УДК 621.3

Басманов А.Е.

РЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ НАГРЕВА СТЕНКИ РЕЗЕРВУАРА ПРИ ПОЖАРЕ В РЕЗЕРВУАРНОМ ПАРКЕ

Каскадное распространение пожара в резервуарном парке представляет серьезную опасность. Нагрев стенок и крыши резервуара, соседнего с горящим, до температуры самовоспламенения может привести к взрыву находящейся в нем паровоздушной смеси или к возникновению горения на дыхательной аппаратуре. Поэтому определение температуры нагреваемого резервуара и выяснение факторов, от которых она зависит, является актуальной задачей.

В работе [1] построена математическая модель нагрева резервуара от факела соседнего горящего резервуара, учитывающая теплопередачу как излучением, так и конвекцией. Модель позволяет найти распределение температуры вдоль стенки резервуара, температуру паровоздушной смеси и нефтепродукта. Одним из самых важных показателей является температура стенки, обращенной к факелу. Эта стенка может достигать температуры самовоспламенения и, следовательно, служить источником зажигания для паровоздушной смеси. Ее температура определяется из решения системы дифференциальных уравнений, содержащих ряд параметров. Поэтому имеет смысл рассмотреть, как влияют эти параметры на температуру.

Построим регрессионную зависимость температуры стенки резервуара, обращенной к факелу, от параметров, характеризующих размеры резервуаров, их взаимное расположение, физические свойства нефтепродукта и паровоздушной смеси.

Указанные параметры можно разбить на несколько групп. Во-первых, это теплофизические параметры, которые трудно определить точно. Например, теплоемкость и плотность паровоздушной смеси, зависящие, вообще говоря, от концентрации паров нефтепродукта; коэффициенты черноты стали и нефтепродукта. Во-вторых, это параметры, являющиеся справочными. Например, теплоемкость стали, ее плотность, теплоемкость и плотность нефтепродукта. К третьей группе можно отнести геометрические размеры резервуара, расстояние до факела, форму пламени.

Каждый из перечисленных факторов обозначим X_i, $i = 1,2,...,n$. При этом будем предполагать, что фактор X_i может принимать значения из промежутка $[X_{i1}, X_{i2}]$. Обозначим через $X_i^0 = (X_{i1} + X_{i2})/2$ основной уровень фактора X_i; $S_i = (X_{i2} - X_{i1})/2$ – интервал варьирования.

Введем кодированные переменные x_i:

$$x_i = \frac{X_i - X_i^0}{S_i}, \quad i = 1,2,...,n.$$

Очевидно, что после такого линейного преобразования каждый их факторов будет принимать значения из отрезка $[-1, 1]$.

Для изучения силы влияния перечисленных факторов построим уравнение регрессии:

$$\tilde{T} = \beta_0 + \sum_{1 \le i \le n} \beta_i x_i + \sum_{1 \le i < j \le n} \beta_{ij} x_i x_j + \ldots + \beta_{12 \ldots n} x_1 x_2 \ldots x_n, \qquad (1)$$

где $\beta_{\ldots}$ – неизвестные коэффициенты, которые необходимо найти;

$\tilde{T}$ – оценка температуры сухой стенки, обращенной к факелу.

Будем полагать, что наблюдаемые значения T, являющиеся, вообще говоря, случайными величинами, некоррелированы и связаны с оценочными значениями $\tilde{T}$ соотношением:

$$T = \tilde{T} + \varepsilon, \qquad (2)$$

где ε – случайная величина с нулевым средним и дисперсией σ^2.

Коэффициент β_i называют также линейным эффектом переменной x_i, а коэффициент $\beta_{i_1 i_2 \ldots i_k}$ – эффектом взаимодействия факторов x_{i_1}, x_{i_2}, …, x_{i_k}.

Проведем вычислительный эксперимент, рассчитав значения температуры T при различных сочетаниях факторов x_1, x_2, …, x_n. Коэффициенты β могут быть найдены по методу наименьших квадратов:

$$\sum_{k=1}^{N} \left(T_k - \tilde{T}_k \right)^2 \to \min_{\beta},$$

где T_k – результат k-го вычислительного эксперимента; $\tilde{T}_k$ – значение, полученное по регрессионной модели; N – количество экспериментов.

