

Тарасенко А.А*Университет гражданской защиты Украины***МОДЕЛЬ СКОРОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КРОМКИ
ЛАНДШАФТНОГО ПОЖАРА ПО ПОВЕРХНОСТИ РЕЛЬЕФА**

На основе геометрических построений и зависимости скорости распространения кромки пожара от угла склона получена математическая модель скорости кромки по поверхности рельефа в произвольном азимутальном направлении. Предложенная модель может быть использована при построении модели динамики контура ландшафтного пожара

Постановка проблемы. Одним из условий эффективной борьбы с природными пожарами является получение прогноза динамики контура пожара. Данная задача может быть разрешена при условии создания математических моделей зависимости скорости распространения кромки от влияющих природных факторов. К числу последних относится рельеф местности. Известно [1], что крутизна склона существенно влияет на скорость распространения пожара.

Анализ существующих решений. Проводимые экспериментальные [1-3] исследования влияния крутизны склона на скорость V_r распространения пожара рассматривают только распространение кромки по плоскости в направлении максимальной крутизны при различных значениях величины уклона α_{\max} (реже – в противоположном направлении). При этом не осуществлялись замеры скорости $V_r(\alpha_{\max}, \varphi)$ распространения в произвольном азимутальном направлении φ .

Математические модели скорости в произвольном азимутальном направлении предложены в [4-5]. Модель [4] демонстрирует наличие разрыва в скорости тыльной кромки при угле склона $\alpha = 25^\circ$, а модель [5] несовпадение направлений вектора скорости фронта и максимального склона, что противоречит существующим наблюдениям [1].

Постановка задачи и ее решение. Для моделирования процесса распространения кромки пожара по поверхности рельефа, необходимо знание зависимости величины коэффициента влияния склона от азимутального угла φ . Знание одномерной экспериментальной зависимости $K_r(\alpha_{\max})$ позволяет построить двумерную модель зависимости скорости распространения кромки ландшафтного пожара от угла склона α и азимутального угла φ (отсчитываемого от направления наибольшей крутизны по часовой стрелке и изменяющегося в пределах от $-\pi$ до π) в виде

$$V_r(\alpha(\alpha_{\max}, \varphi)) = V_{r0} \cdot K_r(\alpha(\alpha_{\max}, \varphi)), \quad (1)$$

где $V_{r0} = V_r(0)$ - значение скорости распространения в условиях равнины.

Безразмерный коэффициент $K_r(\alpha(\alpha_{\max}, \varphi))$ представляет собой годограф вектора скорости кромки пожара в точке поверхности рельефа, характеризуемой локальным значением крутизны склона α в направлении φ .

Пусть задана поверхность рельефа в виде $Z(x, y)$. Используем модель точечного источника [6], когда каждую точку контура можно рассматривать как элементарный источник (очаг) распространения огня. Годограф вектора скорости распространения кромки пожара является функцией параметров поверхности рельефа.

Поверхность рельефа $Z(x, y)$ в каждой точке (x, y) характеризуется двумя параметрами – экспозицией $\beta(x, y)$ и крутизной склона $\alpha(\varphi, x, y)$, отмеряемой от горизонтальной плоскости в азимутальном направлении φ , которое в свою очередь отмеряется от направления максимальной крутизны и изменяется в пределах $-\pi \leq \varphi < \pi$. Согласно данному определению максимальная крутизна склона $\alpha_{\max}(x, y) = \alpha(0, x, y)$. Величину максимальной крутизны склона в точке (x, y) найдем как

$$\alpha_{\max}(x, y) = \frac{\pi}{2} - \arccos \left(\frac{\sqrt{[\partial Z(x, y)/\partial x]^2 + [\partial Z(x, y)/\partial y]^2}}{\sqrt{[\partial Z(x, y)/\partial x]^2 + [\partial Z(x, y)/\partial y]^2 + 1}} \right). \quad (2)$$

Крутизна в произвольном азимутальном направлении φ будет определена ниже.

