповідної коливальної системи.

1.2. Теоретичні питання моделювання резонансу хитної пружини

У роботах [32–34] наведено багато прикладів задач, де в рамках певної динамічної системи її нелінійно зв'язані коливальні компоненти можуть обмінюватися енергією між собою. При цьому досліджуються питання залежності дійства обміну енергією від параметрів керування системою. Проблема полягає в тому, щоб визначити загальну енергію системи й правильно оцінити енергетичні величини в часі, а також їх зв'язок для кожного з компонентів.

Для ілюстрації такого підходу використовують *двовимірний пружинний маятник* як механічну модель дослідження декількох нелінійно зв'язаних систем. Двовимірний пружинний маятник в ідеалізованому вигляді складається з «точкового» вантажу маси m , прикріпленого до кінця невагомої пружини жорсткістю k і довжиною h у ненавантаженому стані. Інший кінець пружини закріплений нерухомо. Утворена в такий спосіб коливальна система має рухатися тільки у вертикальній площині, при цьому *зберігаючи вісь пружини прямолінійною*. Точковий вантаж одночасно приймає участь у двох видах коливань: подібних пружині – коли переміщається вздовж прямолінійної осі пружини, і подібних маятнику – коли здійснює коливання сумісно з її віссю. Такий різновид коливальної системи в літературі одержав назву хитної пружини (swinging spring) [35].

За допомогою хитної пружини наочно ілюструється обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями. При цьому повинен враховуватися також вплив початкових умов

ініціювання коливань. Особливе значення має дослідження умови виникнення стану резонансу хитної пружини. Тобто коли частота позовжніх коливань відрізнятиметься в кратну кількість разів від частоти поперечних коливань. Крім розповсюдженого "класичного" випадку (резонансу 2:1) доцільно розв'язувати задачі з іншими значеннями відношення частот. Наприклад, виникає необхідність [36] побудувати траєкторії руху вантажу для випадків таких резонансів: 2:1, 7:3, 9:4, 11:2 та інших. Знайдені геометричні форми траєкторії руху вантажу хитної пружини з заданими параметрами допоможуть визначити характеристики розв'язку обраної задачі .

В роботах [32–34] наведена велика кількість можливих впроваджень на базі застосування ідеї коливань хитної пружини. Значна частка з цього переліку має безпосереднє відношення до порушення стійкості й керованості літаків або швидкохідних кораблів в процесі їх руху. При розрахунках переміщення динамічної системи у просторі (корабля або літака) необхідно враховувати обмін енергією між поперечними і шляховими (подовжніми) коливаннями як компонентами системи. В більшості випадків частоти цих коливань приймають як співвідношення 2:1. Але для ретельніших досліджень доцільно розглядати інші відношення частот. Особливо це стосується досліджень динаміки коливань літаків типу «голландський крок»» ([HYPERLINK "https://en.wikipedia.org/wiki/Dutch_roll" \o "en:Dutch roll" Dutch roll](https://en.wikipedia.org/wiki/Dutch_roll)) [37]. Такі коливання виникають у випадку великої поперечної стійкості літака в порівнянні з малою шляховою стійкістю. Тоді бічний рух літака характеризуватиметься взаємозалежними коливаннями за креном і ковзанням . Причому, коливання за ковзанням відстають по фазі від коливань за креном, що пов'язано зі слабкою шляховою й надмірною поперечною стійкістю. Крен літака є причиною виникнення ковзання літака, усунення якого відбувається із запізнюванням через слабку шляхову стійкість. Ковзання, яке при цьому виникає, провокує необхідність аварійного крену літака в протилежну сторону через підвищену поперечну стійкість, і процес повторюється. Для гасіння коливань на літаках застосовуються демпфери нишпорення, розрахунок яких доцільно виконувати із залученням поняття перекачування енергій хитної пружини у стані резонансу.

Зрозуміло, що стан *резонансу* хитної пружини має відбуватися при певній комбінації значень параметрів хитної пружини. У тривіальному випадку - коли період вертикальних коливань буде приблизно вдвічі меншим

за період горизонтальних коливань: де де m – маса вантажу, k – жорсткість пружини, h – довжина пружини у ненавантаженому стані, g – прискорення земного тяжіння. Або – як двоїсте

твердження – коли частота вертикальних коливань буде приблизно вдвічі більшою за частоту горизонтальних коливань :

Але на стан резонансу хитної пружини ще мають впливати і початкові значення параметрів ініціювання коливань. В цьому можна переконатися, якщо стан резонансу інтерпретувати за допомогою траєкторії руху вантажу хитної пружини. Зазначимо – іноді і періодичної, знайденої серед можливих траєкторій руху [38]. Для її знаходження необхідно розробити універсальний спосіб синтезу множини траєкторій залежно від параметрів хитної пружини, а такою, що важливо, від параметрів ініціювання її коливань. І увагу слід зосередити на випадках, коли траєкторіями будуть періодичні криві.

Зважаючи на наведене, доцільними будуть дослідження, спрямовані на геометричне моделювання траєкторій руху вантажу хитної пружини, які відповідатимуть умовам заданого типу резонансу. Тобто умовам, коли частота вертикальних коливань "точкової" маси на хитній пружині буде в кратну кількість раз більшою за частоту горизонтальних коливань і буде врахована максимальна кількість параметрів коливання хитної пружини.

Зазначимо, що рух вантажу хитної пружини помітно складніший порівняно з вантажем математичного маятника, тому ефект від використання хитної пружини у якості механічної інтерпретації буде очікувано більш глибоким. Наприклад, проведені лабораторні експерименти з хитною пружиною дають нове розуміння руху планетарних хвиль в атмосфері Землі [39].

У тривіальних випадках нестійкість руху хитної пружини можна спостерігати в лабораторних експериментах при $n=1$, тобто $\omega_Y = 2\omega_X$ та $H = 4h/3$. Докладний виклад теорії хитної пружини з позицій лабораторних експериментів для зазначених випадків можна знайти в роботі [42]. В роботах [4, 43] проблема коливання хитної пружини була вивчена у випадку тривимірного простору з координатами x, y, z . В роботі [44] показано, що знайдені математичні вирази можна використовувати для опису великомасштабних рухів прошарків атмосфери Землі, а також у випадку примусово демпфування хитної пружини. Це означає, зокрема, що лабораторні експерименти із хитною пружиною можуть надати нове розуміння динаміки первинних резонансних кластерів у довільних нелінійних хвильових системах, яким притаманні трьоххвильові резонанси.

Цікавою суміжною проблемою з хитною пружиною є дослідження маятника Уїлберфорса [45] з метою перевірити, чи його рівняння руху ідентичні тим, які описують динаміку деяких загальних резонансних кластерів [40]. Маятник Уїлберфорса складається з масивного вантажу, підвішеного на довгій пружині, яка може вільно повертатися відносно своєї вертикальної осі. Такий маятник, на відміну від хитної пружини, не здійснює маятниковоподібні коливання. При відповідному налаштуванні маятник Уїлберфорса демонструє процес передачі енергії між режимом «вертикальних» коливань вантажу (догори і донизу) і режимом «обертових» коливань вантажу навколо осі пружини. Аналіз нормальних мод для маятника Уїлберфорса можна знайти в [46] разом з докладним описом можливих лабораторних експериментів й прикладів чисельного моделювання

В роботі [47] на аналітичному рівні було досліджено умову резонансу між двома режимами коливань, який визначається тотожністю $\omega_{\text{angle}} = \omega_{\text{vertical}}$.

Експериментально продемонстровано, що у випадку виконання умови резонансу, «ні довжина, ні діаметр дроту, ні крок навивки пружини, ні число її обертів не вплинуть на стан резонансу» [47]. Це спостереження є надзвичайно важливим, адже тоді маятник Уїлберфорса допускає математичний опис набагато ближчий до «фізичного» маятника Уїлберфорса, порівняно, наприклад, з описом математичного маятника відносно фізичного лінійного маятника. В роботі [21] обговорюються можливі впровадження такого підходу в області нелінійного резонансного аналізу хвильових турбулентних систем, виконаних в лабораторних умовах.

В роботі [48] на основі складеної програми проілюстровано параметричний резонанс хитної пружини, який проявляється в передачі енергії від вертикальних коливань вантажу до горизонтальних й навпаки. Показано, що швидкість і амплітуда передачі енергії істотно залежать від початкових умов. В роботі [49] проілюстровано "перетікання" енергії між подовжніми і поперечними коливаннями точки на хитній пружині. Але в роботі відсутня програмна реалізація цього ефекту. В циклі робіт [50–54] наведено дослідження резонансу 2:1 хитної пружини та його зв'язку з траєкторією руху вантажу хитної пружини. Але автори обмежилися дослідженням лише одного варіанту резонансу.

Підводячи підсумок зазначимо, що відомі способи дослідження резонансу хитної пружини базуються на тотожності типу де

– частота вертикальних коливань, а – частота горизонтальних коливань деякої точки на пружині. Тут і далі m [кг] – маса вантажу, k [Н/м] – жорсткість пружини, h [м] – довжина пружини у ненавантаженому стані, g [м/с²] – прискорення земного тяжіння. У формулі μ – коефіцієнт пропорційності між частотами, який, власне, і визначає тип резонансу.

Але у зазначених роботах не враховуються ще два параметри хитної пружини, які суттєво впливають на її коливання. А саме, параметри у вигляді початкових відстаней точкового вантажу хитної пружини від координатних осей обраної системи координат, а також початкових швидкостей зміни положення вантажу у напрямку координатних осей. Контролювати вплив цих параметрів на стан резонансу зручно за допомогою графічного компонента коливань – траєкторії руху вантажу хитної пружини. Для впровадженнь необхідно визначити значення параметрів, які забезпечать періодичну траєкторію руху. Адже саме періодичну траєкторію доцільно використовувати при впровадженнях хитної пружини. В цьому полягає проблема досліджень, яка раніше не була розв'язана.

З наведеного аналізу випливає, що необхідно розробити універсальний спосіб синтезу траєкторії переміщення вантажу хитної пружини залежно від особливостей стану її резонансу. А саме, враховуючи не лише основні

параметри хитної пружини (жорсткість, довжину у ненавантаженому стані та масу вантажу), але і початкові умови ініціювання коливань.

1.3. Способи дослідження коливань хитних пружин

У сучасному розумінні складний технологічний процес можна трактувати як динамічну систему, що складається з нелінійно зв'язаних коливальних компонентів. При цьому, в рамках динамічної системи її компоненти можуть обмінюватися енергією між собою. У роботі [56] розглянуто підхід до розв'язання класу задач, пов'язаних з феноменом обміну енергією між компонентами. При цьому досліджуються питання залежності цього дійства від параметрів керування системою. Метод полягає в тому, щоб визначити загальну енергію системи й правильно оцінити енергетичні величини в часі, а також їх зв'язок для кожного з компонентів.

Для ілюстрації такого підходу використовують двовимірний пружинний маятник як механічну модель дослідження декількох нелінійно зв'язаних систем. Такий різновид пружинного маятника в ідеалізованому вигляді складається з «точкового» вантажу масою m , прикріпленого до кінця невагомої пружини жорсткістю k і довжиною h у ненавантаженому стані. Інший кінець пружини закріплений нерухомо. Утворена в такий спосіб коливальна система має рухатися тільки у вертикальній площині, при цьому зберігаючи вісь пружини прямолінійною. Точковий вантаж одночасно виконує два види коливань: подібних пружині – коли переміщається уздовж прямолінійної осі пружини, і подібних маятнику – коли здійснює коливання сумісно з її віссю. На практиці хитні пружини можуть виконувати роль механічних ілюстрацій, де аналізуються поперечні (маятникові) коливання і поздовжні (пружинні) коливання. У випадку, коли відношення частот зазначених коливань відрізнятимуться приблизно в два рази, то хитна пружина буде в стані резонансу.

В роботах [1,56] наведена велика кількість можливих впроваджень ідеї коливань хитної пружини. Наприклад, коливання хитних пружин мають безпосереднє відношення до багатьох механічних динамічних систем. Були виявлені ефекти порушення стійкості й керованості швидкохідних кораблів в процесі розрахунків їх динаміки в умовах несприятливих хвиль. При співвідношенні 1:2 частот кормових і бокових коливань відбувається втрата динамічної стійкості [57]. Коливання хитних пружин допомагають дослідити і динаміку надзвукових літаків, коли виявляються ефекти порушення їх стійкості й керованості. Виявилось, що найбільш інтенсивне розгойдування бічних коливань має місце, коли коливання за кутом атаки відбуваються із частотою вдвічі більшої частоти бічних коливань [3]. Ці приклади пояснюють, коли у рамках динамічної системи (корабель або літак) доцільно враховувати обмін енергією між її компонентами (подовжніми і поперечними коливаннями).

Видозмінена модель хитної пружини – модель гнучкої нитки – важливу роль відіграє у будівельній механіці. Адже гнучка нитка – це своєрідна

пружина, що діє тільки на розтягнення. У типовій двовимірній моделі гнучка нитка одночасно може здійснювати поперечні коливання у своїй площині (аналог кутових коливань хитної пружини з вантажем) і маятникові коливання, що поєднують опорні закріплення (аналог вертикальних коливань) [59]. Прикладом є дроти високовольтних ліній, на стан яких впливають пориви вітру. При співвідношенні частот 1:2 зазначених коливань відбувається втрата динамічної стійкості, і тоді виникають поперечні коливання нитки, амплітуда яких може досягати досить великих значень. Можливість виникнення таких явищ необхідно враховувати при розрахунку різноманітних конструкцій будівельної механіки (вісячих мостів, вантово-балочних систем, канатних доріг, ліній електропередачі, різноманітних антен тросових системи для втримання об'єктів, гнучких шлангів, тощо).

Зрозуміло, що стан резонансу хитної пружини має відбуватися при певній комбінації значень параметрів хитної пружини. А саме, коли період вертикальних коливань буде приблизно вдвічі меншим за період

горизонтальних коливань: де

Тут m – маса вантажу, k – жорсткість пружини, h – довжина пружини у ненавантаженому стані, g – прискорення земного тяжіння.

Крім умов резонансу існує ще одна можливість охарактеризувати хитну пружину. А саме, виділити періодичні траєкторії з можливих рухів під час коливань вантажу хитної пружини [59]. Для цього необхідно виявити закономірності утворення періодичних траєкторій залежно від параметрів хитної пружини. А також класифікувати одержані періодичні траєкторії за типом схем механічних пристроїв, що їх утворюють. І кожній періодичній траєкторії бажано поставити у відповідність певне число, яке б характеризувало її геометричну форму. Крім того, важливими будуть дослідження різновидів конструкцій, до складу яких входять хитні пружини.

Отже, доцільними будуть дослідження, спрямовані на геометричне моделювання періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини, а також різновидів конструкцій хитних пружин.

Способи одержання розв'язку динамічної системи, в основі якої знаходяться ідеї хитної пружини, звичайно використовують координати, які визначають рух пружини й маятника. При цьому передбачається можливість запису гамільтоніана у вигляді суми трьох членів, що відповідають енергіям, пов'язаних з рухами: пружини, маятника й компонента їхнього зв'язку. У результаті з'являється можливість з'ясувати, як енергія розподіляється між розглянутими трьома енергетичними величинами. Також з'являється можливість з'ясувати, як розподіл енергії змінюється відповідно до повної енергії й керуючим параметром, що являє собою відношення частот простого маятника й маси пружини. За допомогою отриманих аналітичних виразів аналізується обмін енергією для окремих траєкторій. Також одержують глобальні характеристики розподілу енергії хитної пружини шляхом обчислення просторових і середніх за часом компонентів енергії для великої кількості траєкторій (періодичних, квазіперіодичних і хаотичних) на всіх

протязі фазового простору.

У роботі [14] вивчаються зміни в поведінці хитної пружини, коли під контролем параметра один відгук стає нестійким і замінюється іншим. Вибірка Пуанкаре використовується для зведення проблеми опису стійкості граничного циклу до більш простої задачі визначення стійкості нерухомої точки відображення Пуанкаре. В роботі [5] досліджено вплив амплітуди й частоти базового руху на періодичну реакцію системи й аналізуються біфуркаційні характеристики періодичного розв'язку. Установлено, що біфуркація Хопфа може відбуватися в періодичному відгуку системи, що відповідає деяким базовим частотам і амплітуди. Методи теорії нелінійних нормальних форм коливань дозволили дослідити динаміку маятника не тільки для малих, але і для значних амплітуд коливань.

В роботі [60] проведені експериментальні спостереження й наведені прості пояснення руху вантажу пружини, у тому числі добре відомий випадок, коли частота коливань у вертикальному напрямку вдвічі більше, ніж для руху маятника. Наведено теоретичне дослідження плоских малих нелінійних коливань хитної пружини з нелінійною залежністю натягу пружини від її подовження. Використовується метод гамільтонової нормальної форми. Рішення гамільтонових рівнянь нормальної форми показали, що періодична перебудова коливань між вертикальною й горизонтальною модами відбувається тільки у випадку резонансів 1:1 і 2:1. У всіх інших випадках, як при наявності резонансу, так і при його відсутності, коливання відбуваються із двома постійними частотами. В роботі [20] перетікання енергії між подовжніми і маятниковими коливаннями розглядається як пульсація. Пульсація і ступінчаста прецесія є характерними особливостями динаміки хитної пружини. Для визначення повного аналітичного рішення використано гамільтонову редукцію.

У статті [61] хитний маятник описано як механічну систему із двома ступенями свободи. Для цього з використанням рівнянь Якобі – Леві – Чивіті складено та чисельно розв'язано скалярне диференціальне рівняння. В роботі [62] досліджено періодичний процес перекачування енергії хитної пружини від однієї моди до іншої. Знайдений аналітичний опис з високою точністю відображає процес при будь-яких початкових відхиленнях маятника. Проведено порівняння даного алгоритму з алгоритмами класичного методу нормальної форми. У роботі [17] показано, що інтегральне наближення просторової хитної пружини, налаштованої на резонанс 1:1:2, має монохромію, а ступінчастий кут прецесії площини коливання резонансного пружинного маятника є числом обертання інтегрального наближення.

В роботі [9] коливання хитної пружини аналізується з позицій енергообміну в рамках параметричного механізму. Зокрема, хитна пружина, із двома ступенями свободи є автопараметричною системою, що являє собою основу для вивчення нелінійних зв'язаних систем. В роботі [63] використовується інваріантна нормальна форма, яка дозволила у рамках єдиного підходу не розділяти коливання хитної пружини на випадки автономні - не автономні, чи резонансні – нерезонансні. Робота [64]

присвячена дослідженню зв'язку можливої траєкторії вантажу хитної пружини з фігурами Ліссажу.

Але ці глибокі теоретичні роботи часто не дають чітких алгоритмів побудови нехаотичних періодичних траєкторій вантажу хитної пружини. Для інженерної практики крім теоретичних досліджень необхідні способи побудови реальних нехаотичних періодичних траєкторій вантажів хитних пружин. Деякі з них описані в роботі [22], де наведено приклади періодичних траєкторій, а також в [23], де проведено дослідження умов побудови періодичних траєкторій. У роботі [65] наведені приклади періодичних траєкторій хитних пружин. В роботі [66] наведено приклад побудови траєкторії руху вантажу хитної пружини. В роботі [67] описано динаміку хитної пружини двома різними способами: за допомогою рівнянь Лагранжа й застосуванням другого закону Ньютона.

У роботі [68] наведена велика кількість періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини. При цьому вивчаються рухи пружинного маятника в залежності від двох його параметрів управління (відношення частот пружини і маятника). Показано, що в межах дуже малих і дуже великих значень параметрів траєкторія вантажу пружинного маятника переважно регулюється, а зміни параметрів більшості початкових умов приводять до хаотичних траєкторій.

В роботі [26] наведено *maple*-програму побудови траєкторії вантажу хитної пружини. В роботі [69] наведено спосіб побудови зазначених траєкторій. В роботі [70] на основі складеної програми проілюстровано параметричний резонанс хитної пружини, який проявляється в передачі енергії від вертикальних коливань вантажу до горизонтальних й навпаки. Показано, що швидкість і амплітуда передачі енергії істотно залежать від початкових умов.

В результаті огляду літературних джерел були виявлені питання, ще не досліджені іншими авторами, зокрема стосовно розробки універсального способу побудови періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини та класифікації цих траєкторій залежно від основних параметрів хитної пружини.

1.4. Спосіб проекційного фокусування для визначення періодичних траєкторій вантажів хитних пружин

У якості огляду відомих результатів наведемо спосіб визначення параметрів для забезпечення нехаотичних коливань елементів маятникових систем шляхом наближеного розв'язання диференціальних рівнянь (частіше – системи рівнянь) Лагранжа другого роду з використанням фазової площини. Згідно з цим розв'язок рівняння має вигляд елемента сім'ї інтегральних кривих у фазовому просторі функції, що визначає одну з узагальнених змінних задачі. При цьому конкретний елемент сім'ї маємо залежно від вибору початкових умов інтегрування диференціального рівняння. Оскільки робота присвячена консервативним коливальним системам, то розглянуто геометричні форми інтегральних кривих і фазових траєкторій, типових для

цього випадку.

Головна ідея способу, запропонованого О.М.Семківим [555] полягає у наступному. Чисельно розв'яжемо диференціальні рівняння Лагранжа другого роду та побудуємо наближене зображення інтегральної кривої у фазовому просторі $\{u, Du, t\}$ узагальненої змінної u (як приклад). Зображення складатиметься із множини відрізків, що з'єднують послідовні точки, одержані в результаті наближеного розв'язання рівняння. Це унаочнення залежатиме від певного значення «керуючого» параметра задачі або значення початкової умови (позначимо його як p). При випадкових значеннях p у фазовому просторі $\{u, Du, t\}$ утвориться «плутана» інтегральна крива, проекція якої на фазову площину $\{u, Du\}$ також буде «плутаною» фазовою траєкторією (рис. 1.1, а). Це призводить до хаотичних коливань елементу маятника. У разі зміни значень «керуючого» параметра p має змінюватися і характер фазової траєкторії.

При критичному значенні $p=p_0$ характер фазової траєкторії зміниться на якісному рівні – перетвориться у «сфокусовану» криву (рис. 8, б). На фазовій площині $\{u, Du\}$ ніби відбудеться оптичний ефект «наведення на різкість» плутанини фазових траєкторій (далі це названо проекційним фокусуванням). Урахування значення параметра $p=p_0$ у процесі розв'язання рівняння Лагранжа другого роду дозволяє обчислити координати точок, які мають розташуватися на нехаотичній траєкторії сліду маятника.

Отже, нехаотичні технологічні траєкторії коливання елементу маятникової механічної системи проявляються на зображеннях фазових траєкторій у вигляді «сфокусованих» кривих. Інакше це можна сформулювати так: критичне значення параметра p одержимо в момент, коли зображення проекції інтегральної кривої на фазову площину (тобто фазової траєкторії) набуде мінімальної площі (у піксельному вимірі).

Для автоматизації пошуку критичного значення «керуючого» параметра C розглянемо поняття фокусування сім'ї кривих, описаної рівнянням $f(x, y, C)=0$. Нехай зображення кривої побудовано за допомогою послідовності пікселів.

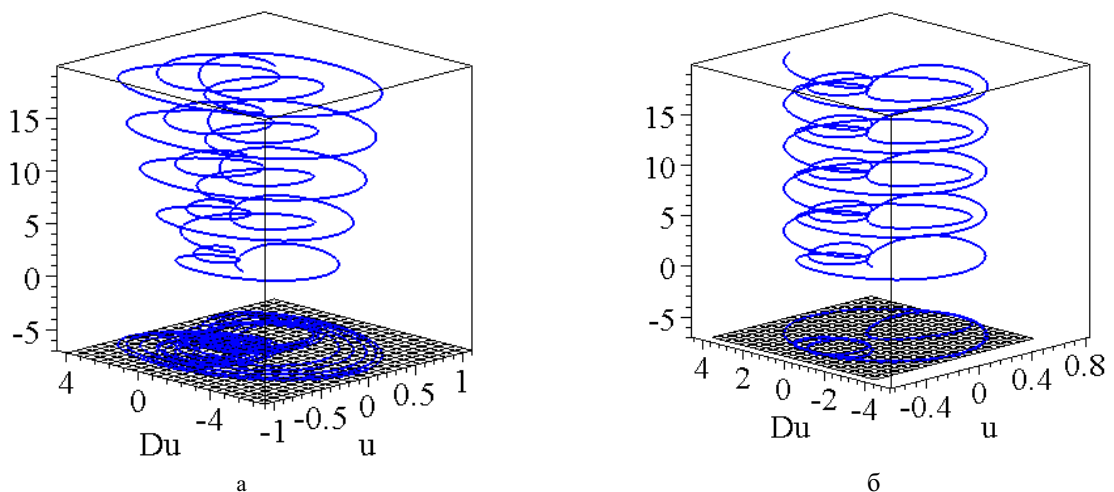


Рис. 1.1. Інтегральні криві і фазові траєкторії для:
а) випадкового значення p ; б) обчисленого значення $p=p_0$

Визначення 1. Фокусуванням параметричної сім'ї кривих, описаної рівнянням $f(x,y,C)$ називається процес визначення значення параметра C сім'ї, при якому зображення її елементів на координатній площині Oxy складатиметься з мінімальної кількості пікселів.

Приклад 1. Розглянемо сім'ю ліній, описану рівняннями:

$$, \quad (1.1)$$

де параметр C змінюється у межах $3,1 < C < 3,9$.

Складено програму визначення кількості пікселів, які утворюють зображення сім'ї ліній залежно від значення C . На рис. 1.2 наведено елементи сім'ї кривих для деяких C та графік залежності кількості пікселів від C .

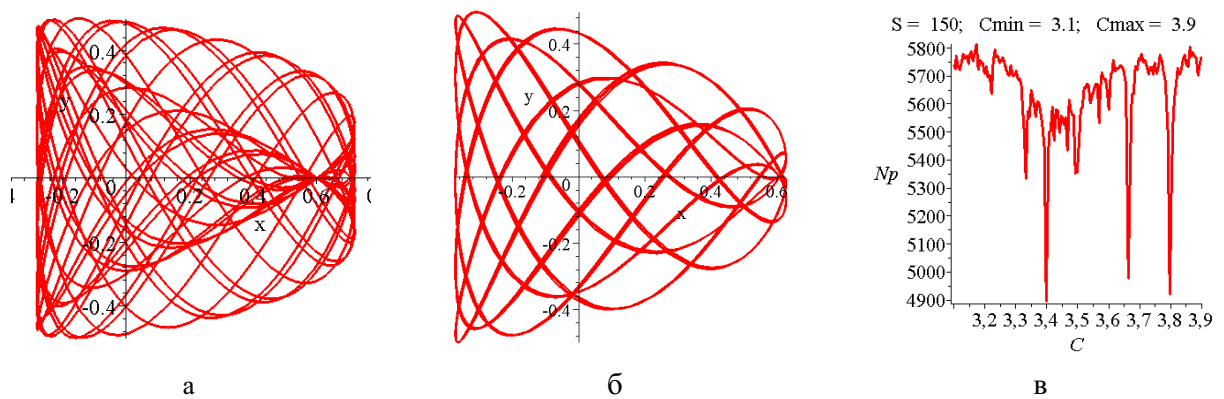


Рис. 1.2. Елементи сім'ї (1) для випадкового значення C (а);
для критичного значення $C = 3,3986$ (б);
графік залежності кількості пікселів від C (в)

Визначення 2. Проекційним фокусуванням параметричної сім'ї кривих, описаної рівнянням $f(x,y,C)$ називається процес визначення значення параметра C сім'ї, при якому зображення елементів її проекції на координатній площині Oxy матиме мінімальну площу (у піксельному вимірі).

Приклад 2. Розглянемо сім'ю ліній, описану рівняннями:

$$, \quad (1.2)$$

де параметр C змінюється у межах $2,2 < C < 4,5$.

За допомогою складеної програми можна визначати кількість пікселів, які входять до зображення сім'ї проекцій на площині Oxy залежно від значення параметра C . На рис. 1.3, а, б наведено елементи проекцій сім'ї кривих для випадкових значень C . На рис. 1.3, в зображено випадок для критичного значення C

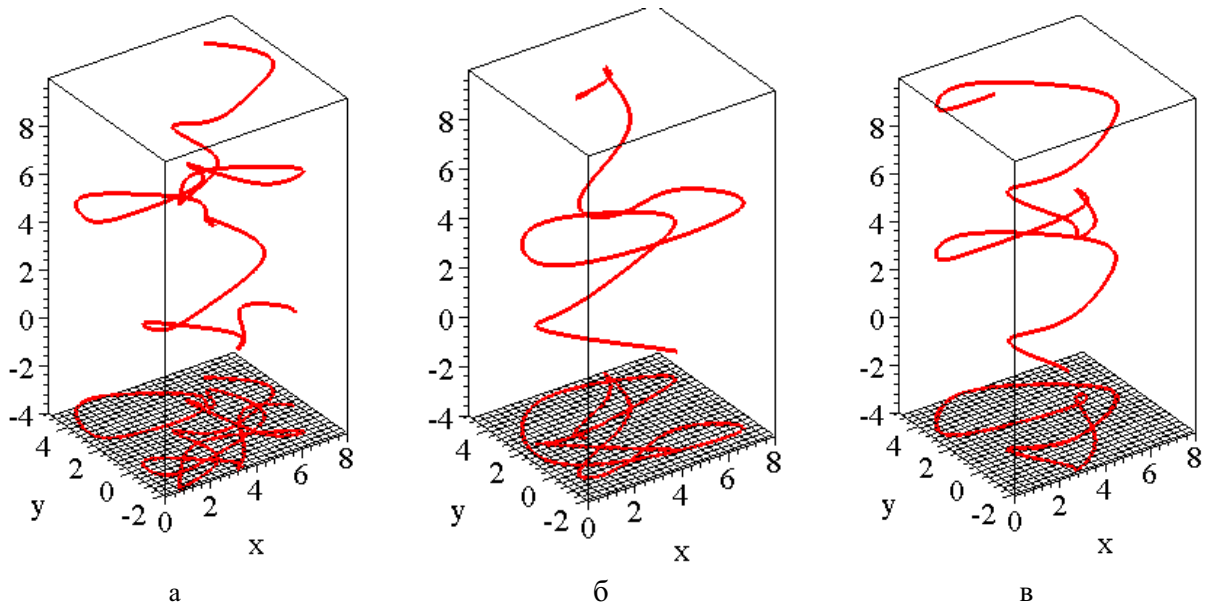


Рис. 1.3. Елементи проєкцій сім'ї кривих для випадкових значень C (а, б) та для критичного значення C

Як тривіальний приклад у роботі розглянуто подвійний маятник, рівняння Лагранжа другого роду якого наведено в підручниках з теоретичної механіки. Позначимо через $u(t)$ і $v(t)$ кути між вертикаллю і першою та другою ланками.

Приклад 3. Визначити довжину першої ланки L_1 подвійного маятника, яка б забезпечила нехаотичну траєкторію коливань вантажу другої ланки з такими параметрами: $L_2=1$; $m_1=2$; $m_2=1$; $u_0\pi/3$; $Du_0=0$; $v_0=\pi/3$; $Dv_0=0$.

На рис. 1.4, а зображено інтегральні криві і фазові траєкторії для обчисленого критичного значення $L_1 0.5375$ та вигляд початкового положення маятника і траєкторії коливань вантажу другої ланки маятника.

Отже, для ідеалізованих умов знайдено параметри подвійного маятника, які забезпечують його нехаотичні коливання. З використанням проєкційного фокусування можна визначити нехаотичні траєкторії коливання маятника з рухомою точкою підвісу, нехаотичні траєкторії коливання вантажу сферичного маятника, а також нехаотичні траєкторії коливань вантажу маятника Атвуда [89-99].

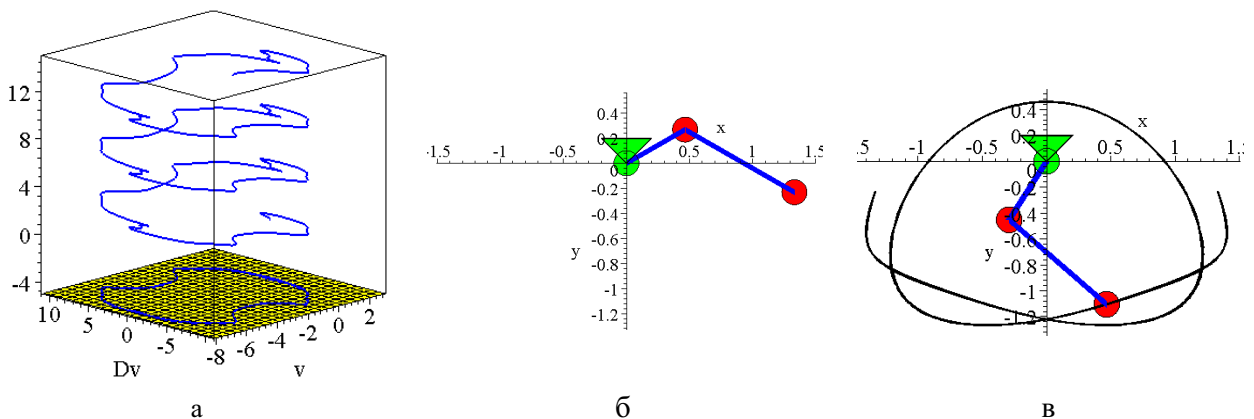


Рис. 1.4. Фазові траєкторії для критичного значення $L_1 0.5375$ (а),

початкове положення маятника (б) та траєкторії
коливань вантажу другої ланки маятника (в)

Отже, в роботах [89-99] наведено спосіб визначення параметрів для забезпечення нехаотичних коливань елементів маятникових систем. Спосіб полягає у наближеному розв'язанні диференціальних рівнянь (частіше – системи рівнянь) Лагранжа другого роду з подальшим використанням графічних побудов на фазовій площині.

Висновки до першого розділу

1. Здійснено аналіз літературних джерел за темою дисертаційних досліджень, який дозволив зробити висновок про те, що на теперішній час не існує методів побудови періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини з врахуванням не лише головних її параметрів, але і початкових умов ініціювання коливань.

2. Досліджувати періодичні траєкторії руху вантажу хитної пружини можна за допомогою відношення горизонтальних і вертикальних періодів коливань вантажу (або відношення відповідних частот коливань).

3. Серед апріорі хаотичних коливань подвійного маятника методом проекційного фокусування можна визначити таке коливання, коли другий вантаж рухатиметься по періодичній траєкторії. Цей приклад пояснює можливість розповсюдження зазначеного способу розв'язку на задачі визначення періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини.

4. Для дослідження коливань хитної пружини доцільно побудувати фазові траєкторії функцій її узагальнених координат хитної пружини та надати оцінки діапазону змін їх величин та швидкостей руху вантажу.

5. Феномен "перетікання" енергії між подовжніми і поперечними коливаннями точки на хитній пружині дозволяє проілюструвати процес перетікання енергії у реальних багатокомпонентних коливальних системах.

6. Для практичних впроваджень необхідно досліджувати резонанс типу 7:3, 9:4 і 11:2 і одержати значення параметрів хитної пружини, які відповідають періодичним траєкторіям руху її вантажу у цих випадках.

7. Зміст матеріалів, що були представлені у даному розділі було відображено у публікаціях автора, які вказані в авторефераті: [1], [16].

РОЗДІЛ 2

Розрахунок періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини з рухомою точкою підвісу та систематизація її коливань

Розглянуто випадки руху вантажу хитної пружини, коли задана функція $x=f(t)$ опису коливання точки підвісу вздовж осей Ox . Одержані координати рухомого точкового вантажу. Визначено Лагранжіан як різницю кінетичної і потенціальної енергій. Складено систему рівнянь Лагранжа другого роду відносно функцій - узагальнених координат. Для прикладу було визначено значення маси, яка б періодично рухалася б по траєкторії переміщення вантажу хитної пружини заданих жорсткості і довжини у ненавантаженому стані. Чисельним методом Рунге-Кутти розв'язуємо систему рівнянь Лагранжа другого роду із заданими початковими умовами. В результаті виконання наведених вище дій знайдемо наближене зображення на площині траєкторії руху вантажу.

Проведені дослідження дозволили скласти таблицю геометричних форм періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини залежно від її параметрів. При цьому вдалося систематизувати коливання хитних пружин. Для цього було визначимо значення жорсткості пружини, яка б забезпечила періодичну траєкторію переміщення вантажу заданих маси хитної пружини і її довжини у ненавантаженому стані. В результаті обчислень одержано миттєві положення хитної пружини і періодичні траєкторії руху вантажу заданою масою залежно від значень коефіцієнта жорсткості.

Наведено класифікацію періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини. Складено таблицю, де наведено значення відношення горизонтальних періодів коливань до вертикальних залежно від геометричної форми траєкторій руху для періодичних траєкторій. Також наведено значення мас вантажів для відповідних значень коефіцієнта жорсткості.

2.1. Хитна пружина (swinging spring) як механічна модель складних процесів у природі й техніці

Для пояснення складних процесів, що відбуваються в природі, часто застосовують наочні механічні інтерпретації. Зокрема, для коливальних процесів у якості моделей використовують маятникові аналоги. Класичним прикладом вважається модель оберненого маятника з вібруючою точкою кріплення. Фізичну модель цього маятника покладено в основу теорії динамічної стабілізації. Ключова ідея теорії полягає у необхідності розділяти рух на «швидкі» і «повільні» складові, що нашло відображення у понятті ефективного потенціалу. За допомогою методу ефективного потенціалу пояснено принцип стійкості високочастотного генератора «ніготронома» [2]. До речі, для того щоб не виникало проблем з секретністю при публікації методу, було залучено фізичну модель маятника з вібруючим підвісом, яка б ілюструвала принцип стійкості генератора. Цим самим було розпочате математичне дослідження маятника з вібруючим підвісом.

Не менш вражаючі механічні інтерпретації пов'язані з іншим видом маятника. У ідеалізованому вигляді маятник має вигляд вертикально підвішеної невагомої пружини, до кінця якої прикріплено точковий вантаж. Пружина крім подовжніх коливань здійснює коливання подібно маятнику у вертикальній площині, зберігаючи при цьому прямолінійність своєї осі. Помічено, що якщо вантаж одночасно здійснює коливання вздовж осі пружини і маятникові коливання, то зазначена дія відкриває феномен коливань пружини із зовсім несподіваної сторони. У поводженні такої коливальної системи були виявлені цікаві й глибокі фізичні закономірності [3].

