

УДК 389.14+658.16(075.8)

**Алгоритм побудови емпіричного закону розподілу даних непрямого визначення нелінійних величин на прикладі геометричних характеристик тіл кочення підшипників**

**Автори:** *Вамболь С.О., Міщенко І.В., Кондратенко О.М., Бурменко О.А., НУЦЗУ, м. Харків*

Аналіз і оцінювання похибок вимірювання, які характеризують його недосконалість, є одним з розділів метрології. Закономірність прояву випадкових похибок, як додатних, так і від'ємних, піддається урахуванню при достатньо великій кількості вимірювань. За деяких умов (умовна однакова кількість різнознакових похибок, обмеження на абсолютну величину похибок, компенсація випадкових похибок при їхньому додаванні) розподіл випадкових похибок підкоряється нормальному розподілу. На практиці для перевірки нормальності застосовують візуальні методи, наприклад, гістограми, нормальні імовірнісні графіки або числові методи за допомогою оцінки коефіцієнтів асиметрії та ексцесу. Але при невідповідності емпіричного розподілу, який зазвичай представлений у вигляді гістограми, нормальному стає питання пошуку або підбору такого розподілу, який за певними критеріями точніше описує емпіричний розподіл. Серед десятків існуючих типових розподілів, які можна вважати кандидатами для подальшої оцінки параметрів, можна здійснити вибір потрібного закону розподілу через аналіз гістограми та моментних оцінок. Відповідно до обраного закону розподілу здійснюється перевірка гіпотези про відповідність емпіричного розподілу до теоретичного, що при підтвердженні гіпотези приводить до розв'язання задачі апроксимації. У протилежному випадку пошук має бути продовжено без гарантії знаходження справжнього або принаймні близького до нього закону. В той же час існує підхід до побудови універсальних сімей розподілів, зокрема, апроксимація на основі сімей розподілів Пірсона, який (підхід) вважається таким, що охоплює широкий клас законів розподілу, не близьких до нормального. Останнє говорить про певну варіативність і гнучкість при вирішенні задачі апроксимації, що за умов підтвердження та обґрунтування можливості використання бета-розподілу дозволяє при проведенні досліджень користатися запропонованим в роботі математичним апаратом щодо визначення параметрів вказаного розподілу.

**Метою дослідження** є обґрунтування застосування бета-розподілу для апроксимації закону розподілу емпіричних даних у порівнянні з іншими видами законів розподілу взагалі на прикладі геометричних характеристик тіл кочення підшипників.

**Задачами** побудови емпіричного закону розподілу ймовірностей (і одночасно етапами web-site: [conference.nuos.edu.ua](http://conference.nuos.edu.ua) | email: [conference@nuos.edu.ua](mailto:conference@nuos.edu.ua); tel (+380512) 709444; 709105]

відповідного алгоритму даного дослідження), є наступні:

1. Побудова емпіричного закону розподілу ймовірностей за прийнятої гіпотези про його нормальний характер, що включає у себе:

1. визначення основних закономірностей процесу генерування випадкових чисел, як невід'ємної складової об'єкту дослідження;

2. визначення характеристик інтервалу зміни досліджуваної величини: меж і розмаху інтервалу, кількості інтервалів розбиття;

3. визначення вибірових оцінок математичного очікування, середньоквадратичного очікування, початкових та центральних моментів необхідного порядку, коефіцієнтів асиметрії та ексцесу;

4. визначення дійсних (теоретичних) розподілів діаметрів шариків підшипника та полярного моменту опору їх головного перерізу.

2. Використання бета розподілу при апроксимації емпіричних даних, що включає у себе:

2.1. описання системи кривих Пірсона;

2.2. визначення параметрів бета-розподілу для об'єкту дослідження.

3. Порівняння результатів пп. 1 і 2.