В точке $O'(x_0; y_0)$, принадлежащей контуру пожара и лежащей на поверхности $Z(x, y)$, проведем касательную плоскость $S(x, y)$ к поверхности рельефа $Z(x, y)$

$$S(x, y) = \frac{\partial Z(x, y)}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (x - x_0) + \frac{\partial Z(x, y)}{\partial y} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} (y - y_0) - (Z(x, y) - Z(x_0, y_0)). \quad (3)$$

Угол, который образует плоскость $S(x, y)$ с плоскостью XOY обозначим как α_{\max} .

Введем обозначения $\frac{\partial Z(x, y)}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} = Z_x$; $\frac{\partial Z(x, y)}{\partial y} \Big|_{\substack{x=x_0 \\ y=y_0}} = Z_y$.

В точке $(x_0; y_0)$ можно построить ортонормированный базис $[\bar{n}; \bar{b}; \bar{\tau}]$ (рис. 1), где

- нормированный вектор \bar{n} внешней нормали имеет координаты

$$\bar{n} = \left[\frac{-Z_x}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1}}; \frac{-Z_y}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1}}; \frac{1}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1}} \right]; \quad (4)$$

- нормированный вектор бинормали \vec{b} , лежащий в плоскости $S(x, y)$, введем так, чтобы он всегда был направлен в сторону максимальной крутизны склона α_{\max} . Тогда \vec{b} неявно зависит от α_{\max} .

$$\vec{b}(\alpha_{\max}) = \left(\frac{Z_x}{B}; \frac{Z_y}{B}; \frac{S(x_0 + Z_x; y_0 + Z_y) - S(x_0; y_0)}{B} \right), \quad (5)$$

где

$$B = \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + [S(x_0 + Z_x; y_0 + Z_y) - S(x_0; y_0)]^2}. \quad (6)$$

Подставляя в (5)-(6) выражение (3), после сокращения получим

$$\vec{b}(\alpha_{\max}) = \left[\frac{Z_x}{\tilde{Z}}; \frac{Z_y}{\tilde{Z}}; \frac{Z_x^2 + Z_y^2}{\tilde{Z}} \right]. \quad (7)$$

где $\tilde{Z} = \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + (Z_x^2 + Z_y^2)^2}$. Заметим, что вектор бинормали \vec{b} направлен под углом α_{\max} к плоскости XOY .

- нормированный вектор $\vec{\tau}$ касательной, также лежащий в плоскости $S(x, y)$, введем как векторное произведение $\vec{\tau} = [\vec{n} \times \vec{b}]$. Тогда

$$\vec{\tau} = \left[\frac{-Z_y \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1}}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + (Z_x^2 + Z_y^2)^2}}; \frac{Z_x \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1}}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + (Z_x^2 + Z_y^2)^2}}; 0 \right]. \quad (8)$$