Модель пружини, що коливається подібно маятнику, – в літературі її називають хитною пружиною (swinging spring) – знаходить широке застосування у якості механічної моделі більш складних процесів у природі й техніці. Мова йде про процеси із внутрішніми нелінійно пов'язаними системами надання різних коливальних компонентів. При цьому, що істотно, складові компоненти системи обмінюються енергією між собою. У роботі [1] представлено аналіз таких енергетичних обмінів з метою з'ясування того, як це залежить від параметрів керування системою. Для ілюстрації автори використовують хитну пружину як парадигму для вивчення нелінійних зв'язаних систем. Для хитної пружини ідентифікуються три енергетичні компоненти, схожі на рухи пружини, маятника, а також зв'язку між ними. Представлена процедура може бути застосована, в принципі, до довільних нелінійних зв'язаних систем, щоб показати, як зв'язок опосередкує внутрішні енергетичні обміни і як розподіл енергії змінюється відповідно до параметрів системи.

Особливість феномена хитної пружини проілюструємо графічно. Для цього порівняємо траєкторії переміщення точкового вантажу у двох випадках – хитної пружини (рис. 2.1, а) й параметричного маятника (рис. 2.1, б).



Рис. 2.1. Аналогія між кутовими коливаннями:

а – хитної пружини; б – математичного параметричного маятника

Для параметричного маятника вплив параметра проявляються в зміні довжини маятника, який здійснюється завдяки зовнішньому джерелу енергії. При цьому цікавим є випадок, коли у нижньому положенні довжину небагато збільшувати, а в крайніх положеннях її небагато скорочувати. Тоді

максимальне розгойдування досягатиметься у випадку, коли частота зміни параметра системи (довжини підвісу) у два рази перевищуватиме власну частоту коливань системи. Прикладом є коливання дитячих гойдалок. Для тривалої підтримки їхніх коливань необхідно швидко присідати в момент найбільшого відхилення гойдалок від положення рівноваги й також швидко вставати при проходженні нижнього положення.

Однак існує принципова відмінність між маятником «хитна пружина» і маятником «гойдалка». У хитній пружині відсутнє зовнішнє джерело енергії, і маятники такого виду повинні самі «забезпечувати» існування подібних коливань. З дослідів слідує, що наростання кутових коливань хитної пружини супроводжуються загасанням подовжніх коливань. Потім відбувається зворотнє явище – розгойдування подовжніх коливань за рахунок зменшення енергії кутових коливань. Далі весь процес постійно повторюється. Повторюване послідовне перекачування енергії від одних коливань до інших відбувається доти, поки всі коливання не загаснуть через тертя.

Нелінійні зв'язані системи із взаємодіючими підсистемами присутні в багатьох областях – від фізики й техніки до біології й соціальних наук. Приклади зв'язаних систем містять у собі хвильове об'єднання у фізиці плазми, накачки лазерів, біологічних осциляторних мережах, нейронних мережах і генетичних ланцюгах (відповідні посилання на літературу наведено в роботі [1]).

2.2. Побудова періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини з рухомою точкою підвісу

Наведемо спосіб визначення набору параметрів для забезпечення умовно періодичної траєкторії руху точкового вантажу хитної пружини з рухомою точкою кріплення, а також побудувати фазові траєкторії функцій узагальнених координат хитної пружини (значень кутів відхилення осі пружини від вертикалі та подовження) з метою оцінки діапазону змін зазначених величин та їх швидкостей. Розробити спосіб комп'ютерного моделювання періодичної траєкторії переміщення точкового вантажу хитної пружини з рухомою точкою кріплення (підвісу).

Розглянемо розрахунок періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини з рухомою точки підвісу. Для цього наведемо спосіб визначення траєкторії переміщення по вертикальній площині Ox вантажу хитної пружини залежно від маси m вантажу, початкової довжини h пружини у ненавантаженому стані, жорсткості k пружини і початкових умов для виникнення коливань.

Задамо умови ідеалізації коливань хитної пружини:

- коливання здійснюється у вертикальній площині, якій належить точка кріплення (підвісу);
- маса вантажу зосереджена в одній точці, розташованій на осі пружини з незакріпленого кінця;

- пружина є невагомою і вісь пружини залишається прямолінійною в процесі коливань;
- опори у вузлах і опір повітря під час коливань відсутні;
- процес розсіювання енергії відбувається повільно в порівнянні з характерними масштабами часу (коливальна система є консервативною);
- параметри і початкові умови задаються в умовних числових одиницях.

Опис закону руху точки підвісу оберемо у вигляді функції $f(t)$. Зазначимо, що у випадку рухомої точки підвісу з причини суттєвої нелінійності коливальної системи можна очікувати не лише строгих періодичних траєкторій вантажу хитної пружини, а і умовно періодичних. Тобто таких траєкторій переміщення вантажу, які не виходитимуть за межі певної смуги на площині Oxy .

Для опису коливань хитної пружини у якості першої узагальненої координатної функції $u(t)$ оберемо значення кута, який вісь хитної пружини утворює з вертикальною віссю Oy . Другу узагальнену координатну функцію $v(t)$ пов'яжемо з подовжньою зміною пружини в часі; через h позначимо довжину хитної пружини в ненавантаженому стані (рис. 2.2).

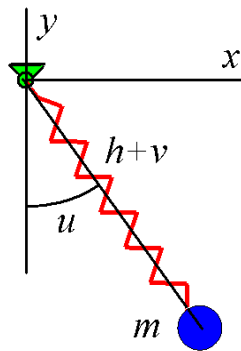


Рис. 2.2. Схема хитної пружини

В даній роботі розглянуто два випадки руху точки підвісу – вздовж осі Ox та вздовж осі Oy .

Випадок 1. Нехай точка підвісу хитної пружини рухається вздовж осі Ox за законом $x=f(t)$. Тоді віртуальні координати рухомого точкового вантажу можна обчислити за формулами

.DSMT4

.DSMT4

(2.1)

Лагранжіан задамо як різницю кінетичної і потенціальної енергій ($g=9.81$):

(2.2)

Тоді систему рівнянь Лагранжа другого роду одержуємо у вигляді:

(2.3)

Приклад 1. Визначимо значення маси m , яка б забезпечила періодичну траєкторію переміщення вантажу хитної пружини жорсткістю k і її довжиною h у ненавантаженому стані. У початковому положенні хитна пружина розташована вертикально, тобто $u(0)=0$. Ініціювання коливань здійснюється за допомогою імпульсу, наданого вантажу пружини у напрямку осі Ox : $du(0)=1$. Це значення можна характеризувати як початкову швидкість зміни в часі величини кута u . Початкові значення для параметра v подовження пружини мають вигляд $v(0)=2$; $dv(0)=0$. Нехай $k=50$ і $h=2$. Закон руху точки кріплення задамо функцією $f(t)=\sin(2t)$. В якості керуючого параметра коливання хитної пружини оберемо значення маси m вантажу.

Чисельним методом Рунге-Кутти розв'язуємо систему рівнянь (2.3) із початковими умовами $u(0)=0$; $du(0)=1$; $v(0)=2$; $dv(0)=0$. На рис. 2.3 зображено інтегральні криві у фазових просторах $\{u, Du, t\}$ і $\{v, Dv, t\}$ для знайденого критичного значення $m=5,142$. Час інтегрування $T=16$.

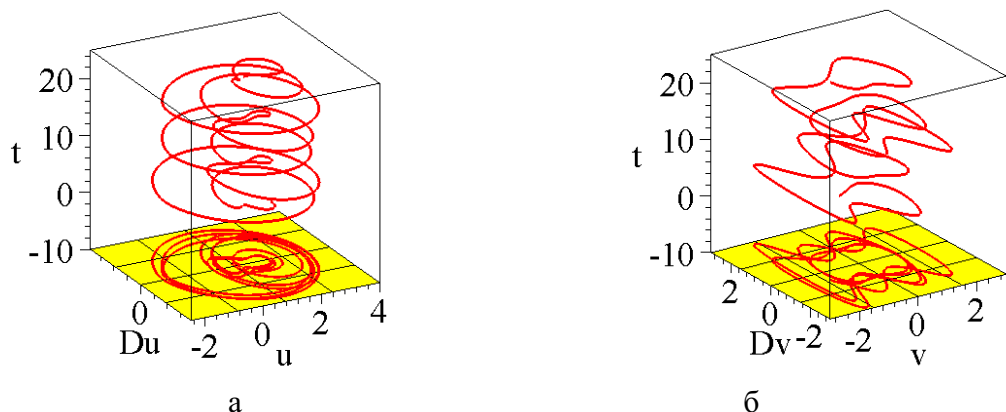


Рис. 2.3. Інтегральні криві для критичного значення $m=5,142$ у фазових просторах: а – $\{u, Du, t\}$; б – $\{v, Dv, t\}$

На рис. 2.4 наведено фазові траєкторії відповідних узагальнених координатних функцій, за допомогою яких можна визначити їх діапазони змін. Бачимо, що фазові траєкторії не вдається "сфокусувати" як у

попередніх прикладах. Тому для коректності одержані далі траєкторії руху вантажу хитної пружини вважатимемо умовно періодичними.

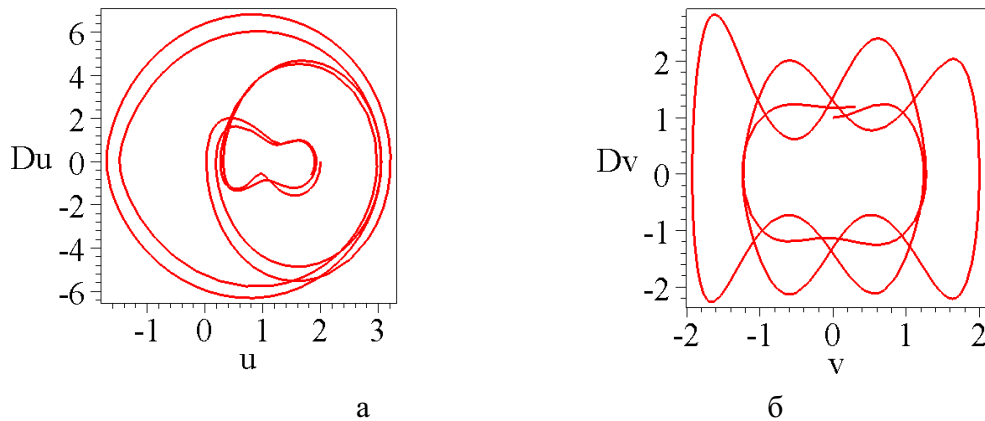


Рис. 2.4. Фазові траєкторії на площинах $\{u, Du\}$ і $\{v, Dv\}$:
а – координатної функції $u(t)$; б – координатної функції $v(t)$

Для підтвердження значення $m=5,142$ скористаємося графіком насиченості зображення лінії фазової траєкторії (рис. 2.5). Мінімальна кількість пікселів зображення досягається при критичному значенні керуючого параметра $m_0=5,142$.

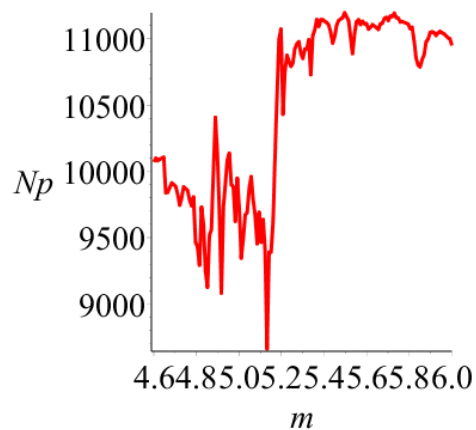


Рис. 2.5. Графік залежності кількості пікселів N_p зображення фазової траєкторії від значення m

Після обчислення $m_0=5,142$, необхідно його значення підставити на місце m в систему рівнянь Лагранжа другого роду (2.3) і чисельно розв'язати її методом Рунге-Кутти відносно функцій $u(t)$ і $v(t)$. Одержимо послідовність значень (u_i, v_i) при $t=t_i$ (де $i=1...S$). Для побудови траєкторії руху вантажу хитної пружини на площині Oxu слід у виразі (2.1) віртуальних координат (x, y) підставити послідовність значень (u_i, v_i) . Одержані близькі точки необхідно сполучити ломаною. В результаті знайдемо наближене зображення на площині Oxu періодичної траєкторії руху вантажу хитної пружини для випадку 1 (рис. 2.6). Оскільки фазові траєкторії не вдалося "сфокусувати" як у попередніх прикладах, то одержану траєкторію руху вантажу хитної пружини будемо вважати умовно періодичною. Зоровий аналізатор підтверджує природність коливань хитної пружини з рухомою точкою підвісу, у чому можна переконатися з комп'ютерних анімацій на сайті [32].

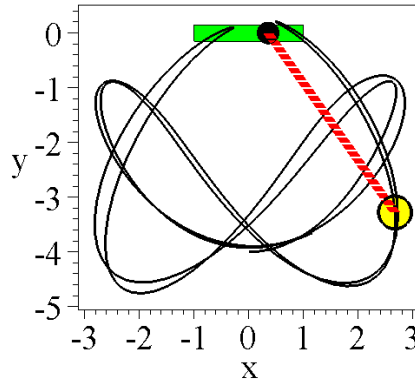


Рис. 2.6. Траєкторія руху вантажу хитної пружини для прикладу 1

Приклад 2. Змінимо напрямок дії імпульсу ініціювання руху хитної пружини на протилежний, тобто оберемо $du(0) = -1$. Чисельним методом Рунге-Кутти розв'язуємо систему рівнянь (3) з початковими умовами $u(0)=0$; $du(0) = -1$; $v(0)=2$; $dv(0)=0$.

На рис. 2.7 зображено інтегральні криві у фазових просторах $\{u, Du, t\}$ і $\{v, Dv, t\}$ для знайденого критичного значення $m=16,571$. Час інтегрування $T=16,7$. На рис. 2.8 наведено фазові траєкторії відповідних узагальнених координатних функцій, за допомогою яких можна визначити їх діапазони змін.

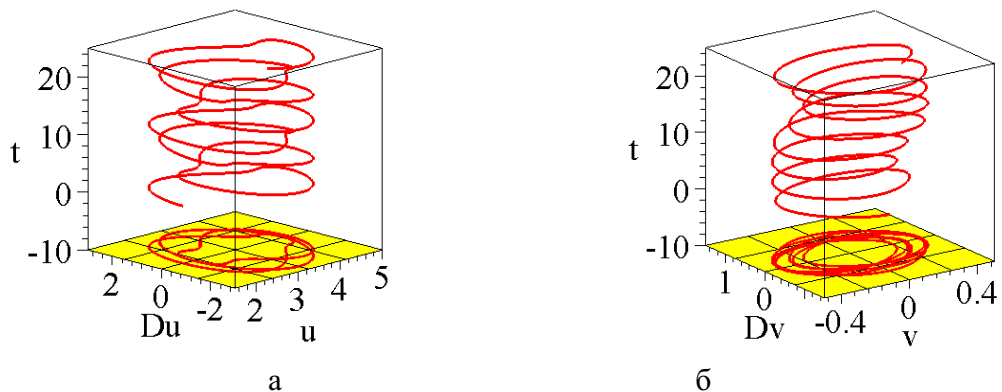


Рис. 2.7. Інтегральні криві для критичного значення $m=16,571$ у фазових просторах: а – $\{u, Du, t\}$; б – $\{v, Dv, t\}$

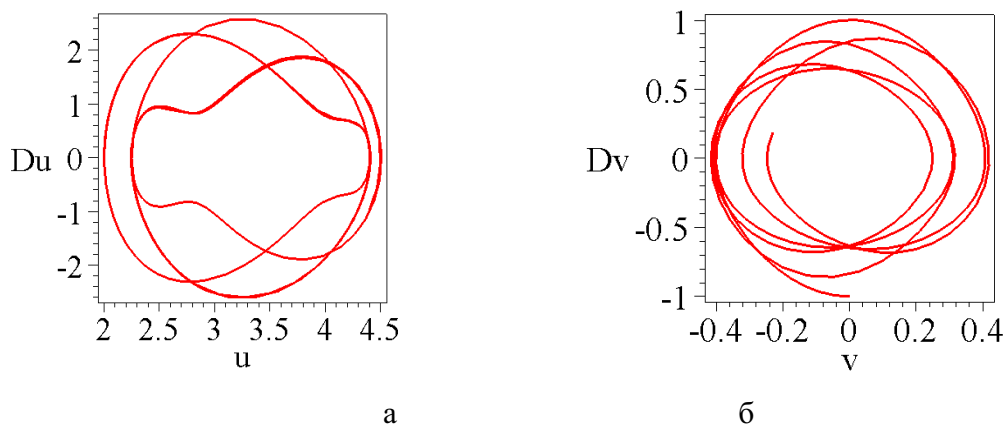


Рис. 2.8. Фазові траєкторії на площинах $\{u, Du\}$ і $\{v, Dv\}$: а – координатної функції $u(t)$; б – координатної функції $v(t)$

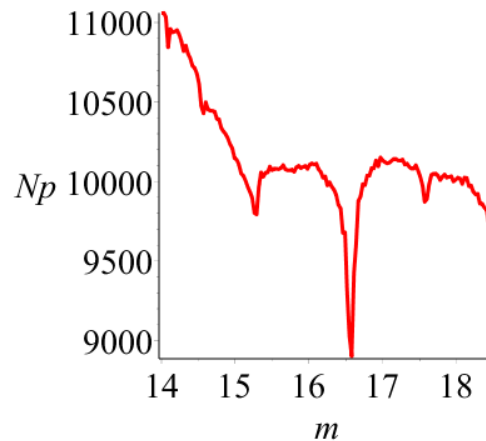


Рис. 2.9. Графік залежності кількості пікселів N_p зображення фазової траєкторії від значення m

Для підтвердження значення $m=16,571$ скористаємося графіком насиченості зображення лінії фазової траєкторії (рис. 2.9). Мінімальна кількість пікселів зображення досягається при критичному значенні керуючого параметра $m_0=16,571$.

Після обчислення $m_0=16,571$, необхідно його значення підставити на місце m в систему рівнянь Лагранжа другого роду (2.3) і чисельно розв'язати її методом Рунге-Кутти відносно функцій $u(t)$ і $v(t)$. Одержимо послідовність значень (u_i, v_i) при $t=t_i$ (де $i=1 \dots S$). Для побудови траєкторії руху вантажу хитної пружини на площині Oxy слід у вирази (2.1) віртуальних координат (x, y) підставити послідовність значень (u_i, v_i) . Одержані близькі точки необхідно сполучити ломаною. В результаті знайдемо наближене зображення на площині Oxy періодичної траєкторії руху вантажу хитної пружини для випадку 1 (рис. 2.10).

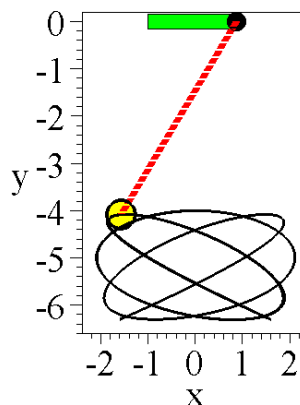


Рис. 2.10. Траєкторія руху вантажу хитної пружини для прикладу 2

Таким чином можна констатувати, що змінюючи напрямок дії імпульсу ініціювання руху хитної пружини з $du(0)=1$ на протилежний $du(0)=-1$ можна одержати періодичну або умовно періодичну траєкторію.

Випадок 2. Нехай точка підвісу хитної пружини рухається вздовж осі Oy за законом $y=f(t)$. Тоді віртуальні координати рухомого точкового вантажу можна обчислити за формулами (2.1). Лагранж іан задамо як різницю кінетичної і потенціальної енергій ($g=9.81$):

(2.4)

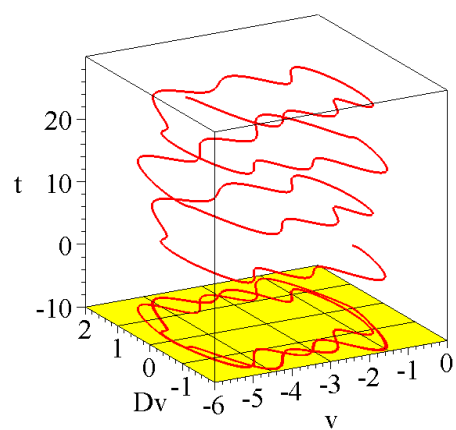
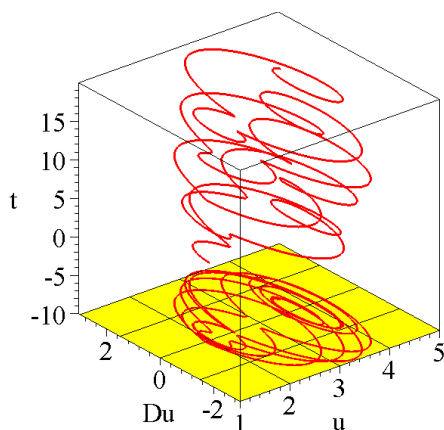
Систему рівнянь Лагранжа другого роду одержуємо у вигляді:

(2.5)

Визначимо значення маси m , яка б забезпечила періодичну траєкторію переміщення вантажу хитної пружини жорсткістю k і її довжиною h у ненавантаженому стані.

Приклад 3. Нехай початкове положення хитної пружини визначається кутом $-\pi/4$, тобто $u(0)=-\pi/4$. Швидкість зміни величини кута $du(0)=0$. Початкові значення для параметра v подовження пружини мають вигляд $v(0)=2$; $dv(0)=0$. Оберемо $k=450$ і $h=2.5$. Закон руху точки кріплення задамо функцією $y=0,5\cos(4t)$. В якості керуючого параметра коливання хитної пружини оберемо значення маси m вантажу.

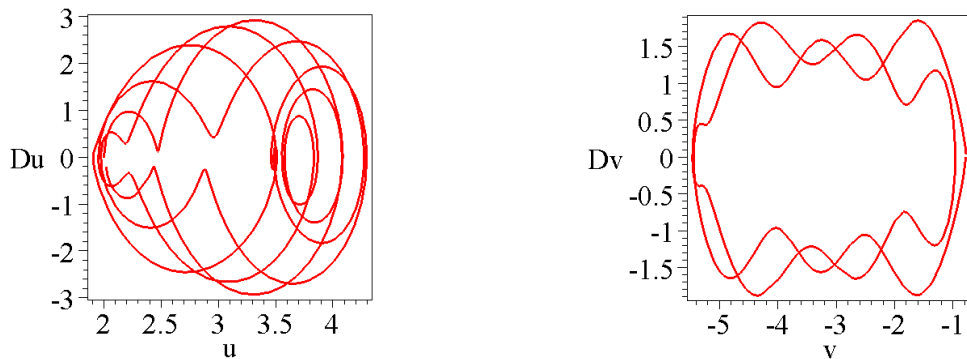
Чисельним методом Рунге-Кутти розв'язуємо систему рівнянь (2.5) із початковими умовами $u(0)=-\pi/4$; $du(0)=0$; $v(0)=2$; $dv(0)=0$. На рис. 2.11 зображено інтегральні криві у фазових просторах $\{u, Du, t\}$ і $\{v, Dv, t\}$ для знайденого критичного значення $m=22,57$. Час інтегрування $T=17,2$. На рис. 2.12 наведено фазові траєкторії відповідних узагальнених координатних функцій, за допомогою яких можна визначити їх діапазони змін. Фазові траєкторії не вдається "сфокусувати" як у попередніх прикладах. Тому траєкторію руху вантажу хитної пружини вважатимемо умовно періодичною.



а

б

Рис. 2.11. Інтегральні криві для критичного значення $m=22,57$ у фазових просторах: а – $\{u, Du, t\}$; б – $\{v, Dv, t\}$



а

б

Рис. 2.12. Фазові траєкторії на площинах $\{u, Du\}$ і $\{v, Dv\}$:

а – координатної функції $u(t)$; б – координатної функції $v(t)$

Для підтвердження значення $m=22,57$ скористаємося графіком насиченості зображення лінії фазової траєкторії (рис. 2.13). Мінімальна кількість пікселів зображення досягається при критичному значенні керуючого параметра $m_0=22,57$.

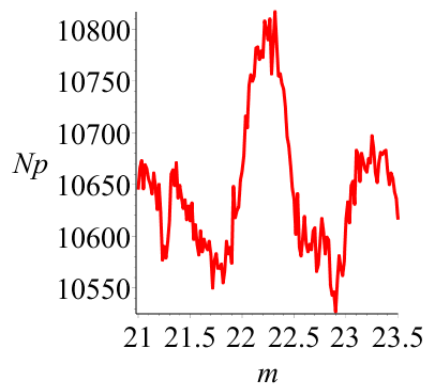


Рис. 2.13. Графік залежності кількості пікселів N_p зображення фазової траєкторії від значення m

Після обчислення $m_0=22,57$ необхідно його значення підставити на місце m в систему рівнянь Лагранжа другого роду (2.5) і чисельно розв'язати її методом Рунге-Кутти відносно функцій $u(t)$ і $v(t)$. Одержимо послідовність значень (u_i, v_i) при $t=t_i$ (де $i=1 \dots S$). Для побудови траєкторії руху вантажу хитної пружини на площині Oxy слід у виразі (2.1) віртуальних координат (x, y) підставити послідовність значень (u_i, v_i) . Одержані близькі точки необхідно сполучити ломаною. В результаті знайдемо наближене зображення на площині Oxy періодичної траєкторії руху вантажу хитної пружини для випадку 2 (рис. 2.14).

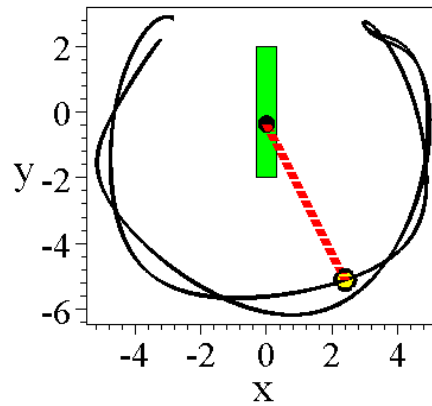


Рис. 2.14. Траєкторія руху вантажу хитної пружини для прикладу 3

Приклад 4. Розглянемо другий варіант, коли у початковому положенні хитна пружина розташована під кутом $\pi/3$, тобто $u(0)=\pi/3$. Швидкість зміни кута $du(0)=0$. Початкові значення для параметра v подовження пружини мають вигляд $v(0)=2$; $dv(0)=0$. Нехай $k=50$ і $h=2.5$. Закон руху точки кріплення задамо функцією $y=\cos(3t)$. В якості керуючого параметра коливання хитної пружини оберемо значення маси m вантажу.

Чисельним методом Рунге-Кутти розв'язуємо систему рівнянь (2.5) із початковими умовами $u(0)=\pi/3$; $du(0)=1$; $v(0)=2$; $dv(0)=0$. На рис. 2.15 зображено інтегральні криві у фазових просторах $\{u, Du, t\}$ і $\{v, Dv, t\}$ для знайденого критичного значення $m=5,7557$. Час інтегрування $T=25,3$.

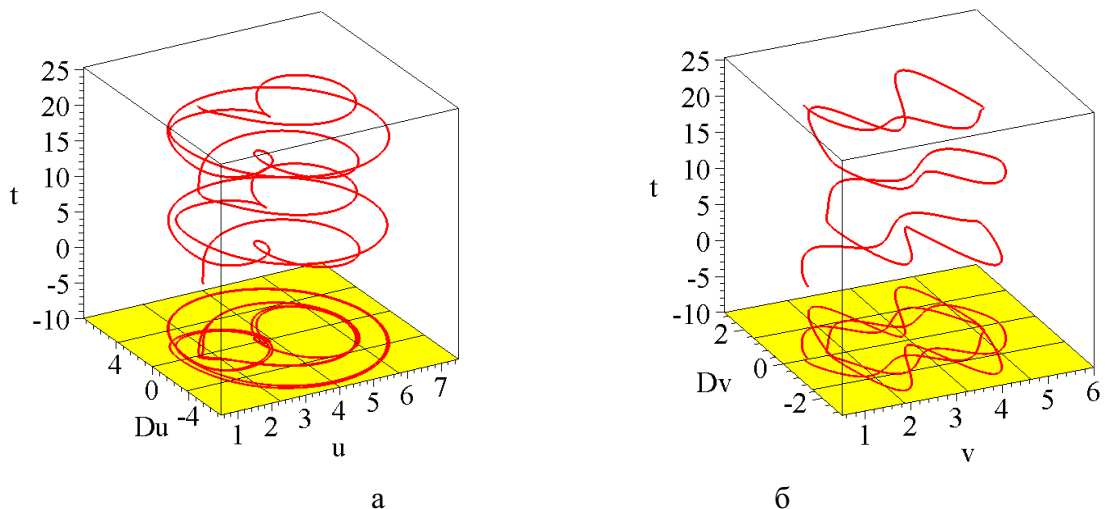


Рис. 2.15. Інтегральні криві для критичного значення $m=5,7557$
у фазових просторах: а – $\{u, Du, t\}$; б – $\{v, Dv, t\}$

На рис. 2.16 наведено фазові траєкторії відповідних узагальнених координатних функцій, за допомогою яких можна визначити їх діапазони змін. Бачимо, що фазові траєкторії не вдається "сфокусувати" як у попередніх прикладах. Тому треба очікувати траєкторію руху вантажу хитної пружини умовно періодичною.

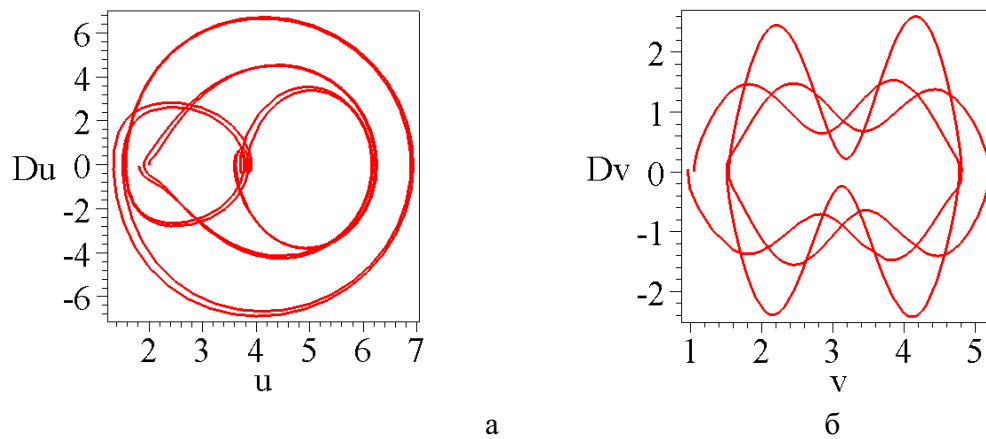


Рис. 2.16. Фазові траєкторії на площинах $\{u, Du\}$ і $\{v, Dv\}$:
а – координатної функції $u(t)$; б – координатної функції $v(t)$

Для підтвердження значення $m=5,7557$ можна скористатися графіком насиченості зображення лінії фазової траєкторії (рис. 2.17). Мінімальна кількість пікселів зображення досягається при критичному значенні керуючого параметра $m_0=5,7557$.

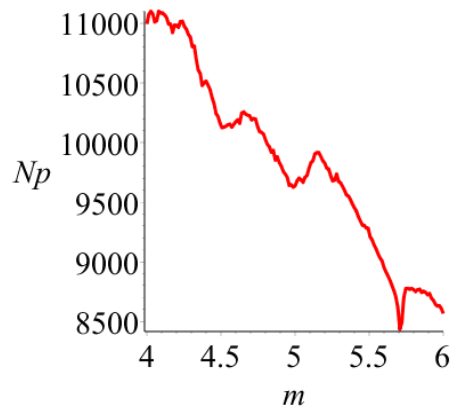


Рис. 2.17. Графік залежності кількості пікселів N_p зображення фазової траєкторії від значення m

Після обчислення $m_0=5,7557$ необхідно його значення підставити на місце m в систему рівнянь Лагранжа другого роду (2.5) і чисельно розв'язати її методом Рунге-Кутти відносно функцій $u(t)$ і $v(t)$. Одержимо послідовність значень (u_i, v_i) при $t=t_i$ (де $i=1 \dots S$). Для побудови траєкторії руху вантажу хитної пружини на площині Oxy слід у вирази (2.1) віртуальних координат (x, y) підставити послідовність значень (u_i, v_i) . Одержані близькі точки необхідно сполучити ломаною. В результаті знайдемо наближене зображення на площині Oxy періодичної траєкторії руху вантажу хитної пружини для прикладу 7 (рис. 2.18).

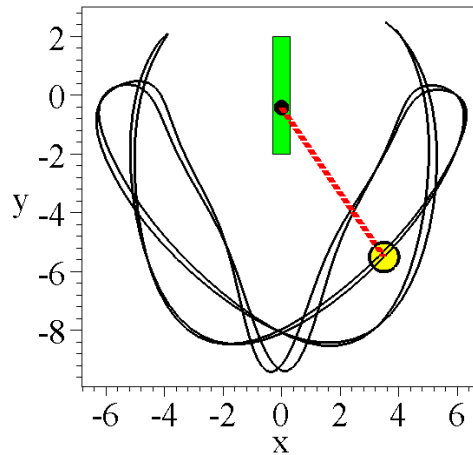


Рис. 2.18. Траєкторія руху вантажу хитної пружини для прикладу 4

Одержані у цьому і попередньому приклади умовно періодичні траєкторії можна пояснити суттєвою нелінійністю задачі про коливання хитної пружини з рухомою точкою підвісу. Залучаючи зоровий аналізатор в процесі унаочнення коливань, одержаних за допомогою комп'ютерної анімації, можна переконатися у природному характері коливань хитної пружини з рухомою точкою підвісу. Підтвердження цього можна знайти на сайті [102], де наведені комп'ютерні анімації коливань різновидів хитних пружин.

2.3. Визначення взаємного зв'язку значень параметрів для забезпечення періодичних траєкторій

Визначимо траєкторії переміщення по вертикальній площині вантажу хитної пружини залежно від маси вантажу, початкової довжини пружини у ненавантаженому стані, жорсткості пружини і початкових умов для виникнення коливань.

Схему хитної пружини зображено на рис. 2.20.

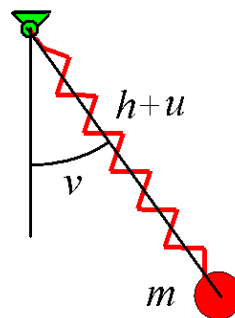


Рис. 2.20. Схема хитної пружини

У якості першої узагальненої координатної функції $v(t)$ оберемо значення кута, який вісь пружини утворює з вертикальною віссю Oy . Другу узагальнену координатну функцію $u(t)$ пов'яжемо з подовженням пружини в часі; через h позначимо довжину пружини в ненавантаженому стані. Тоді віртуальні координати рухомого точкового вантажу можна обчислити за

формулами:

.DSMT4

.DSMT4

(2.6)

Лагранж іан задамо як різницю кінетичної і потенціальної енергій:

(2.7)

Для складання системи диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду використаємо співвідношення (точка означає похідну по часу):

(2.8)

В результаті систему рівнянь Лагранжа другого роду одержуємо у вигляді:

(2.9)

Постановка задачі. Визначити значення жорсткості k пружини, яка б забезпечила періодичну траєкторію переміщення вантажу маси m хитної пружини довжиною h у ненавантаженому стані. У початковому положенні хитна пружина розташована вертикально, тобто $v(0)=0$. Ініціювання коливань здійснюється за допомогою імпульсу, наданого вантажу пружини у напрямку осі Ox : $dv(0)=0.5$. Величину 0.5 можна характеризувати як початкову швидкість зміни в часі величини кута $v(t)$.

Застосовуючи алгоритми і складені програми розв'язуємо систему рівнянь (2.9) зі значеннями параметрів і з початковими умовами $v(0)=0$; $dv(0)=0.5$; $u(0)=1$; $du(0)=0$. В результаті розв'язання одержуємо інтегральні криві і фазові траєкторії. Фазові траєкторії характеризуються кількістю пікселів на їх зображеннях. На рис. 2.21 наведено графіки зміни кількості пікселів N_p залежно від значення жорсткості k для «одиничних» значень $m=1$ і $h=1$. Одержано екстремальні локально мінімальні значення. Це дозволило (після уточнення) визначити шість головних критичних значень коефіцієнтів жорсткості k : 7.99; 9.55; 12.67; 18.12; 22.96; 28.84.

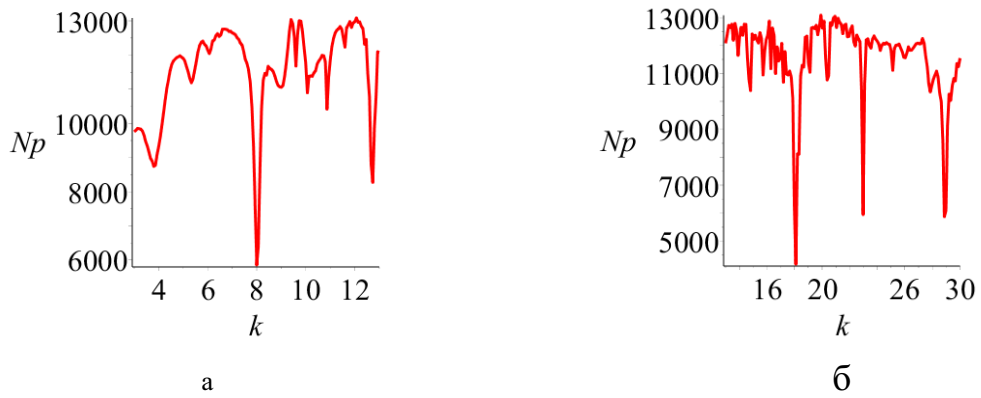


Рис. 2.21. Графіки зміни кількості пікселів залежно від k для $m=1$:
а – у межах $3 < k < 13$; б – у межах $13 < k < 30$

На рис. 2.22 наведені миттєві положення хитної пружини і періодичні траєкторії руху вантажу масою $m=1$ залежно від значень коефіцієнта жорсткості k . Звернемо увагу, що зображення одержаних геометричних форм траєкторій руху вантажу відповідають локальним мінімумам кількостям пікселів на рис. 2.21. На сайтах [100,102] наведено анімації відповідних коливань.

