УДК 614. 84

Ю.А. Абрамов, д-р техн. наук, профессор, проректор, АПБУ,
А.Е. Басманов, к-т техн. наук, ст. преподаватель, АПБУ,
А. А. Тарасенко, ст. преподаватель, АПБУ

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ РАСПРОСТРАНЕНИЯ И ТУШЕНИЯ ЛЕСНОГО ПОЖАРА

Построена общая модель распространения и тушения низового лесного пожара, исходя из представлений о ширине кромки пожара как о случайном процессе. Найдена вероятность локализации пожара силами пожаротушения.

Постановка проблемы. Ежегодно наносимый народному хозяйству урон от лесных пожаров демонстрирует недостаточную эффективность проводимых противопожарных мероприятий. Интуитивный выбор тактических решений, принимаемых руководителем тушения пожара на основе лишь качественных представлений, оказывается зачастую не оптимальным. Повысить эффективность мер борьбы должны количественные оценки, получаемые в виде математических моделей распространения и тушения лесных пожаров. Поскольку феноменология лесных пожаров во многом демонстрирует их случайный характер, то и такие модели должны принадлежать к классу стохастических.

Анализ публикаций. Описание распространения лесного пожара в виде случайного процесса можно найти в работах [1-5]. Теория выбросов случайных процессов использовалась в [2] в качестве математического аппарата модели перехода огня через противопожарный разрыв. В тоже время, в литературе не найдены модели распространения огня по случайному слою лесного горючего материала (ЛГМ), зависимости влияния пространственных неоднородностей ЛГМ на интегральные характеристики пожара и на эффективность проводимых профилактических и оперативно-тактических противопожарных мероприятий.

Постановка задачи. В предположении, что процессы распространения и тушения лесного пожара являются случайными, необходимо построить математическую модель этих процессов, принадлежащую к классу стохастических.

Вероятностная модель тушения лесного пожара. Исходя из вероятностных представлений о характере распространения лесного пожара, следует считать локализацию пожара случайным событием. Решение задачи о выбросе за нулевую ординату случайного процесса – ширины кромки пожара, распространяющегося по неоднородному слою лесного горючего материала, позволяет найти вероятность локализации лесного пожара в выбранном направлении.

В работе [6] представлена модель распространения низового лесного пожара по неоднородному слою ЛГМ.

При учете внешних факторов (ветер, рельеф) скорость распространения пожара будет неодинакова в различных направлениях φ, т.е. $V=V(\varphi)$. Зафиксируем некоторый угол, например, определяющий направление распространения фронта пожара, и будем рассматривать все протекающие процессы в этом направлении.

Рассмотрим фронт пожара в момент t как разность двух множеств $C=A\backslash B$, где A – все точки пространства, подвергшиеся к моменту t действию огня, B – точки пространства, где горение уже прекратилось. Таким образом, продвижение пожара можно представить как перемещение со временем области C по слою горючего материала. Каждое из множеств в выбранном направлении можно охарактеризовать радиус-векторами. Пусть для множества A задан $R_A(t)$, для множества B – $R_B(t)$. Очевидно, что $R_A(t)$ и $R_B(t)$ описывают внешнюю и внутреннюю границы фронта, и в общем случае, являются векторами случайной длины, меняющейся со временем и, таким образом, являются случайными процессами. Область C в выбранном направлении будет характеризоваться разностью этих векторов, т.е. ширина кромки пожара (также случайная) $L(t)=R_A(t)-R_B(t)$. Кроме того, будем полагать, что в момент обнаружения очага $t_0=0$ фронт описывается неслучайными векторами R_{A0} и R_{B0}, а ширина фронта $L_0=R_{A0}-R_{B0}$.

В [6] на основании представления пирологических характеристик слоя горючего материала в виде однородных случайных полей, введена модель скорости V_A распространения огня по такому слою в виде нормального стационарного случайного процесса (СП). Математическое ожидание υ_A СП V_A является функцией пирологических параметров слоя и внешнего (ветер, рельеф) воздействия и может быть определено по одной из существующих моделей скорости распространения лесного пожара [7-10]. Дисперсия СП V_A определяется из задаваемой корреляционной функции скорости. Плотность вероятности СП V_A в первом приближении имеет вид

$$f(v_A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{V_A}} e^{-\frac{(v_A-\vartheta_A)^2}{2\sigma_{V_A}^2}}. \qquad (1)$$

Корреляционная функция

$$K_{V_A}(t_1, t_2) = K_{V_A}(t_2 - t_1) = K_{V_A}(\tau) = \sigma_{V_A}{}^2 e^{-\alpha|\tau|}, \quad (2)$$

где $\sigma_{V_A}{}^2$ – дисперсия скорости распространения области А.