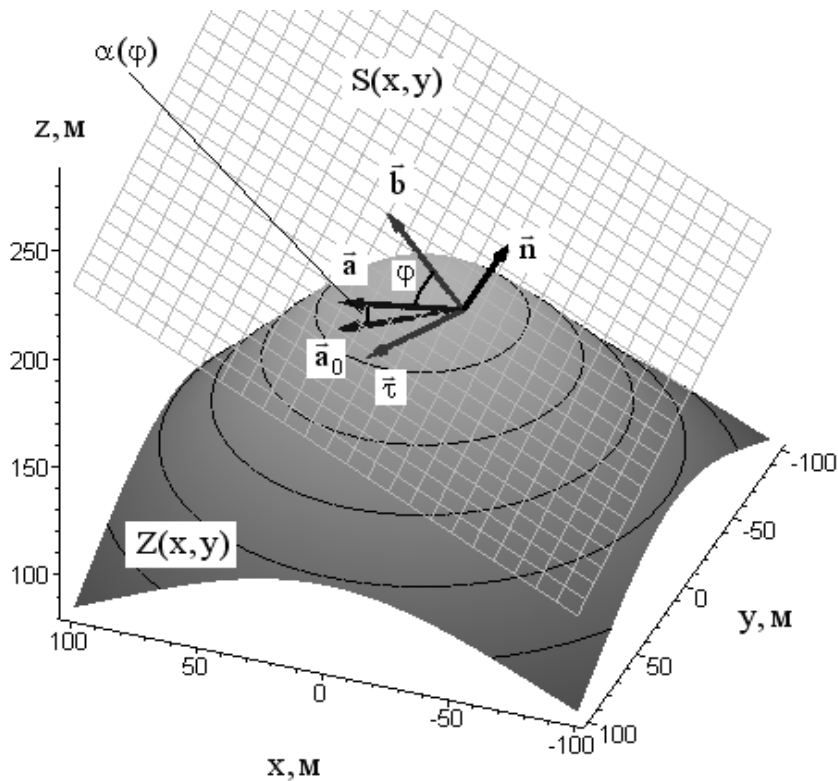


Рис. 1. Взаиморасположение векторов

В этом случае, произвольный единичный вектор $\vec{a}(x, y, z)$, лежащий в плоскости $S(x, y)$ и образующий угол φ с ортом \vec{b} , можно разложить в базисе $(bO't)$ в виде

$$\vec{a}(\alpha_{\max}; \varphi) = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \vec{b}(\alpha_{\max}) \cos \varphi + \vec{\tau} \sin \varphi = \begin{bmatrix} \frac{Z_x \cos \varphi - Z_y \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1} \sin \varphi}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + (Z_x^2 + Z_y^2)^2}} \\ \frac{Z_y \cos \varphi + Z_x \sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + 1} \sin \varphi}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + (Z_x^2 + Z_y^2)^2}} \\ \frac{(Z_x^2 + Z_y^2) \cos \varphi}{\sqrt{Z_x^2 + Z_y^2 + (Z_x^2 + Z_y^2)^2}} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Угол α , который образует $\vec{a}(\varphi)$ со своей проекцией $\vec{a}_0(a_x; a_y; 0)$ на плоскость XOY (рис. 1), равен

$$\alpha(\alpha_{\max}; \varphi) = \begin{cases} -\arccos A, & -\pi \leq \varphi < -\pi/2; \\ \arccos A, & -\pi/2 \leq \varphi < \pi/2; \\ -\arccos A, & \pi/2 \leq \varphi < \pi, \end{cases} \quad \text{где} \quad A = \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi (Z_x^2 + Z_y^2) + 1}{Z_x^2 + Z_y^2 + 1}}. \quad (10)$$

Отметим, что угол α определяется не только значением φ , но в виду зависимости (10) еще и наклоном касательной плоскости, т.е. значением α_{\max} . Очевидно, что угол $\alpha(\alpha_{\max}; \varphi)$ будет изменяться в пределах $-\alpha_{\max} \leq \alpha(\varphi) \leq \alpha_{\max}$.

Угол $\alpha(\alpha_{\max}; \varphi)$ есть ни что иное, как угол склона в направлении φ . Поэтому для этого угла введем известную экспериментально полученную зависимость коэффициента скорости $K_r(\alpha) = [1 - \sin \alpha]^{-2}$, $-45^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$ [7], получив зависимость $K_r(\alpha(\alpha_{\max}; \varphi))$

$$K_r(\alpha(\alpha_{\max}; \varphi)) = [1 - \sin \alpha(\alpha_{\max}; \varphi)]^{-2}. \quad (11)$$

Безразмерный вектор скорости \vec{v}_r , направленный вдоль вектора $\vec{a}(\alpha_{\max}; \varphi)$, заданный выражением (9), имеет координаты

$$\vec{v}_r(\alpha_{\max}; \varphi) = K_r(\alpha(\alpha_{\max}; \varphi)) \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Данный вектор имеет нормировку такую, что $v_r(\alpha_{\max}; -\pi/2) = v_r(\alpha_{\max}; \pi/2) = 1 \quad \forall \alpha \mid -45^\circ \leq \alpha_{\max} \leq 45^\circ$.