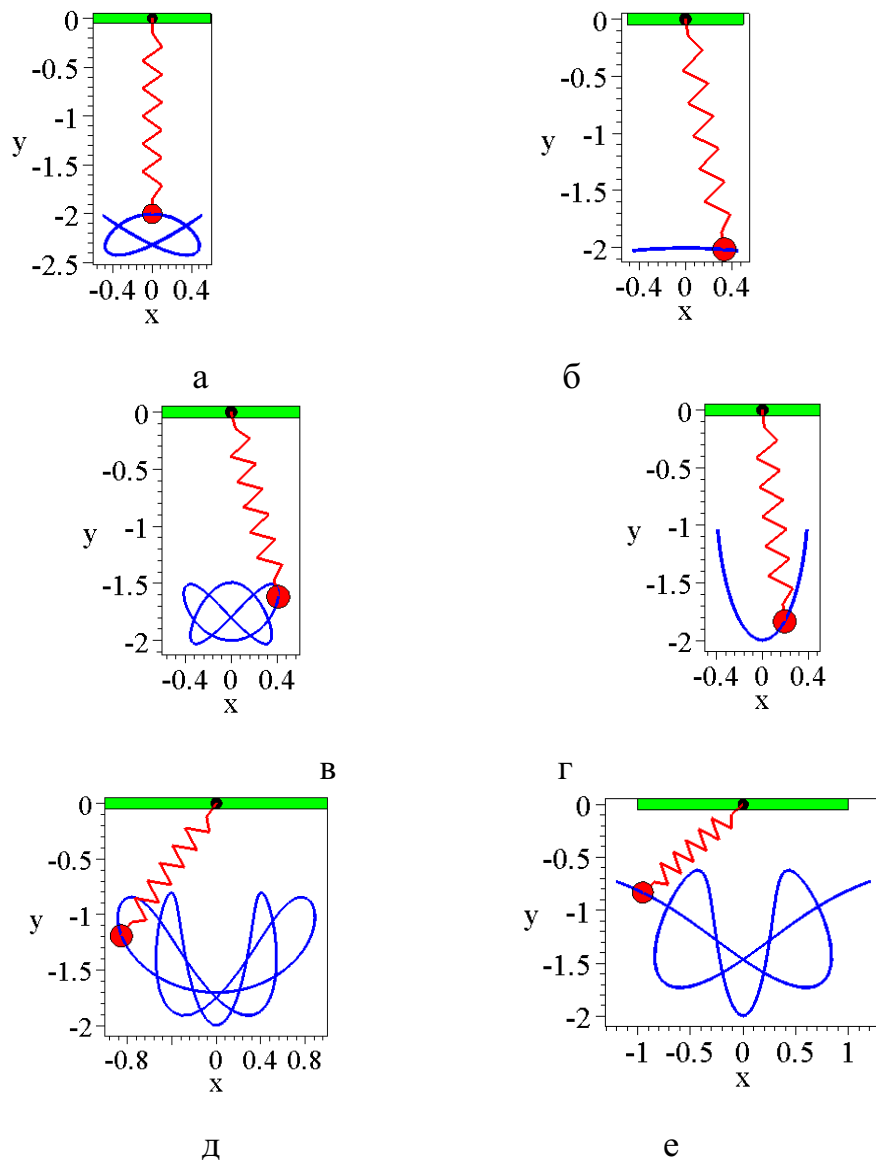


Рис. 2.22. Періодичні траєкторії вантажу на пружині для:

а – $k=7.99$; б – $k=9.55$; в – $k=12.67$; г – $k=18.12$; д – $k=22.96$; е – $k=28.84$

На рис. 2.23 наведено зображення фазових траєкторій функцій узагальнених координат, відповідних періодичним траєкторіям рис. 2.22. Побудовані на координатних фазових площинах $\{u, Du\}$ і $\{v, Dv\}$, які на рисунку зображено сумісно.

Червоним кольором позначено фазову траєкторію функції $u(t)$, а блакитним – фазову траєкторію функції $v(t)$. Нагадаємо, що функція $u(t)$ описує довжину пружини, а функція $v(t)$ – кут відхилення пружини від вертикалі.

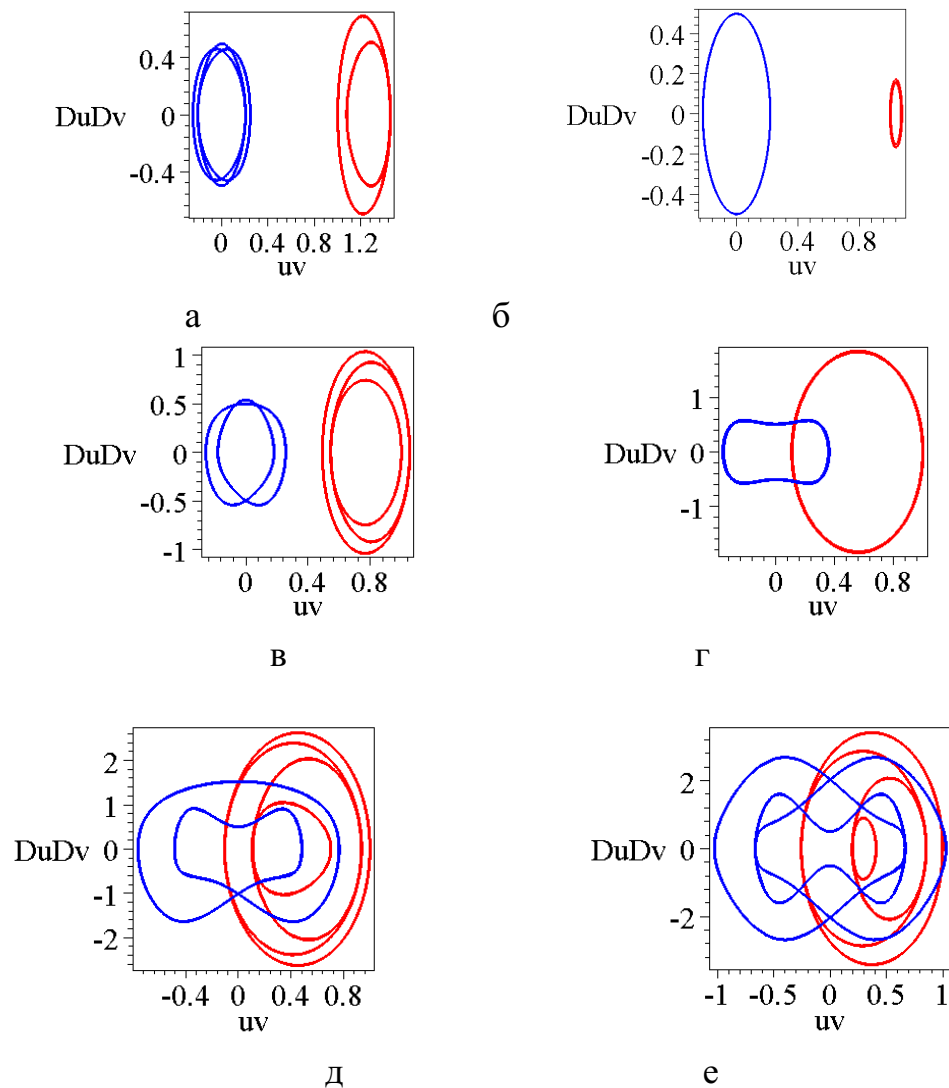


Рис. 2.23. Фазові траєкторії на фазових площинах $\{u, Du\}$ і $\{v, Dv\}$

Отже, за допомогою фазових траєкторій (рис. 2.23) можна визначити діапазони зміни функцій узагальнених координат, а також швидкості їх зміни . Фазові траєкторії на фазових площинах $\{u, Du\}$ і $\{v, Dv\}$ маємо для:

а – $k=7.99$; $1 < u(t) < 1.4$; $-0.6 < Du(t) < 0.6$; $-0.3 < v(t) < 0.3$; $-0.45 < Dv(t) < 0.45$;
 б – $k=9.55$; $0.9 < u(t) < 1$; $-0.2 < Du(t) < 0.2$; $-0.3 < v(t) < 0.3$; $-0.44 < Dv(t) < 0.44$;
 в – $k=12.67$; $0.6 < u(t) < 0.9$; $-1.1 < Du(t) < 1.1$; $-0.35 < v(t) < 3.5$; $-0.6 < Dv(t) < 0.6$;
 г – $k=18.12$; $0.2 < u(t) < 1$; $-1.8 < Du(t) < 1.8$; $-0.4 < v(t) < 0.4$; $-0.5 < Dv(t) < 0.5$;

д – $k=22.96$; $0 < u(t) < 1$; $-2.5 < Du(t) < 2.5$; $-0.8 < v(t) < 0.8$; $-1.5 < Dv(t) < 1.5$;
 е – $k=28.84$; $0 < u(t) < 1$; $-3 < Du(t) < 3$; $-1 < v(t) < 1$; $-2.5 < Dv(t) < 2.5$.

На наступному етапі виявимо пропорції між коефіцієнтом жорсткості пружини k і масою вантажу m , які б забезпечили однакові за геометричною формою траєкторії руху вантажів (довжина $h=1$ пружини у ненавантаженому стані є відомою). Для цього необхідно виразити величину маси вантажу m як функцію коефіцієнта жорсткості k . Початковими умовами ініціювання коливань задамо вертикальне положення підвішеної пружини $v(0)=0$, якій надано початкову кутову швидкість $Dv(0)=0.5$. Нехай $u(0)=1$; $du(0)=0$.

Періодичну траєкторію визначимо для змінної маси m , зафіксувавши значення жорсткості пружини. Використовуючи методику, наведену в роботах [80–99], побудуємо графік зміни кількості пікселів на зображенні фазових траєкторій залежно від маси m , наприклад, для значення $k=18.12$ (рис. 2.24). Локально мінімальні екстремальні значення графіка дозволяють визначити критичні значення маси m : 0.627; 0.788; 1; 1.43; 1.88; 2.24.

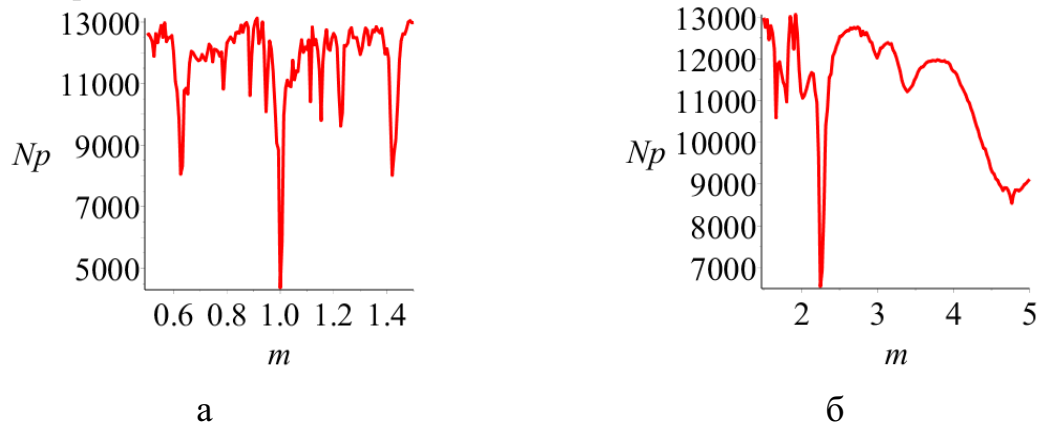
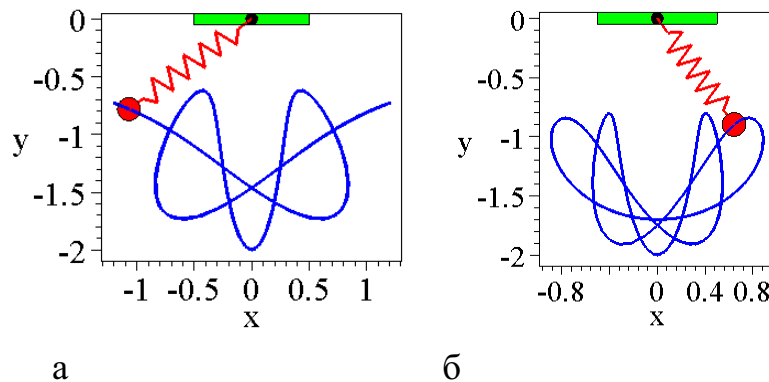


Рис. 2.24. Графіки зміни кількості пікселів залежно від m для $k=18.12$:
 а – у межах $0.5 < m < 1.5$; б – у межах $1.5 < m < 5$

На рис. 2.25 зображено миттєві положення хитної пружини жорсткості $k=18.12$, а також періодичні траєкторії руху вантажу для обчислених величин мас вантажів. Бачимо, що періодичні траєкторії на рис. 2.25 подібні за геометричними формами траєкторіям з рис. 2.20. Це вказує на існування певної закономірності «генерування» періодичних траєкторій.



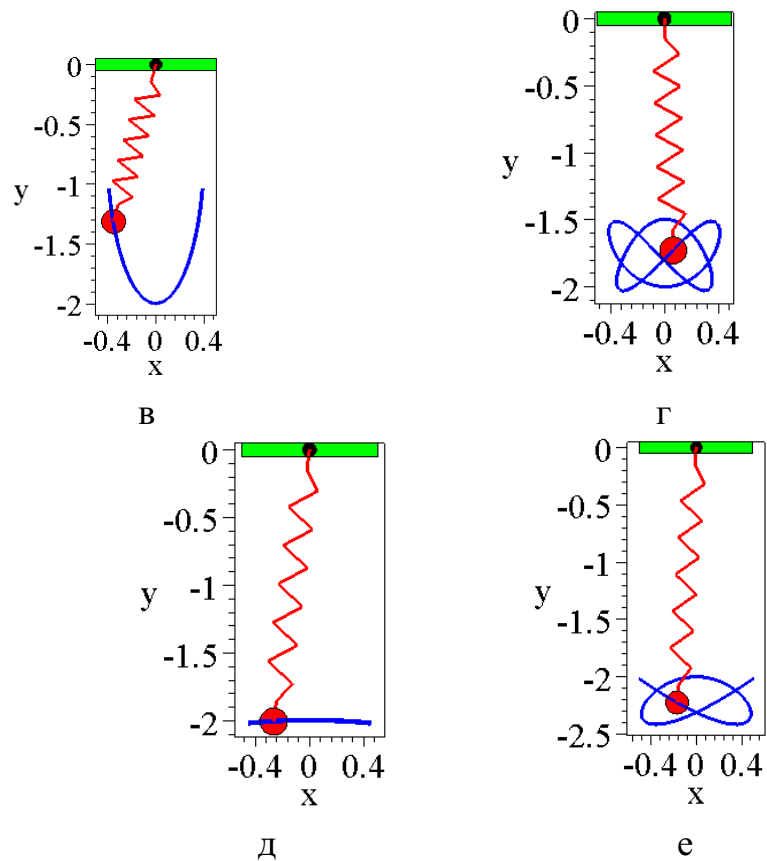


Рис. 2.25. Періодичні траєкторії вантажу на пружині для:
а – $m=0.627$; б – $m=0.788$; в – $m=1$; г – $m=1.43$; д – $m=1.88$; е – $m=2.26$

Зміст рис. 2.20 і рис. 2.25 переконує у тому, що ряд геометричних форм періодичних траєкторій повторюються у певній послідовності. Для перевірки цього спостереження і для узагальнення методики розглянемо інший варіант коливання пружини, наприклад, при жорсткості $k=28.84$.

На рис. 2.26 наведено графік зміни кількості пікселів на зображенні фазових траєкторій залежно від маси m для значення $k=28.84$. Локально мінімальні екстремальні значення графіка дозволяють визначити критичні значення маси m : 1; 1.26; 1.59; 2.28; 3; 3.6.

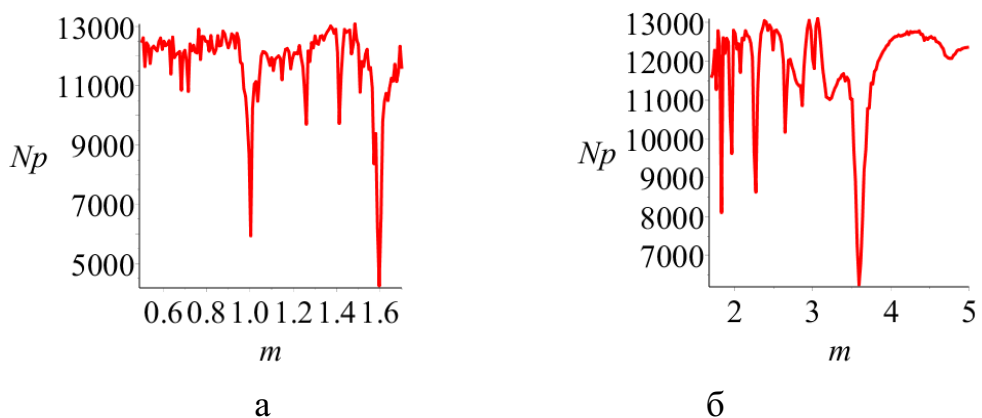


Рис. 2.26. Графіки зміни кількості пікселів залежно від m для $k=28.84$:
а – у межах $0.5 < m < 1.6$; б – у межах $1.6 < m < 5$

2.4. Систематизація траєкторій коливань за допомогою складеної таблиці

Виявляється, що побудовані періодичні траєкторії руху вантажу матимуть вигляд однакових за формою, зображеним на рис. 2.25. Але при інших значеннях маси: $m=1$ (а); $m=1.26$ (б); $m=1.59$ (в); $m=2.28$ (г); $m=3$ (д); $m=3.6$ (е). Це цікаве з позицій геометрії спостереження сприяло побудові таблиці для класифікації величин параметрів m і k , які б забезпечили існування періодичної траєкторії руху вантажу хитної пружини ($h=1$).

Розглянемо класифікацію періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини. Ідентифікувати геометричну форму періодичних траєкторій

будемо за допомогою відношення періодів вертикальних і

горизонтальних коливань вантажу. Цікаво було б дослідити

варіювання параметрів співвідношення $\frac{m}{k}$ де m – маса вантажу, k – жорсткість пружини, h – довжина пружини у ненавантаженому стані, $g=9,81$. Перевірити, за яких умов виконується це співвідношення з прийнятною точністю і як це впливає на зображення періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини.

Таблиця 2.1.

Значення мас вантажів для періодичних траєкторій, відповідних жорсткостям k

Значення коефіцієнтів жорсткості →	7.99	9.5	12.67	18.12	22.96	28.87	Значення відношень періодів ↓
Форма траєкторії↓							
	0.276	0.33	0.44	0.63	0.8	1	1.71
	0.35	0.415	0.554	0.793	1	1.25	1.525
	0.44	0.23	0.7	1	1.26	1.58	1.36
	0.63	0.75	1	1.423	1.8	2.27	1.14
	0.83	1	1.32	1.9	2.4	3	0.986

	1	1.18	1.58	2.26	2.85	3.6	0.9
---	---	------	------	------	------	-----	-----

В табл. 2.1 наведено значення відношення горизонтальних періодів коливань до вертикальних залежно від геометричної форми траєкторій руху, стосовно періодичних траєкторій на рис. 3, 6. Також наведено значення мас вантажів m для відповідних значень коефіцієнта жорсткості k . Всі величини в умовних одиницях.

Табл. 2.1 дозволяє визначати значення мас вантажів і форм траєкторій лише для дискретних значень k . Для того, щоб визначити допустиме значення маси m для довільного $10 < k < 35$ з метою одержати певну траєкторію вантажу (наприклад, для перевірки – зображену на рис. 6, а) використаємо інтерполяційну формулу для двох точок з координатами (28.84, 1) і (18.12, 0.627). Після обчислень одержуємо функцію:

$$m(k) = 0.0348k - 0.00348.$$

Аналогічно одержуємо інші функції:

$$\begin{aligned} m(k) &= 0.044k - 0.00923; \\ m(k) &= 0.055k + 0.00272; \\ m(k) &= 0.0792k - 0.00675; \\ m(k) &= 0.104k - 0.0131; \\ m(k) &= 0.127k - 0.0588, \end{aligned} \tag{2.10}$$

які відповідатимуть траєкторіям вантажу, зображених на рис. 2.25, б–е.

Отже, для обчислення величини маси m при її переміщенні вздовж періодичної траєкторії при заданій величині коефіцієнта жорсткості k , необхідно скористатись однією з формул (2.10). При цьому з'явилася можливість не лише побудувати періодичну траєкторію, але і наперед *обрати* одну з геометричних форм траєкторій, зображених на рис. 2.25.

Наприклад, для коефіцієнта жорсткості $k=22.96$, щоб одержати періодичні траєкторії, зображені на рис. 2.25, а–е, необхідно обрати величини мас, відповідно $m=0.8$; $m=1$; $m=1.27$; $m=1.8$; $m=2.38$; $m=2.85$.

Цим проілюстровано можливість не лише побудувати періодичну траєкторію руху вантажу хитної пружини, але і обрати одну з них, використовуючи як прототип зображену на рис. 2.25. Таким чином, було розв'язано, у певному розумінні, обернену задачу визначення періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини. Тобто розроблена класифікація та складена таблиця періодичних траєкторій дозволяють розв'язувати обернені задачі. А саме – долучити до переліку числових параметрів хитної пружини ще й періодичні криві як параметри в графічній формі. Величини відношення горизонтальних і вертикальних періодів коливань хитної пружини дозволяють визначити числові значення таких параметрів, які б забезпечили існування наперед заданої з шести вказаних форм періодичної траєкторії

руху вантажу. Крім того, розроблений спосіб побудови періодичних траєкторій дозволяє оцінювання їх довжин шляхом підрахунку кількості пікселів, що складають зображення траєкторії. Тобто у випадку необхідності з'явилася можливість вказати періодичну траєкторію певної довжини, яку слід враховувати під час дослідження динамічних систем, між частинами яких відбувається «перекачка» енергії.

Результати роботи можна використати як парадигму для вивчення нелінійних зв'язаних систем, а також при розрахунках варіантів механічних пристроїв, де пружини впливають на коливання їх елементів. А також у випадках, коли в технологіях використання механічних пристроїв необхідно відмежуватися від хаотичних переміщень вантажів і забезпечити періодичні траєкторії їх руху. Наведені в роботі оцінки меж та швидкостей зміни маятникових кутів, а також відповідних подовжень та швидкостей подовжень пружини, дозволяють досліджувати модифікації хитної пружини, наприклад, у вигляді підвішеної до рухомого візка. Відсутність системного підходу до моделювання періодичних траєкторій переміщення вантажу хитної пружини та її різновидів затрудняло алгоритмічну реалізацію аналогічних впроваджень.

Отже в роботі показано, що існує принаймні *шість* геометричних форм періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини, які відповідають заданим коефіцієнтам жорсткості k та значенням маси m . За допомогою відношення горизонтальних і вертикальних періодів коливань вантажу вдалося визначити шість чисел 1.71; 1.525; 1.36; 1.14; 0.986; 0.9, які відповідають одержаним геометричним формам періодичних траєкторій руху.

Висновки до розділу 2

1. Розглянуто випадки руху вантажу хитної пружини, коли задана функція опису коливання точки підвісу вздовж осей. . Визначено Лагранжіан як різницю кінетичної і потенціальної енергій. Одержано координати рухомого точкового вантажу.

2. Складено систему рівнянь Лагранжа другого роду відносно функцій - узагальнених координат. Для прикладу було визначено значення маси, яка б періодично рухалася б по траєкторії переміщення вантажу хитної пружини заданих жорсткості і довжини у ненавантаженому стані.

3. Чисельним методом Рунге-Кутти розв'язуємо систему рівнянь Лагранжа другого роду із заданими початковими умовами. В результаті виконання наведених вище дій знайдемо наближене зображення на площині траєкторії руху вантажу.

4. Проведені дослідження дозволили скласти таблицю геометричних форм періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини залежно від її параметрів. Для цього було визначимо значення жорсткості пружини, яка б забезпечила періодичну траєкторію переміщення вантажу заданих маси

хитної пружини і її довжини у ненавантаженому стані.

5. При цьому вдалося систематизувати коливання хитних пружин. Одержано миттєві положення хитної пружини і періодичні траєкторії руху вантажу заданою масою залежно від значень коефіцієнта жорсткості.

6. Наведено класифікацію періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини. Складено таблицю, де наведено значення відношення горизонтальних періодів коливань до вертикальних залежно від геометричної форми траєкторій руху для періодичних траєкторій. Також наведено значення мас вантажів для відповідних значень коефіцієнта жорсткості.

7. Зміст матеріалів, що були представлені у даному розділі було відображено у публікаціях автора, які вказані в авторефераті: [1], [5], [8], [14], [15], [22].

РОЗДІЛ 3

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕЗОНАНСУ ХИТНОЇ ПРУЖИНИ ТА СПОСІБ НИМ КЕРУВАННЯ

Розглянуто опис процесу «перетікання» енергії під час коливань хитної пружини в стані її резонансу типу 2:1. Для цього використано опис коливань хитної пружини з особливою "добавкою", яка породжує взаємодію між коливаннями - завдяки такій взаємодії коливання по вертикалі впливатимуть на горизонтальні коливання й навпаки. Добавки в правих частинах рівнянь вказують на існування сили, яка змушує додатково розгойдувати коливання. Якщо частоти вертикальних і горизонтальних коливань довільні, то ця сила мала і не виявляється ні в якому істотному ефекті. Але якщо виконується співвідношення частоти вертикальних коливань у два рази більше частоти горизонтальних коливань, то настає стан резонансу.

Розглянуто спосіб керування резонансом періодичних траєкторій вантажу. На першому етапі для обраного типу резонансу за допомогою складеної програми визначаються значення маси, довжини в ненавантаженому стані і жорсткості, які б забезпечили цей резонанс. Критерій існування резонансу базується на зображенні двох характерних графіків функцій, які описують відстань точкового вантажу до відповідних координатних осей. На другому етапі обирається один з параметрів у якості змінної величини. Далі у вигляді комп'ютерної анімації будується множина траєкторій руху вантажу, залежно від обраного параметра. В результаті обираються значення параметра, які відповідають періодичним траєкторіям руху вантажу хитної пружини, зображених на відповідних кадрах анімації.

Наведено приклади знайдених варіантів розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною. Отже, особливість керування резонансом хитної пружини полягає у врахуванні початкових умов виникнення коливань. З'являється можливість вибору різновиду резонансу, керуючись графічними характеристиками траєкторії хитної пружини.

3.1. Необхідність досліджень проблеми обміну між собою енергії в рамках певної динамічної системи

В розділі 1 розглянуто підхід до розв'язання класу задач, коли в рамках певної динамічної системи її нелінійно зв'язані коливальні компоненти можуть обмінюватися енергією між собою. У роботах [1,56] наведено багато прикладів таких задач. При цьому досліджуються питання залежності дійства обміну енергією від параметрів керування системою. Проблема полягає в тому, щоб визначити загальну енергію системи й правильно оцінити енергетичні величини в часі, а також їх зв'язок для кожного з компонентів.

Нагадаємо, що для ілюстрації такого підходу використовують двовимірний пружинний маятник як механічну модель дослідження декількох нелінійно зв'язаних систем. Двовимірний пружинний маятник в

ідеалізованому вигляді складається з «точкового» вантажу маси m , прикріпленого до кінця невагомої пружини жорсткістю k і довжиною h у ненавантаженому стані. Інший кінець пружини закріплений нерухомо. Утворена в такий спосіб коливальна система має рухатися тільки у вертикальній площині, при цьому зберігаючи вісь пружини прямолінійною. Точковий вантаж одночасно приймає участь у двох видах коливань: подібних пружині – коли переміщається вздовж прямолінійної осі пружини, і подібних маятнику – коли здійснює коливання сумісно з її віссю.

За допомогою хитної пружини наочно ілюструється обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями. При цьому повинен враховуватися також вплив початкових умов ініціювання коливань. Особливе значення має дослідження умови виникнення стану резонансу хитної пружини. Тобто коли частота поздовжніх коливань відрізнятиметься в кратну кількість разів від частоти поперечних коливань. Крім розповсюдженого "класичного" випадку (резонансу 2:1) доцільно розв'язувати задачі з іншими значеннями відношення частот. Наприклад, виникає необхідність [36] побудувати траєкторії руху вантажу для випадків таких резонансів: 2:1, 7:3, 9:4, 11:2 та інших. Знайдені геометричні форми траєкторії руху вантажу хитної пружини з заданими параметрами допоможуть визначити характеристики розв'язку обраної задачі.

Значна частка переліку можливих впроваджень на базі застосування ідеї коливань хитної пружини має безпосереднє відношення до порушення стійкості й керованості літаків або швидкохідних кораблів в процесі їх руху. При розрахунках переміщення динамічної системи у просторі (корабля або літака) необхідно враховувати обмін енергією між поперечними і шляховими (поздовжніми) коливаннями як компонентами системи. В більшості випадків частоти цих коливань приймають як співвідношення 2:1. Але для ретельніших досліджень доцільно розглядати інші відношення частот. Особливо це стосується досліджень динаміки коливань літаків типу «голландський крок»» (HYPERLINK "https://en.wikipedia.org/wiki/Dutch_roll" \o "en:Dutch roll" Dutch roll). Такі коливання виникають у випадку великої поперечної стійкості літака в порівнянні з малою шляховою стійкістю. Тоді бічний рух літака характеризуватиметься взаємозалежними коливаннями за креном і ковзанням. Причому, коливання за ковзанням відстають по фазі від коливань за креном, що пов'язано зі слабкою шляховою й надмірною поперечною стійкістю. Крен літака є причиною виникнення ковзання літака, усунення якого відбувається із запізнюванням через слабку шляхову стійкість. Ковзання, яке при цьому виникає, провокує необхідність аварійного крену літака в протилежну сторону через підвищену поперечну стійкість, і процес повторюється.

Для гасіння коливань на літаках застосовуються демпфери нишпорення, розрахунок яких доцільно виконувати із залученням поняття перекачування енергій хитної пружини у стані резонансу. Зрозуміло, що стан *резонансу* хитної пружини має відбуватися при певній комбінації значень параметрів

хитної пружини. У тривіальному випадку - коли період вертикальних коливань буде приблизно вдвічі меншим за період горизонтальних коливань:

де Тут m – маса вантажу, k – жорсткість пружини, h – довжина пружини у ненавантаженому стані, g – прискорення земного тяжіння. Або – як двоїсте твердження – коли частота вертикальних коливань буде приблизно вдвічі більшою за частоту

горизонтальних коливань :

Зважаючи на наведене, доцільними будуть дослідження, спрямовані на геометричне моделювання траєкторій руху вантажу хитної пружини, які відповідатимуть умовам заданого типу резонансу. Тобто умовам, коли частота вертикальних коливань "точкової" маси на хитній пружині буде в кратну кількість раз більшою за частоту горизонтальних коливань і буде врахована максимальна кількість параметрів коливання хитної пружини. Зазначимо, що рух вантажу хитної пружини помітно складніший порівняно з вантажем математичного маятника, тому ефект від використання хитної пружини у якості механічної інтерпретації буде очікувано більш глибоким. Наприклад, проведені лабораторні експерименти з хитною пружиною дають нове розуміння руху планетарних хвиль в атмосфері Землі.

3.2. Опис процесу руху хитної пружини з врахуванням перетікання горизонтальних коливань у вертикальні і навпаки

Для визначення траєкторій вантажу хитної пружини за умови її резонансу необхідно дослідити феномен "перетікання" енергії під час коливань хитної пружини в стані її резонансу типу 2:1. Розглянемо хитну пружину з вантажем масою m , жорсткістю k і довжиною L_0 у ненавантаженому стані. У полі тяжіння із прискоренням вільного падіння $g =$

$9,81$ період коливання такої пружини становить . Положення рівноваги вантажу при цьому зміститься донизу на висоту $\Delta L = mg/k$. При такому подовженні пружини сила пружності компенсує силу ваги. Але період вертикальних коливань відносно нового положення рівноваги з розтягнутою пружинкою залишиться тим же. Період горизонтальних коливань розтягнутої хитної пружини виражається через прискорення

вільного падіння g і її повну довжину $L = L_0 + \Delta L$, тобто

.DSMT4

. Аналіз додаткового розтягнення пружини в полі тяжіння дозволяє з'ясувати [49] співвідношення між періодами:

(3.1)

Отже, у хитної пружини період горизонтальних коливань завжди більше періоду вертикальних: $T_x > T_y$. Хитна пружина є найпростішим прикладом реалізації резонансу Фермі. Такий резонанс виникає тоді, коли періоди вертикальних і горизонтальних коливань будуть зв'язані наближеним співвідношенням $T_x = 2T_y$. Або, використовуючи частоти незалежних коливань по вертикалі ω_Y й горизонталі ω_X , співвідношенням $\omega_Y = 2\omega_X$. Тобто горизонтальні й вертикальні коливання починають ніби перетікати одне в інше. Енергія коливань буде перекачуватися з вертикальних коливань у горизонтальні й навпаки. При цьому, що є дивним, строго вертикальні коливання виявляються нестійкими.

Виникнення співвідношення $T_x:T_y=2:1$ можна пояснити так [49]. На декартовій площині Oxy позначимо через $X(t)$ і $Y(t)$ координати відхилення в часі t вантажу від положення рівноваги. При такому відхиленні потенціальна енергія виростає на величину

(3.2)

Якщо обрати координати X і Y істотно меншими L , то вираз (3.2) наближено дорівнюватиме:

(3.3)

плюс інші складові, які характеризуються більш високими ступенями відхилень. Величини UY і UX – це потенціальні енергії, які виникають внаслідок вертикальних і горизонтальних коливань. А величина

– це особлива добавка, яка породжує взаємодію між зазначеними коливаннями. Завдяки такій взаємодії коливання по вертикалі впливатимуть на горизонтальні коливання й навпаки.

Для пояснення зручно ввести нові позначення

і одержати систему рівнянь коливань по горизонталі й вертикалі:

(3.4)

Без прямих частин в рівняннях (3.4) одержуємо описи незалежних коливань по вертикалі й горизонталі із частотами ω_Y і ω_X . А дошки в прямих частинах вказують на існування сили, яка змушує додатково розгойдувати коливання. Якщо частоти ω_Y і ω_X довільні, то ця сила мала і не виявляється ні в якому істотному ефекті. Але якщо виконується співвідношення $\omega_Y = 2\omega_X$, то настає стан резонансу. Адже сила, яка є рушієм коливань, для обох типів коливань містить компоненту з тією же частотою, що й саме коливання. У результаті ця сила сприятиме розгойдуванню одного типу коливань і придушенню іншого типу [49]. Саме так горизонтальні й вертикальні коливання перетікають одне у інше.

Для підтвердження "перетікання" енергії між подовжніми і поперечними коливаннями точки на хитній пружині було складено комп'ютерну програму. Наведемо три приклади, які ілюструють зазначений ефект. Для цього оберемо значення параметрів хитної пружини, які б наближено задовольняли стану її резонансу. Наприклад, $m=0,35$; $k=150$; $L_0=0,1$. Тоді

звідки $\omega_Y/\omega_X=2,09$. Тобто наближено умова виникнення резонансу типу 2:1 виконується. Повну довжину пружини оберемо $L=0,5$. Систему диференціальних рівнянь (3.4) розв'язуємо чисельно методом Рунге-Кутта. Графіки будуємо за допомогою 5000 одержаних точок.

Приклад 1. Систему рівнянь (3.4) розв'язуємо з такими початковими умовами: $x_0=0,1$; $\dot{x}_0=0$; $y_0=-0,2$; $\dot{y}_0=0$. Тобто для точки з початковими координатами руху $X(0)=0,1$; $Y(0)=-0,2$ і відсутністю надання їм швидкостей в напрямках координатних осей.

На рис. 3.1 наведено траєкторію руху точки з координатами $X(t)$, $Y(t)$ за час $T=35$.

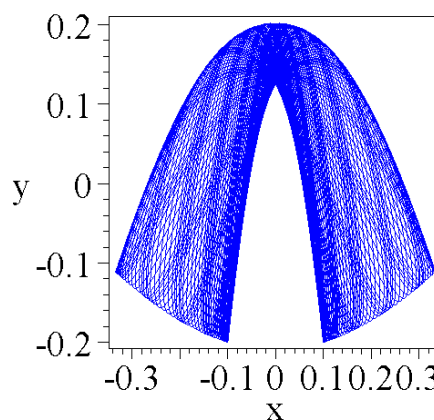
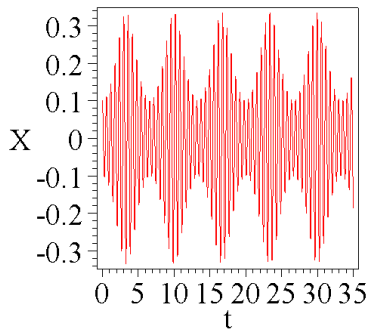


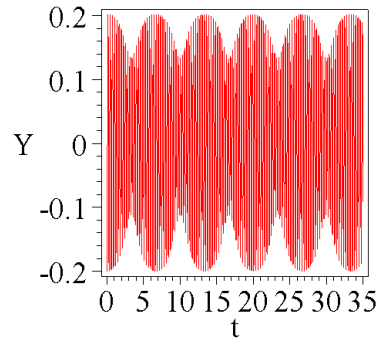
Рис. 3.1. Траєкторія руху точки для прикладу 1

На рис. 3.2 зображено графіки відхилень вантажу для відповідних координат. На рис. 3.3 наведено графіки потенціальних енергій для коливань

вздовж відповідних координат, а також графік добавки, яка породжує взаємодію між зазначеними коливаннями.