Для обраного об'єкту дослідження, як зразка найпростішого тривимірного тіла – кулі, яке повністю описується лише одним параметром – радіусом  $r_k$ , характерні наступні геометричні характеристики, що використовуються, наприклад, у перевірочних розрахунках на міцність та жорсткість, або динаміки його руху:

1) діаметр головного поперекового перерізу кулі  $d_k = 2 \cdot r_k$ , мм;

2) периметр головного поперекового перерізу кулі  $l_k = \pi \cdot d_k$ , мм;

3) радіуси інерції головного поперекового перерізу кулі  $i_x = i_y = d_k/4$ , мм;

4) площа головного поперекового перерізу кулі  $S_{dk} = \pi \cdot d_k^2/4$ , мм<sup>2</sup>;

5) площа поверхні кулі  $S_k = \pi \cdot d_k^2$ , мм<sup>2</sup>;

6) об'єм кулі  $V_k = \pi \cdot d_k^3/6$ , мм<sup>3</sup>;

7) полярний момент опору головного поперекового перерізу кулі  $W_p = \pi \cdot d_0^3/16$ , мм<sup>3</sup>;

8) осьові моменти опору головного поперекового перерізу кулі  $W_x = W_y = \pi \cdot d_0^3/32$ , мм<sup>3</sup>;

9) статичний момент головного поперекового перерізу півкулі  $S_x = d_0^3/12$ , мм<sup>3</sup>;

10) полярний момент інерції головного перерізу кулі  $J_p = \pi \cdot d_k^4/32$ , мм<sup>4</sup>;

11) осьові моменти інерції головного перерізу кулі  $J_x = J_y = \pi \cdot d_k^4/64$ , мм<sup>4</sup>.

Основною проблемою при описі розподілу значень геометричних характеристик такого роду об'єктів є те, що навіть за підтвердження гіпотези про нормальність розподілу основного геометричного параметру (у даному випадку – діаметру головного поперекового перерізу кулі), web-site: [conference.nuos.edu.ua](http://conference.nuos.edu.ua) | email: [conference@nuos.edu.ua](mailto:conference@nuos.edu.ua); tel (+380512) 709444; 709105]

інші геометричні характеристики таких об'єктів, що використовуються для перевірочних розрахунках на міцність та жорсткість, або динаміки його руху, являють собою залежності  $n$ -го ступеня від згаданого основного. При  $n > 1$  і  $n < 1$ , тобто за нелінійності цих залежностей, нормальність їх розподілу порушується, а сам розподіл набуває асиметрії, тим більшої, чим більше  $n$  відрізняється від одиниці. При цьому постає питання, за допомогою якого закону має описуватись розподіл таких величин з поміж відомих, яких налічують понад сто. Причому, для кожного  $n$  має застосовуватись свій закон, відмінний від законів для інших значень  $n$ .

У зв'язку з вищенаведеними міркуваннями, застосування для опису розподілу експериментальних даних (як для прямих, так і для непрямих вимірювань) бета-розподілу, що побудований на застосуванні сімейства кривих Пірсона та вирізняється широкою універсальністю і може описувати розподіли, не близькі до нормального, однак недостатньо вивчений, можна вважати раціональним і таким, що вирізняється науковою новизною і практичним значенням.

### **ВИСНОВКИ**

Таким чином, в роботі розглянута задача апроксимації емпіричних даних, які представлені у вигляді вибірки та на їхній основі побудованій гістограми, за допомогою різного типу законів розподілу. У ролі емпіричних даних можуть виступати похибки вимірювання або будь-які інші дані. Показано, що використання для апроксимації нормального розподілу не завжди є прийнятним через можливі відмінності через асиметрію та гостру або сплюснену вершину емпіричного розподілу. За цих умов для апроксимації можливо використання типових розподілів, але це призводить до перебирання без гарантії знаходження справжнього або принаймні близького до нього закону. У подальших частинах дослідження буде застосовано існуючий підхід на основі сімей розподілів Пірсона, який охоплює широкий клас законів розподілу, не близьких до нормального, може стати універсальним, але потребує поглибленого дослідження. Також будуть наведені результати чисельних досліджень для вибірок різного обсягу з різними середньоквадратичними відхиленнями змінної, для демонстрації можливості використання запропонованого підходу та розробленого на його основі математичного апарату для вирішення задачі апроксимації емпіричних даних.

### **СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ**

1. Вамболь С.О. Апроксимація закону розподілу експериментальних даних за допомогою бета-розподілу. Частина 1 / С.О. Вамболь, І.В. Міщенко, О.М. Кондратенко, О.А. Бурменко // Вісник НТУ «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Х.: НТУ «ХПІ», 2015. – №18 (1127). – С. 36–44.

web-site: [conference.nuos.edu.ua](http://conference.nuos.edu.ua) | email: [conference@nuos.edu.ua](mailto:conference@nuos.edu.ua); tel (+380512) 709444; 709105|