

**Тарасенко А.А**

*Университет гражданской защиты Украины*

## **МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ КРОМКИ ЛАНДШАФТНОГО ПОЖАРА ПО ПОВЕРХНОСТИ РЕЛЬЕФА**

На основании модели нормальной скорости и годографа вектора скорости предложена итерационная модель динамики контура природного пожара по поверхности рельефа. Скорость движения кромки определяется значением годографа радиус-вектора скорости в направлении нормали к контуру очага. Данное описание может быть использовано в качестве прогноза развития области чрезвычайной ситуации

On the grounds of models of the normal velocity and годографа vector to velocities is offered iteration model speakers sidebar of the wildfire on surfaces of the relief. The Velocity move-thread of the edge is defined by importance годографа radius-vector to velocities toward normal to sidebar of the centre. Given description can be used as forecast of the development area-ti exceeding situation (**ПЕРЕВОД**)

**Постановка проблемы.** Необходимым условием проведения эффективных мероприятий по локализации ландшафтных (в первую очередь - лесных) пожаров в горах является наличие достоверного прогноза динамики контура пожара. Параметры рельефа местности существенно влияют на скорость движения кромки. Значительные пространственные вариации этих параметров приводят к усложнению формы контура со временем. В связи с этим необходимо получить описание эволюции контура пожара в условиях реального рельефа.

**Анализ существующих решений.** Известна единственная модель [1] динамики контура ландшафтного пожара в условиях выраженного рельефа местности. Данное описание относится к классу grid-моделей, предусматривающих задание постоянных дискретных значений для величины склона и экспозиции рельефа на каждой из прямоугольных пространственных ячеек. Очевидно, что такое задание рельефа приводит к разрыву контура на границах ячеек. Задание рельефа с помощью TIN-моделей [2], обеспечивающих негладкую сшивку линейных триангуляционных аппроксимирующих элементов, устраняет разрывы контура, но не его производной. Это приводит к образованию нефизичных изломов контура на границах элементарных триангуляционных областей и вследствие накопления погрешности – к искаженному прогнозу динамики контура.

**Постановка задачи и ее решение.** Целью данной работы является получение математической модели динамики контура ландшафтного пожара в условиях изолированного влияния рельефа местности.

Исключим в данном построении влияние прочих факторов, для чего рассмотрим природный пожар в условиях безветрия и однородного распределения пирологических свойств растительного горючего материала.

При построении модели динамики кромки ландшафтного пожара воспользуемся моделью нормальной скорости [3], которая предполагает движение каждой точки кромки пожара по нормали к кромке.

В качестве входных параметров модели введем:

-  $v_{r0}$  - скорость (м/мин) кромки пожара в отсутствие склона. Данные приведены в [4];

$$- S(x, y) = \sum_{u=0}^{U-1} \sum_{q=0}^{Q-1} S_{uq}(x, y) (\eta(x - x_u) - \eta(x - x_{u+1})) (\eta(y - y_q) - \eta(y - y_{q+1})) -$$

всюду гладкую бикубическую сплайн-аппроксимацию поверхности рельефа, полученную на решетке, состоящей из  $U \times Q$  ячеек [5] методом Кунса;

$$- \tilde{L}_0(m) = \begin{cases} \tilde{X}_0(m); \\ \tilde{Y}_0(m); \end{cases} \quad - \text{ параметрическую сплайн-интерполяцию}$$

(линейную либо всюду гладкую кубическую) проекции контура очага на плоскость  $XOY$  в момент времени  $t_0$ ,  $m \in [1; M_0]$  - параметр,  $M_0$  - количество узлов интерполяции контура очага,  $\tilde{L}_0(m) = \tilde{L}(m; t_0)$  [6];

-  $\Delta t$  - временной шаг (мин).

Выходным параметром модели должен являться контур  $\tilde{L}_i(m)$  ( $m \in [1; M_i]$ ,  $M_i$  - количество узлов интерполяции  $i$ -ого контура) на  $i$ -ом временном шаге  $t_i = t_0 + \Delta t \cdot i$  ( $i = 0..I$ ),  $\tilde{L}_i(m) = \tilde{L}(m; t_0 + \Delta t \cdot i)$ .