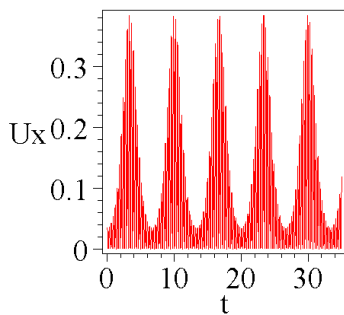


а

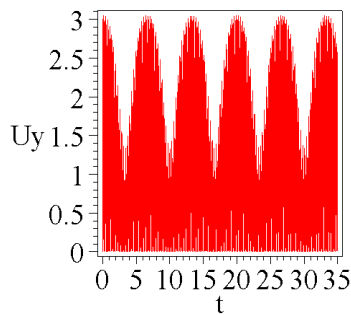


б

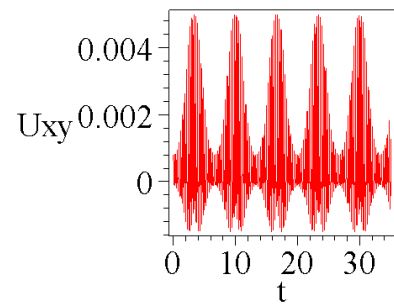
Рис. 3.2. Графіки відхилень вантажу:
а – для координати X; б – для координати Y



а



б



в

Рис. 3.3. Графіки потенціальних енергій для:

а – коливань вздовж координати X; б – коливань вздовж координати Y;
в – добавки, яка породжує взаємодію між зазначеними коливаннями

Приклад 2. Систему рівнянь (3.4) розв'язуємо з такими початковими умовами: $x_0=0.001$; $\dot{x}_0=0$; $y_0=-0.2$; $\dot{y}_0=0$. Тобто для точки, яка перед початком руху розташована "майже" на осі Oy.

На рис. 3.4 наведено траєкторію руху точки з координатами $X(t)$, $Y(t)$ за час $T=35$. На рис. 3.5 зображено графіки відхилень вантажу для відповідних координат. На рис. 3.6 наведено графіки потенціальних енергій для коливань вздовж відповідних координат, а також графік добавки, яка породжує взаємодію між зазначеними коливаннями.

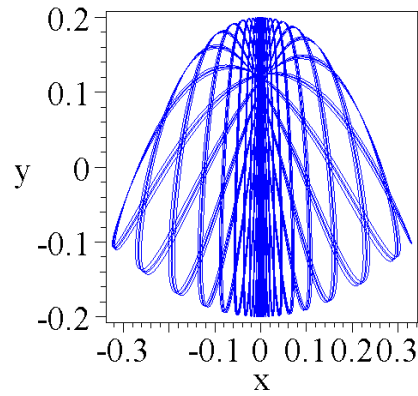
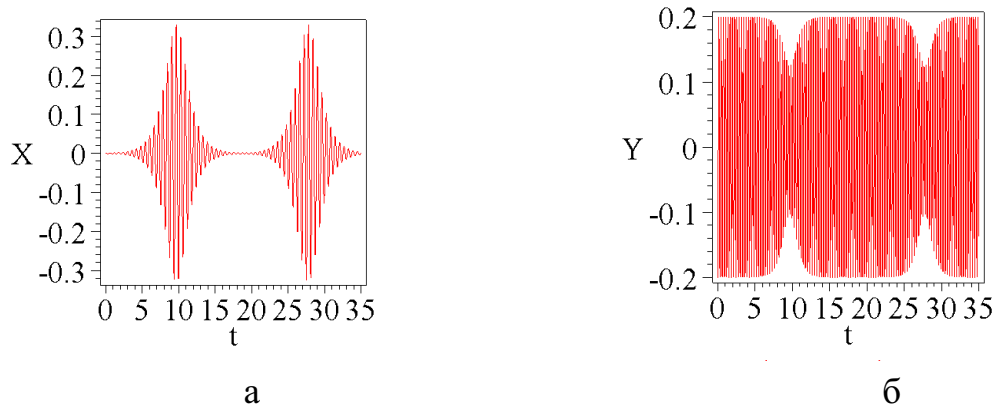
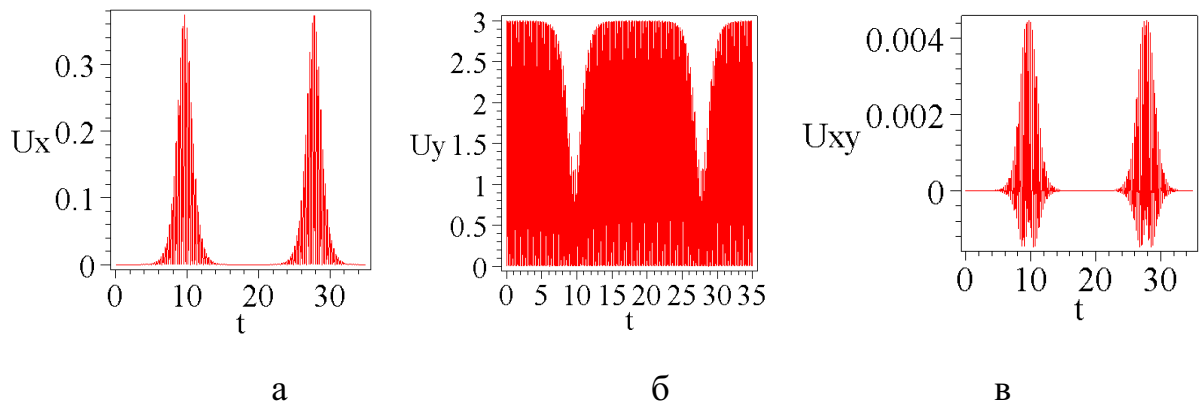


Рис. 3.4. Траєкторія руху точки для прикладу 2

Рис. 3.5. Графіки відхилень вантажу:
а – для координати X; б – для координати YРис. 3.6. Графіки потенціальних енергій для:
а – коливань вздовж координати X; б – коливань вздовж координати Y;
в – добавки, яка породжує взаємодію між зазначеними коливаннями

Приклад 3. Систему рівнянь (3.4) розв'язуємо з такими початковими умовами: $x_0=0$; $\dot{x}_0=0,25$; $y_0=-0,2$; $\dot{y}_0=0$. Тобто для точки, яка розташована на осі Oy, і якій для руху надали імпульс величиною 0,25 умовних одиниць.

На рис. 3.7 наведено траєкторію руху точки з координатами $X(t)$, $Y(t)$ за час $T=35$.

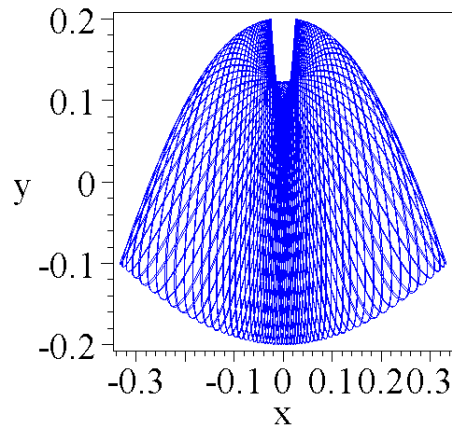


Рис. 3.7. Траєкторія руху точки для прикладу 3.

На рис. 3.8 зображено графіки відхилень вантажу.

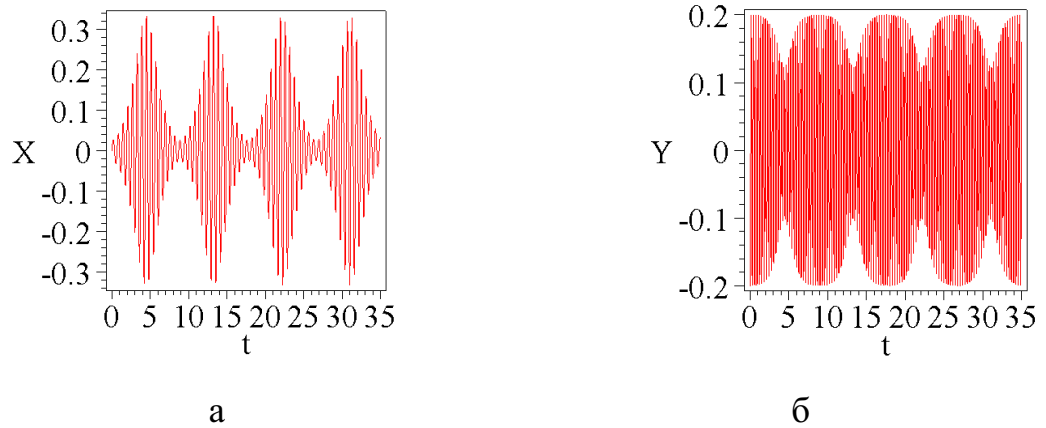


Рис. 3.8. Графіки відхилень вантажу:
а – для координати X ; б – для координати Y

На рис. 3.9 наведено графіки потенціальних енергій та графік добавки.

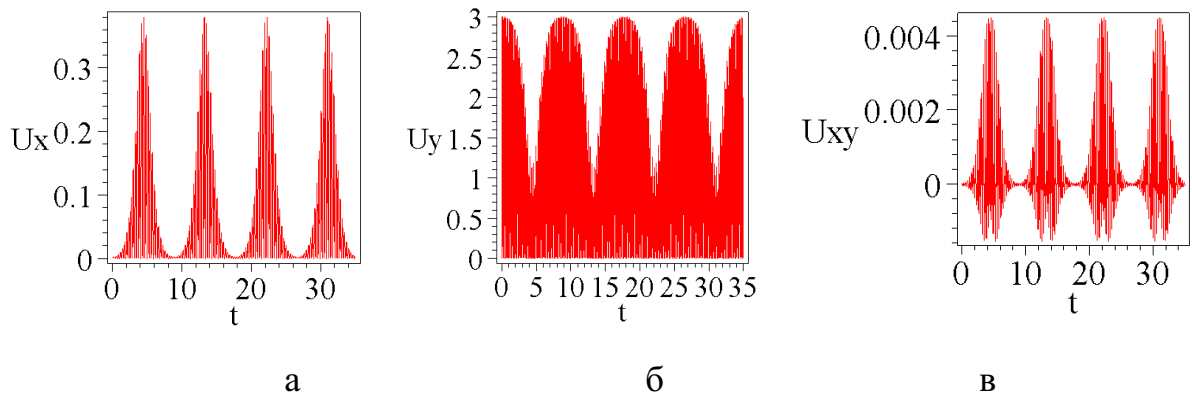


Рис. 3.9. Графіки потенціальних енергій для:
а – коливань вздовж координати X ; б – коливань вздовж координати Y ;
в – добавки, яка породжує взаємодію між зазначеними коливаннями

Звертаємо увагу на те, що коли вибір параметрів хитної пружини буде довільним, траєкторія руху її вантажу може не підпорядковуватися ніякому

закону. Траєкторія руху може навіть заповнювати деяку область на площині. Далі розглянемо спосіб знаходження конкретних періодичних траєкторій руху вантажу. При цьому послідовність досліджень буде наступна.

На першому етапі для обраного типу резонансу за допомогою складеної програми визначаються значення параметрів m, h і k , які б забезпечили цей резонанс. Нехай точковий вантаж має координати (X_0, Y_0) . Тоді критерій існування резонансу базується на зображенні двох графіків функцій $X(t)$ і $Y(t)$, які описують відстань точкового вантажу до відповідних координатних осей. Одержані графіки повинні мати таку особливість: максимальні значення одного графіка мають досягатися при мінімальних значеннях другого графіка.

На другому етапі обирається один з параметрів (наприклад Y_0 або DY_0) у якості змінної величини. Далі у вигляді комп'ютерної анімації будується множина траєкторій руху вантажу, залежно від параметра Y_0 . В результаті обираються значення параметра Y_0 , які відповідають періодичним траєкторіям руху вантажу хитної пружини, зображених на відповідних кадрах анімації.

Ідею використання хитних пружин у якості механічної моделі доцільно розвивати для аналізу сучасних технологічних процесів як динамічних систем. Ці системи можуть складатися з нелінійно зв'язаних коливальних компонентів, які обмінюються енергією між собою.

3.3. Умови виникнення резонансу хитної пружини залежно від відношення "пружинних" і "маятникових" частот коливання

Розглянемо на вертикально розташованій площині з декартовими координатами Oxy коливальну систему типу "хитна пружина". Система складається з невагомої пружини, до якої з одного кінця прикріплено вантаж маси m , а інший кінець зафіксовано в точці O початку координат. Вважається, що під час маятникоподібних коливань вісь пружини зберігає прямолінійність. Жорсткість пружини позначимо як k , через h позначимо довжину пружини без вантажу, а через H – довжину пружини з вантажем у рівноважному (вертикальному) стані.

Рівняння руху хитної пружини матиме вигляд:

(3.5)

де T – натяг пружини, v – кут відхилення пружини від вертикалі, g – прискорення земного тяжіння. Тоді змінна довжина пружини буде функцією часу з очевидною фізичною інтерпретацією:

(3.6)

Враховуючи, що

(3.7)

одержимо рівняння руху хитної пружини у вигляді [40]

(3.8)

де

Частота ω_X визначає коливання математичного «лінійного маятника», а значення ω_Y описує частоту, з якою "точкова" маса на пружині коливається вертикально. Якщо $\lambda=0$, то рівняння (4) можна розв'язати незалежно, але маятникові й пружинні рухи будуть зв'язані через нелінійні умови [40]. Вичерпне дослідження всіх можливих рухів хитної пружини наведено в роботі [41] у термінах параметра μ , визначеного як

(3.9)

Проміжні випадки для μ були вивчені з використанням перетинів Пуанкаре і біфуркаційних діаграм. В роботі [41] надано описи для всіх комбінацій можливих рухів хитної пружини.

Посилаючись на роботу [40] розглянемо випадок, коли "пружинний" рух хитної пружини домінує над її "маятникоподібним" рухом. Тобто, коли $x(t) \ll y(t)$. В цьому випадку:

(3.10)

звідки

(3.11)

Остаточно маємо

.DSMT4

(3.12)

Рівняння (3.12) відоме як рівняння Мат'є [21], і його розв'язки нестійкі коли

$$\text{DSMT4} \quad n=1, 2, 3 \dots \quad (3.13)$$

Співвідношення (9) надає послідовність можливих умов виникнення резонансу хитної пружини і пояснює необхідність аналізувати відношення частот коливання "пружинних" ω_y і "маятникових" ω_x для визначення резонансного стану хитної пружини.

В роботі [49] наведено варіант визначення резонансного стану хитної пружини за допомогою співвідношення між параметрами h і H :

. Але для практичного застосування зручніше застосовувати графічні побудови.

3.4. Моделювання резонансу хитної пружини та спосіб ним керування

Розглянемо множину траєкторій руху вантажу хитної пружини для резонансу коливань типу 2:1. В процесі побудови зображень траєкторій хитної пружини спиратимемося на результати розділу 2. Проміжні результати будемо опускати, і наводитимемо лише готові результати. Траєкторію переміщення по вертикальній площині Oxy вантажу хитної пружини визначимо з системи диференціальних рівнянь (3.4) залежно від маси вантажу m , початкової довжини пружини у ненавантаженому стані h , жорсткості пружини k і початкових умов для виникнення коливань. Повну довжину пружини позначимо L .

Вважається, що для всіх задач виконується головна умова ідеалізації руху вантажу: процес розсіювання енергії відбувається повільно в порівнянні з характерними масштабами часу (тобто коливальна система є

консервативною). Нагадаємо, що через ω_0 позначено частоту

поздовжніх коливань точки на невідхиленій пружині, а через ω_1 позначено частоту бічних коливань точки на осі пружини як математичному маятнику ($g=9.81$).

Множину траєкторій будемо за умови зміни початкових значень x_0, D_x0, y_0, D_y0 положення точки на площині Oxy . Систему диференціальних рівнянь (15) тут і далі будемо розв'язувати чисельно методом Рунге-Кутта. Графіки будемо за допомогою 1500 одержаних точок.

Оберемо значення параметрів хитної пружини: $m=1.91$; $h=0.5$; $k=150$; $L=1.5$. Тоді $\omega_0=1$. Тобто умова резонансу типу 2:1 буде виконуватися

Випадок 1. Нехай $x_0=0.6$; $D_x0=0$; $D_y0=0$, а параметр y_0 змінюється в межах $0.1 < y_0 < 0.6$. На рис. 3.10 наведено вигляд графіків відхилень точки від відповідних осей для $y_0=0.6$. У випадку довільно обраних параметрів траєкторія вантажу хитної пружини може заповнювати деяку область площини. За допомогою обрання значення параметра y_0 можна досягти того,

що траєкторія матиме вигляд періодичної кривої. Вибір y_0 впливає на співвідношення амплітуд графіків відхилень коливань. На рис. 3.11 зображено знайдені варіанти розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною. В роботі [102] це проілюстровано за допомогою побудованої комп'ютерної анімації.

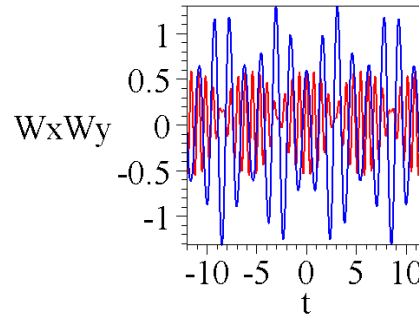


Рис. 3.10. Графіки відхилень точки від відповідних осей для $y_0=0.6$ (випадок 1)

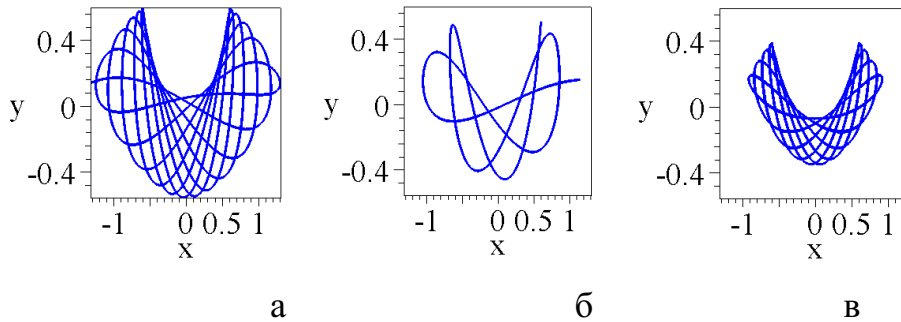


Рис. 3.11. Варіанти періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини для випадку 1: а – $y_0=0.6$; б – $y_0=0.5$; в – $y_0=0.39$

Випадок 2. Для порівняння наведемо розв'язок з параметрами $x_0=0.1$; $Dx_0=0$; $Dy_0=0$, а параметр y_0 змінюється в межах $0.1 < y_0 < 0.6$. На рис. 3.12 наведено вигляд графіків відхилень точки від відповідних осей для $y_0=0.6$. На рис. 3.13 зображено варіанти розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною.

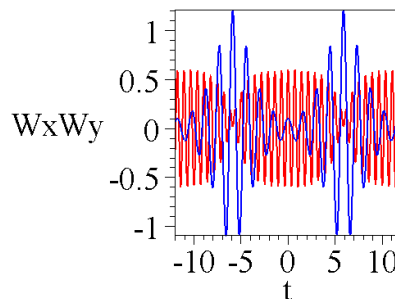


Рис. 3.12. Графіки відхилень точки від відповідних осей для $y_0=0.6$ (випадок 2)

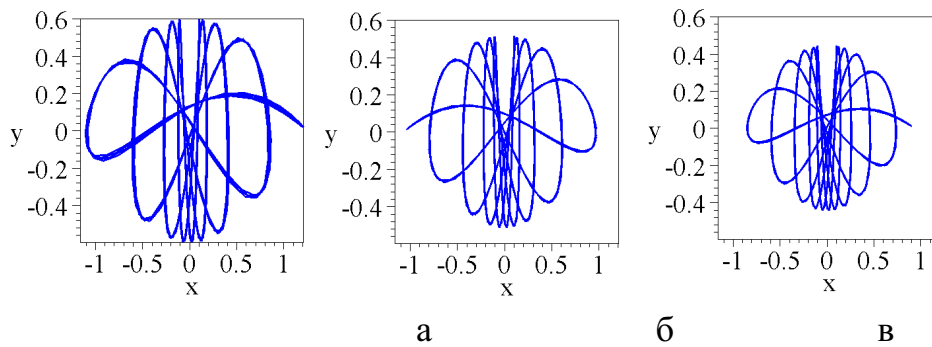


Рис. 3.13. Варіанти періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини для випадку 2: а – $y_0=0.6$; б – $y_0=0.52$; в – $y_0=0.445$

Випадок 3. Нехай змінною величиною буде початкова швидкість вздовж осі Oy , яка змінюється в межах $0.1 < Dy_0 < 6$. Наведемо розв'язок з параметрами $x_0=1$; $Dx_0=0$; $y_0=0$. На рис. 3.14 наведено вигляд графіків відхилень точки від відповідних осей для $Dy_0=4.112$. На рис. 3.15 зображено варіанти розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною.

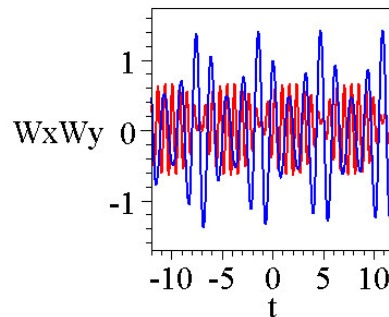


Рис. 3.14. Графіки відхилень точки від відповідних осей для $Dy_0=4.112$ (випадок 3)

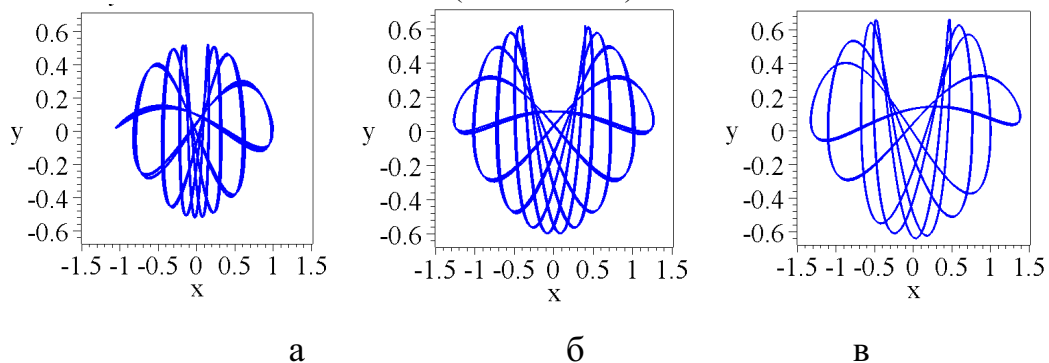


Рис. 3.15. Варіанти періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини для випадку 3: а – $Dy_0=1.428$; б – $Dy_0=3.463$; в – $Dy_0=4.122$

Випадок 4. Нехай змінною величиною також буде початкова швидкість вздовж осі Oy , яка змінюється в межах $0.1 < Dy_0 < 6$. Наведемо розв'язок з параметрами $x_0=0.25$; $Dx_0=0$; $y_0=0$. На рис. 3.16 наведено вигляд графіків відхилень точки від відповідних осей для $Dy_0=4.17$. На рис. 3.17 зображено варіанти розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною.

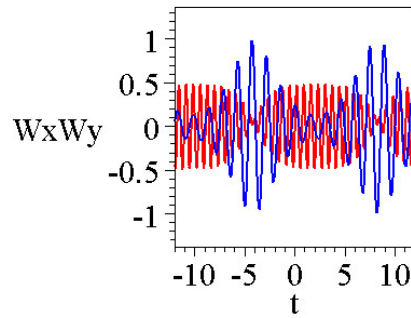


Рис. 3.16. Графіки відхилень точки від відповідних осей для $Dy_0=4.17$ (випадок 4)

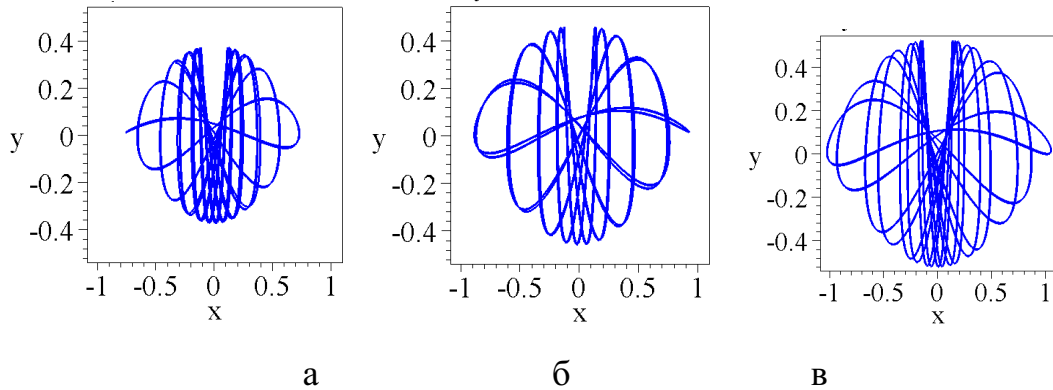


Рис. 3.17. Варіанти періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини для випадку 4: а – $Dy_0=3.139$; б – $Dy_0=3.935$; в – $Dy_0=4.525$

Отже, за виглядом одержаних періодичних траєкторій легко порівнювати особливості одного і того ж типу резонансу.

Множина траєкторій руху вантажу хитної пружини для резонансу коливань 7:3. Множину траєкторій будуюмо за умови зміни початкових значень x_0 , Dx_0 , y_0 , Dy_0 положення точки на площині Oxy . Оберемо значення параметрів хитної пружини: $m=0.28$; $h=0.1$; $k=150$; $g=9.81$. Тоді

частота вертикальних коливань буде

а частота горизонтальних

коливань

Звідси

. Тобто умова резонансу типу 7:3

буде виконуватися.

Випадок 1. Нехай $x_0=0.1$; $Dx_0=0$; $Dy_0=0$; $L=0.5$, а параметр y_0 змінюється в межах $0.2 < y_0 < 0.6$. На рис. 3.18 наведено вигляд графіків відхилень точки від відповідних осей для $y_0=0.6$. На рис. 3.19 зображено знайдені варіанти розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною.

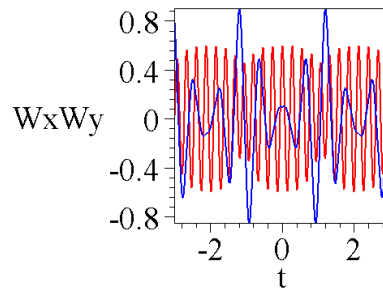


Рис. 3.18. Графіки відхилень точки від відповідних осей для $y_0=0.6$ (випадок 1)

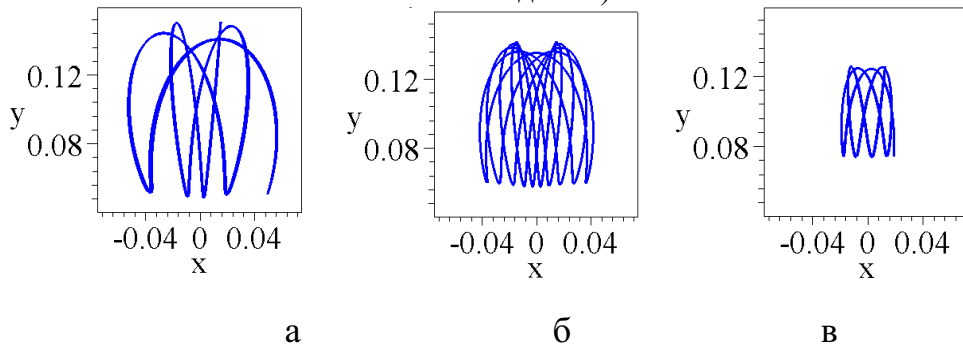


Рис. 3.19. Варіанти періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини для випадку 1: а – $y_0=0.516$; б – $y_0=0.426$; в – $y_0=0.264$

Випадок 2. Нехай $x_0=1$; $Dx_0=0$; $y_0=0$; $L=1.3$, а параметр Dy_0 змінюється в межах $0.2 < Dy_0 < 6.5$. На рис. 3.20 наведено вигляд графіків відхилень точки від відповідних осей для $Dy_0=6.5$.

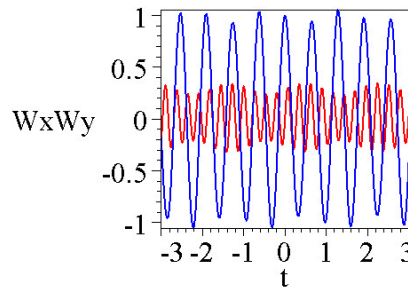


Рис. 3.20. Графіки відхилень точки від відповідних осей для $Dy_0=6.5$ (випадок 2)

На рис. 3.21 зображено знайдені варіанти розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною.

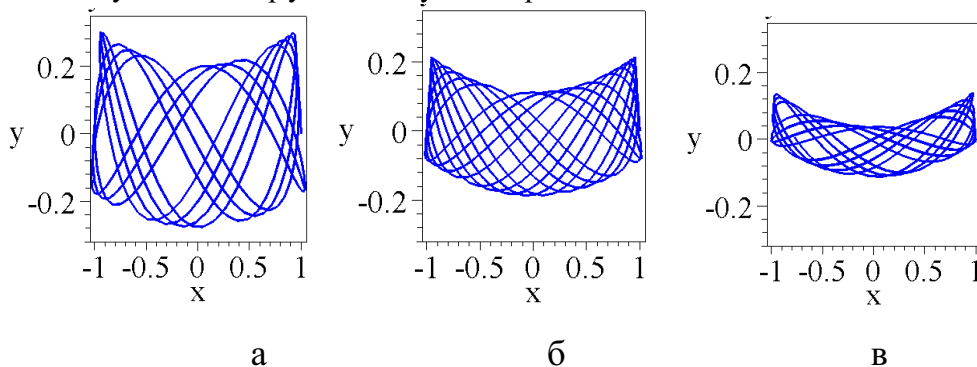


Рис. 3.21. Варіанти періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини для випадку 2: а – $Dy_0=5.332$; б – $Dy_0=3.223$; в – $Dy_0=1.2431$

В роботі [36] йдеться про доцільність побудови траєкторій руху вантажу для резонансу 7:3.

Множина траєкторій руху вантажу хитної пружини для резонансу коливань 9:4. Оберемо значення параметрів хитної пружини: $m=4.893$; $h=9$; k

$=27$; $g=9.81$. Тоді частота вертикальних коливань буде а частота

горизонтальних коливань Звідси . Тобто умова резонансу типу 9:4 буде виконуватися.

Випадок 1. Нехай $x_0=0.2$; $Dx_0=0$; $y_0=0$; $L=5$, а параметр Dy_0 змінюється в межах $0.1 < Dy_0 < 1.5$. На рис. 3.22 наведено вигляд графіків відхилень точки від відповідних осей для $Dy_0=1.42$. На рис. 3.23 зображено знайдені варіанти розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною.

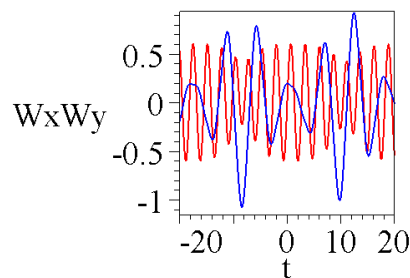


Рис. 3.22. Графіки відхилень точки від відповідних осей для $Dy_0=1.42$ (випадок 1)

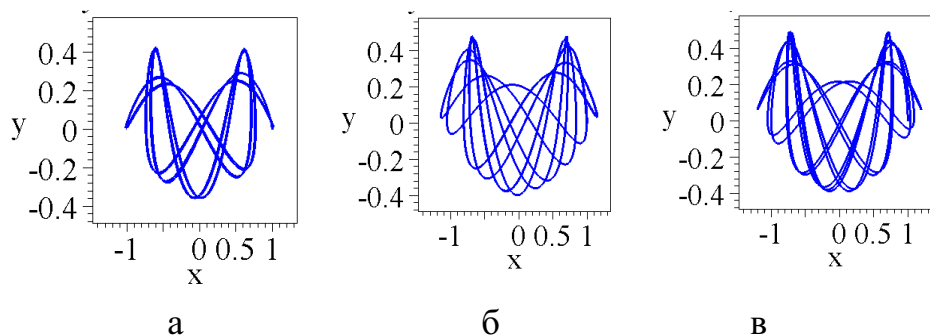


Рис. 3.23. Варіанти періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини для випадку 1: а – $Dy_0=0.142$; б – $Dy_0=0.513$; в – $Dy_0=0.569$

Випадок 2. Нехай $x_0=0.1$; $Dx_0=0$; $Dy_0=0$; $L=5$, а параметр y_0 змінюється в межах $0.1 < y_0 < 1.52$. На рис. 3.24 наведено вигляд графіків відхилень точки від відповідних осей для $y_0=0.52$. На рис. 3.25 зображено знайдені варіанти розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною.

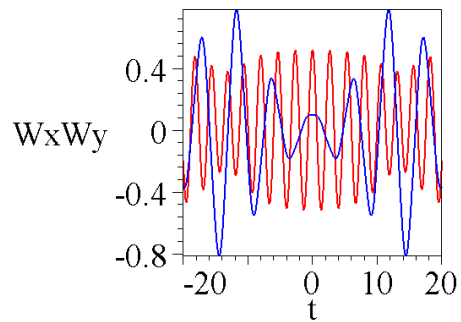


Рис. 3.24. Графіки відхилень точки від відповідних осей для $y_0=0.52$ (випадок 2)

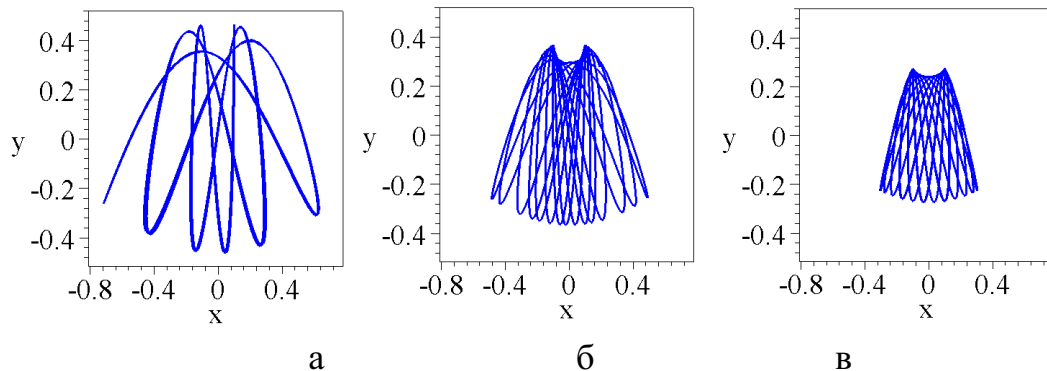


Рис. 3.25. Варіанти періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини для випадку 2: а – $y_0=0.46$; б – $y_0=0.37$; в – $y_0=0.27$

В роботі [36] йдеться про доцільність побудови траєкторій руху вантажу для резонансу 9:4.

Множина траєкторій руху вантажу хитної пружини для резонансу коливань 11:2. Оберемо значення параметрів хитної пружини: $m=37.51$; $h=9$;

$k=207$; $g=9.81$. Тоді частота вертикальних коливань буде

а

частота горизонтальних коливань

Звідси

Тобто

умова резонансу типу 11:2 буде виконуватися.

Випадок 1. Нехай $x_0=0.1$; $Dx_0=0$; $Dy_0=0$; $L=5$, а параметр y_0 змінюється в межах $0.1 < y_0 < 0.52$. На рис. 3.26 наведено вигляд графіків відхилень точки від відповідних осей для $y_0=0.52$. На рис. 3.27 зображено знайдені варіанти розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною.

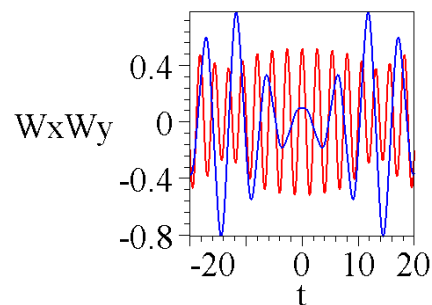


Рис. 3.26. Графіки відхилень точки від відповідних осей для $y_0=0.52$ (випадок 1)

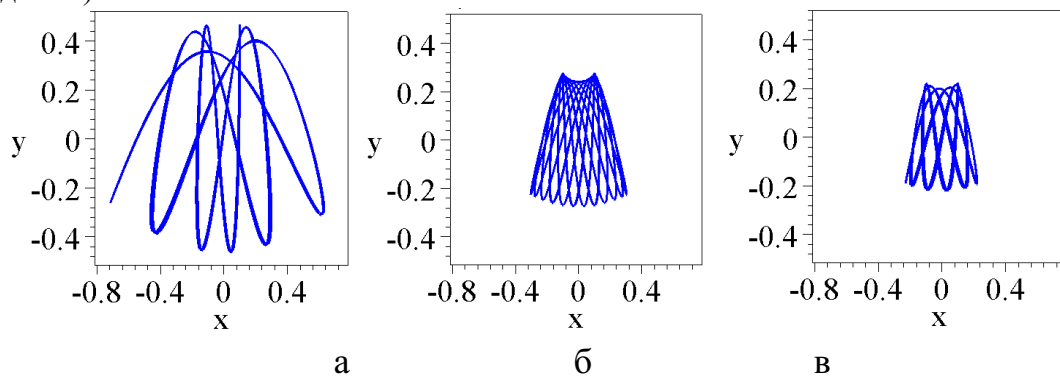


Рис. 3.27. Варіанти періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини для випадку 1: а – $y_0=0.457$; б – $y_0=0.3898$; в – $y_0=0.226$

Випадок 2. Нехай $x_0=0.1$; $Dx_0=0$; $y_0=0$; $L=5$, а параметр Dy_0 змінюється в межах $0.1 < Dy_0 < 1.65$. На рис. 3.28 наведено вигляд графіків відхилень точки від відповідних осей для $Dy_0=1.65$. На рис. 3.29 зображено знайдені варіанти розв'язків, коли траєкторія руху вантажу хитної пружини буде періодичною.

