УДК 621.3

Абрамов Ю.А., Тарасенко А.А

Университет гражданской защиты Украины

МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОЙ МАРШРУТИЗАЦИИ ПРИ ДОСТИЖЕНИИ ОЧАГОВ ПРИРОДНЫХ И ПРИРОДНО-ТЕХНОГЕННЫХ ЧС

Предложена модель оптимальной (по критерию минимального времени движения) прокладки маршрута наземными силами быстрого реагирования к очагу чрезвычайной ситуации по поверхности рельефа в условиях бездорожья. Модель допускает аналитическую постановку и численное решение в виде нахождения геодезической линии

The Offered model optimum (on criterion of minimum time of the motion) of the laying of the route overland power quick reaction to centre of the exceeding situation on over-ности relief in condition of the bad roads. Model allows analytical production and numerical decision in the manner of findings of the geodetic line (ПЕРЕВОД)

Постановка проблемы. Рост антропогенной нагрузки на природную среду приводит к увеличению числа техногенных катастроф в труднодоступной местности (падение авиасредств, прорывы трубопроводов, обрывы линий электропередач и т.д.) Минимизация последствий данных чрезвычайных событий, также как и локализация или ликвидация природных чрезвычайных ситуаций (ЧС) (ландшафтных пожаров, землетрясений, селей, лавин, оползней и др.) требуют оперативного прибытия сил быстрого реагирования к эпицентру катастрофы или к динамической границе области ЧС (в случае пожара). Наземные силы при этом вынуждены прокладывать маршрут в условиях бездорожья, в связи с чем возникает необходимость решения континуальной навигационной задачи с пространственными ограничениями, определяемыми параметрами ландшафта (крутизной склона, растительным покровом, водными и прочими преградами и т.д.) Аналогичная (в формальной постановке) задача возникает при моделировании прокладки заградительной полосы при пассивной локализации динамической области ЧС, такой как природный пожар или масштабный разлив нефтепродуктов.

Анализ существующих решений. До сих пор при решении задачи навигации, как правило, подразумевается прокладка оптимального маршрута по существующей сети дорог [1].

Задача оптимальной маршрутизации при управлении борьбой с лесными пожарами рассмотрена в [2] в виде приближенного решения на графе-решетке.

Решение задачи в континуальной постановке до сих пор не рассматривалось.

Постановка задачи и ее решение. На прямоугольной картографируемой области Ω введем квадратную решетку $S \times Q$. В этом случае массивы $\{x_s\}_{s=0..S}$ и $\{y_q\}_{q=0..Q}$ определяют абсциссы и ординаты линий – границ ячеек, обозначаемых как Ω_{st}. На каждой из элементарных областей Ω_{sq} введем [3] бикубические сплайны

$$Z_{sq}(x, y) = \sum_{u=1}^{4}\sum_{v=1}^{4} a_{uv}^{sq}(x - x_s)^{v-1}(y - y_q)^{u-1}, \tag{1}$$

описывающие поверхность рельефа, коэффициенты a_{uv}^{sq} которых получены из условий гладкой сшивки $Z_{sq}(x, y)$ с соседними сплайнами [4].

Суммируя данные сплайны в виде

$$Z(x, y) = \sum_{s=0}^{S-1}\sum_{q=0}^{Q-1} Z_{sq}(x, y)\big(\eta(x - x_s) - \eta(x - x_{s+1})\big)\big(\eta(y - y_q) - \eta(y - y_{q+1})\big), \tag{2}$$

где $\eta(x), \eta(y)$ - функции Хэвисайда, получим всюду аналитическую модель поверхности рельефа

Предположим, что скорость движения наземных сил реагирования по поверхности $Z(x; y)$ постоянна, и отсутствуют какие-либо пространственные области запрета для их движения. В этом случае задача отыскания маршрута наискорейшего прибытия становится эквивалентной задаче отыскания кратчайшего пути. Аналитичность поверхности (2) позволяет сформулировать задачу маршрутизации кратчайшего пути между двумя точками на поверхности в виде решения вариационной задачи по отысканию геодезической линии [5], задаваемой в параметрическом виде

$$L(m) = \begin{cases} x(m); \\ y(m); \\ Z(x(m); y(m)), \end{cases} \tag{3}$$

где m - параметр.

Длина пути маршрута по поверхности $Z(x; y)$ из точки $(x_1; y_1) = (x(m_1); y(m_1))$ в точку $(x_2; y_2) = (x(m_2); y(m_2))$ при его параметрическом задании, определяется как

$$l = \int_{m_1}^{m_2} \Phi(x; y; \dot{x}; \dot{y})dm = \int_{m_1}^{m_2} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \left(Z'_x\dot{x} + Z'_y\dot{y}\right)^2}\, dm. \tag{4}$$

Данный функционал не зависит от способа параметризации, поскольку подынтегральная функция положительно однородна первой степени относительно $\dot{x}(m)$ и $\dot{y}(m)$ и не содержит явно параметр m [5].

Необходимым условием достижения экстремального значения функционалом (4), т.е. решением задачи

$$l \to \min \tag{5}$$

является выполнение системы дифференциальных уравнений Эйлера [5]

$$\begin{cases} \Phi'_x - \Phi''_{x'm} - \Phi''_{x'x}\dot{x} - \Phi''_{x'^2}\ddot{x} = 0; \\ \Phi'_y - \Phi''_{y'm} - \Phi''_{y'y}\dot{y} - \Phi''_{y'^2}\ddot{y} = 0. \end{cases} \tag{6}$$

Очевидно, что в виду сложности функции (2) аналитическое решение поставленной задачи невозможно. Подстановка выражения (2) в (4), а затем в (6) позволяет численно [6] найти выражение (3) в виде линейной, либо гладкой кубической интерполяции [7] получаемых точечных значений.

Решение поставленной задачи позволяет в дальнейшем учесть пространственные ограничения в виде областей запрета для движения наземных сил быстрого реагирования.

Выводы. Получена модель оптимальной (по критерию минимального времени движения) маршрутизации наземными силами быстрого реагирования к очагу чрезвычайной ситуации по поверхности рельефа в условиях бездорожья. Модель допускает аналитическую постановку и численное решение в виде нахождения геодезической линии.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Хэмди А. Таха. Введение в исследование операций. М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 912 с.
2. Ушанов С.В., Фадеенков О.В. Оптимальная маршрутизация при управлении борьбой с лесными пожарами // Хвойные бореальные зоны, №4-5, 2007.- С. 405-407.
3. Абрамов Ю.А., Тарасенко А.А. Синтез аналитической модели поверхности по линиям уровня // Проблеми надзвичайних ситуацій. Зб. наук. пр. УЦЗ України. Вип. 6. – Харків: УЦЗУ, 2007.- С. 11-22.
4. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. – М.: Мир, 1972. – 316 с.
5. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961. – 227 с.
6. Зайцев В.Ф., Полянин А.Д. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Физматлит, 2001.
7. Абрамов Ю.А., Тарасенко А.А. Аналитическая математическая модель контура зоны локальной чрезвычайной ситуации // Науковий вісник

будівництва. Зб. наук. пр. ХДТУБА. Вип. 42. - Харків: ХДТУБА, ХОТВ АБУ, 2007.- С. 171-174.