Модель базируется на итерационном принципе, т.е. проекция контура на следующем временном шаге строится по проекции предыдущего контура, что дает возможность получить множество контуров  $\{\tilde{L}_i(m)\}_{i=0..I}$  (кроков)

$$\tilde{L}_{i+1}(m) = \tilde{L}_i(m) + V_{ri} \cdot \Delta t = \begin{cases} \tilde{X}_{i+1}(m) = \tilde{X}_i(m) + V_{rxi}(m) \cdot \Delta t; \\ \tilde{Y}_{i+1}(m) = \tilde{Y}_i(m) + V_{ryi}(m) \cdot \Delta t; \end{cases} \quad m \in [1; M_i]. \quad (1)$$

Для нахождения вида функций  $V_{rxi}(m)$  и  $V_{ryi}(m)$  - компонент вектора скорости воспользуемся моделью нормальной скорости [3] и годографом скорости распространения кромки пожара по поверхности рельефа [7].

Введем обозначения значений производных компонент  $i$ -ого параметрического контура по параметру  $m$  в произвольной  $m_0$ -ой точке данного контура ( $m_0 \in [1; M_i]$ ) как

$$\dot{x}_{i0} = \dot{\tilde{X}}_i(m_0) = \left. \frac{d\tilde{X}_i(m)}{dm} \right|_{m=m_0}; \quad \dot{y}_{i0} = \dot{\tilde{Y}}_i(m_0) = \left. \frac{d\tilde{Y}_i(m)}{dm} \right|_{m=m_0}. \quad (2)$$

Единичный вектор внешней нормали  $\vec{n}$  к контуру  $\tilde{L}_i(m)$  в точке контура  $m_{i0}$  имеет координаты  $\vec{n} \left( -\frac{\dot{y}_{i0}}{\sqrt{\dot{x}_{i0}^2 + \dot{y}_{i0}^2}}; \frac{\dot{x}_{i0}}{\sqrt{\dot{x}_{i0}^2 + \dot{y}_{i0}^2}} \right)$  (при задании

исходного контура с отрицательным направлением обхода). Соответственно, вектор нормальной скорости  $\vec{v}_n$  в точке контура  $m_{i0}$  задается координатами

$$\vec{v}_n = v_{r0} \begin{bmatrix} -\dot{y}_{i0} / \sqrt{\dot{x}_{i0}^2 + \dot{y}_{i0}^2} \\ \dot{x}_{i0} / \sqrt{\dot{x}_{i0}^2 + \dot{y}_{i0}^2} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

В точке  $m_{i0}$  вектор нормали  $\vec{n}$  образует угол  $\gamma$  (рад) с осью OX

$$\gamma = \arctan \left( \frac{\dot{x}_{i0}}{\sqrt{\dot{x}_{i0}^2 + \dot{y}_{i0}^2}}; -\frac{\dot{y}_{i0}}{\sqrt{\dot{x}_{i0}^2 + \dot{y}_{i0}^2}} \right). \quad (4)$$

В [7] получено параметрическое выражение для проекции годографа скорости кромки на поверхности рельефа, где азимутальный угол  $\varphi$  отмеряться от направления градиента рельефа в данной точке, что неудобно при построении модели динамики кромки.

Для проекции годографа, заданного в системе координат XOY и азимутальным углом  $\varphi$ , отмеряемым уже от оси OX, будут иметь место выражения для зависимости компонент скорости от угла  $\varphi$

$$V_{rx}(\varphi) = 4 \sqrt{\frac{1 + Z_y^2}{1 + Z_x^2}} \cos \varphi \cdot \hat{K}; \quad V_{ry}(\varphi) = 4 \sqrt{\frac{1 + Z_x^2}{1 + Z_y^2}} \sin \varphi \cdot \hat{K}; \quad (5)$$

$$\hat{K} = v_{r0} \cdot \frac{\left[ 1 - 1,447 \cdot \frac{Z_x \cos \varphi + Z_y \sin \varphi}{\sqrt{(Z_x \cos \varphi + Z_y \sin \varphi)^2 + 1}} \right]^{-1,253}}{\sqrt{\sqrt{(1 + Z_x^2)(1 + Z_y^2)} + \sin 2\varphi Z_x Z_y}} \quad (6)$$

где  $Z_x = \frac{\partial S(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=x_0, y=y_0}$ ;  $Z_y = \frac{\partial S(x, y)}{\partial y} \Big|_{x=x_0, y=y_0}$ ;  $(x_0; y_0)$  - точка контура.