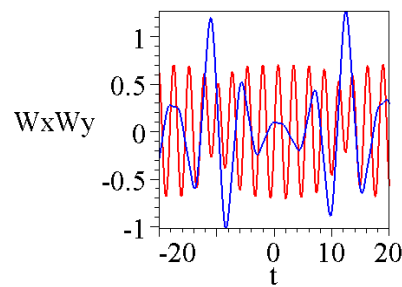


Рис. 3.28. Графіки відхилень точки від відповідних осей для $Dy_0=1.65$ (випадок 2)

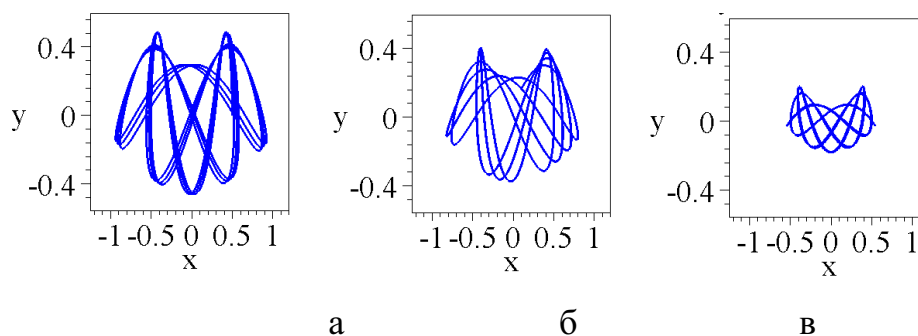


Рис. 3.29. Варіанти періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини для випадку 1: а – $Dy_0=1.0455$; б – $Dy_0=0.8285$; в – $Dy_0=0.2628$

Звертаємо увагу на те, що за виглядом одержаних періодичних траєкторій можна порівнювати особливості одного і того ж типу резонансу. В роботі [36] йдеться про доцільність побудови траєкторій руху вантажу для резонансу 11:2. В на сайті [102] наведено комп'ютерні анімації, які ілюструють одержані результати.

Висновки до розділу 3

1. Для опису процесу «перетікання» енергії під час коливань хитної пружини в стані її резонансу типу 2:1 використано опис коливань хитної пружини з особливою "добавкою", яка породжує взаємодію між коливаннями - завдяки такій взаємодії коливання по вертикалі впливатимуть на горизонтальні коливання й навпаки.

2. Добавки в правих частинах рівнянь вказують на існування сили, яка змушує додатково розгойдувати коливання. Якщо частоти вертикальних і горизонтальних коливань довільні, то ця сила мала і не виявляється ні в якому істотному ефекті. Але якщо виконується співвідношення частоти вертикальних коливань у два рази більше частоти горизонтальних коливань, то настає стан резонансу.

3. Запропонований спосіб керування резонансом періодичних траєкторій вантаж за допомогою складеної програми дозволяє визначити значення маси, довжини в ненавантаженому стані і жорсткості, які б забезпечили цей резонанс. Критерій існування резонансу базується на зображенні двох характерних графіків функцій, які описують відстань точкового вантажу до відповідних координатних осей.

4. На другому етапі керування обирається один з параметрів у якості змінної величини. Далі у вигляді комп'ютерної анімації будується множина траєкторій руху вантажу, залежно від обраного параметра. В результаті обираються значення параметра, які відповідають періодичним траєкторіям руху вантажу хитної пружини, зображених на відповідних кадрах анімації.

5. Наведено приклади знайдених варіантів розв'язків. Особливість керування резонансом хитної пружини полягає у врахуванні початкових умов виникнення коливань. З'являється можливість вибору різновиду резонансу, керуючись графічними характеристиками траєкторії хитної пружини.

6. Зміст матеріалів, що були представлені у даному розділі було відображено у публікаціях автора, які вказані в авторефераті: [1], [2], [3], [4], [23].

РОЗДІЛ 4

Використання хитних пружин як аналогів процесів при розв'язанні задач аварійно-рятувальної тематики

Задача 1. Моделювання траєкторії точки на дроті електропередачі в умовах поривів вітру. Особливість досліджень полягає у використанні для цього механічного аналогу – хитної пружини. Доцільність такого аналогу пояснюється необхідністю вивчення динамічної системи «провід в поривах вітру», коли нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою. Дійсно, у випадку коливання точки на дроті (у нормальній площині) відбувається обмін енергіями між поперечними (горизонтальними) і поздовжніми (вертикальними) коливаннями точки.

Задача 2. Моделювання процесу роздрібнення газової бульбашки на основі його аналогії з хитною пружиною. Доцільність вибору хитної пружини як аналогу пояснюється необхідністю вивчення роздрібнення бульбашки за умови, що нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою. У бульбашки відбувається обмін енергіями між радіальними і деформаційними коливаннями. Цей факт в даній роботі досліджується за допомогою математичного апарату хитної пружини, де аналогічно здійснюється обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями.

Задача 3. Спосіб розрахунку відбивача пожежного сповіщувача диму з наносенсорним чутливим датчиком. Для підвищення ефективності дії сповіщувачів диму з нанокомпозиційними матеріалами доцільно доповнити їх конструкції пристроями (відбивачами) для концентрування часток диму на чутливій поверхні наносенсорного датчика. У випадку рухомого відбивача, на який діють вібрації, його геометрична форма може змінюватися. Це позначиться на якості фокусування. У випадку рухомого відбивача стабільність форми його профілю для наносенсорного чутливого датчика можна погодити з періодами вертикальних і горизонтальних коливань хитної пружини.

4.1. Використання хитних пружин у якості механічної моделі сучасних технологічних процесів як динамічних систем

В роботі розглянуто підхід до розв'язання класу задач, коли в рамках певної динамічної системи її нелінійно зв'язані коливальні компоненти можуть обмінюватися енергією між собою. У роботах [1,56] наведено багато прикладів таких задач. При цьому досліджуються питання залежності дійства обміну енергією від параметрів керування системою. Проблема полягає в тому, щоб визначити загальну енергію системи й правильно оцінити енергетичні величини в часі, а також їх зв'язок для кожного з компонентів.

Для ілюстрації такого підходу використовують двовимірний пружинний маятник як механічну модель дослідження декількох нелінійно зв'язаних систем. Двовимірний пружинний маятник в ідеалізованому вигляді

складається з «точкового» вантажу маси m , прикріпленого до кінця невагомої пружини жорсткістю k і довжиною h у ненавантаженому стані. Інший кінець пружини закріплений нерухомо. Утворена в такий спосіб коливальна система має рухатися тільки у вертикальній площині, при цьому зберігаючи вісь пружини прямолінійною. Точковий вантаж одночасно приймає участь у двох видах коливань: подібних пружині – коли переміщається вздовж прямолінійної осі пружини, і подібних маятнику – коли здійснює коливання сумісно з її віссю. Такий різновид коливальної системи в літературі одержав назву хитної пружини (swinging spring).

За допомогою хитної пружини наочно ілюструється обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями. При цьому повинен враховуватися також вплив початкових умов ініціювання коливань. Особливе значення має дослідження умови виникнення стану резонансу хитної пружини. Тобто коли частота поздовжніх коливань відрізнятиметься в кратну кількість разів від частоти поперечних коливань. Крім розповсюдженого "класичного" випадку (резонансу 2:1) доцільно розв'язувати задачі з іншими значеннями відношення частот. Наприклад, виникає необхідність [36] побудувати траєкторії руху вантажу для випадків таких резонансів: 2:1, 7:3, 9:4, 11:2 та інших. Знайдені геометричні форми траєкторії руху вантажу хитної пружини з заданими параметрами допоможуть визначити характеристики розв'язку обраної задачі.

В роботах [1,56] наведена велика кількість можливих впроваджень на базі застосування ідеї коливань хитної пружини. Значна частка з цього переліку має безпосереднє відношення до порушення стійкості й керованості літаків або швидкохідних кораблів в процесі їх руху. При розрахунках переміщення динамічної системи у просторі (корабля або літака) необхідно враховувати обмін енергією між поперечними і шляховими (поздовжніми) коливаннями як компонентами системи. В більшості випадків частоти цих коливань приймають як співвідношення 2:1. Але для ретельніших досліджень доцільно розглядати інші відношення частот. Особливо це стосується досліджень динаміки коливань літаків типу «голландський крок»» (HYPERLINK "https://en.wikipedia.org/wiki/Dutch_roll" \o "en:Dutch roll" Dutch roll) [37]. Такі коливання виникають у випадку великої поперечної стійкості літака в порівнянні з малою шляховою стійкістю. Тоді бічний рух літака характеризуватиметься взаємозалежними коливаннями за креном і ковзанням. Причому, коливання за ковзанням відстають по фазі від коливань за креном, що пов'язано зі слабкою шляховою й надмірною поперечною стійкістю. Крен літака є причиною виникнення ковзання літака, усунення якого відбувається із запізнюванням через слабку шляхову стійкість. Ковзання, яке при цьому виникає, провокує необхідність аварійного крену літака в протилежну сторону через підвищену поперечну стійкість, і процес повторюється. Для гасіння коливань на літаках застосовуються демпфери нишпорення, розрахунок яких доцільно виконувати із залученням поняття перекачування енергій хитної пружини у стані резонансу.

Видозмінена модель хитної пружини – модель гнучкої нитки – важливу роль відіграє у будівельній механіці. Адже гнучка нитка – це своєрідна пружина, що діє тільки на розтягнення. У типовій двовимірній моделі гнучка нитка одночасно може здійснювати поперечні коливання у своїй площині (аналог кутових коливань хитної пружини з вантажем) і маятникові коливання, що поєднують опорні закріплення (аналог вертикальних коливань). Прикладом є дроти високовольтних ліній, на стан яких впливають пориви вітру. При співвідношенні частот 1:2 зазначених коливань відбувається втрата динамічної стійкості, і тоді виникають поперечні коливання нитки, амплітуда яких може досягати досить великих значень. Можливість виникнення таких явищ необхідно враховувати при розрахунку різноманітних конструкцій будівельної механіки (вісячих мостів, вантово-балочних систем, канатних доріг, ліній електропередачі, різноманітних антен тросових системи для втримання об'єктів, гнучких шлангів, тощо).

Ідею використання хитних пружин у якості механічної моделі доцільно розвивати для аналізу сучасних технологічних процесів як динамічних систем. Ці системи можуть складатися з нелінійно зв'язаних коливальних компонентів, які обмінюються енергією між собою. Коливання хитної пружини доцільно розглядати у сукупності з геометричним компонентом – траєкторією руху її вантажу. У результаті чого з'явилася можливість характеризувати резонанс коливання хитної пружини за допомогою періодичних траєкторій, виділених з можливих рухів під час коливань вантажу хитної пружини. Причому, для синтезу траєкторії необхідно використовувати не лише головні параметри хитної пружини, але й параметри початкових умов ініціювання коливань. Адже в цьому випадку найбільш ефективно відбувається кутове розгойдування хитної пружини за рахунок енергії цієї пружини. Розвиток випадкового поперечного збурення проходитиме до фіксованого значення амплітуди, оскільки запаси енергії пружини є вичерпними. Після досягнення такої амплітуди в ході коливань хитної пружини знову відбувається розтягування (або стискання) пружини.

У роботі [103] наведено феноменологічний спосіб побудови контуру вертикального перетину поверхні рідини у ємності, яка коливається завдяки руху цієї ємності. Зазначені контури називають хвилями Фарадея. Спосіб оснований на механічній «маятниковій» аналогії процесу коливання рідини. А саме, хвилі Фарадея інтерпретуються як траєкторії руху вантажу математичного маятника (не пружини), підвішеного до рухомого візка. Обговорюються питання складання формул, які б наближено пов'язали параметри рідини з параметрами маятника під візком. Базуючись на ідеї цього прикладу розглянемо наступне.

У якості гіпотези сформулюємо передумову використання моделі хитної пружини. Для відшукування розв'язку розглянутого класу задачі необхідно в її постановці визначити дві (як приклад) нелінійно зв'язані коливальні компоненти, які обмінюються енергією між собою. Далі слід визначити головні параметри системи (які суттєво впливають на розв'язок), та поставити їх у відповідність параметрам хитної пружини - її жорсткості,

довжині у ненавантаженому стані та масі вантажу. А також параметрам, які визначають початкові умови коливань хитної пружини - початковому куту відхилення пружини та швидкості його зрушення. Тоді шуканий розв'язок поставленої задачі можна пов'язати з періодичною траєкторією руху вантажу хитної пружини. І серед множини періодичних траєкторій руху необхідно шукати траєкторію найменшої довжини. Порівнювати особливості резонансних траєкторій можна за умови щільності пікселів, які складають зображення певної траєкторії. Згідно загальному принципу "мінімальної енергії" логічно вважати, що саме випадок з найкоротшою періодичною траєкторією (вірніше, з одним її періодом) буде цікавим при реалізації конкретного впровадження. Одержану періодичну траєкторію руху вантажу завжди можна представити у цифровому вигляді як послідовність координат точок, що її складають.

Із зазначених позицій цікаво буде дослідити нелінійні зв'язані системи із взаємодіючими підсистемами на прикладах задач техніки.

Труднощі розвитку досліджень в цьому напрямку виникнуть при спробі визначати резонансний стан у разі дослідження коливань просторової хитної пружини.

4.2. Моделювання траєкторії точки на дроті електропередачі в умовах поривів вітру

Розглядається модель прольоту лінії електропередачі в умовах поривів вітру. Для цього обрано уявну площину, розташовану по нормалі до напрямку прольоту (нормальну площину). На площині оберемо точку, що є слідом перетину дроту лінії електропередачі. В роботі наведено спосіб побудови траєкторії обраної точки за умови, що на дріт впливають пориви вітру. Особливість досліджень полягає у використанні для цього механічного аналогу – хитної пружини (swinging spring). Тобто різновиду маятника, який складається з точкового вантажу, приєднаного до невагомої пружини. Другий кінець пружини фіксується нерухомо. Досліджуються маятниковоподібні коливання пружини у вертикальній площині за умови збереження прямолінійності її осі. Доцільність вибору такого аналогу пояснюється необхідністю вивчення динамічної системи «провід в поривах вітру», коли нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою. Дійсно, у випадку коливання точки на дроті (у нормальній площині) відбувається обмін енергіями між поперечними (горизонтальними) і поздовжніми (вертикальними) коливаннями точки. Цей феномен можна дослідити за допомогою математичного апарату хитної пружини, яка ілюструє обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями.

При цьому особливе значення має можливість дослідження стану резонансу. Для проводів резонанс настає тоді, коли частота горизонтальних коливань відрізняється в два рази від частоти вертикальних коливань точки на дроті (у нормальній площині). Аналогічне має місце і для хитної пружини,

де при резонансі частота поздовжніх коливань відрізняється в два рази від частоти поперечних коливань. Дослідження базуються на головних положеннях механіки Лагранжа, за допомогою якої були описані траєкторії руху точкового вантажу хитної пружини.

Для передачі електричного струму на великі відстані використовуються повітряні лінії високої напруги. Протяжність таких ліній може досягати декількох кілометрів, на яких встановлені високовольні опори для відділення дротів від землі. В прольотах опор дроти можуть вільно коливатися. Під впливом поривів вітру на лініях виникає танець дротів, здатний порушити нормальний режим роботи енергосистеми. Вплив вітру відбувається при будь-якому напрямку потоку, як в горизонтальній площині, так і під якимось кутом. І що характерно – навіть припинення пориву вітру не означає закінчення вібрації, адже через велику протяжність ліній в них виникають власні коливання - горизонтальні і вертикальні (у площині, перпендикулярній напрямку прольоту). Ці коливання не потребують підтримки, а тривають за рахунок резонансних явищ.

При цьому нелінійно зв'язані коливальні компоненти системи обмінюються енергією між собою. За допомогою хитної пружини ілюструється обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями. Це актуально і для коливання дротів електропередач, особливо з врахуванням їх стану резонансу - коли частота вертикальних коливань точки на дроті у нормальній площині відрізняється два рази від частоти горизонтальних коливань.

Гасіння вібрацій і танці дротів подавляються завдяки встановленню спеціальних пристроїв. Для визначення їх ефективності при проектуванні актуальними будуть дослідження, спрямовані на моделювання траєкторії коливання точки у нормальній площині, розташованої, наприклад, на середній частині прольоту лінії електропередачі.

У статтях [104, 105] наведено огляди робіт, присвячених дослідженню коливання дротів. Чисельне моделювання руху проводу ЛЕП під дією вітру розглянуто у роботі [106]. Пояснення фізичних причин виникнення танців дротів викладено у роботах [107, 108]. Цікавою є робота [109], де наведено спосіб моделювання траєкторії точки на дроті з використанням аналогу хитної пружини. Але відкритим залишилося дослідження впливу на резонанс параметрів хитної пружини – наприклад, її жорсткості.

Побудуємо траєкторію руху по нормальній площині вантажу хитної пружини та визначимо стан її резонансу залежно від її жорсткості.

Розглянемо на нормальній площині з декартовими координатами Oxy коливальну систему типу «хитна пружина». Нехай пряма, натягнута між точками A і B кріплення дроту, перетинає площину в точці C (рис.4.1), яка вважається нерухомою. Слід провисаючого дроту на площині позначимо як M . Тоді відрізок CM буде умовним зображенням хитної пружини з вантажем в точці M . Жорсткість пружини позначимо як k , через h позначимо довжину пружини без вантажу, масу вантажу позначимо m , а через H – довжину пружини з вантажем у рівноважному (вертикальному) стані, g - прискорення

земного тяжіння. Точка M в момент часу t матиме координати $M(X(t); Y(t))$. Ці координати матиме і вантаж пружини.

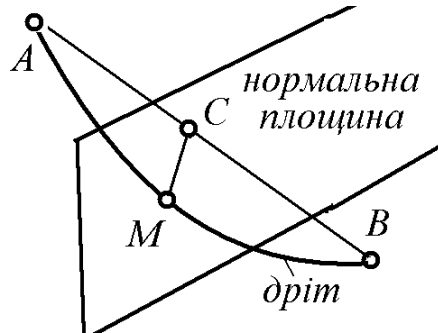


Рис. 4.1. Нормальна площина та хитна пружина CM

Рівняння руху хитної пружини має вигляд [49]:

$$(4.1)$$

де Частота ω_X визначає коливання точкової маси горизонтально, а значення ω_Y описує частоту по вертикалі. Якщо $\lambda=0$, то рівняння (1) описують незалежні коливання точки.

Для впровадження пружинної аналогії фізичні характеристики дротів слід зіставити з параметри хитної пружини. Масу вантажу m логічно пов'язати з приведеною масою дроту, через h позначити довжину проекції на нормальну площину дроту у спокої, а через H – довжину проекції дроту на нормальну площину, який вже знаходиться у навантаженому вітром стані.

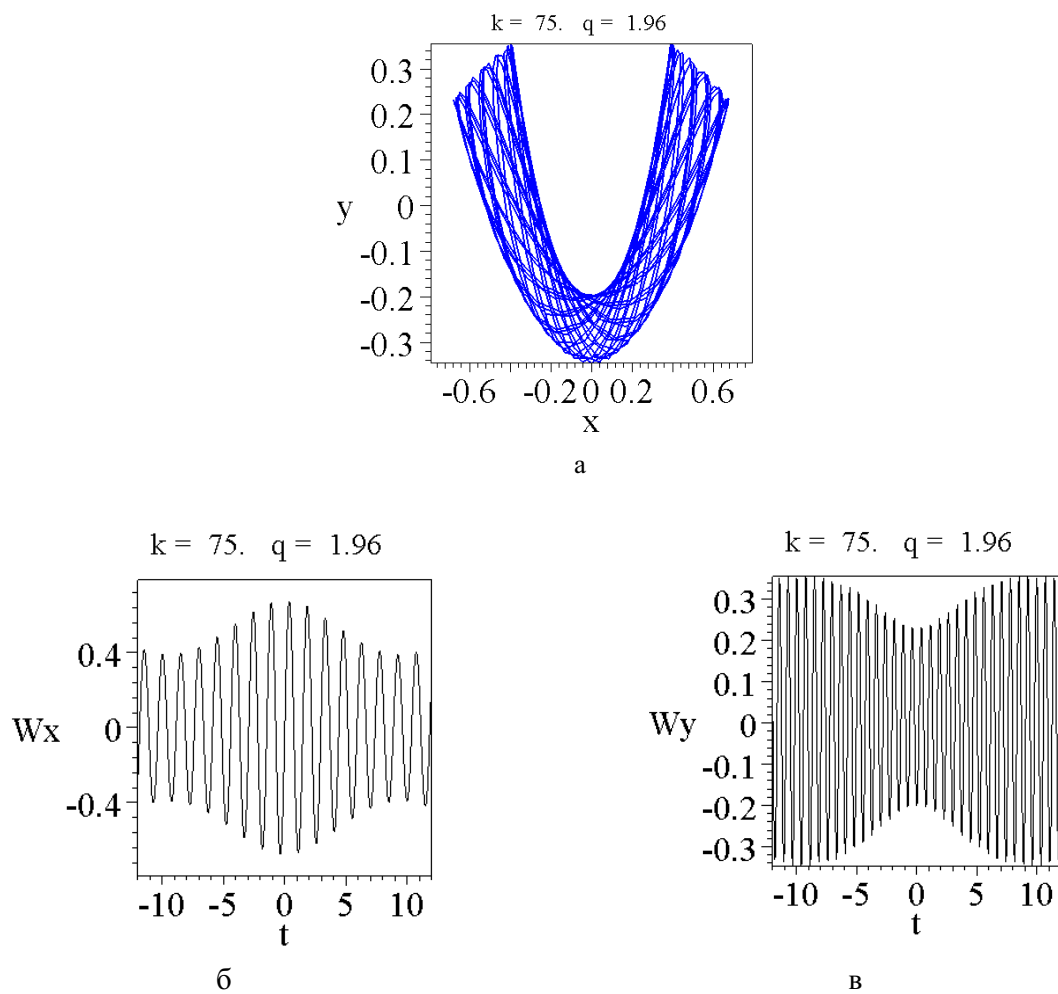
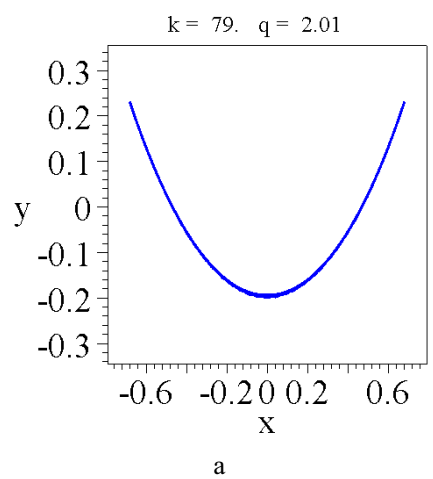
При цьому, (x_0, y_0) – початкові координати рухомої точки на нормальній площині, а Dx_0 і Dy_0 – заподіяні миттєвим поривом вітру початкові швидкості рухомої точки вздовж відповідних осей координат. Змінним параметром обрано жорсткість пружини k , яку - у випадку дротів - можна пов'язати з їх фізико-механічними та конструктивними характеристиками.

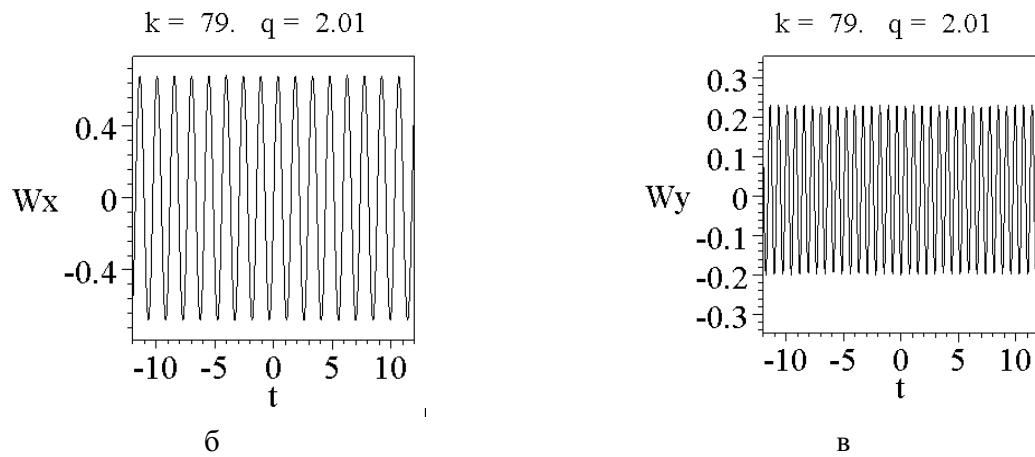
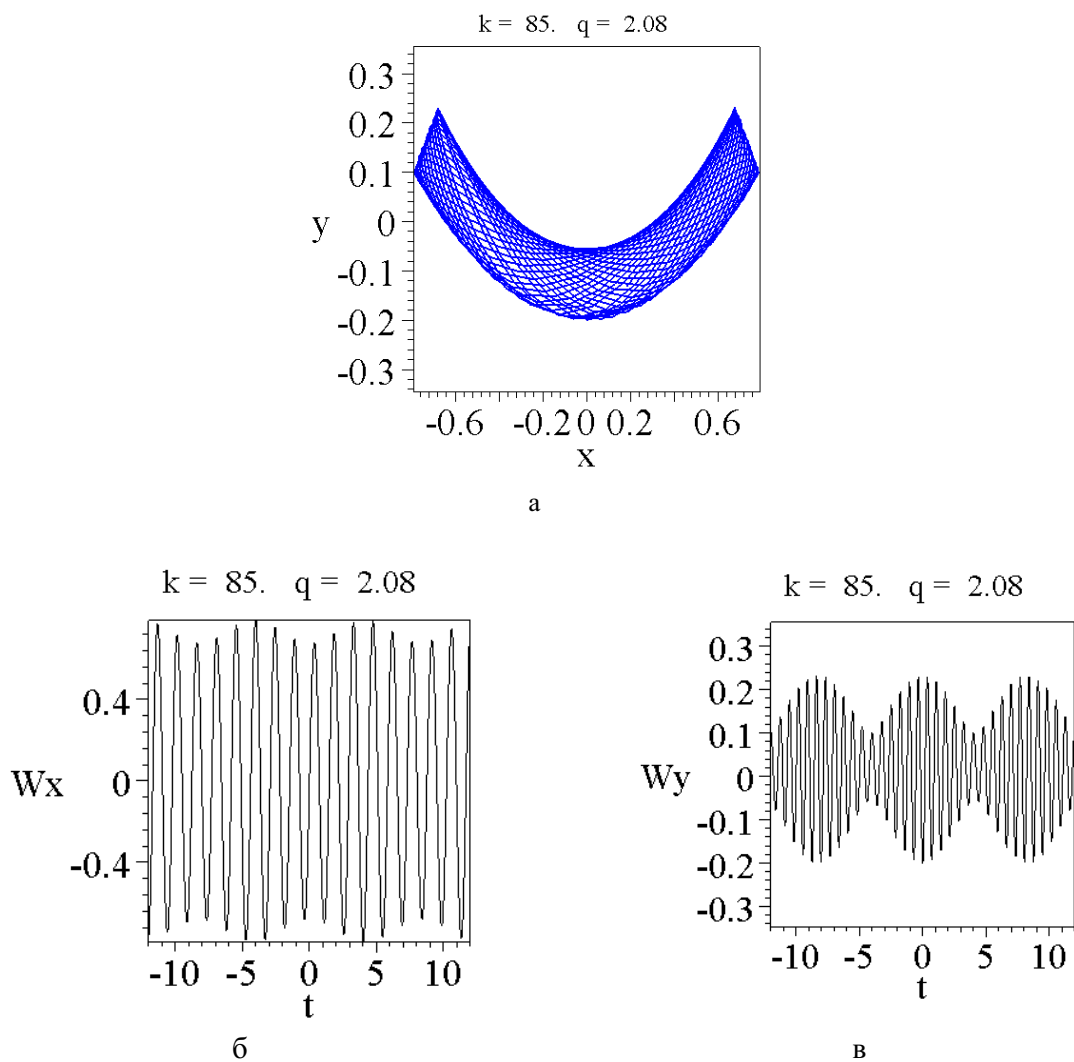
В якості тесту розв'яжемо систему рівнянь (4.1) з такими значеннями параметрів: $h, m, x_0, Dx_0, y_0, Dy_0$

На рис. 4.2 – 4.4 зображено траєкторії руху (позиції «а») по нормальній площині вантажу хитної пружини (що є слідом дроту) та графіки відстані рухомої точки до відповідних координатних осей (позиції «б» і «в») при жорсткостях k, k, k .

Там же наведено обчислене відношення , яке визначає

резонанс за умови, коли ω_X і ω_Y - частоти коливань точки по горизонталі і вертикалі. При $k \neq k$ вказує на резонанс хитної пружини (і дроту).

Рис. 4.2. Траєкторія і графіки відстані при kq 

Рис. 4.3. Траєкторія і графіки відстані при $k = 79$ і q Рис. 4.4. Траєкторія і графіки відстані при $k = 85$ і q

Для перевірки скористаємося результатами роботи [109]. Систему рівнянь (4.1) там розв'язано з умовами: $hHm=0.0485$ кг; kg [HYPERLINK "https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D1%80"](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D1%80) [M/](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B5%D0%BA%D1%83%D0%BD%D0%B4%D0%B0) [HYPERLINK "https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B5%D0%BA%D1%83%D0%BD%D0%B4%D0%B0"](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B5%D0%BA%D1%83%D0%BD%D0%B4%D0%B0) \

о "Секунда" $\underline{c}^2$, $x_0=0$ м; $Dx_0=0,78$ м/с; $y_0=-0.1$ м; $Dy_0=0$ м/с. На рис. 4.4 зображено траєкторію руху (позиція «а») та графіки відстані точки до координатних осей (позиції «б» і «в»), які близькі результатам роботи [6].

При цьому, , що не є резонансом. Але коли обрати k , що ближче до стану резонансу. На рис. 4.5 наведено траєкторію руху та графіки відстані точки до координатних осей для k

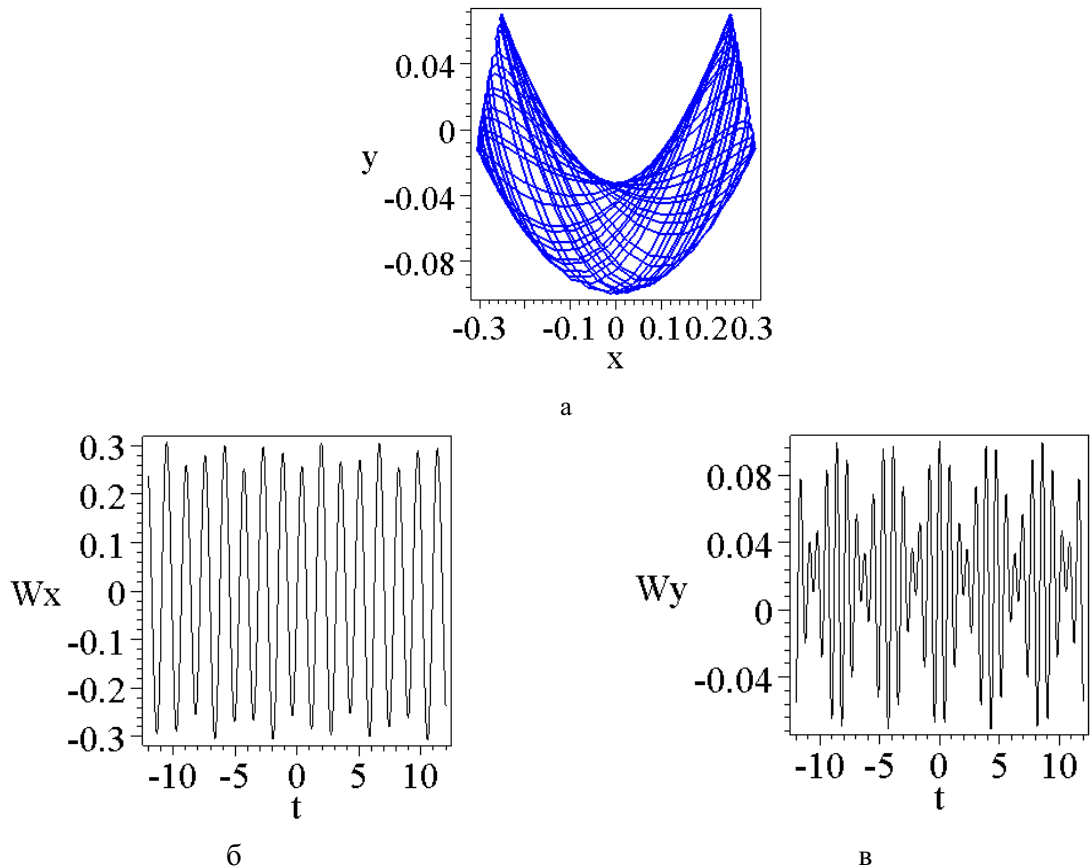
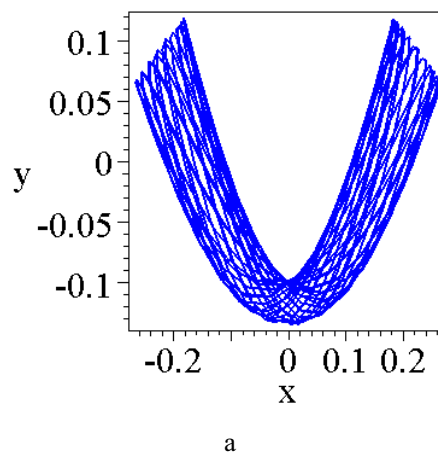


Рис. 4.5.Траєкторія і графіки відстані, одержані в роботі [109]



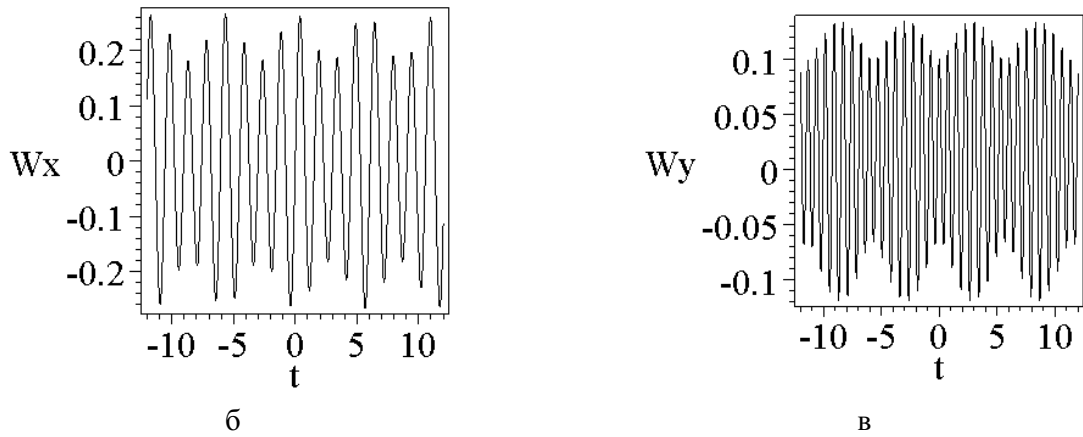


Рис. 4.6. Траєкторія і графіки відстані для к.

Побудована траєкторія руху по нормальній площині вантажу хитної пружини дозволяє аналізувати коливання дроту під поривами вітру, а також опосередковано визначити стан резонансу дротів на основі аналогії їх коливань з коливаннями хитної пружини.

4.3. Моделювання процесу роздрібнення газової бульбашки на основі його аналогії з хитною пружиною

Гасіння газорідними сумішами пожеж у вертикальних резервуарах, що містять легкозаймисті рідини, повинно супроводжуватись постійним роздрібнюванням у цих сумішах газових бульбашок. Механічний спосіб дозволяє роздрібнювати бульбашки завдяки акустичним хвилям тиску, утвореними ударами по металевій мембрані. Більш прогресивний спосіб роздрібнення передбачає вплив акустичної хвилі безпосередньо на бульбашки. Це дозволяє шляхом зміни частоти тиску втручатись у процес подрібнення бульбашки, що впливає на якість газорідної суміші. В роботах Петрова О.Г. та його учнів запропоновано резонансну модель подрібнення газової бульбашки в рідині у нестационарному полі тиску. Резонансне дроблення бульбашки в рідині здійснюється за рахунок перекачування енергії між радіальною і деформаційною модами коливань. При цьому спостерігається цікавий ефект - при відносно невеликій амплітуді змінного тиску акустичної хвилі у рідині розвивається досить велика амплітуда деформаційних коливань – завдяки якій і здійснюється дроблення бульбашки.

Особливість досліджень полягає у використанні для цього механічного аналогу – хитної пружини (swinging spring). Тобто різновиду маятника, який складається з точкового вантажу, приєднаного до невагомої пружини. Другий кінець пружини фіксується нерухомо. Досліджуються маятниковоподібні коливання пружини у вертикальній площині за умови збереження прямолінійності її осі. Доцільність вибору такого аналогу пояснюється необхідністю вивчення динамічної системи «подрібнення бульбашки», коли нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою. Дійсно, у випадку бульбашки відбувається обмін

енергіями між радіальними і деформаційними модами коливань.

В даній роботі цей феномен досліджується за допомогою математичного апарату хитної пружини, яка ілюструє обмін енергіями між маятниковими і пружинними коливаннями.

Для гасіння легкозаймистих рідин у вертикальних резервуарах застосовується підпрошаркова технологія пожежогасіння. Вона передбачає подачу вогнегасної суміші безпосередньо в глибинні шари рідини. Для цього застосовується плівкоутворювальний фторсинтетичний піноутворювач. Піна не абсорбує на поверхні своїх бульбашок з легкозаймистою рідиною при проходженні через її шар і утворює на поверхні газонепроникну плівку. Такі властивості забезпечують умови ліквідації пожежі. Актуальними будуть питання підготовки фторсинтетичного піноутворювача, зокрема, для його ефективнішого використання виникає проблема роздрібнення бульбашок.

В роботі [110] для підпрошаркового способу пожежогасіння запропоновано механічний метод роздрібнення бульбашок імпульсами акустичного тиску, які формувалися ударами по металевій мембрані. Прогресивніший спосіб роздрібнення полягає у безпосередньому впливі на газові бульбашки у рідині акустичною хвилею. В роботах [111-113] запропоновано резонансну модель подрібнення газової бульбашки в рідині. Резонансне дроблення бульбашки здійснюється за рахунок перекачування енергії між радіальною і деформаційними модами коливань. Показано, що при відносно невеликій амплітуді коливань тиску акустичної хвилі у рідині розвивається досить велика амплітуда деформаційних коливань для дроблення – завдяки якій і здійснюється дроблення бульбашки.