Поскольку общее количество неизвестных коэффициентов β равно 2^n, то необходимо провести, как минимум, такое же количество экспериментов. В частности, можно провести эксперименты в тех точках $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, где $x_i = \pm 1$, т.е. для всех сочетаний верхнего и нижнего значения факторов. В этом случае возникает полнофакторный эксперимент 2^n [2]. Поскольку количество точек, в которых производятся наблюдения, в точности совпадает с количеством неизвестных параметров, то оценить адекватность построенной модели невозможно.

Для оценки адекватности регрессионной модели, построенной по результатам эксперимента, необходимо выполнение следующих условий:

- количество точек, в которых проводится эксперимент, должно превосходить количество оцениваемых параметров;
- оценка дисперсии наблюдений.

Первое условие выполнить легко – достаточно проводить эксперименты не только в крайних точках ($x_i = \pm 1$), но и в промежуточных. Для реального эксперимента второе условие также выполнимо, если проводить повторные наблюдения при одинаковых значениях параметров и по ним оценивать дисперсию.

Пусть в каждой точке $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ проводится m повторных наблюдений. Обозначим через T_{ks} результат эксперимента s, $1 \le s \le m$, для k-го набора параметров. Все результаты представим в виде матрицы-столбца $T = \left(T_{11}, \ldots, T_{1m}, \ldots, T_{q1}, \ldots, T_{qm} \right)^T$.

Все искомые параметры также представим в виде столбца $\beta = \left(\beta_0,\ \beta_1,\ \beta_2,\ ...,\beta_{12},\ ...,\beta_{1...n}\right)^T$.

Составим матрицу плана X, строками которой будут координаты точки проведения экспериментов:

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_1^1 & x_2^1 & ... & x_1^1 x_2^1 & ... & x_1^1 ... x_n^1 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & x_1^1 & x_2^1 & ... & x_1^1 x_2^1 & ... & x_1^1 ... x_n^1 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & x_1^q & x_2^q & ... & x_1^q x_2^q & ... & x_1^m ... x_n^q \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & x_1^q & x_2^q & ... & x_1^q x_2^m & ... & x_1^q ... x_n^q \end{pmatrix},$$

в которой повторяющиеся строки соответствуют повторным наблюдениям, x_i^k – значения фактора x_i при k-ом наборе параметров. Выбрав из матрицы X только неповторяющиеся строки, получим матрицу $\overline{X}$. Усреднив соответствующие им наблюдения, получим $\overline{Y}$:

$$\overline{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_1^1 & x_2^1 & ... & x_1^1 x_2^1 & ... & x_1^1 ... x_n^1 \\ 1 & x_1^2 & x_2^2 & ... & x_1^2 x_2^2 & ... & x_1^2 ... x_n^2 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & x_1^q & x_2^q & ... & x_1^q x_2^q & ... & x_1^q ... x_n^q \end{pmatrix},\ \overline{Y} = \begin{pmatrix} \overline{y}_1 \\ \overline{y}_2 \\ ... \\ \overline{y}_q \end{pmatrix},$$

где $\overline{y}_k = \dfrac{1}{m}\sum\limits_{j=1}^{m} T_{km}$. Поскольку количество точек, в которых проводится эксперимент, больше количества неизвестных параметров β, то $\operatorname{rank} \overline{X} = r < q$. Применяя метод наименьших квадратов, оценим параметры β, исходя из матриц $\overline{X}$ и $\overline{Y}$.