Непосредственная подстановка в выражения (5)-(6) угла  $\gamma$  вместо  $\varphi$  позволяет найти значение скорости кромки в направлении нормали в каждой точке контура (рис. 1). При этом, в силу произвольности выбора точки  $m_{i0}$ , полагаем ее независимой переменной, и опуская индекс 0, после упрощения, получим

$$V_{rxi}(m) = -\dot{y}_i \cdot 4 \sqrt{\frac{1 + Z_y^2(m)}{1 + Z_x^2(m)}} \cdot \hat{V}_i(m); \quad (7)$$

$$V_{ryi}(m) = \dot{x}_i \cdot 4 \sqrt{\frac{1 + Z_x^2(m)}{1 + Z_y^2(m)}} \cdot \hat{V}_i(m), \quad (8)$$

где

$$\hat{V}_i(m) = \frac{v_{r0} \cdot \left[ 1 + 1,447 \cdot \frac{Z_x(m) \cdot \dot{y}_i - Z_y(m) \cdot \dot{x}_i}{\sqrt{(Z_x(m) \cdot \dot{y}_i - Z_y(m) \cdot \dot{x}_i)^2 + \dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2}} \right]^{-1,253}}{\sqrt{(\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2)} \sqrt{(1 + Z_x^2(m))(1 + Z_y^2(m)) - 2\dot{x}_i \dot{y}_i Z_x(m) Z_y(m)}}; \quad (9)$$

$$Z_x(m) = \left. \frac{\partial S(x, y)}{\partial x} \right|_{\substack{x=\tilde{x}_i(m) \\ y=\tilde{y}_i(m)}}; \quad Z_y(m) = \left. \frac{\partial S(x, y)}{\partial y} \right|_{\substack{x=\tilde{x}_i(m) \\ y=\tilde{y}_i(m)}}. \quad (10)$$

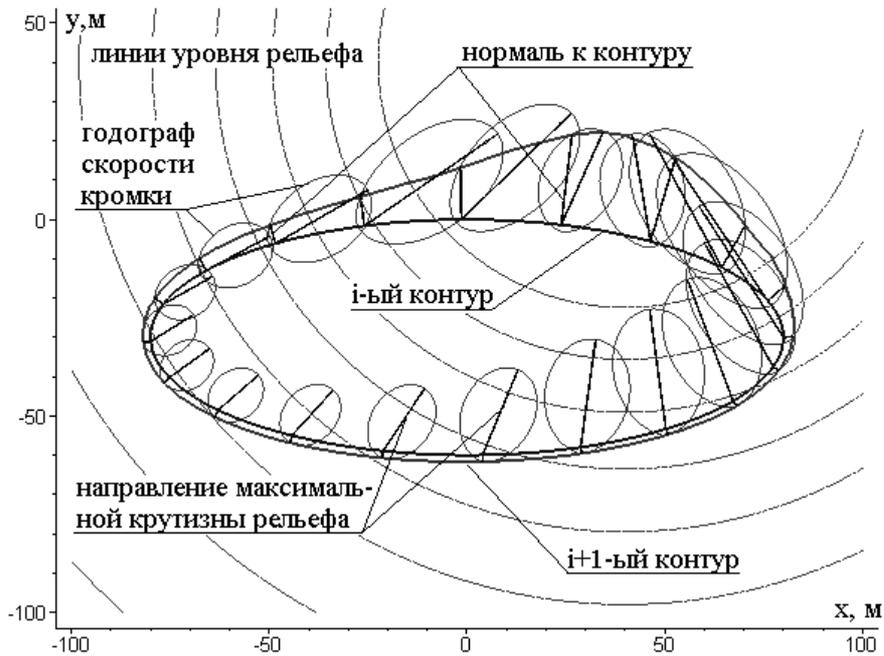


Рис. 1 - Иллюстрация принципа построения итерационной модели динамики контура на выпуклом рельефе