Пример (12) при разных значениях φ проиллюстрирован на рис. 2.

Параметрически заданная линия

$$I_r(\alpha_{\max}; \varphi) = \begin{cases} v_{rx}(\alpha_{\max}; \varphi); \\ v_{ry}(\alpha_{\max}; \varphi); \\ v_{rz}(\alpha_{\max}; \varphi); \end{cases} \quad -\pi \leq \varphi \leq \pi, \quad (13)$$

которую описывает конец вектора \vec{v}_r , есть годограф вектора скорости (рис.2).

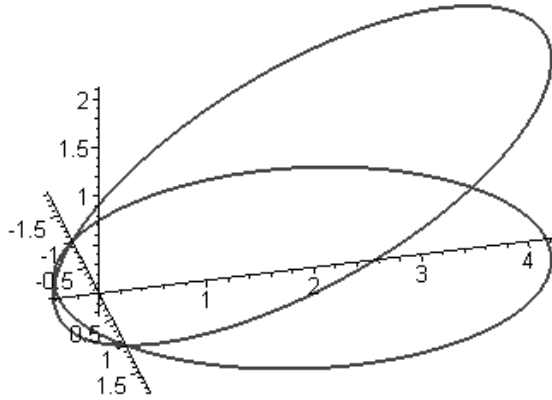


Рис. 2. Иллюстрация линии годографа $I_r(\varphi)$ вектора \vec{v}_r и проекции годографа $I_{r0}(\varphi)$ при $\alpha_{\max} = \arctg(1/2)$

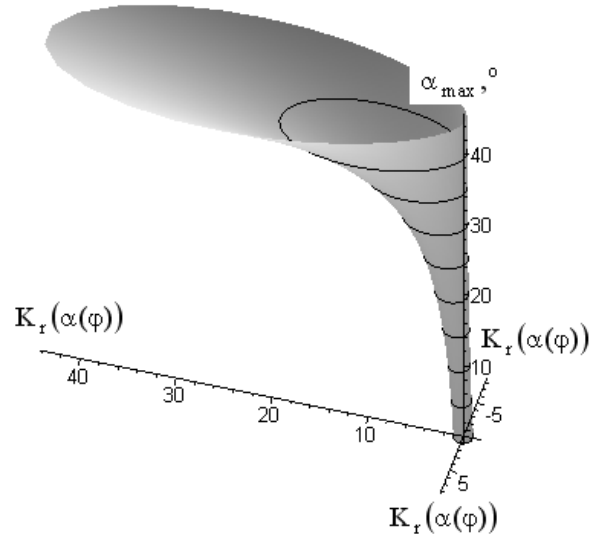


Рис. 3. График в цилиндрических координатах годографа скорости при распространения кромки в зависимости от α_{\max} и φ

Соответственно, проекция этого вектора на плоскость XOY

$$I_{r0}(\alpha_{\max}; \varphi) = \begin{cases} v_{rx}(\alpha_{\max}; \varphi); \\ v_{ry}(\alpha_{\max}; \varphi); \end{cases} \quad -\pi \leq \varphi \leq \pi, \quad (14)$$

описывает проекцию годографа (рис. 2).

Откладывая в качестве полярного радиуса значение $K_r(\alpha(\varphi))$, по оси аппликат – значение максимального α_m склона в данной точке, а в качестве полярного угла – азимутальный угол φ , получим поверхность годографа вектора скорости в цилиндрических координатах (рис. 3), которая позволяет наглядно проиллюстрировать зависимость (13).

Знание зависимости скорости распространения пожара от угла склона и азимутального угла позволяет построить т.н. единичный контур L выгорания – контур пожара, развивающегося из точечного очага за единицу времени $\Delta t = 1$

$$L(x_0; y_0; \alpha_{\max}; \varphi) = \begin{cases} x_0 + \Delta t \cdot V_{r0} \cdot v_{rx}(\alpha_{\max}; \varphi); \\ y_0 + \Delta t \cdot V_{r0} \cdot v_{ry}(\alpha_{\max}; \varphi); \\ Z(x_0 + \Delta t \cdot V_{r0} \cdot v_{rx}(\alpha_{\max}; \varphi); y_0 + \Delta t \cdot V_{r0} \cdot v_{ry}(\alpha_{\max}; \varphi)). \end{cases} \quad (15)$$

На рис. 4 показан пример построения единичного контура выгорания

(15) на поверхности рельефа $Z(x,y)$ и его проекций на касательную плоскость $S(x,y)$ и плоскость XOY .