Особливість досліджень полягає у використанні для цього механічного аналогу – хитної пружини (swinging spring). Вона складається з точкового вантажу, приєднаного до невагомої пружини, другий кінець якої фіксується нерухомо. Досліджуються маятникові подібні коливання пружини у вертикальній площині за умови збереження прямолінійності її осі.

Доцільність вибору такого аналогу пояснюється необхідністю вивчення роздрібнення бульбашки за умови, що нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою [114, 115]. У бульбашки відбувається обмін енергіями між радіальними і деформаційними коливаннями. Цей факт в даній роботі досліджується за допомогою математичного апарату хитної пружини, де аналогічно здійснюється обмін енергіями між поперечними (маятниковими) і поздовжніми (пружинними) коливаннями. В результаті поставлена задача розробити практичний спосіб геометричного моделювання роздрібнення газової бульбашки.

Далі розробимо інженерний спосіб унаочнення процесу роздрібнення сферичної газової бульбашки з використанням хитної пружини як аналогу цього процесу.

Використаємо спосіб, описаний в роботі [116], для визначення періодичної траєкторії вантажу хитної пружини (рис. 4.7) з рухомою точкою кріплення. Закон руху точки задамо функцією $y=f(t)$. Також задані маса m вантажу, жорсткість k пружини, початкова довжина h пружини у ненавантаженому стані, а також початкові умови виникнення коливань.

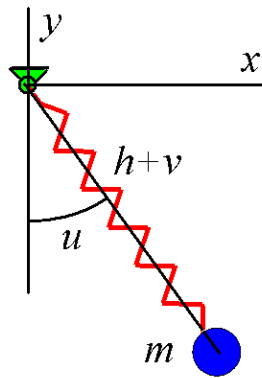


Рис. 4.7. Схема хитної пружини

У якості узагальнених координат оберемо значення кута $u(t)$, який вісь хитної пружини утворює з вертикальною віссю Oy , а також величину $v(t)$, пов'язану зі зміною довжини пружини в часі. Тоді координати точкового вантажу обчислимо так:

(4.2)

Лагранжів замиамо як різницю кінетичної і потенціальної енергій

(4.3)

В результаті маємо систему рівнянь Лагранжа другого роду:

(4.4)

Для прикладу розглянемо хитну пружину з параметрами $mk=202.8$; $h=2.5$ і з початковими умовами $u(0)=2.5$; $du(0)=0$; $v(0)=0$; $dv(0)=3$. Закон руху точки кріплення задамо функцією $y=0.25\sin(t)$. Всі величини в умовних одиницях. Ці параметри обрано так, щоб хитна пружина була в стані резонансу [116]. Чисельним методом Рунге-Кутти розв'язуємо систему рівнянь (4.4) відносно функцій $u(t)$ і $v(t)$. Для побудови траєкторії руху вантажу хитної пружини слід у вирази (1) віртуальних координат (x, y) підставити одержані розв'язки системи (4.4). В результаті знайдемо графіки відстаней від рухомої точки до відповідних координатних осей (рис. 4.8 і рис. 4.9), а також наближене зображення траєкторії руху вантажу хитної пружини з рухомою точкою кріплення (рис. 4.10).

Графіки відстаней показують, що періоди горизонтальних коливань приблизно у два рази більше періодів вертикальних коливань. Це вказує на те

, що хитна пружина буде у стані резонансу. Це підтверджує і періодична траєкторія руху її вантажу.

Об'єднаймо задачу про дроблення газової бульбашки з розглянутої вище задачею про хитну пружину.

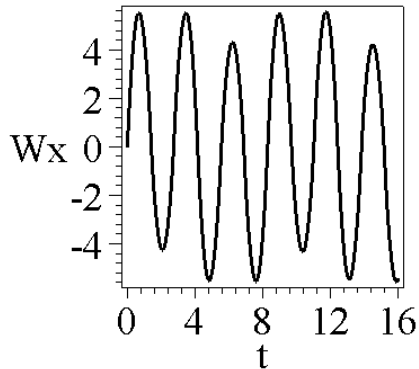


Рис. 4.8. Графік відстаней до осі Oy

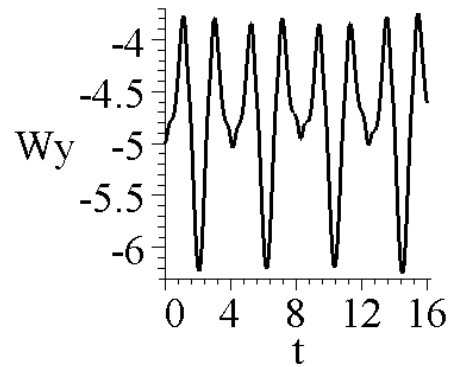


Рис. 4.9. Графік відстаней до осі Ox

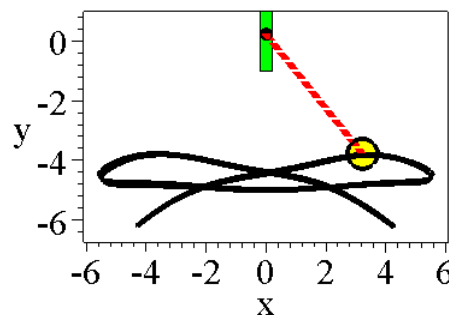


Рис. 4.10. Траєкторія вантажу хитної пружини з рухомою точкою підвісу

При виведенні з рівноважного стану газової бульбашки виникають коливання, які можна розділити на два класи - радіальні, пов'язані зі зміною об'єму при незмінній (сферичній) формі, і деформаційні, зумовлені зміною геометричної форми.

Для побудови аналогії процесу дроблення газової бульбашки з коливанням хитної пружини необхідно встановити зв'язок між їх компонентами. А саме - радіальній моді коливань бульбашки відповідає координата точкового вантажу пружини по вертикалі, а деформаційній моді - координата по горизонталі. Вібрації точки підвісу пружинного маятника відповідає змінний тиск в рідині, який генерується поза рідиною з метою дроблення бульбашки.

У резонансному випадку радіальна і деформаційні моди коливань періодично міняються місцями, і енергія однієї моди переходить в іншу, чим і обумовлена цікавість до феномену хитної пружини. При перекачуванні енергії радіальних коливань амплітуда резонансної деформаційної моди коливання бульбашки аномально різко зростає, що дає змогу роздрібнити бульбашка в рідині при порівняно малих енергетичних витратах на генерування змінного зовнішнього акустичного поля тисків. Тобто при відносно невеликій амплітуді тиску акустичної хвилі розвивається досить

велика амплітуда деформаційних коливань, завдяки чому і відбувається дроблення газової бульбашки.

Позначимо радіальну і деформаційну моди коливань як r і d , відповідно. Тоді для побудови певних фаз процесу роздрібнення газової бульбашки можна використати рівняння

$$\dots, \quad (4.5)$$

де $\dots$;

;

.

Адже мода коливань описує цілий клас перетворень. У нашому випадку – всі можливі радіальні коливання, а також всі можливі деформаційні коливання.

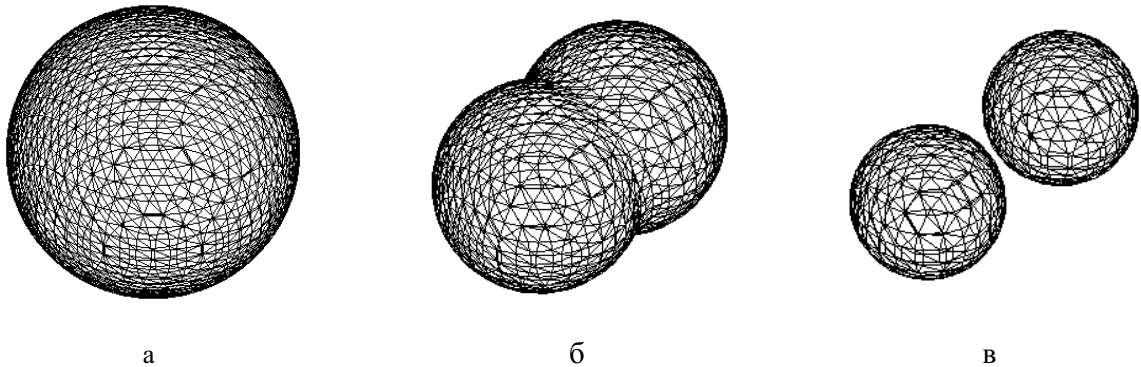


Рис. 4.11. Геометрична модель фаз роздрібнення бульбашки ($r=0.5$): а) – початкова ($d=0$); б) – проміжна ($d=0.5$); в) – заключна ($d=1$).

Резонансний стан хитної пружини (рис. 2 та коментарі до нього) дозволяє визначити значення радіальної і деформаційної мод коливань. На рис. 3 наведено зображення певних фаз процесу роздрібнення для r і d

Отже, процес роздрібнення сферичної газової бульбашки можливо пов'язати з коливаннями хитної пружини як його аналогу.

4.4. Розрахунок відбивача пожежного сповіщувача диму з наносенсорним чутливим датчиком

Розглянуто спосіб розрахунку відбивачів пожежних сповіщувачів диму, профіль чутливих елементів яких визначається фокальною лінією неточкового приймача променів.

Для протипожежного захисту майна часто застосовують фотоелектричні сповіщувачі диму [117], з оптичної частини яких виходить промінь і допомагає визначити кількість диму у повітрі (рис. 4.12).



Рис. 4.12. Схема детекторного сповісвача диму

Сучасні розробки сповісвачів диму використовують наноконпозиційні матеріали, що визначають основу нового типу хімічних сенсорів «електронний ніс» [118]. Принцип дії наносенсорних чутливих датчиків заснований на зміні електропровідності наноконпозиційної плівки під дією парів речовини (рис. 4.13).

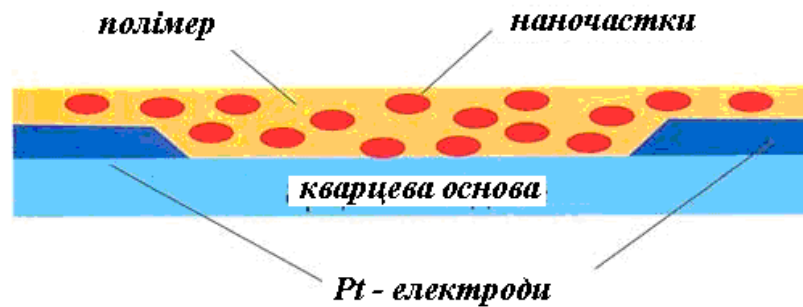


Рис. 4.13. Схема чутливої частини сповісвача диму

Для підвищення ефективності дії сповісвачів диму з наноконпозиційними матеріалами доцільно доповнити їх конструкції пристроями для концентрування часток диму на чутливій поверхні наносенсорного датчика.

На рис. 4.14 наведено можливу схему наносенсорного сповісвача диму. Принцип його дії полягає у такому. Частка диму (розміром 5 – 10 мкм [119, 120]) розганяється в електричному полі, створеного різницею потенціалів між кільцем і відбивачем (діаметр кільця 50 – 70 мкм).

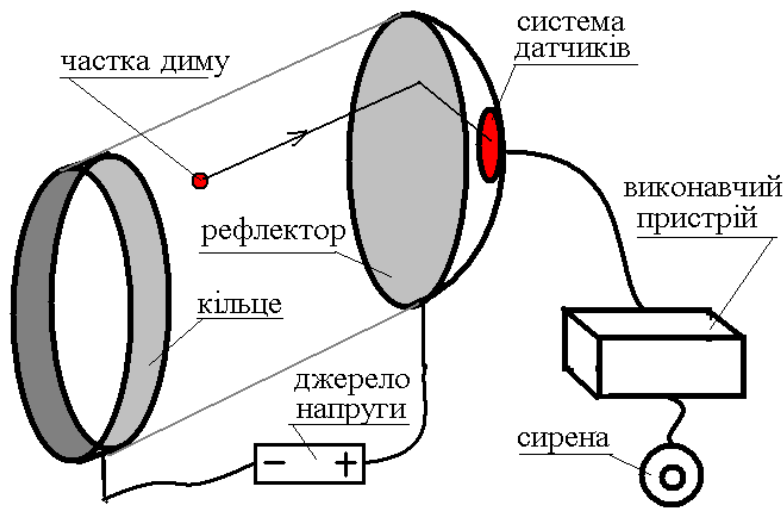


Рис. 4.14. Запропонована схема наносенсорного сповісвача диму

Після механічного відбиття частка попадає до системи датчиків і реєструється виконавчим пристроєм. Звідси слідує актуальність геометричної проблеми – розрахувати форму відбивача так, щоб спрямований на неї паралельний потік часток диму сконцентрувався на активній поверхні датчика наперед обраної форми. Враховуючи, що відбивачем планується обирати поверхню обертання, то далі розглядається хід променів (тобто траєкторій руху частки) у осевому перетині цієї поверхні.

Ще раз наголосимо, що для підвищення ефективності дії сповісвачів диму з наноконпозиційними матеріалами доцільно доповнити їх конструкції пристроями (відбивачами) для концентрування часток диму на чутливій поверхні наносенсорного датчика. У випадку рухомого відбивача, на який діють вібрації, його геометрична форма може змінюватися. Це позначиться на якості фокусування.

Для усунення цього недоліку пропонується така гіпотеза. У випадку рухомого відбивача стабільність форми його профілю для наносенсорного чутливого датчика можна погодити з періодами вертикальних і горизонтальних коливань хитної пружини. Наприклад, резонанс 3:1 можна забезпечити при $h=0,1$; $m=0,18$ і $k=150$. Тоді періоди мають значення

і

відношення яких дорівнює 2,9146,

що наближено визначає резонанс 3:1. На рис. 4.15 наведену хитну пружину, траєкторія вантажу якої окреслює профіль відбивача, стійкого до такого резонансу.

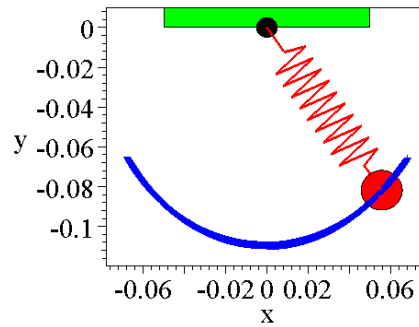


Рис. 4.15. Форма відбивача для резонансу 3:1

У роботах [121, 122] наведено метод розрахунку відбивача шляхом складання диференціальних рівнянь, розв'язком яких буде опис відбивача з неточковими фокусами.

Оберемо на площині Oxy дугу фокальної лінії ; (наприклад, фрагмент дуги еліпса), де параметр t змінюється у межах $t_1 \leq t \leq t_2$. Нехай джерелом променів є кожна з точок $\{S\}$ фокальної лінії. У роботі [123] наведено спосіб визначення форми такої кривої (квазіпараболи), для якої відбиті від неї промені „розташуються” паралельно у напрямі осі Ox . При цьому кожній точці фокальної лінії повинна відповідати точка на квазіпараболі. Для цього шукану відбивальну криву необхідно описати рівнянням $y = f(x)$. Позначимо через $S(x_S, y_S)$ точку джерела променів, через $Q(x_Q, y_Q)$ – точку уявного джерела променів, що відповідає точці $M(x, y)$ падіння променя, а через $T(x_T, y_T)$ – деяку точку на відбитому промені.

Для складання диференціального рівняння відносно функції $f(x)$, було використано рівняння ортотоміки [124]:

$$; \quad (4.6)$$

,

де .

Розглянемо відрізок QT прямої, що проходить через точку падіння променя $M(x, f(x))$, їй відповідну точку $Q(x_Q, y_Q)$ на ортотоміці, та точку $T(x_T, y_T)$ на відбитому промені. Маємо рівняння відрізка QT :

$$, \quad (4.7)$$

де значення x_Q і y_Q задано виразами (4.6). Вилучимо з (4.7) похідну:

$$, \quad (4.8)$$

де

;

;

Вираз (4.8) буде саме тим диференціальним рівнянням, що допоможе знайти функцію $y = f(x)$. Новим в роботі є програмна реалізація розв'язання диференціального рівняння (4.8).

Наведемо спосіб розрахунку відбивачів пожежних сповіщувачів диму, профіль чутливих елементів яких визначається фокальною лінією неточкового приймача променів.

З диференціального рівняння (4.8) можна знайти функцію $y = f(x)$, графік якої збігається з профілем відбивача, для якого промінь, що вийшов з точки $S(x_S, y_S)$, після відбиття від знайденого графіка має досягти точки $T(x_T, y_T)$. Так як формула є «симетричною» відносно координат точок S і T , то має місце і «обернене» твердження: промінь, який вийшов з точки $T(x_T, y_T)$, після відбиття від знайденого графіка досягне точки $S(x_S, y_S)$.

У роботах [125-131] запропоновано визначення квазіпараболи – як кривої, яка за оптичними властивостями подібна традиційній параболі, але фокус якої буде не точковим, а розосередженим вздовж фокальної лінії. Для складання диференціального рівняння квазіпараболи необхідно у рівнянні (3) врахувати, що при $x_T y_T \rightarrow \infty$. В результаті граничного переходу одержимо рівняння

$$\dots \quad (4.9)$$

За умови $t_1 \leq t \leq t_2$ кожній точці $A(x, f(x))$ квазіпараболи відповідатимуть точки фокальної лінії

$$\dots \quad (4.10)$$

Для «прив'язки» точки $S(x_S, y_S)$ до дуги „фокальної” лінії достатньо врахувати її опис $\dots$; $\dots$, де t змінюється у межах $t_1 \leq t \leq t_2$, а також те, що при цьому головним керуючим параметром буде x з інтервалу $[a \leq x \leq b]$. Зіставити змінній x у відповідність точки дуги фокальної лінії

можна за формулою: $\dots$. Тоді, коли змінна x пробігатиме точки інтервалу $[a \dots b]$, то точка $S(x_S, y_S)$ пробігатиме відповідні точки дуги фокальної кривої. Якщо джерело променів розташоване у точці $T(x_T, y_T)$, то з рівняння (4.8) можна знайти опис $y = f(x)$ відбивальної кривої, яка б проходила через точку $K(x_K, y_K)$ так, щоб відбиті від неї промені перетнули всі точки кривої (4.10) за умови $a \leq x \leq b$. Координати точки $K(x_K, y_K)$ визначатимуть початкові умови розв'язання рівняння (4.9).

В якості прикладу розглянемо на площині Оху фокальну криву з рівнянням $y = 120 \sin(-1.273 + 0.02829x)$; $x^2 + f(x) = 60 \sin(-1.273 + 0.02829x) + f(40)$, де параметр t змінюється у межах $t_1 \leq t \leq t_2$. Прив'язку до фокальної кривої здійснимо виразами

$x = x_k + t \cos \alpha$; $y = y_k + t \sin \alpha$, де $\alpha = \arctan \left(\frac{f'(x)}{1} \right)$. В наведених прикладах вважається, що падаючі промені будуть паралельними, і направленими «назустріч» осі Ох (на рисунках не показано). У формулах збережено синтаксис мови Maple.

Приклад 1. Нехай профіль чутливого елементу має вигляд відрізка. На рис. 4.16 наведено варіант розрахунків для параметрів: $a = -66$; $b = 45$; $x_k = 40$; $y_k = 100$; $t_1 = -\pi$; $t_2 = 0$; $c = 0,1$; $d = -60$; $x_0 = -40$; $y_0 = 0$. Зображено відбивальну криву на полі ізоклін (а), а також сім'ю променів, що нею відбиті на чутливий датчик (б).

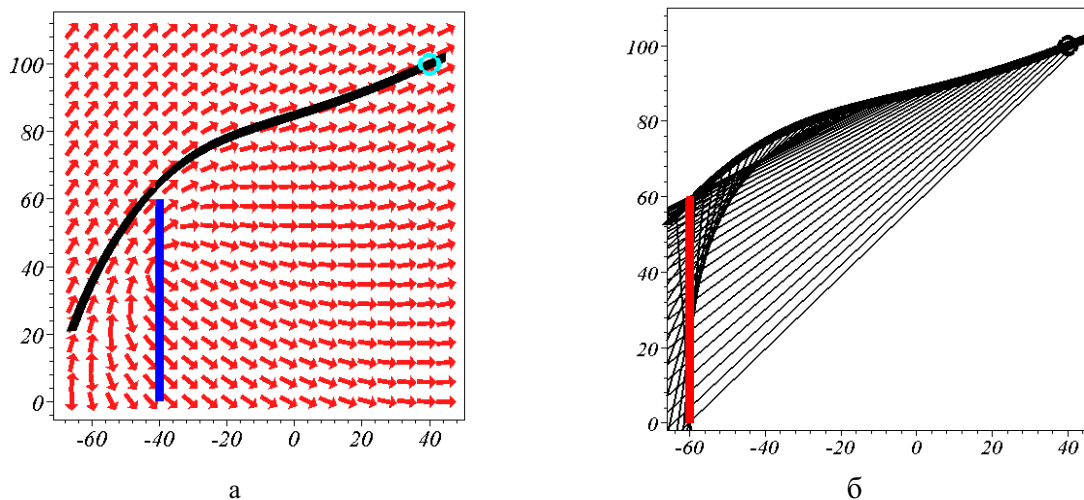


Рис. 4.16. Поле ізоклін і відбивальна крива (а), та сім'я відбитих від неї променів (б)

Графіки одержано в результаті розв'язання диференціального рівняння

$$\frac{d}{dx} f(x) = (-40 + 0.1 \cos(-1.273 + 0.02829x)) - x + (x^2 - 2x(-40 + 0.1 \cos(-1.273 + 0.02829x)) + 120 \sin(-1.273 + 0.02829x) f(x) + 3600 \sin^2(-1.273 + 0.02829x) + f(x)^2 + (-40 + 0.1 \cos(-1.273 + 0.02829x))^2)^{(1/2)} / (60 \sin(-1.273 + 0.02829x) + f(x))$$

з початковою умовою $f(40) = 100$.

Приклад 2. Нехай профіль чутливого елементу має вигляд півкола. На рис. 4.17 наведено варіант розрахунків для параметрів:

$a = -66; b = 44; x_k = 40; y_k = 100; t_1 = -\pi; t_2 = 0; c = 40; d = -40;$
 $x_0 = -40; y_0 = 0$. Зображено відбивальну криву на полі ізоклін (а), а також промені (б), що нею відбиті на півколо (чутливий датчик).

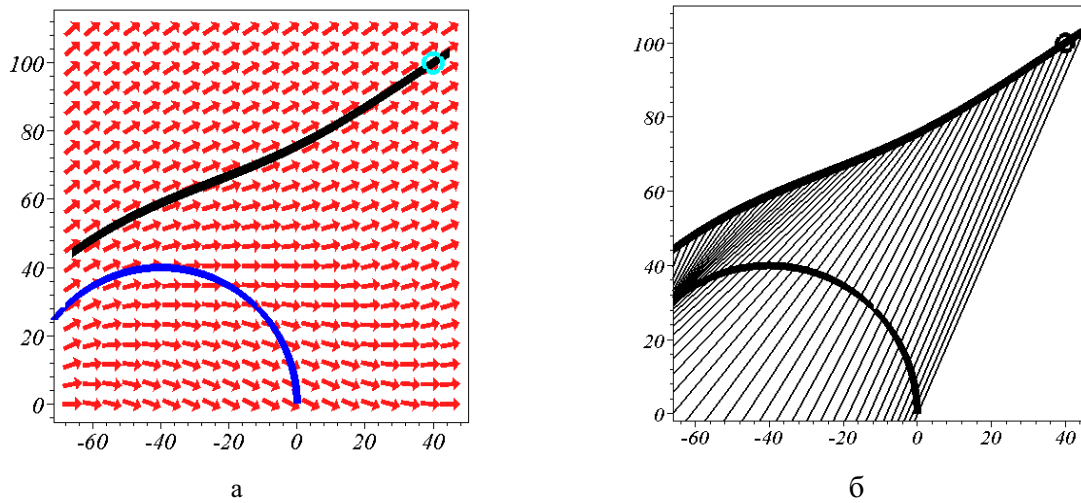


Рис. 4.17. Поле ізоклін і відбивальна крива (а),
та сім'я відбитих від неї променів (б)

Графіки одержано в результаті розв'язання диференціального рівняння

$$\frac{d}{dx} f(x) = (-40 + 60 \cdot \cos(-1.273 + 0.02829 x) - x + (x^2 - 2x(-40 + 60 \cdot \cos(-1.273 + 0.02829 x)) + 120 \cdot \sin(-1.273 + 0.02829 x) f(x) + 3600 \cdot \sin^2(-1.273 + 0.02829 x) + f(x)^2 + (-40 + 60 \cdot \cos(-1.273 + 0.02829 x))^2)^{1/2}) / (60 \cdot \sin(-1.273 + 0.02829 x) + f(x))$$

з початковою умовою $f(40) = 100$.

Приклад 3. Нехай профіль активного елементу має вигляд «півкаплі».

На рис. 4.18 наведено варіант розрахунків для параметрів:

$a = -40; b = 45; x_k = 40; y_k = 100; t_1 = -\pi; t_2 = 0; c = -40; d = 40;$

$x_0 = 20; y_0 = 0$. Зображено відбивальну криву на полі ізоклін (а), а також сім'ю променів (б), що відбиті на чутливий датчик.

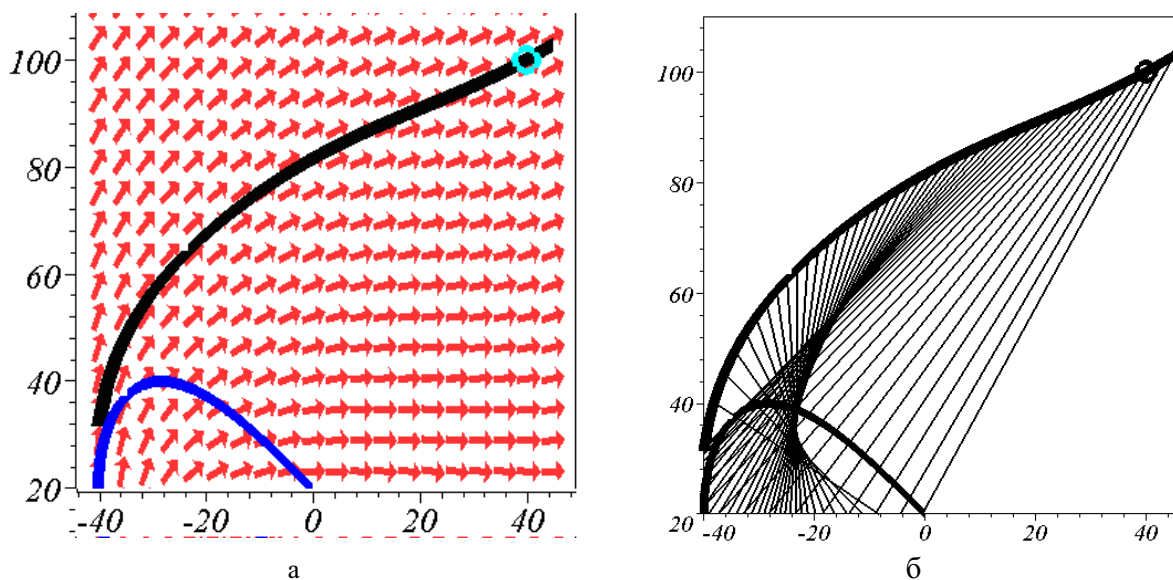


Рис. 4.18. Поле ізоклін і відбивальна крива (а),
та сім'я відбитих від неї променів (б)

Графіки одержано в результаті розв'язання диференціального рівняння

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} f(x) = & (40 \cdot \sin(-1.662 + 0.03694 x) - x + (x^2 \\ & - 80 \cdot x \sin(-1.662 + 0.03694 x) \\ & - 2 (20 - 40 \cdot \cos(-1.662 + 0.03694 x) \sin(-1.662 + 0.03694 x)) f(x) \\ & + (20 - 40 \cdot \cos(-1.662 + 0.03694 x) \sin(-1.662 + 0.03694 x))^2 + f(x)^2 \\ & + 1600 \cdot \sin(-1.662 + 0.03694 x)^2)^{(1/2)}) / (\\ & -20 + 40 \cdot \cos(-1.662 + 0.03694 x) \sin(-1.662 + 0.03694 x) + f(x)) \end{aligned}$$

з початковою умовою $f(40) = 100$.

Для пояснення розглянемо на площині Oxy фокальну криву з

рівнянням $\dots$; $\dots$, де параметр t змінюється у межах $t_1 \leq t \leq t_2$. Прив'язку до фокальної кривої здійснимо виразами

$\dots$; $\dots$, де $\dots$. В прикладах вважається, що падаючі промені будуть паралельними, і направлені «назустріч» осі Ox .

Нехай профіль чутливого елемента має вигляд півкола. Наведено варіант розрахунків для параметрів: $a = -66$; $b = 44$; $x_k \in [1\pi; 200]$. На рис. 4.19 наведено зображення відбивальної поверхні та чутливого сферичного елемента.

Було складено програму побудови просторових зображень відбивальних поверхонь. На рис. 4.20 зображено відбивальну криву на полі ізоклін, а на рис. 4.21 – промені, що нею відбиті на півколо (чутливий датчик).

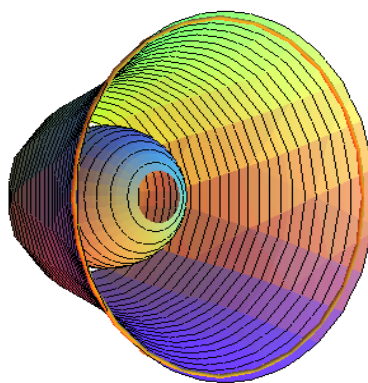


Рис. 4.19. Зображення визначених поверхонь

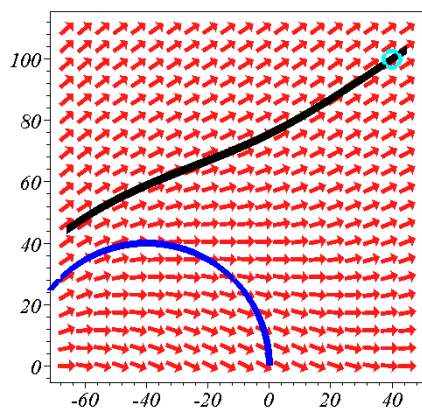


Рис. 4.20. Поле ізоклін і відбивальна крива

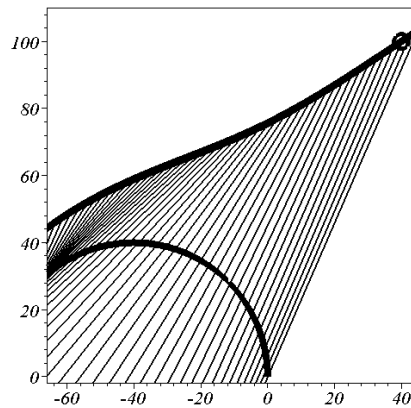


Рис. 4.21. Сім'я відбитих від кривої променів

Рівняння (4.8) можна використати при розрахунку відбивачів пожежних сповіщувачів диму, чутливий профіль з нанокмпозиційного матеріалу якого визначається фокальною лінією неточкового приймача променів. На рис. 4.23 наведено інші варіанти відбивачів та приймачів потоку променів. Зображені форми відбивачів з чутливими датчиками різноманітних конфігурацій. Джерело променів позначено точкою.

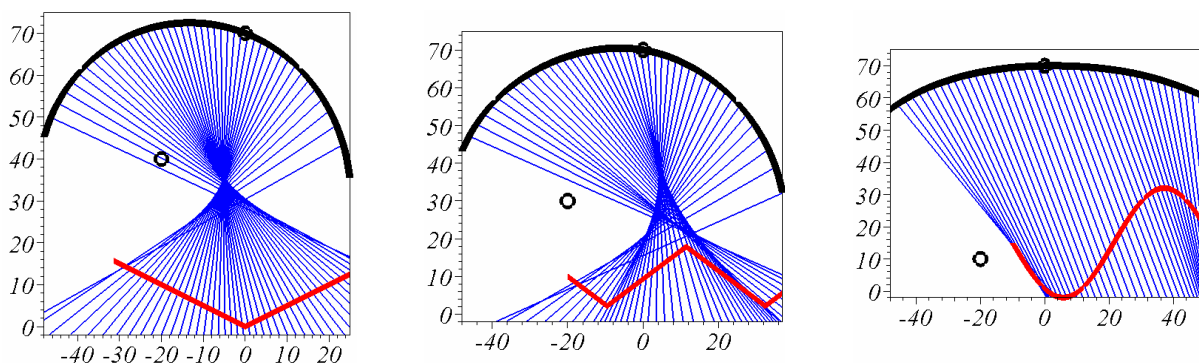


Рис. 4.23 Форми відбивачів з чутливими датчиками різноманітних конфігурацій

На завершення наведемо форми сліду вантажу хитної пружини для різних випадків резонансу. Це дозволить визначати близькі форми

відбивальних кривих залежно від періодів коливань T_x і T_y .

Резонанс у випадку 4:1 (рис. 4.24) відбувається при значеннях параметрів:

hmk
 $T_{y\text{evalf}}(2*\text{Pi}*\text{sqrt}(m/k));$
 $T_{x\text{evalf}}(2*\text{Pi}*\text{sqrt}(h/g)); T_x/T_y;$

$v_0 = 0.1; Dv_0 = 0; u_0 = 0; Du_0 = 11.23.$

Резонанс у випадку 9:2 (рис. 4.25) відбувається при значеннях параметрів:

hmk
 $T_y = \text{evalf}(2*\text{Pi}*\text{sqrt}(m/k));$
 $T_x = \text{evalf}(2*\text{Pi}*\text{sqrt}(h/g)); T_x/T_y;$

$v_0 = 0.1; Dv_0 = 0; u_0 = 0; Du_0 = 12;$

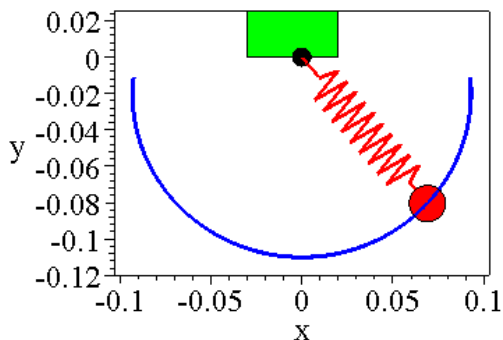


Рис.4.24. До резонансу 4:1

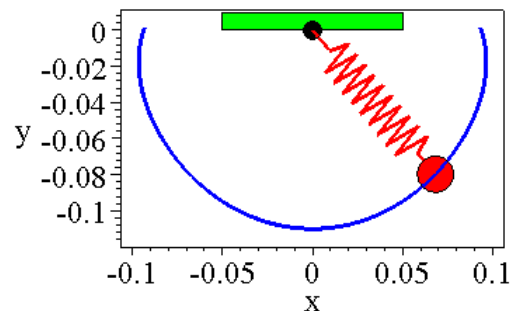


Рис.4.25. До резонансу 9:2

Висновки до розділу 4

1. Моделювання траєкторії точки на дроті електропередачі в умовах поривів вітру можливо з використанням для цього механічного аналогу – хитної пружини. Доцільність такого аналогу пояснюється необхідністю вивчення динамічної системи «провід в поривах вітру», коли нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою.

2. Аналогія полягає у тому, що коливання точки на дроті (у нормальній площині) відбувається з обміном енергіями між поперечними (горизонтальними) і поздовжніми (вертикальними) коливаннями точки.

3. Моделювання процесу роздрібнення газової бульбашки можливо здійснити на основі аналогії з хитною пружиною. Доцільність вибору хитної

пружини як аналогу пояснюється тим, що нелінійно зв'язані коливальні компоненти обмінюються енергією між собою.

4. У бульбашки відбувається обмін енергіями між радіальними і деформаційними коливаннями. Цей факт в даній роботі досліджується за допомогою математичного апарату хитної пружини.

5. Розрахунок відбивача пожежного сповіщувача диму з наносенсорним чутливим датчиком можливо здійснити з використанням траєкторії хитної пружини як профілю відбивача. Адже у випадку рухомого відбивача, на який діють вібрації, його геометрична форма може змінюватися.

6. У випадку рухомого відбивача стабільність форми його профілю для наносенсорного чутливого датчика можна погодити з періодами вертикальних і горизонтальних коливань хитної пружини.

7. Для підвищення ефективності дії сповіщувачів диму з наноконпозиційними матеріалами доцільно доповнити їх конструкції пристроями (відбивачами) для концентрування часток диму на чутливій поверхні наносенсорного датчика.

8. Зміст матеріалів, що були представлені у даному розділі було відображено у публікаціях автора, які вказані в авторефераті: [6], [7], [9], [10], [11], [12], [13], [17], [18], [21].

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Дисертацію присвячено розробці методу геометричного моделювання резонансу хитної пружини на основі побудови траєкторії руху її вантажу з врахуванням як основних її параметрів, так і початкових умов виникнення коливань, що дозволило проілюструвати розв'язки деяких задач у галузі аварійно-рятувальної тематики.

Значення для науки полягає у створенні основ для системного та обґрунтованого застосування інструментальних засобів сучасної прикладної геометрії під час моделювання руху вантажу хитної пружини як парадигми розв'язання кола задач, для яких характерним є процес перетікання енергії у компонентах динамічної системи.

Значення для практики полягає у створенні передумов розвитку геометричних технологій формування розв'язків з використанням моделі хитної пружини при дослідженні: атмосферного балансу планети, коливання молекули вуглекислого газу, моделювання вібрації гелікоптера. Можливість виникнення таких явищ необхідно враховувати при розрахунку різноманітних конструкцій будівельної механіки – висячих мостів, вантово-балочних систем, канатних доріг, ліній електропередачі, різноманітних антен тросових системи для втримання об'єктів, гнучких шлангів, тощо.