Пусть $Q_1 = m\overline{Y}^T\overline{Y} - m\left(\overline{X}\beta\right)^T\overline{Y}$, $Q_2 = Y^T Y - m\overline{Y}^T\overline{Y}$. В [2] показано, что случайные величины $u_1 = Q_1/\sigma^2$ и $u_2 = Q_2/\sigma^2$ независимы и имеют χ^2-распределения с $(q-r)$ и $(mq-q)$ степенями свободы соответственно. Тогда случайная величина $F = \dfrac{u_1/(q-r)}{u_2/(mq-q)} = \dfrac{Q_1(mq-q)}{Q_2(q-r)}$ имеет распределение Фишера с $(q-r)$, $(mq-q)$ степенями свободы. Задаваясь доверительной вероятностью α можно проверить гипотезу об адекватности построенной модели (1)-(2) [2].

Однако такой подход не может быть непосредственно применен для вычислительного эксперимента, поскольку повторяющиеся эксперименты будут давать одни и те же результаты. Преодолеть это можно, внося случайные отклонения в значения параметров, соответствующие неточностям измерительных приборов. С другой стороны, задавшись допустимой погрешностью измерения температуры, можно выбрать σ и без повторных наблюдений рассмотреть случайную величину u_1, имеющую распределение χ^2 с $q-r$ степенями свободы:

$$u_1 = \frac{Q_1}{\sigma^2} = \frac{Y^T Y - (X\beta)^T Y}{\sigma^2}. \tag{3}$$

После этого, задаваясь уровнем значимости α, можем проверить гипотезу об адекватности модели (1)-(2).

Проанализируем вначале влияние группы факторов, связанных с теплофизическими характеристиками нагреваемого резервуара. Выбранные обозначения приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Теплофизические факторы и границы их изменения

№	Переменная	Фактор	Мин. значение	Макс. значение
1	x_1	Чернота резервуара, ε_c	0,5	0,95
2	x_2	Чернота нефтепродукта, $\varepsilon_н$	0,3	0,8
3	x_3	Коэффициент конвективного теплообмена, α, $Вт/м \cdot К$ [3]	2	5
4	x_4	Теплоемкость паровоздушной смеси, $c_г$, $кДж/кг \cdot К$	1,4	2
5	x_5	Плотность паровоздушной смеси, $\rho_г$, $кг/м^3$	1,2	1,7

В этой таблице отсутствуют такие параметры, как теплоемкость нефтепродукта, его теплопроводность и плотность, теплоемкость стали и ее плотность. Эти параметры являются справочными и не изменяются в широких пределах.

При проведении вычислительного эксперимента предполагалось, что нагревается резервуара РВС-10000 (радиус 17,1 м, высота 11,92 м), заполненный до нефтью до уровня 6 м. На расстоянии 30 м от него расположен такой же горящий резервуар, у которого факел имеет форму конуса, высотой 48 м со средней температурой 1100 ºС и коэффициентом черноты 0,85. Температура окружающей среды 20 ºС. Расчет температуры проводился для момента времени $t = 20$ мин.

Найденные значения коэффициентов приведены в таблице 2, из которой для сокращения записи исключены эффекты взаимодействия, не превышающие по модулю 0,1. В этом случае общий вклад не вошедших взаимодействий заведомо не превышает 2 ºС (при их изменении в пределах, указанных в таблице 1). Из таблицы 2 видно, что наибольший вклад вносит коэффициент конвективного теплообмена α (фактор x_3). Далее идет коэффициент черноты резервуара ε_c (фактор x_1) и значительно менее значимым является коэффициент черноты нефтепродукта $\varepsilon_н$ (фактор x_2).

Таблица 2 – Оценка эффектов взаимодействия теплофизических факторов

№	Коэффициент	Сочетание факторов	Эффект
1	β_0	1	309,7
2	β_1	x_1	20,4
3	β_2	x_2	-6,0
4	β_3	x_3	-13,9
5	β_4	x_4	-0,13
6	β_5	x_5	-0,13
7	β_{12}	x_1x_2	-1,1
8	β_{13}	x_1x_3	3,1
9	β_{23}	x_2x_3	0,52

Сравнение регрессионной формулы (1) с решением системы дифференциальных уравнение при промежуточных значениях факторов показывает незначительное отличие между ними – погрешность составляет не более 3 ºС. Проверка адекватности регрессионной модели по формуле (3) при $\sigma = 5$ дает значение 5,4. При этом критическое значение для распределения χ^2 с 16 степенями свободы и уровнем значимости 0,05 составляет $\chi^2_{кр} = 26,3$, что позволяет сделать вывод об адекватности построенной модели.