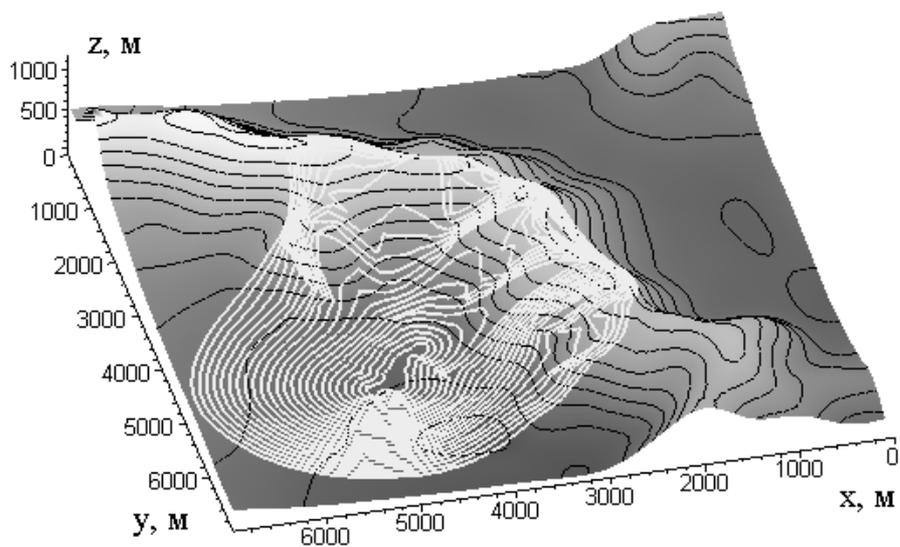


Рис. 2 - Пример моделирования динамики ландшафтного пожара в условиях горной местности (100-минутные кроки)

Подстановка (7)-(8) в (1) решает задачу создания модели итерационного построения проекции контура (рис. 1).

Переход к заданию пространственного контура осуществляется подстановкой уравнения проекции контура в уравнение поверхности рельефа

$$L_{i+1}(m) = \begin{cases} \tilde{X}_{i+1}(m); \\ \tilde{Y}_{i+1}(m); \\ S(\tilde{X}_{i+1}(m); \tilde{Y}_{i+1}(m)). \end{cases} \quad (11)$$

При итерационном построении удобно пользоваться процедурой векторизации контура с последующей его сплайн-интерполяцией, что не приводит к разрастанию объема символьных вычислений при росте  $i$ . Соответственно, на каждом  $i+1$ -ом этапе вместо  $L_{i+1}(m)$  в (11) следует использовать его аппроксимацию  $\tilde{L}_{i+1}(m)$ . Данный подход позволяет строить прогноз (рис. 2) динамики контура ландшафтного пожара в условиях реального рельефа.

Полученный прогноз динамики контура подтверждает имеющиеся наблюдения за поведением пожара в горах [8].

Выводы. Получена итерационная математическая модель динамики контура ландшафтного пожара по поверхности рельефа. Данная модель может являться элементом ГИС прогнозирования поведения пожара.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Finney M. "FARSITE: Fire Area Simulator-Model Development and Evaluation". Res. Pap. RMRS-RP-4. Ogden. UT: U.S. Department of Agriculture. Forest Service. Rocky Mountain Research Station, 1998. - 47 p.
2. Костюк Ю.Л., Фукс А.Л. Представление рельефа земной поверхности в геоинформационных системах // Геоинформатика-2000: Труды МНПК. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. С. 110-118.
3. Доррер Г.А. Математические модели динамики лесных пожаров. – М.: Лесная промышленность, 1979. – 161 с.
4. Курбатский Н.П. Техника и тактика тушения лесных пожаров. М.: Гослесбумиздат, 1962.- 154 с.
5. Абрамов Ю.А., Тарасенко А.А. Синтез аналитической модели поверхности по линиям уровня // Проблеми надзвичайних ситуацій. Зб. наук. пр. УЦЗ України. Вип. 6. – Харків: УЦЗУ, 2007.- С. 11-22.
6. Абрамов Ю.А., Тарасенко А.А. Аналитическая математическая модель контура зоны локальной чрезвычайной ситуации // Науковий вісник

будівництва. Зб. наук. пр. ХДТУБА. Вип. 42. - Харків: ХДТУБА, ХОТВ АБУ, 2007.- С. 171-174.

7. Тарасенко А.А. Модель скорости распространения кромки ландшафтного пожара по поверхности рельефа // Науковий вісник будівництва. Зб. наук. пр. ХДТУБА. Вип. 47. - Харків: ХДТУБА, ХОТВ АБУ, 2008.- С. 112-118.

8. Софронов М.А.. Лесные пожары в горах Южной Сибири. Москва: Наука, 1967. - 150 с.