При цьому отримано результати, що мають науково-практичну цінність:

1. Здійснено аналіз літературних джерел за темою дисертаційних досліджень, який дозволив зробити висновок про те, що на теперішній час не існує методів побудови періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини з врахуванням не лише головних її параметрів, але і початкових умов ініціювання коливань. Це являлось стримуючим чинником розвитку методів розв'язання задач для яких характерним є процес перетікання енергії у компонентах динамічної системи.

2. З використанням методу проекційного фокусування інтегральної кривої з фазового простору на фазову площину для системи рівнянь Лагранжа другого роду розроблено універсальний спосіб побудови періодичної траєкторії руху вантажу хитної пружини. Аналіз зміни одержаної фазової кривої залежно від керуючого параметра дозволяє побудувати періодичну траєкторію руху вантажу хитної пружини та її різновидів.

3. Побудовані фазові траєкторії функцій узагальнених координат хитної пружини дозволили надати оцінки діапазону змін їх величин та швидкостей руху вантажу. Перехід від параметрів хитної пружини до параметрів конкретної задачі дозволить адекватно описати досліджуваний процес.

4. Одержані геометричні форми періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини запропоновано характеризувати за допомогою відношення горизонтальних і вертикальних періодів коливань вантажу. Це дозволяє визначити споріднені геометричні форми траєкторій руху, тобто однакові траєкторії для різних комбінацій головних параметрів хитної пружини.

5. Складено таблицю геометричних форм періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружин, які відповідають значенням її жорсткості k та маси m . Це дозволило розв'язати у певному розумінні обернену задачу синтезу періодичних траєкторій вантажу хитної пружини.

6. Описано процес руху вантажу хитної пружини за допомогою системи диференціальних рівнянь з компонентами, у які входять значення частот вертикальних і горизонтальних переміщень точки на пружині. Це дозволило визначити множину траєкторій руху вантажу хитної пружини, яка відповідатиме заданим відношенням вертикальних і горизонтальних частот коливань вантажу (для прикладу – 2:1, 7:3, 9:4 і 11:2).

7. Одержано наближеного розв'язання системи диференціальних рівнянь Лагранжа другого роду з компонентами, у які входять значення частот вертикальних і горизонтальних переміщень точки на пружині. Це дозволило інтерпретувати процес коливання вантажу хитної пружини з врахуванням перетікання горизонтальних коливань у вертикальні і навпаки, що характерно для резонансного стану хитної пружини.

8. Розроблено алгоритмічно-програмне забезпечення за допомогою якого проведено комп'ютерне моделювання на прикладах практичних задач у сфері цивільного захисту. У тому числі для моделювання вітрового навантаження на вантажних канатних дорогах для передбачення можливих амплітуд коливання дротів або тросів, на які діють пориви вітру, а також для розрахунків подрібнення газових бульбашок у рідині за рахунок коливальних імпульсів тиску.

Результати дисертації впроваджено в навчальний процес на кафедрі інженерної та аварійно-рятувальної техніки Національного університету цивільного захисту України для ознайомлювальних лекцій при викладанні дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка» в рамках освітніх програм «Пожежна безпека», «Цивільний захист» та «Охорона праці».

Подальший розвиток одержаних результатів дисертаційного дослідження доцільно спрямувати на розробку моделей та методів, коли шуканий розв'язок поставленої задачі можна пов'язати з періодичною траєкторією руху вантажу хитної пружини. І серед множини таких траєкторій необхідно перевагу зосередити на траєкторії найменшої довжини. Адже згідно загальному принципу «мінімальної енергії» логічно вважати, що саме випадок з найкоротшим періодом траєкторії буде цікавим при реалізації конкретного впровадження.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. De Sousa M.C., Marcus F.A., Caldas I.L., Viana R.L. Energy distribution in intrinsically coupled systems: The spring pendulum paradigm. *Physica A*. 2018. Vol. 509, P. 1110–1119.
2. Власов В.Н. Величайшая Революция в Механике 4. URL: <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0016/001d/2114-vls.pdf>.
3. Булдакова Д. А., Кирюшин А. В. Модель качающегося пружинного маятника в истории физики и техники. Электронное научное издание. Ученые заметки ТОГУ. 2015. Том 6. № 2. С. 238 – 243.
4. Lynch P. The swinging spring: a simple model for atmospheric balance. *Large-Scale Atmosphere-Ocean Dynamics: Vol. II: Geometric Methods and Models*. Cambridge University Press. Cambridge. 2001. P. 50.
5. Алдошин Г. Т., Яковлев С. П. Аналитическая модель колебаний молекулы углекислого газа. Резонанс Ферми. Изв. РАН. МТТ. 2015. № 1. С. 42–53.
6. Peng Zhang, Liang Ren, Hongnan Li, Ziguang Jia, Tao Jiang. Control of Wind-Induced Vibration of Transmission Tower-Line System by Using a Spring Pendulum. *Mathematical Problems in Engineering*. 2015. Article ID 671632. P. 1–10.
7. Castillo-Rivera S., Tomas-Rodriguez M. Helicopter flap/lag energy exchange study. *Nonlinear Dynam.* 2017. Issue 88. P. 1–23.
8. Богданов К.Ю. Хищник и жертва. URL: <http://bio.fizteh.ru/student/files/biology/biopharticles/bioph15-arpfelurcdc.pdf>
9. Gendelman O.V., Transition of energy to a nonlinear localized mode in a highly asymmetric system of two oscillators, *Nonlinear Dynam.* 2001. Issue 25, P. 237–253.
10. Алдошин Г. Т. Замечания к методу линеаризации нелинейных уравнений с двумя степенями свободы. В сб. «Математика, информатика, естествознание в экономике и обществе». Труды международной научно-практической конференции. Т. 1. 2009..М.: МФЮФ. С. 227.
11. Бубнович Э.В., Молдагананова А. Г. К вопросу об исследовании резонансов при вынужденных взаимосвязанных колебаниях гибкой нити . URL: <http://portal.kazntu.kz/files/publicate/%20Молдагананова%20.pdf>.
12. Петров А. Г. О вынужденных колебаниях качающейся пружины при резонансе. Доклады Академии наук. 2015. Т. 464. № 5. С. 553–557.
13. Петров А. Г., Шундерюк М. М. О нелинейных колебаниях тяжелой материальной точки на пружине. Изв. РАН. МТТ. 2010. № 2. С. 27–40.
14. Bayly P. V., Virgin L. N. An Empirical Study of the Stability of Periodic Motion in the Forced Spring-Pendulum. *Proceedings: Mathematical and Physical Sciences*. Vol. 443. Issue 1918 (Nov. 8, 1993). P. 391–408.
15. Duka B., Duka R. On the elastic pendulum, parametric resonance and "pumping" swings. *European Journal of Physics*. Accepted Manuscript online 15 November 2018.

16. Breitenberger E., Mueller RD. The elastic pendulum: A nonlinear paradigm. *Journal of Mathematical Physics* 1981. Issue 22. P. 1196–1210.
17. Dullin H., Giacobbe A., Cushman R. Monodromy in the resonant swing spring. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2004. Vol. 190. Issues 1–2. P. 15–37.
18. Ryland II H. G., Meirovitch L. Stability boundaries of a swinging spring with oscillating. *Journal of Sound and Vibration*. 1977. Vol. 51. Issue 4. P. 547–560.
19. Holm D.D., Lynch P. Stepwise Precession of the Resonant Swinging Spring. *SIAM J. Applied dynamical systems*. 2002. Vol. 1. Issue 1. P. 44–64.
20. Lynch Peter, Houghton Conor. Pulsation and precession of the resonant swinging spring. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2004. Vol. 190. Issues 1–2. P. 38–62.
21. Клименко А. А., Михлин Ю. В. Нелинейная динамика пружинного маятника. *Динамические системы*. 2009. Вып 27. С. 51–65.
22. Broucke R, Baха P.A. Periodic solutions of a spring-pendulum system. *Celestial mechanics*. September 1973. Vol. 8. Issue 2. P. 261–267.
23. Hitzl D.L. The swinging spring invariant curves formed by quasi-periodic solution. III. *Astron and Astrophys*. 1975. Issue 41. P. 187–198.
24. Моделирование движения двойного маятника в Декартовой системе координат URL: <https://www.wolfram.com/mathematica/new-in-9/advanced-hybrid-and-differential-algebraic-equations/double-pendulum.html>.
25. The Spring Pendulum (Optional) URL: <http://homepage.math.uiowa.edu/~stroyan/CTLC3rdEd/ProjectsOldCD/estroyan/cd/46/index.htm>.
26. Gavin H.P. Generalized Coordinates, Lagrange's Equations, and Constraints CEE 541. Structural Dynamics. Department of Civil and Environmental Engineering Duke University. 2014. 23 p.
27. Van der Weele J.P., de Kleine E. The order-chaos-order sequence in the spring pendulum. *Physica A* 228. 1996. P. 245–272.
28. Chen Y.F. Scientific computing and visualization. Spring pendulum system, top.4. 2011.
URL: <http://ocw.nctu.edu.tw/upload/classbfs1209054703145981.pdf>.
29. Алдошин Г. Т., Яковлев С. П. Динамика качающейся пружины с подвижным подвесом. *Вестник СПбГУ*. 2012. Сер. 1. Вып. 4. С. 45–52.
30. Kutsenko L., Semkiv O., Kalynovskyi A., Zapolskiy L., Shoman O., Virchenko G. et. al. Development of a method for computer simulation of a swinging spring load movement path. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. Vol. 1. Issue 7 (97). P. 60–73. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.154191>.
31. Kutsenko L., Vanin V., Shoman O., Zapolskiy L., Yablonskiy P., Vasyliiev S. et. al. Synthesis and classification of periodic motion trajectories of the swinging spring. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. Vol. 2, Issue 7 (98). P. 26–37. DOI: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.161769>.

32. Тхай В.Н. Обмен энергией в резонансных обратимых механических системах. Динамические системы. 2019. том 9(37), №1. С. 17–25.
33. De Sousa M. C. de S., Marcus F. A. M., Caldas I. L. C. Energy distribution in a spring pendulum. Proceedings of the 6th International Conference on Nonlinear Science and Complexity. 2016. DOI: <https://doi.org/10.20906/cps/nsc2016-0022>.
34. Vanovskii V.V., Petrov A.G. Spring analogy of non-linear oscillations of a bubble in a liquid at resonance. Journal of Applied Mathematics and Mechanics. Volume 81, Issue 4, 2017, Pages 305–316.
35. Ganis L. The Swinging Spring: Regular and Chaotic Motion. 2013. URL: http://depts.washington.edu/amath/wordpress/wp-content/uploads/2014/01/leah_ganis_pres.pdf.
36. Sanders J. A., Verhulst F., Murdock J. Averaging Methods in Nonlinear Dynamical Systems. Springer, 2007. 434 p. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-48918-6>.
37. Колебания типа «голландский шаг» возникают, когда поперечная устойчивость самолёта велика, по сравнению с путевой устойчивостью. Студепедия : веб-сайт. URL: <http://studepedia.org/index.php?vol=3&post=13634>.
38. Li-Juan Z., Hua-Biao Z., Xin-Ye L. Periodic solution and its stability of spring pendulum with horizontal base motion. *Acta Physica Sinica*. 2018. Vol. 67, Issue 24. DOI: <http://doi.org/10.7498/aps.67.20181676>.
39. Lynch P., Houghton C. Pulsation and precession of the resonant swinging spring. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2004. Vol. 190, Issue 1-2. P. 38–62. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physd.2003.09.043>.
40. Kartashova E. Nonlinear resonance analysis. *Theory, Computation, Applications*. Cambridge University Press, 2010. 241 p. DOI: <https://doi.org/10.1017/cbo9780511779046>.
41. Kuznetsov S. V. The Motion of the Elastic Pendulum. *Regular and Chaotic Dynamics*. 1999. Vol. 4, Issue 3. P. 3–12. DOI: <https://doi.org/10.1070/rd1999v004n03abeh000110>.
42. Marcus F. A., de Sousa M. C., Caldas I. L. Order-chaos-order transition in a spring pendulum. National Institute for Space Research São José dos Campos. Brazil. May 16-20, 2016.
43. Lynch P. Resonant motions of the three-dimensional elastic pendulum. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2002. Vol. 37, Issue 2. P. 345–367. DOI: [https://doi.org/10.1016/s0020-7462\(00\)00121-9](https://doi.org/10.1016/s0020-7462(00)00121-9).
44. Lynch P. On resonant Rossby-Haurwitz triads. *Tellus A*. 2009. Vol. 61, Issue 3. P. 438–445. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1600-0870.2009.00395.x>.
45. Devaux P., Piau V., Vignaud O., Grosse G., Olarte R., Nuttin A. Cross-camera tracking and frequency analysis of a cheap slinky wilberforce pendulum emergent scientist. 2019. Vol. 3. P. 1. DOI: <https://doi.org/10.1051/emsci/2018006>.
46. Berg R. E., Marshall T. S. Wilberforce pendulum oscillations and normal modes. *American Journal of Physics*. 1991. Vol. 59, Issue 1. P. 32–38. DOI:

- <https://doi.org/10.1119/1.16702>.
47. Köpf U. Wilberforce's pendulum revisited. *American Journal of Physics*. 1990. Vol. 58, Issue 9. P. 833–837. DOI: <https://doi.org/10.1119/1.16376>.
 48. Dobrushkin V. Spring Pendulum. URL: <http://www.cfm.brown.edu/people/dobrush/am34/Mathematica/ch3/pendulum.html>.
 49. Иванов И. Колебания пружинного маятника. 2015. URL: https://elementy.ru/problems/1006/kolebaniya_pruzhinnogo_mayatnika.
 50. Richterek L. Dynamicke modelovani modelovani v programu gnu octave. 2007
URL: <http://muj.optol.cz/richterek/lib/exe/fetch.php?media=texty:dynmod.pdf>.
 51. Lepil O., Richterek L. Dynamicke modelovani. *Slovanské gymnázium Olomouc*. 2007. P. 161. URL: <https://www.researchgate.net/publication/40356351>.
 52. Havránek A. Pružné kyvadlo – vyšetřování bifurkace metodami newtonovské mechaniky. URL: <https://web.vscht.cz/pokornp/h/PrzkvHerb2.doc>.
 53. Dvořák L. Pružné kyvadlo: od teoretické mechaniky k pokusům a zase zpátky. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*. 2006. Vol. 51, Issue 4. P. 312–327.
 54. Havránek A., Čertík O. Pružné kyvadlo. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*. 2006. Vol. 51, Issue 3. P. 198–216.
 55. Калиниченко В. А., Аунг Наинг Со А. Н. С. Волны Фарадея в подвижном сосуде и их механический аналог. *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2013. № 12. DOI: <https://doi.org/10.18698/2308-6033-2013-12-1138>
 56. De Sousa M.C., Marcus F.A., Caldas I.L., Viana R.L. Energy Distribution in Spring Pendulums. 2017. URL: https://www.researchgate.net/publication/316187700_Energy_Distribution_in_Spring_Pendulums.
 57. William N. France, Marc Levadou, Thomas W. Treacle, J. Randolph Paulling, R. Keith Michel, and Colin Moore. An Investigation of Head-Sea Parametric Rolling and its Influence on Container Lashing Systems. *SNAME Annual Meeting 2001 Presentation*, 24 p. URL: <https://www.steamshipmutual.com/ParametricRoll.pdf>.
 58. Christensen J. An improved calculation of the mass for the resonant spring pendulum. *Am. J. Phys.* 72 (6). June 2004. pp. 818-828.
 59. Zhang Li-Juan, Zhang Hua-Biao, Li Xin-Ye. Periodic solution and its stability of spring pendulum with horizontal base motion. *Acta Phys. Sin.* Vol. 67, No. 24. 2018. P. 15.
 60. Cross R. Experimental investigation of an elastic pendulum. *European Journal of Physics*. 2017. Vol. 38, Issue 6. P. 065004. DOI: <https://doi.org/10.1088/1361-6404/aa8649>
 61. Awrejcewicz J., Sendkowski D., Kazmierczak M. Geometrical approach to the swinging pendulum dynamics. *Computers & Structures*. Volume 84, Issues 24–25. September 2006. Pages 1577–1583.

62. Зарипов М.Н., Петров А.Г. Нелинейные колебания качающейся пружины. Докл. РАН. 2004. Т. 399. № 3. С. 347–352.
63. Петров А.Г. Нелинейные колебания качающейся пружины при резонансе. Известия РАН. МТТ. 2006. № 5. С. 18–28.
64. Sado D., Gajos K. Analysis of vibrations of three-degree-of-freedom dynamical system with double pendulum. J. Theor. App. Mech., 46(1). 2008. p.141-156.
65. Hitzl, D. L. The swinging spring – families of periodic solutions and their stability. Astronautics & Astrophysics № 40. 1975. 147–159.
66. Simulation of Nonlinear Spring Pendulum. 2011. URL: https://nl.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/33168-springpendulum?s_tid=srchtitle.
67. Эластичный маятник. 2018. URL: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/oscilaciones/pendulo_elastico/pendulo_elastico.html.
68. Van der Weele J.P., de Kleine E. The order-chaos-order sequence in the spring pendulum. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. Vol. 228 (1). 1996. P. 245–272.
69. The Swinging Spring: Regular and Chaotic Motion Leah Ganis. May 30th. 2013. URL: http://depts.washington.edu/amath/wordpress/wp-content/uploads/2014/01/leah_ganis_pres.pdf.
70. Dobrushkin V. Spring Pendulum. URL: <http://www.cfm.brown.edu/people/dobrush/am34/Mathematica/ch3/pendulum.html>.
71. Семків О.М. Метод визначення особливих траєкторій коливань вантажу 2d-пружинного маятника. Вестник ХНАДУ. Вып. 71. 2015. С. 36–44.
72. O. Semkiv, O. Shoman, E. Sukharkova, A. Zhurilo, H. Fedchenko. Development of projection technique for determining the non-chaotic oscillation trajectories in the conservative pendulum systems. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Mathematics and Cybernetics – Applied Aspects*. № 2, Issue 4 (86). 2017. P. 48–57.
73. L. Kutsenko, O. Semkiv, A. Kalynovskyi, L. Zapolskyi, O. Shoman, G. Virchenko, V. Martynov, M. Zhuravskij, V. Danylenko, N. Ismailova. Development of a method for a computer model of a trajectory for the movement of a load of swinging spring. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies: Applied mechanics*. 2019. Issue 1, No 7 (97) . P. 60–73.
74. Алдошин Г. Т., Яковлев С. П. Динамика качающейся пружины с подвижным подвесом. Вестник СПбГУ. 2012. Сер. 1. Вып. 4. С. 45–52
75. Donald L. Hitzl. The swinging spring – approximate analyses for low and very high energy, ii. *Celestial mechanics*. 1975. 12(3). P. 359–382.
76. Петров А.Г., Фомичев А.В. Задача о колебаниях газового пузыря в жидкости при резонансе частот деформационных и радиальных колебаний 1:2. Труды 50-й Научной конференции МФТИ. 2007. ч. 3. т. 1. с. 146–148.
77. Петров А.Г., Фомнчев А.В. О нелинейных трехмерных колебаниях тяжелой материальной точки на пружине при резонансе. Изв. РАН. МТТ .№5. 2008. с. 15–26.

78. Nenuwe N.O. Application of Lagrange equations to 2D double spring-pendulum in generalized coordinates. *Ruhuna journal of science* .Vol 10 (2). Dec 2019. P. 120–134.
79. Holovatska Y. Oscillations of the Resonant Elastic Pendulum. International Conference of Young Scientists. Київ: Мала академія наук України, 2019. С. 18–20.
80. Holovatska Y. Oscillations of an elastic pendulum.
URL: <http://demonstrations.wolfram.com/OscillationsOfAnElasticPendulum/>.
81. Anisin B., Davidovic D., Babovic V. On the linear theory of the elastic pendulum, 1993, *Eur. J. Phys.* 14, 132.
82. Kwatra B., Arora C. Studying the movements of the resonant elastic pendulum. *Indian journal of applied research. Physics*. Volume 10. Issue 5. 2020.
83. Вановский В.В., Петров А.Г. Резонансный механизм дробления газового пузырька в жидкости. *ДАН*. 2012. Т. 444, №4. С. 385–389.
84. Вановский В.В., Петров А.Г. Пружинная аналогия нелинейных колебаний пузырька в жидкости при резонансе. *ПММ*. 2017. Т. 81, №4. С. 445–461.
85. Петров А.Г. О повороте видимой плоскости колебаний качающейся пружины при резонансе 1 : 1 : 2. *Изв. РАН. Механика твердого тела*. 2017. №3. С. 18–30.
86. Петров А.Г. Криволинейное движение эллипсоидального пузыря. *ПМТФ*. 1971. № 3. С. 90–93.
87. Leah G. 2013. The Swinging Spring: Regular and Chaotic Motion. URL: http://depts.washington.edu/amath/wordpress/wp-content/uploads/2014/01/leah_ganis_pres.pdf.
88. Lewin A, Chen P. 2015. Numerical analysis of dynamics of single and double spring pendulum systems.
URL: <https://www.math.dartmouth.edu/~m53f15/proj/chenlewin.pdf>.
89. Семків О.М. Метод визначення особливих траєкторій коливань вантажу 2-d – пружинного маятника. *Вестник Харьковського нац. автомобільно-дорожного університету*. Харків: ХНАДУ, 2015. № 71. С. 36–44.
90. Семків О.М. Визначення параметрів нехаотичних траєкторій коливань вантажу маятника з рухомим підвісом *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ: КНУБА, 2015. Випуск 92. С.74–79.
91. Семків О.М. Визначення параметрів нехаотичних коливань вантажу маятника машини Атвуда. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ: КНУБА, 2014. Випуск 92. С. 113–118.
92. Семків О.М. Графічний комп'ютерний спосіб визначення нехаотичних траєкторій коливань маятникових систем. *Вестник Харьковського нац. автомобільно-дорожного університету*. Харків: ХНАДУ, 2016. № 72. С. 94–101.
93. Семків О.М., Челомбитко В.Ф. Геометричне моделювання коливань просторового пружинного маятника. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь, 2016. № 6. С. 109–113. URL: <http://magazine.mdpd.org.ua/index.php/spm/article/view/1515>.

94. Semkiv O.M. Computer graphics of the oscillaton trajectories of 2-d spring pendulum weight. ORT Publishing - European Applied Sciences: challenges and solutions: 5th International scientific conference. Stuttgart (Germany), 2015. P. 63–70.
95. Семків О.М. Особенности геометрической формы колебаний груза 2d-пружинного маятника. Материалы VII Междунар. конф. по научн. развитию в Евразии. Вена (Австрия), 2015. С.217–221.
96. Семків О.М. Геометричне моделювання коливань вантажів, зв'язаних пружинами. Науковий вісник Мелітопольського держ. пед. ун-ту ім. Богдана Хмельницького. Серія: Математика. Геометрія. Інформатика. Мелітополь, 2014. С. 201–207.
97. Семків О.М., Морозова Г.В. Вивчення коливання пружинного маятника під візком на прикладі моделі підвіски вертольота. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь, 2016. № 5. С. 121–125. URL: <http://magazine.mdpu.org.ua/index.php/spm/article/view/1492>.
98. Семків О.М., Семенова-Куліш В.В. Моделювання коливання маятника під візком на прикладі механічної моделі рідини у ємності. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь, 2016. № 5. С. 126–130. URL: <http://magazine.mdpu.org.ua/index.php/spm/article/view/1493>.
99. Семків О.М. Наближене визначення критичних значень параметрів фазових траєкторій рівнянь маятникових коливань. *Наукові нотатки. Міжвузівський збірник*. Вип. 48. Луцьк: ЛНТУ. 2015. С. 204–210.
100. Куценко Л. М., Пікрасов М. М., Запольський Л. Л. Ілюстрації до статті. Геометричне моделювання періодичної траєкторії вантажу хитної пружини. 2018. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/7637>.
101. Куценко Л. М., Пікрасов М. М., Васильєв С. В. Ілюстрації до статті. Класифікація елементів сім'ї періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини. 2019. URL: HYPERLINK "http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/8658" <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/8658>.
102. Куценко Л. М., Пікрасов М. М., Шевченко С. М. Ілюстрації до статті. Моделювання резонансу хитної пружини на основі синтезу траєкторії руху її вантажу. 2019. URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/8950>.
103. Калиниченко В. А., Аунг Наинг Со А. Н. С. Волны Фарадея в подвижном сосуде и их механический аналог. *Инженерный журнал: наука и инновации*. 2013. № 12. DOI: <https://doi.org/10.18698/2308-6033-2013-12-1138>.
104. Иванова О. А. Математическое моделирование аэроупругих колебаний провода линии электропередачи. Дис....канд. физ-мат. наук: 05.13.18, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 2013–142 с.
105. Соколов А. И. Нестационарные колебания и устойчивость провисающих проводов воздушных линий при ветровых и гололёдных нагрузках. Дис ...канд. техн. наук: 01.02.06, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 2012 – 117 с.

106. Иванова О.А. Численное моделирование движения провода ЛЭП под воздействием ветра. Вести. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер.: *Естественные науки*. 2012. Спец. выпуск № 2 «Математическое моделирование в технике». С. 67–74.
107. Яковлев Л.В. Физическая сущность пляски проводов. Электрические станции. №10. 1971. С. 45–49.
108. Ванько В.И. Математическая модель пляски провода ЛЭП. *Энергетика*. (Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ). № 11. 1991. С. 36–42.
109. Peng Zhang, Liang Ren, Hongnan Li, Ziguang Jia, and Tao Jiang. Control of Wind-Induced Vibration of Transmission Tower-Line System by Using a Spring Pendulum. Hindawi Publishing Corporation Math. *Problems in Engineering*. Volume 2015. Article ID 671632. pp. 1–10.
110. Гасенко В.Г., Горелик Р.С., Тимкин Л.С. Метод формирования полидисперсной газожидкостной смеси. *Международный научно-исследовательский журнал*, № 10 (41), Ч. 4. Ноябрь, 2015. С. 14–20.
111. Вановский В.В., Петров А.Г. Условие резонансного дробления газового пузырька в акустической волне в жидкости. ДАН. Т. 469, № 2, 2016. С. 162–166.
112. Вановский В.В., Петров А.Г. Резонансный механизм дробления газового пузырька в жидкости. ДАН. Т.444, № 4. 2012. С. 385–385.
113. Вановский В.В., Петров А.Г. Колебания газового пузырька в жидкости при резонансе частот радиальной и произвольной осесимметричной моды колебаний 2:1. ДАН. Т. 437, №3. 2011. С. 331–335.
114. Петров А. Г., Фомичев А. В. Колебания газового пузыря в жидкости при резонансе частот радиальных и деформационных колебаний 2:1. *Механика жидкости и газа*. № 2. 2009. С. 102–115
115. Вановский В.В., Петров А.Г. Пружинная аналогия нелинейных колебаний пузырька в жидкости при резонансе. *Прикладная математика и механика*. Т. 81, № 4. 2017. С. 445–461.
116. Семків О.М., Шевченко С.М. Комп'ютерне моделювання траєкторії переміщення вантажу хитної пружини з рухомою точкою підвіски. *Znanstvena misel journal, Slovenia*, Vol.1. №40. 2020. С. 54–66.
117. Детекторы дыму. Электронный ресурс:
HYPERLINK "http://www.asutpp.ru/datchiki/datchik-pozharnej-signalizacii.html" HTTP://WWW.ASUTPP.RU/DATCHIKI/DATCHIK-POZHARNOJ-SIGNALIZACII.HTML.
118. Яблоков М. Комбинированный пожарный извещатель для сверххранного обнаружения очагов возгорания. Электронный ресурс: <http://house-control.org.ua/article/3500/m--yablokov--kombinirovannyj-pojarnyy-izveshatel-dlya-sverhhrannego-obnaruzheniya-ochagov-vozgoraniya/>.
119. Зайцев А. Размеры частиц дыма и корректность проведения огневых испытаний пожарных извещателей. Электронный ресурс: <http://avtoritet.net/library/press/245/9061/articles/10458>.

120. Зайцев А. В. Чувствительность пожарных извещателей к различным типам дыма. *Алгоритм безопасности*. 2012. №№ 3, 4, 5.
121. Сітабдієва О.Л. Геометричне моделювання квазіеліпсоїдів з неточковими фокусами. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Харків: ХДУХТ, 2005. Вип. 9. С. 122–127.
122. Куценко Л.М. Квазіпарабола з неточковими фокусом як основа відбивача освітлювального приладу. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Вип. 75. Київ: КНУБА, 2005. С. 58–64.
123. Підгорний О.Л. Опис подери, ортотоміки і катакаустики як елементів відбивальної системи. *Труди. Таврическая гос. агротехн. академия*. Мелітополь: ТГАТА, 1999. Вип. 4. том 10. С. 14–18.
124. Ушаков Л.В. Проектування відбивача освітлювального приладу на основі квазіпараболи з неточковим фокусом. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ: КНУБА, 2006. Вип. 76. С. 137–142.
125. Сітабдієва О.Л. Визначення форми відбивальної поверхні, яка б спиралася на задану лінію. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Харків: ХДУХТ, 2004. Вип. 4. С. 95–101.
126. Сітабдієва О.Л. Про рівняння відбивальної поверхні, яка б спиралася на задану лінію. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Харків: ХДУХТ, 2004. Вип. 5. С. 94–100.
127. Сітабдієва О.Л. Геометрична форма відбивальної поверхні, яка б спиралася на задану просторову лінію. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ: КНУБА, 2004. Вип. 74. С. 275–281.
128. Сітабдієва О.Л. Геометричне моделювання квазіеліпсоїдів з неточковими фокусами. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Харків: ХДУХТ, 2005. Вип. 9. С. 122–127.
129. Сітабдієва О.Л. Квазіеліпси з фокусом у вигляді відрізка. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Харків: ХДУХТ, 2005. Вип. 10. С. 95–103.
130. Сітабдієва О.Л. Квазіеліпсоїди з фокусом у вигляді конуса. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Харків: ХДУХТ, 2005. Вип. 11. С. 117–125.
131. Сітабдієва О.Л. Метод опису квазіеліпсів з розосередженими фокусами. *Праці Таврійської державної агротехнічної академії*. Мелітополь: ТДАТА, 2005. Вип. 4. Т. 29. С. 73–78.
132. Павленко О. М., Верещага В. М. Згущення дискретно поданої кривої із застосуванням супровідних трикутників. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь, 2016. №. 6. С. 30–37.
133. Spirintsev D. V., Naydysh A. V. Methods geometric modeling and visualization of digital elevation models. *Системні технології*. Дніпропетровськ, 2007. № 5 (52). С. 3–9.
134. Найдиш А. В., Балюба І. Г., Верещага В. М., Спірінцев Д. В. Проблеми підвищення точності у варіативному дискретному геометричному моделюванні. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь, 2019. №. 14. С. 148–155.

135. Пилипака С. Ф., Несвідомін В.М., Бабка В.М., Клендій М.Б. Рух частинки по стаціонарній гвинтовій поверхні із заданою кривою осевого перерізу. Прикладні питання математичного моделювання. Херсон. 2018. № 2. С. 123–132. DOI: <https://doi.org/10.32782/2618-0340-2018-2-123-132>.
136. Несвідомін В. М. Комп'ютерні технології дослідження руху частинки по шорстких нерухомих поверхнях на прикладі вертикального конуса. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету*. Мелітополь, 2012. №. 2, Т. 5. С. 227–232.
137. Ботвіновська С. І., Ковальов С.М. Аналіз методів дискретного моделювання криволінійних геометричних обводів. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, 2018. Вип. 94. С. 141–150.
138. Ботвіновська С. І., Золотова А. В. Керування формою дискретно представленої поверхні за рахунок включення заданих вузлів. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь, 2018. № 12. С. 32–43. URL: <https://mdpu.org.ua/new/uk/novosti-universiteta/4365-2018-06-05-13-43-08.html>.
139. Ванін В. В., Вірченко Г. А. Визначення та основні положення структурно-параметричного геометричного моделювання. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Харків, 2009. Вип. 23. С. 42–48.
140. Юрчук В. П. Спряжені поверхні в геометричних моделях формотворення робочих органів коренезбиральних машин: автореф. дис. ... докт. техн. наук : 05.01.01. Київ, 2002. - 37 с.
141. Підкоритов А. М., Юрчук В. П. Визначення аналітичних умов спряжень гелікоїдних поверхонь. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Мелітополь, 1999. Вип. 4, Т. 6. С. 30–33.
142. Аушева Н. М. Ізотропні багатокутники ізотропних кривих Без'є. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, 2011. Вип. 88. С. 57–61.
143. Аушева Н. М. Моделювання ізотропних кривих на основі кватерніонів з колінеарною векторною частиною. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, 2010. Вип. 86. С. 137–140.
144. Корчинський В. М. Геометричні характеристики інформативності цифрових багатоспектральних зображень. *Геометричне та комп'ютерне моделювання*. Харків, 2009. Вип. 24. С. 176–181.
145. Гнатушенко В. В., Сущевський Д. В. Геометрична векторна модель візуалізації змін об'єктів штучного походження. *Системні технології*. Дніпропетровськ, 2011. Вип. 1 (72). Т. 1. С. 53–59.
146. Gnatushenko V., Gnatushenko Vict., Kalinina N. Methods of the space structure analysis of metal materials under their digital. *Materials and Metallurgy (SHMD 2010) : 9 th International Symposium of Croatian Metallurgical Society*. Croatia, Šibenik, 20–24 June 2010 year. Šibenik, 2010. P. 197.

147. Реута О. В. Геометричні моделі аналізу та інтерпретації форм проєкційних зображень : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.01.01. Київ, 2001. 18 с.
148. Tuluchenko G., Virchenko G., Getun G. Martynov V., Tymofieiev M. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Kharkiv, 2018. Т. 2. №. 4 (92). С. 50–62.
149. Борисенко В. Д., Устенко С. А., Спіцин В. Є. Геометричне моделювання плоских кривих із застосуванням лінійного елемента кривини. *Прикладна геометрія та інженерна графіка*. Київ, 2006. Вип. 76 С. 43–49.
150. Устенко С. А. Побудова обводів спинки та коритця профілів лопаток осьових турбін. *Вісник НУК*. Миколаїв, 2010. № 2. URL : <http://eir.nuos.edu.ua/xmlui/bitstream/handle/123456789/1766/Ustenko.pdf?sequence=1>.
151. Подкорытов А. Н., Панчук К. Л. Аналитический метод определения профиля зуба червячной фрезы. *Прикладная геометрия в машиностроении*. Омск, 1974. С. 32–37.
152. Пугачов Є. В., Савчук Л. С. Моделювання природної освітленості прямим світлом від небозводу на поверхнях панорами. *Сучасні проблеми моделювання*. Мелітополь, 2016. № 6. С. 96–103. URL: <http://magazine.mdpu.org.ua/index.php/spm/article/view/1513>.