Отметим, что коэффициент конвективного теплообмена α зависит от ряда факторов и, практически, может быть найден только экспериментально. Приведенные результаты говорят о том, что для построения адекватной модели важно оценить α. При этом плотность и теплоемкость паровоздушной смеси, также зависящие от множества параметров, достаточно оценить более грубо.

Теперь проанализируем группу факторов, связанных с геометрическими размерами резервуара и пламени. Выбранные обозначения приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Геометрические факторы и границы их изменения

№	Переменная	Фактор	Мин. значение	Макс. значение
1	x_1	Радиус нагреваемого резервуара, м	15	30
2	x_2	Уровень нефтепродукта, м	4	8
3	x_3	Расстояние до горящего резервуара, м	15	20
4	x_4	Радиус горящего резервуара, м	15	30
5	x_5	Высота пламени, м	40	60

При проведении вычислительного эксперимента предполагалось, что плотность паровоздушной смеси $\rho_г = 1{,}3$ кг/м^3, теплоемкость $c = 1{,}5$ кДж/кг·К, а коэффициент конвективного теплопереноса $\alpha = 10$ Вт/м·К. Чернота нефтепродукта $\varepsilon_н = 0{,}5$, чернота стали $\varepsilon_c = 0{,}8$, чернота факела $\varepsilon_ф = 0{,}85$, средняя температура факела $T_ф = 1100$ ºС. Расчеты проводились для момента времени $t = 20$ мин.

Сравнение результатов вычислительного эксперимента в промежуточных точках со значениями, получаемыми с помощью регрессии, показывает значительное отличие между ними. Например, для двух резервуаров РВС-10000, расположенных на расстоянии 30 м при высоте факела 48 м, уровне заполнения нефтепродуктом 6 м, решение системы дифференциальных уравнений дает 278 ºС, а регрессионная формула – 357 ºС. Проверка адекватности модели по формуле (3) дает значение 30,9, что превосходит критическое значение и говорит о неадекватности модели.

Полученный результат свидетельствует о существенно нелинейной зависимости температуры от указанных геометрических параметров и неэффективности применения линейного уравнения регрессии.

Выводы. Построена регрессионная зависимость температуры сухой стенки резервуара с нефтепродуктом от различных параметров. Показано, что уравнение регрессии хорошо описывает зависимость от теплофизических параметров нагреваемого резервуара (коэффициенты черноты стали и нефтепродукта, теплоемкость и плотность паровоздушной смеси внутри резервуара, коэффициент конвективного теплообмена). В то же время зависимость от геометрических факторов (расстояние до горящего резервуара, размеры пламени) носит существенно нелинейный характер, вследствие чего использование регрессионной формулы (1) неэффективно.

Литература

1. Абрамов Ю.А., Басманов А.Е. . Моделирование нагрева резервуара под действием излучения пожара // Вестник международного славянского университета. – Харьков: Яна, 2004, т. 7, №2. – С. 55-60.

2. Асатурян В.И. Теория планирования эксперимента. – М.: Радио и связь, 1983. – 248 с.

3. Теплотехника / В.Н. Луканин, М.Г. Шатров, Г.М. Камфер и др.; Под ред. В.Н. Луканина. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2002. – 671 с.

УДК 621.3

Басманов О.Є.

РЕГРЕСІЙНА МОДЕЛЬ НАГРІВУ СТІНКИ РЕЗЕРВУАРУ ПРИ ПОЖЕЖІ В РЕЗЕРВУАРНОМУ ПАРКУ

Побудовано регресійну модель, що описує залежність температури стінки резервуара, зверненої до факелу палаючого резервуара, і перевірена її адекватність. Проаналізовано вплив теплофізичних параметрів: коефіцієнтів чорноти резервуару і нафтопродукту, теплоємності і щільності пароповітряної суміші, коефіцієнту конвективного теплообміну.