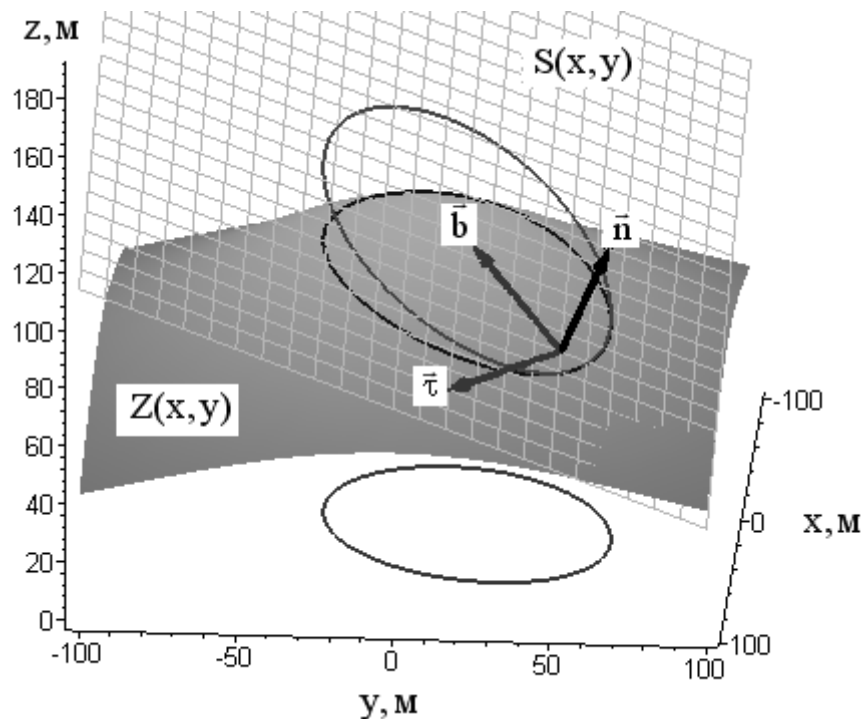


Рис. 4. Пример построения единичного контура выгорания на поверхности рельефа и его проекции.

Выводы. Получена математическая модель зависимости азимутальной скорости кромки пожара по поверхности рельефа от параметров склона.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Софронов М.А.. Лесные пожары в горах Южной Сибири. Москва: Наука. 1967 г. 150 с.
2. Дыгало А.Н. Экспериментальная модель для скорости распространения фронта низового лесного пожара // Проблемы пожарной безопасности. Сб. науч. тр. – Харьков: АПБУ, 2002. – Вып. 12. – С. 91 – 93.
3. Bianchini G. and other. “Wildland Fire Risk Maps using S^2F^2M ”. JCS&T. Vol. 5, № 4, pp.244-249. 2005.
4. Покровский Р.Л. Раннее обнаружение очагов ландшафтных пожаров и прогноз динамики их распространения: Дис... канд. техн. наук: 21.06.02. – Харьков, 2002. – 221 с.
5. Кузик А.Д., Карабин О.О. Моделювання процесу поширення лісової пожежі в умовах гірської місцевості. Пожежна безпека. Зб. наук. пр. Вип. 6, Львів: СПОЛОМ, 2005. С. 49-53.
6. Доррер Г.А. Математические модели динамики лесных пожаров. – М.: Лесная промышленность, 1979. – 161 с.

7. Телицын Г.П. О распространении горения в лесу // Горение и пожары в лесу. Красноярск: НИИ леса и древесины, 1973. - С. 164-176.