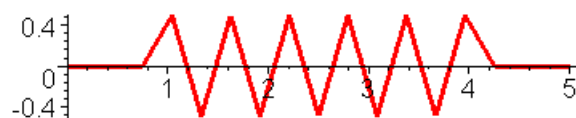
Коди комп'ютерної програми

1. Програма побудови періодичної траєкторії руху вантажу хитної пружини

```

> spring:=proc(x1,x2,n,c, h)
  local p1,p2,p3,p4,pn_1,pn,p;
    p1:=[x1,0];
    p2:=[x1+c,0];
    p3:=[x2-c,0];
    p4:=[x2,0];
    p:=i->[x1+c+(x2-x1-2*c)/n*i, (-1)^(i+1)*h];
    plot([p1,p2,seq(p(i),
i=1..n-1),p3,p4],scaling=CONSTRAINED,thickness=3);
  end:
> pru := spring(0, 5, 12, 0.75, 0.5, scaling=CONSTRAINED
): pru;

```



```

g := 9.81:
T := 7.6:

```

```

N := 150:
h := 1:
m := 3.69:
>k := 30:
v0 := 1:
Dv0 := 0:
u0 := 0:
Du0 := 1.5:
h := evalf(3*m*g/k);
eps := sqrt(m*g/k/h);

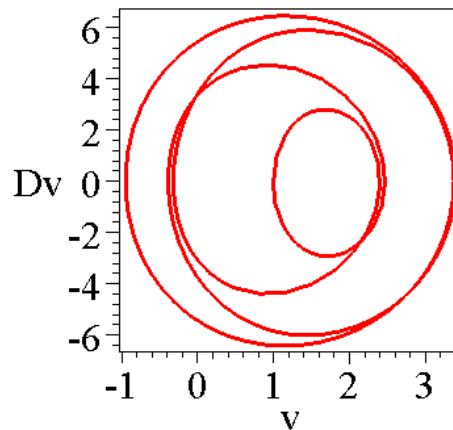
> ODE1 := diff(u(t), t, t) = -(2*diff(v(t), t)* diff(u(t), t) +
g*sin(u(t)))/(h+v(t));

ODE2 := diff(v(t), t, t) = (h + v(t))*diff(u(t), t)^2 -
k*v(t)/m + g*cos(u(t));

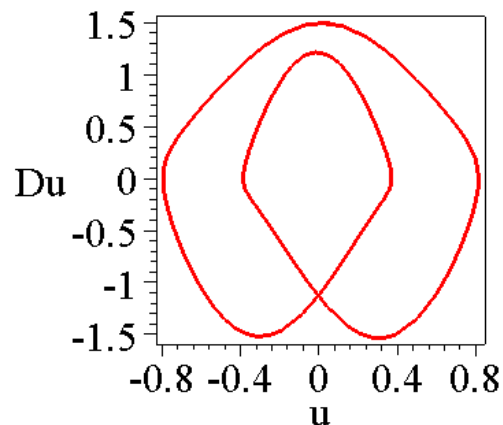
> initial := {u(0)=u0, D(u)(0)=Du0, v(0)=v0, D(v)(0)=Dv0
}:
> sol := dsolve({ODE1, ODE2} union initial, numeric,
method=rkf45, output=listprocedure);

> solu := subs(sol, u(t)):
dsolu := subs(sol, diff(u(t), t)):
solv := subs(sol, v(t)):
dsolv := subs(sol, diff(v(t), t)):
> unassign('t'):t:
Gu1 := plot([solv(t), dsolv(t), t=0..T], color=red,
labels = [v, Dv],
font = [TIMES, ROMAN, 18], titlefont = [TIMES, ROMAN,
18],
labelfont = [TIMES, ROMAN, 18], thickness=3, axes=BOXED
):
Gu1;

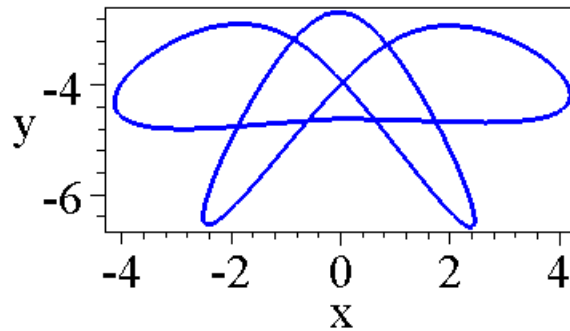
```



```
> unassign('t'):t:
Gu1 := plot([solu(t), dsolu(t), t=0..T], color=red,
labels = [u, Du],
font = [TIMES, ROMAN, 18], titlefont = [TIMES, ROMAN,
18],
labelfont = [TIMES, ROMAN, 18], thickness=3, axes=BOXED
):
Gu1;
```



```
> for i from 0 to N do
uu := solu(T*i/N);
vv := solv(T*i/N):
X[i] := (h+vv)*sin(uu(t));
Y[i] := (h+vv)*cos(uu(t)):
end do:
Sled := display(curve([seq([X[i], -Y[i]], i = 0 .. N)],
color = blue,
thickness = 3)):
sled := display(Sled, labels = [x, y], font = [TIMES,
ROMAN, 18],
titlefont = [TIMES, ROMAN, 18], scaling=CONSTRAINED,
labelfont = [TIMES, ROMAN, 18], axes=BOXED): sled;
```

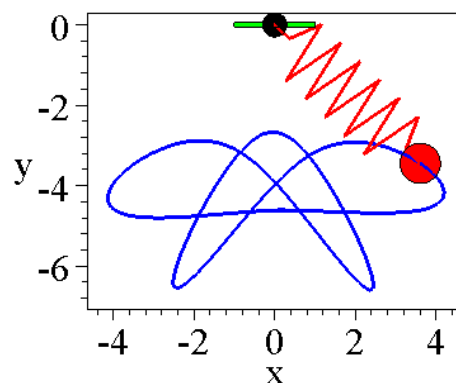


```

> unassign('t'): t:
for i from 0 to N do
uu := solu(T*i/N);
vv := solv(T*i/N):
x1 := (h+vv)*sin(uu(t));
y1 := -(h+vv)*cos(uu(t)):
str:=cat( " t = ",convert(evalf(T*i/N, 3),string)):
cart := rectangle([-1, -0.05], [1, 0.05], color=green):
#pend1 := line([0,0], [x1, y1],color=blue, thickness=4)
:

pru := spring(0, sqrt(x1^2 + y1^2), 12, 0.5, 0.8,
scaling=CONSTRAINED):
pend1 := rotate(pru, uu+3*Pi/2):
kol0 := disk([0, 0], 0.3, color=black):
kol1 := disk([x1, y1], 0.5, color=red):
Gr[i] := display(kol0, kol1, cart, pend1, sled, labels
= [x, y],
titlefont = [TIMES, ROMAN, 18],scaling=CONSTRAINED,
labelfont = [TIMES, ROMAN, 18], title=str);
unassign('t'): t:
end do:
display(seq(Gr[i],i = 0..N), scaling=CONSTRAINED, axes=
BOXED,
font = [TIMES, ROMAN, 18],insequence=true);

```



2. Програма побудови графіків функцій для визначення настання резонансу

```

g := 9.81:
Ta := -12: Tb := 12:
T := Tb-Ta:
N := 1500:
h := 0.5:
m := 1.911314983:
k := 150:
Ty := evalf(2*Pi*sqrt(m/k));

Tx := evalf(2*Pi*sqrt(h/g));

Tx/Ty;

> L := 1.5:
> ODE1 := diff(x(t),t,t) = -Wx^2*x(t) + 2*x(t)*y(t)*h*Wy
^2/2/L^2;
> ODE2 := diff(y(t),t,t) = -Wy^2*y(t) + x(t)^2*h*Wy^
2/2/L^2;

> x0 := 0.25: Dx0 := 0: y0 := 0: #Dy0 := 0:
> Dy0min := 0.1: Dy0max := 6:
S := 20:
> for j from 0 to S do
> Dy0 := Dy0min + j*(Dy0max - Dy0min)/S:
str:=cat( " Dy0 = ",convert(evalf(Dy0, 5),string) ):
> initial := {x(0)=x0, D(x)(0)=Dx0, y(0)=y0, D(y)(0)=Dy0
}:
> sol := dsolve({ODE1, ODE2} union initial, numeric,
method=rkf45, output=listprocedure);
> solx := subs(sol, x(t)):
dsolx := subs(sol, diff(x(t),t)):
soly := subs(sol, y(t)):
dsoly := subs(sol, diff(y(t),t)):
> #plot([solx(t), soly(t), t=0..5], color=[red, blue]);
> for i from 0 to N do
w := Ta + i*(Tb-Ta)/N;
X[i] := solx(w);
Y[i] := soly(w);
end do:

```



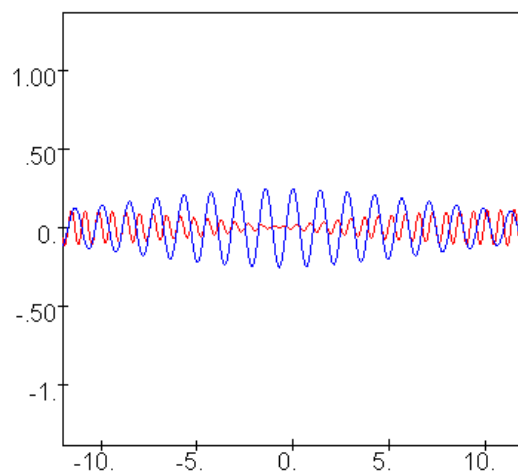
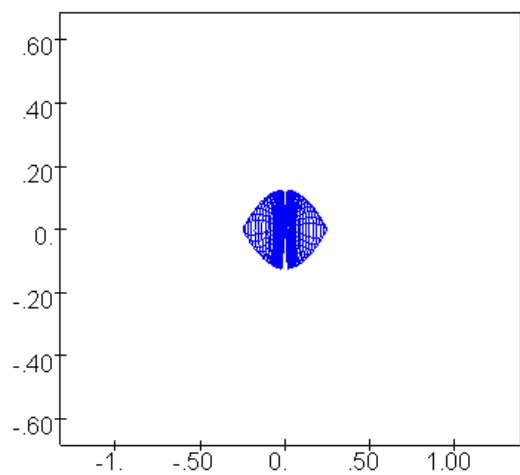
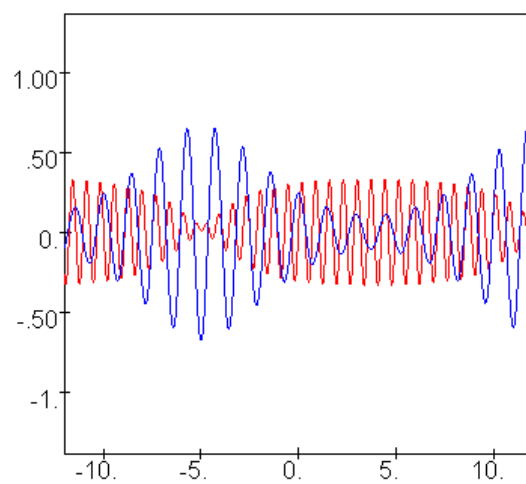
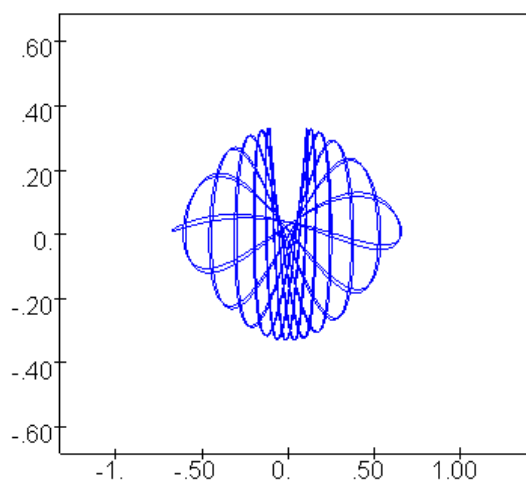
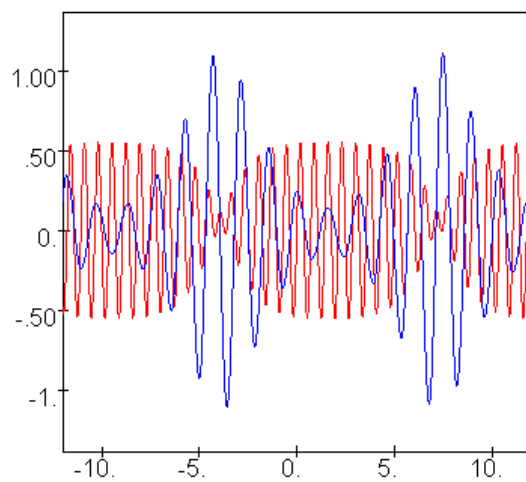
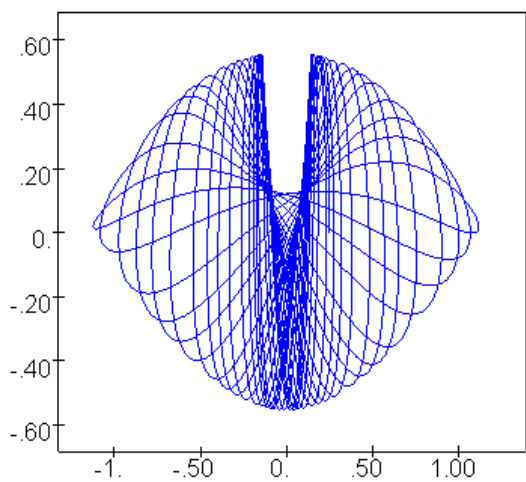
```

> AU := display(curve([seq([Ta + i*(Tb-Ta)/N, X[i]], i
= 0 .. N)],
color = blue, thickness = 1), titlefont = [TIMES, ROMAN
, 12], title=str):
AV := display(curve([seq([Ta + i*(Tb-Ta)/N, Y[i]], i =
0 .. N)],
color = red, thickness = 1), titlefont = [TIMES, ROMAN,
12], title=str):
Gr[j] := display(AU, AV);

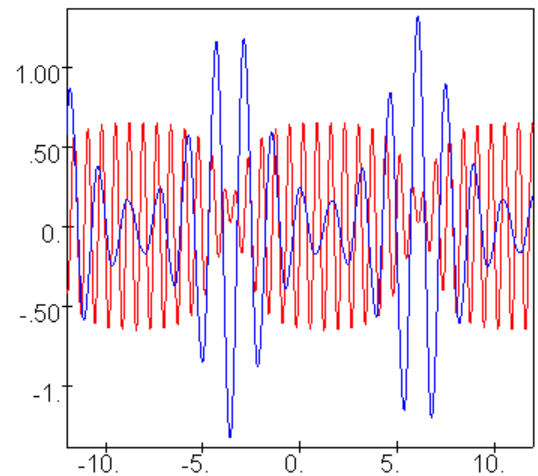
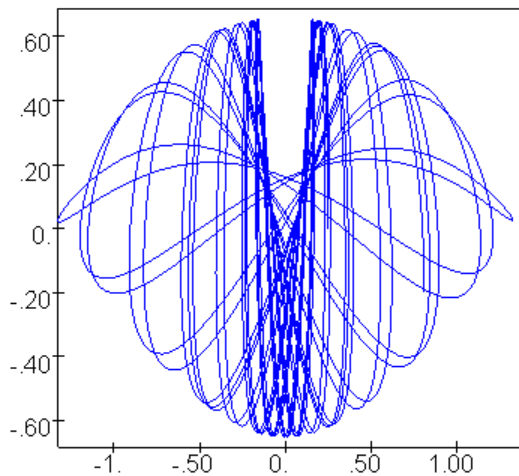
for i from 0 to N do
xx := solx(T*i/N):
yy := soly(T*i/N):
X[i] := xx;
Y[i] := yy:
#X[i] := h*(1+yy)*sin(xx(t));
#Y[i] := h*(1+yy)*cos(xx(t)):
end do:
Sled[j] := display(curve([seq([X[i], Y[i]], i = 0 .. N
)], color = blue,
thickness = 1), titlefont = [TIMES, ROMAN, 24]): #,
title=str):
end do:
> RR := array(1 .. 1, 1 .. 2);
> RR[1, 1] := display(seq(Sled[j], j = 0..S), axes=BOXED,
insequence=true):
> RR[1, 2] := display(seq(Gr[j], j = 0..S), #color = [
red, blue],
axes=BOXED, insequence=true):
> display(RR);

```

В результаті одержимо кадри анімації залежно від параметра Dy0:

$Dy0 = .1$  $Dy0 = 2.7550$  $Dy0 = 4.8200$ 

Dy0 = 5.7050

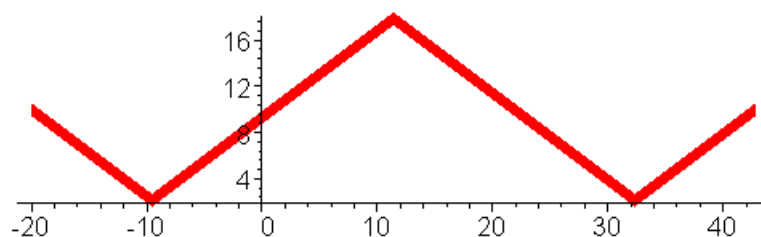


3. Програма побудови відбивальної кривої залежно від форми кривої-приймача і положення точки джерела променів

```

> xs := -20.:      ys := 30.:
xk := 0.:          yk := 70.:
a := -48.:         b := 37.:
> t1 := 3.14:      t2 := 0:  # межі зміни параметра
c := 20.:          d := -5.:
x0 := -20:         y0 := 10:
> data := array(1..12):
data[1] := xk:     data[2] := yk:
data[3] := a:      data[4] := b:
data[5] := t1:     data[6] := t2:
data[7] := xs:     data[8] := ys:
data[9] := c:      data[10] := d:
data[11] := x0:    data[12] := y0:
> t := t2 - (t2 - t1)*(b - x)/(b - a):
> X := x0 + c*t:
> Y := y0 + d*arcsin(sin(3*t)):
> rub := plot([X, Y, x=a..b], color=red, thickness=8):
> plot([X, Y, x=a..b], color=red, thickness=8, scaling=
CONSTRAINED);

```



```

> S := circle([xs, ys], (b-a)/50, thickness=5):

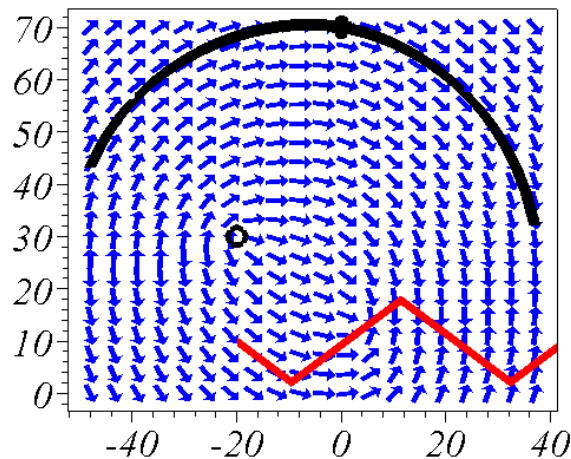
```

```

K := circle([xk, yk], (b-a)/50, thickness=5):
> fd := fopen (`e:\\mydata1.txt`, WRITE):
> writedata(fd, data):      fclose(fd):
> U := -f(x)^2+x^2-x*xs+f(x)*ys+xs*X-Y*ys+Y*f(x)-x*X:
V := f(x)*xs+f(x)*X-ys*X+Y*x-2*f(x)*x-Y*xs+ys*x:
W := (-2*x*xs+ys^2+x^2+xs^2+f(x)^2-2*ys*f(x))*
      (x^2-2*X*x-2*f(x)*Y+Y^2+f(x)^2+X^2):
ura := diff(f(x),x) = (U + sqrt(W))/V:

> pole := DEplot(ura, f(x), x=a..b, f=0..70, arrows=
LARGE, color=blue):
> ic1 := f(xk) = yk:
F1 := dsolve({ura, ic1}, {f(x)}, type=numeric,
              output=listprocedure);
for i from a to b do zz[i] := rhs(F1(i)[2]): od:
> data := array( [seq([i, zz[i] ], i=a..b)]):
> fd := fopen (`e:\\mydata2.txt`, WRITE):
> writedata(fd, data, [float, float]):      fclose(fd):
> cur := plots[odeplot](F1,[x, f(x)], a..b, color=black,
thicknes=10):
      display( K, rub, S, pole, cur, axes=BOXED, scaling=
CONSTRAINED, axesfont=[TIMES,ITALIC,20]);

```



```

> data := readdata(`e:\\mydata1.txt`):
> xk := data[1]:      yk := data[2]:
a := data[3]:      b := data[4]:
t1 := data[5]:      t2 := data[6]:
xs := data[7]:      ys := data[8]:
c := data[9]:      d := data[10]:
x0 := data[11]:      y0 := data[12]:

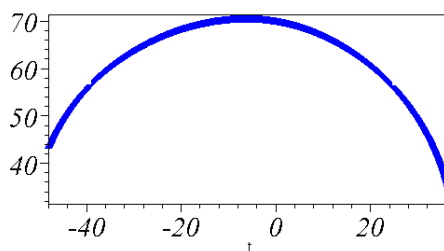
> t := t2 - (t2 - t1)*(b - x)/(b - a):
> X := x0 + c*t:

```

```

> Y := y0 + d*arcsin(sin(3*t)):
> rub := plot([X, Y, x=a..b], color=red, thickness=8):
> S := circle([xs, ys], (b-a)/50, thickness=5, scaling=
CONSTRAINED):
K := circle([xk, yk], (b-a)/50, thickness=5, scaling=
CONSTRAINED):
> z := readdata(`e:\\mydata2.txt`, 2):
> pnts := [seq(i, i=a..b)], [seq(z[i, 2], i=1..b-a+1)]:
> unassign('t'): t:
> sp := spline(pnts, t, cubic):
> y := codegen[makeproc](sp, t):
spl := plot(y(t), t = a..b, thickness=10,
            color=black, scaling=CONSTRAINED):
plot(y(t), t = a..b, thickness=8,
      color=blue, scaling=CONSTRAINED,
      axes=BOXED, axesfont=[TIMES,ITALIC,18]);

```



```

> unassign('t'): t:
> dy := unapply (D(y)(t), t):
  x := (t) -> t:
> dx := diff(x(t), t): dy := diff(y(t), t):
> xort := 2*( dy*(x*dy-dx*y) + dx*(xs*dx+ys*dy))/(dx^2+
dy^2)-xs:
> yort := 2*(-dx*(x*dy-dx*y) + dy*(xs*dx+ys*dy))/(dx^2+
dy^2)-ys:
> ort := plot([xort(t), yort(t), t=a..b], color=blue,
  axesfont=[TIMES,ITALIC,20], thickness=5, scaling=
CONSTRAINED ):
> display( K, spl, S, rub, scaling=CONSTRAINED,
  axes=BOXED, axesfont=[TIMES,ITALIC,18]);

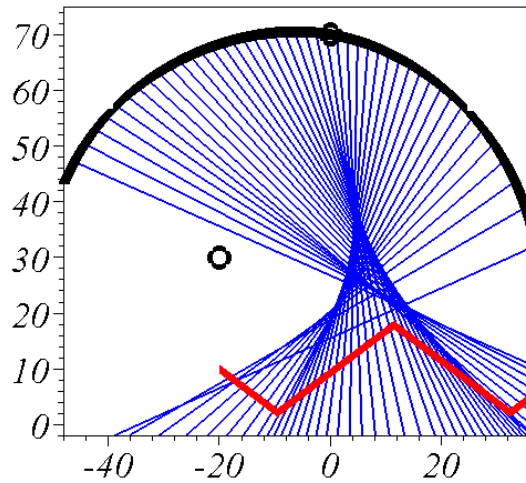
> unassign('t'): t:
> for i from 1 to 45 do t := a + (b-a)*i/45.001:
> xlin := w -> x(t) + w *(x(t) - xort(t)):
> ylin := w -> y(t) + w *(y(t) - yort(t)):
> luch := plot([xlin(w), ylin(w), w=0..5], color=blue,
  thickness=2, scaling=CONSTRAINED
):

```

```

> Gr[i] := display(luch);
> end do:
> display(rub, K, S, spl, seq(Gr[i], i=1..45),
axes=BOXED, axesfont=[TIMES,ITALIC,20], view=[a..b, -2..
75]);

```



ДОДАТОК Б

Акти впровадження дисертаційної роботи

**Товариство з обмеженою
відповідальністю
«ХАРКІВСЬКИЙ ЗАВОД
ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНОГО
УСТАТКУВАННЯ»**

Україна, 61019, м. Харків,
пр. Ново-Баварський, 118
тел. (+38057) 765-40-35
факс (+38057) 783-31-14
E-mail: market@hzpto.com
www.hzpto.com
ПНН 193642220358
код ЄДРПОУ 19364229



**Общество с ограниченной
ответственностью
«ХАРЬКОВСКИЙ ЗАВОД
ПОДЪЁМНО-ТРАНСПОРТНОГО
ОБОРУДОВАНИЯ»**

Украина, 61019, г. Харьков,
пр. Ново-Баварский, 118
тел. (+38057) 765-40-35
факс (+38057) 783-31-14
E-mail: market@hzpto.com
www.hzpto.com
ИНН 193642220358
код ЕГРПОУ 19364229

ДОВІДКА

про використання результатів дисертаційної роботи на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук Шевченка Сергія Миколайовича на тему: «Геометричне моделювання резонансу хитної пружини».

Довідка видана в тому, що окремі результати наукових досліджень, представлені в кандидатській дисертаційній роботі Шевченка С. М. «Геометричне моделювання резонансу хитної пружини» прийнято до впровадження у випробуваннях на вітрове навантаження на вантажних канатних дорогах для розрахунків передбачення можливих амплітуд коливань дротів або тросів, на які діють пориви вітру.

Автором запропоновано здійснювати аналіз можливих траєкторій коливань точки на середній частині дроту або тросу з використанням аналогії з коливанням точкового вантажу хитної пружини.

У роботі використано комплексний метод досліджень, який включає аналіз і узагальнення науково-технічних досягнень з питань розрахунків «танцю проводів».

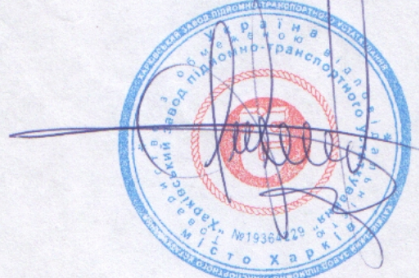
Для практичних впроваджень Шевченком С.М. запропоновано такі конкретні результати дисертаційних досліджень:

- методику побудови періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини;
- способу визначення траєкторії вантажу хитної пружини у випадку настання резонансу її руху.

Загалом наукова робота Шевченка С.М. отримала позитивну оцінку та є певним внеском у розробку інженерного способу прогнозування можливих коливань дротів або тросів, на які діють пориви вітру.

Все це дає підстави зробити позитивні висновки про роботу Шевченка С.М., а також про доцільність подальшого поглиблення її результатів та впровадження досліджень на практиці.

Генеральний директор



О.В.Журавель

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Директор ІНТ «АЯКС»

ОСТРИЦОВ В.О.

« _____ » _____ 2020 р.

ДОВІДКА

про використання результатів дисертаційної роботи на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук Шевченка Сергія Миколайовича на тему: «Геометричне моделювання резонансу хитної пружини».

Довідка видана в тому, що окремі результати наукових досліджень, представлені в кандидатській дисертаційній роботі Шевченка С. М. «Геометричне моделювання резонансу хитної пружини» прийнято до впровадження у проектній документації на системи протипожежного захисту на об'єкті «Нове будівництво заводу по виробництву пінополіуретану за адресою: Кіровоградська область, місто Олександрія, провулок Бориса Йогонсона, 11» для розрахунків подрібнення газових бульбашок у рідині за рахунок коливальних імпульсів тиску, внаслідок чого виникають деформаційні коливання і бульбашки руйнуються на більш дрібні. Це актуально у випадку підшарового (подслоного) способу гасіння пожеж в резервуарах з легкозаймистими рідинами.

Автором запропоновано здійснювати опис поділу газових бульбашок з використанням аналогії з коливанням точкового вантажу хитної пружини.

Для практичних впроваджень Шевченком С.М. запропоновано такі конкретні результати дисертаційних досліджень:

- методику побудови періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини з рухомою точкою кріплення (підвісу);
- способу керуванням резонансом хитної пружини за допомогою початкових умов ініціювання її коливань.

Загалом наукова робота Шевченка С.М. отримала позитивну оцінку та є певним внеском у розробку підшарового способу гасіння пожеж в резервуарах з легкозаймистими рідинами.

Все це дає підстави зробити позитивні висновки про роботу Шевченка С.М., а також про доцільність подальшого поглиблення її результатів та впровадження досліджень на практиці.

Головний інженер

Інженер

В.В. Вегнер

Р.М. Рябінін



Вих. № 1-08-11-2019

Від 08.11.2019р.

ДОВІДКА

Про провадження результатів дисертаційної роботи Шевченка Сергія Миколайовича на тему: «Геометричне моделювання резонансу хитної пружини», яку подано на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.01-прикладна геометрія, інженерна графіка.

Робота присвячена геометричному моделюванню дії експериментального пожежного сповіщувача, призначеного для визначення ознак виникнення пожежі шляхом виявлення наявності часток диму. Необхідність таких пристроїв пояснюється тим, що часто перед безпосередньою появою відкритого полум'я в зоні спалаху виділяється великий обсяг диму (часом протягом декількох годин). Тобто виникнення і розвиток пожежі можна попередити на самих ранніх етапах.

Особливістю розглянутого у роботі сповіщувача є використання у якості газоаналізатора метало-оксидних напівпровідників. Вони працюють за рахунок того, що частки диму (розмірами менше 0,1 мкм), які потрапляють в датчик, можуть мати різні заряди, що прямо впливає на електричне поле всередині датчика. Попадання в детектор ззовні кожної додаткової зарядженої частинки диму змінює сигнал метало- оксидного напівпровідника так, що останній може бути оброблений процесором для розпізнавання зазначеного впливу.

Для підвищення ефективності дії датчиків з метало-оксидними напівпровідниками виникла задача зосередження на активних поверхнях максимальної кількості часток диму. Один з варіантів розв'язання цієї задачі запропоновано в дисертаційній роботі Шевченка С.М. Для підвищення ефективності метало-оксидних напівпровідникових сповіщувачів диму в подальшому можуть використані такі результати:

- схема дії сповіщувача, яка базується на застосуванні відбивальної поверхні, здатної зосередити на активній поверхні метало-оксидного напівпровідникового датчика певну кількість часток диму;
- розроблена програма побудови профілю відбивальних поверхонь шляхом складання та розв'язання диференціальних рівнянь, розв'язком яких буде опис відбивача з неточковим фокусом;
- розроблена програма пошуку раціональних профілів відбивальних поверхонь шляхом аналізу їх геометричних форм на полі ізоклін як розв'язків диференціальних рівнянь.

В результаті проведення комп'ютерних експериментів було визначено ряд відбивальних поверхонь в залежності від форми чутливих елементів поверхонь метало-оксидних напівпровідників.

Розрахунки, проведені в дисертаційній роботі Шевченка С.М., допоможуть при модернізації геометричних моделей пожежних сповіщувачів диму зазначеного типу.

Директор

О.О. Крупа

Головний інженер

І.В. Кононенко



ЗАТВЕРДЖУЮ:

проректор Національного університету
цивільного захисту України
з навчальної та методичної роботи
кандидат психологічних наук, професор,
заслужений працівник освіти України

Олег НАЗАРОВ

« »

2020 р.

АКТ

про впровадження матеріалів дисертаційної роботи на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук Шевченка Сергія Миколайовича на тему:
«Геометричне моделювання резонансу хитної пружини».

Цим актом підтверджується, що результати дисертаційної роботи Шевченка С. М. «Геометричне моделювання резонансу хитної пружини» прийнято до впровадження на кафедрі інженерної та аварійно-рятувальної техніки і використовується для ознайомлювальних лекцій дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка» для здобувачів вищої освіти, які навчаються за освітніми програмами «Пожежна безпека», «Цивільний захист», «Охорона праці».

Автором запропоновано спосіб геометричного моделювання резонансу хитної пружини на основі побудови траєкторії руху її вантажу. Цей спосіб можна використати для наочної ілюстрації розв'язків певних задач, пов'язаних з аварійно-рятувальною тематикою. У якості прикладів таких задач обрано передбачення можливих амплітуд коливань дротів або тросів, на які діють пориви вітру, а також розрахунок подрібнення газових бульбашок у рідині в процесі підшарового способу гасіння пожеж в резервуарах з легкозаймистими рідинами.

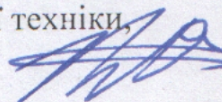
До впровадження прийнято такі результати дисертаційних досліджень:

- методику побудови періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини;
- методику побудови періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини з рухомою точкою кріплення (підвісу);
- способу визначення траєкторії вантажу хитної пружини у випадку настання резонансу її руху;
- способу керуванням резонансом хитної пружини за допомогою початкових умов ініціювання її коливань.

Результати дисертаційних досліджень можна використати в якості тем курсових та дипломних проектів, а також в науково-дослідних роботах.

Начальник кафедри

інженерної та аварійно-рятувальної техніки,
кандидат технічних наук, доцент



Андрій КАЛИНОВСЬКИЙ

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

*Статті в міжнародних виданнях
та у виданнях, які включено до наукометричних баз:*

1. L. Kutsenko, V. Vanin, O. Shoman, P. Yablonskyi, L. Zapolskiy, N. Hrytsyna, S. Nazarenko, V. Danylenko, E. Sivak, **S. Shevchenko**. Modeling the resonance of a swinging spring based on the synthesis of a motion trajectory of its load. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies: Applied mechanics*. 2019. Vol. No.7.P. 53-64. (Збірник включено до наукометричних баз *Scopus*, *Index Copernicus*, *WorldCat*).

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм побудови варіантів коливання хитної пружини з проявами резонансів.

2. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.**, Васильєв С.В. Періодичні траєкторії руху вантажу хитної пружини залежно від її параметрів. *Danish Scientific Journal*, Copenhagen, 2020. Vol.1. No.33. P. 28-34. (Збірник включено до наукометричних баз *eLIBRARY.R*, *The General Impact Factor*).

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм унаочнення процесу коливаний хитної пружини залежно від її параметрів.

3. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.**, Васильєв С.В., Руденко С.Ю. Періодичні траєкторії руху вантажу хитних пружин. *Sciences of Europe*, 2020. Vol 1. No. 48. P.19-26. (Збірник включено до наукометричних баз *eLIBRARY.RU*, *Index Copernicus*, *The General Impact Factor*, *International Scientific Indexing*, *ISSUU*, *Calaméo*).

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм моделювання процесу періодичних коливаний хитної пружини.

4. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.**, Васильєв С.В., Руденко С.Ю. Періодичні траєкторії руху вантажу комбінованих хитних пружин. *Magyar Tudomány Journal* 2020. Vol. 38. P. 58-64. (Збірник включено до наукометричних баз [HYPERLINK "http://generalimpactfactor.com/jdetails.php?jname=Sciences%20of%20Europe"](http://generalimpactfactor.com/jdetails.php?jname=Sciences%20of%20Europe) *The General Impact Factor, DIIF*, [HYPERLINK "https://issuu.com/sciencesofeurope"](https://issuu.com/sciencesofeurope) *ISSUU*).

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм моделювання процесу періодичних коливаний комбінованих хитної пружини.

5. **Шевченко С.М.** Резонанс хитної пружини. *Polish journal of science*, 2020. Vol. 1, No. 25. P. 57-64. (Збірник включено до наукометричних баз *eLIBRARY.RU*, *Slideshare*, [HYPERLINK "https://issuu.com/sciencesofeurope"](https://issuu.com/sciencesofeurope) *ISSUU*, [HYPERLINK "http://generalimpactfactor.com/jdetails.php?jname=Sciences%20of%20Europe"](http://generalimpactfactor.com/jdetails.php?jname=Sciences%20of%20Europe) *Impact Factor*, *SIS*).

6. **Шевченко С.М.** Изображение ортотомик в пространстве как поверхность мнимых источников. *Norwegian Journal of development of the International Science*. Oslo. Norway, 2019. No. 34. P.54 -57. (Збірник включено

до наукометричних баз *eLIBRARY.RU*, *ISSUU*, *Calaméo*).

7. **Шевченко С.М.** Описание компонентов отражательной системы в зависимости от формы рефлектора. *International independent scientific journal* Kraków, Rzeczpospolita Polska, 2019. Kazimierza Wielkiego 34. No.8. P. 21-25 (Збірник включено до наукометричних баз *eLIBRARY.RU*, *Index Copernicus*, *The General Impact Factor*, *ISSUU*, *Calaméo*).

8. Семків О.М., **Шевченко С.М.** Комп'ютерне моделювання траєкторії переміщення вантажу хитної пружини з рухомою точкою підвіски. *Znanstvena misel journal*. Slovenia, 2020. Vol.1, No.40. P. 54-66. (Збірник включено до наукометричних баз *eLIBRARY.RU*, *The General Impact Factor*, *ISSUU*, *Calaméo*).

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і елементів програм унаочнення процесу коливань хитної пружини з рухомою точкою підвіски.

Статті у наукових фахових виданнях України:

9. **Шевченко С.М.** Моделювання плоского фокусатора із фрагментів сім'ї співфокусних парабол. *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць. Технічні науки*. Мелітополь, 2018. Вип.10. С.155-160.

10. **Шевченко С.М.** Фазові портрети відбивальних систем в областях, обмежених фрагментами еліпса. *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць. Технічні науки*. Мелітополь, 2017. Вип.9. С.173-177.

11. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.** Врахування позиційних умов при розрахунку еліптичних відбивальних систем. *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць. Технічні науки*. Мелітополь, 2017. Вип. 8. С.92-97

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм унаочнення відбивальних систем.

12. **Шевченко С.М.**, Адашевська І.Ю. Геометричне моделювання профілю відбивача пожежного сповіщувача диму. *Сучасні проблеми моделювання: збірник наукових праць. Технічні науки*. Мелітополь, 2016. Вип.7. С.167-173.

Особисто здобувачу належить розробка та обґрунтування алгоритмів і програм та унаочнення профілю відбивача пожежного сповіщувача диму.

Наукові праці в інших виданнях, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

13. **Шевченко С.М.** Визначення форми профілю відбивача пожежного сповіщувача диму. *Геометричне моделювання та інформаційні технології: науковий журнал*. Миколаїв, 2016. №2, жовтень 2017. С.111-117.

14. Куценко Л.М., Семків О.М., **Шевченко С.М.** Нехаотичні періодичні траєкторії руху точкового вантажу хитної пружини. Abstracts of VI International Scientific and Practical Conference, Osaka, Japan, 26-28 February 2020. P. 546-551.

15. **Шевченко С.М.** Пружинний маятник як механічна модель дослідження декількох нелінійно зв'язаних систем. Abstracts of V International Scientific and Practical Conference, Lviv, Ukraine 2-3 March 2020. P. 259- 264.

16. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.** Огляд робіт, присвячених періодичним траєкторіям руху вантажу хитної пружини. Abstracts of VII International Scientific and Practical Conference, Liverpool, United Kingdom, 4-6 March 2020. P. 580-588.

17. **Шевченко С.М.** Моделювання дроблення газової бульбашки за допомогою матеріальної точки на пружині. *Теорія і практика гасіння пожеж та ліквідації надзвичайних ситуацій*: матеріали XI Міжнародної науково-практичної конференції (09-10 квітня 2020 року). Черкаси: ЧПБ ім. Героїв Чорнобиля НУЦЗ України, 2020. С. 227-229.

18. Куценко Л.М., **Шевченко С.М.** Врахування позиційних умов при розрахунку еліптичних відбивальних систем. Тези доповідей 19 міжнародної науково-практичної конференції «*Сучасні проблеми геометричного моделювання*» (Мелітополь, 06-09 червня 2017 р.). Мелітополь: МДПУ, 2017. С. 22-23.

19. Семків О.М., **Шевченко С.М.**, Пікрасов М. М. Застосування перетворення Хафа для виділення фазових кривих подібних еліпсу. Тези доповідей 20 міжнародної науково-практичної конференції «*Сучасні проблеми геометричного моделювання*» (Мелітополь, 05-08 червня 2018 р.). Мелітополь: МДПУ, 2018. С. 6.

20. Запольський Л.Л., **Шевченко С.М.** Розкриття каркасу параболічної антени з заданою фокусною відстанню. Тези доповідей 21 міжнародної науково-практичної конференції «*Сучасні проблеми геометричного моделювання*» (Мелітополь, 04-07 червня 2019 р.). Мелітополь: МДПУ, 2019. С. 13.

21. **Шевченко С.М.** Геометричне моделювання квазіеліпсоїда з фокусом у вигляді кривої лінії. Тези доповідей 6-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів та молодих вчених «*Прикладна геометрія, дизайн, об'єкти інтелектуальної власності та інноваційна діяльність студентів та молодих вчених*» (Київ, 28-29 квітня 2017 р.). Київ: Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», 2017. С. 251.

22. **Шевченко С.М.** Побудова періодичних траєкторій руху вантажу хитної пружини. Тези доповідей Міжнародної науково-практичної конференції «*Графічні технології моделювання об'єктів, процесів та явищ*» (Одеса, 23-24 квітня 2020 р.). Одеса: Військова академія, 2020. С. 39.

Додаткові матеріали за змістом дисертації:

23. Куценко Л. М., Пікрасов М. М., **Шевченко С. М.** Ілюстрації до статті "Моделювання резонансу хитної пружини на основі синтезу траєкторії руху її вантажу", 2019.

URL: <http://repositsc.nuczu.edu.ua/handle/123456789/8950>