Аналогичным образом введем нормальный стационарный СП V_B для скорости распространения области В, которая является функцией тех же лесопирологических параметров, что и V_A. Очевидно, что для развитого пожара средняя скорость распространения и тушения будут равны, т.е. $\vartheta_A = \vartheta_B$, однако корреляционная функция для СП V_B будет принципиально отличаться от $K_{V_A}(t_1, t_2)$, поскольку расширение области В связано не с физическим механизмом горения, а с его прекращением. Поэтому корреляция между соседними по времени значениями скорости тушения будет отсутствовать, т.е. СП V_B представляет собой «белый шум». Для СП V_B имеем

$$f(v_B) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{V_B}} e^{-\frac{(v_B - \vartheta_B)^2}{2\sigma_{V_B}{}^2}}; \quad (3)$$

$$K_{V_B}(t_1, t_2) = K_{V_B}(t_2 - t_1) = K_{V_B}(\tau) = \sigma_{V_B}{}^2 \delta(\tau), \quad (4)$$

где $\sigma_{V_B}{}^2$ - дисперсия скорости распространения области В.

Найдем плотность вероятности СП $R_A(t)$ и $R_B(t)$. Очевидно, что радиус пожара есть интеграл по времени от скорости его распространения

$$R = R_0 + \int_0^t V(x)dx \quad (5)$$

В силу стационарности СП V_A и V_B и с учетом (5) для математического ожидания СП R_A и R_B имеем

$$MR_A(t) = M(R_{A0} + \int_0^t V_A(x)dx) = R_{A0} + \int_0^t MV_A(x)dx = R_{A0} + \int_0^t \vartheta_A dx = R_{A0} + \vartheta_A t;$$

$$MR_B(t) = R_{B0} + \vartheta_B t. \quad (6)$$

Дисперсии СП R_A и R_B найдем по формуле [11]

$$DR(t) = 2\int_0^t (t-\tau)K_v(\tau)d\tau. \qquad (7)$$

Подставляя в (7) выражения (2) и (4) и интегрируя, получим

$$DR_A(t)=\sigma_{R_A}{}^2(t) = \frac{2\sigma_{V_A}{}^2}{\alpha}\left(t+\frac{e^{-\alpha t}}{\alpha}-\frac{1}{\alpha}\right); \qquad (8)$$

$$DR_B(t) = \sigma_{R_B}{}^2(t) = 2\sigma_{V_B}{}^2 t. \qquad (9)$$

Из анализа (8) видно, что при больших значениях t, что соответствует развитому пожару

$$DR_A(t)=\sigma_{R_A}{}^2(t) \cong \frac{2\sigma_{V_A}{}^2}{\alpha} t. \qquad (10)$$

Поскольку интеграл от нормального СП – нормальный СП [11], то получаем для плотностей вероятности СП $R_A(t)$ и $R_B(t)$

$$f(r_A,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{R_A}}\exp\left(-\frac{(r_A - R_{A0} - \vartheta_A t)^2}{2\sigma_{R_A}{}^2}\right); \qquad (11)$$

$$f(r_B,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_{R_B}}\exp\left(-\frac{(r_B - R_{B0} - \vartheta_B t)^2}{2\sigma_{R_B}{}^2}\right), \qquad (12)$$

где σ_{R_A} и σ_{R_B} находятся соответственно из выражений (10) и (9).

Следует заметить, что в отличие от стационарных СП V_A и V_B процессы R_A и R_B стационарными не являются.

Рассмотрим другой СП $L(t)=R_A(t)-R_B(t)$ – ширину кромки пожара. Отметим, что при любом t $R_A(t)\geq R_B(t)$, т.к. ширина не может быть отрицательной, и значит

$$L(t)\geq 0. \qquad (13)$$

Вследствие того, что для СП Z=X-Y плотность вероятности [11]

$$f(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_y(y) f_x(z+y)dy, \qquad (14)$$

поэтому плотность вероятности СП L(t) равна

$$f(l,t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{R_B}(r_B,t)\ f_{R_A}(l+r_B,t)dr_B\ . \qquad (15)$$

Учет условия (13) приводит к необходимости нормировки выражения (15). Для этого воспользуемся формулой условной плотности распределения [12]

$$f(x|y) = \frac{f(x,y)}{f(y)} = \frac{f(x,y)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy}. \qquad (16)$$

Полагая $f(l) = f(l,l)$, получим с учетом (15) и (13)

$$f(l|l \geq 0,t) = \frac{f(l,t)}{\int_{0}^{\infty} f(l,t)dl} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} f_{R_B}(r_B,t)\ f_{R_A}(l+r_B,t)dr_B}{\int_{0}^{\infty} dl \int_{-\infty}^{\infty} f_{R_B}(r_B,t)\ f_{R_A}(l+r_B,t)dr_B}. \qquad (17)$$

Подставив (11) и (12) в (17), после интегрирования получим

$$f(l|l \geq 0,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi({\sigma_{R_A}}^2 + {\sigma_{R_B}}^2)}} \exp\left(-\frac{(l - R_{A0} - \vartheta_A t + R_{B0} - \vartheta_B t)^2}{2({\sigma_{R_A}}^2 + {\sigma_{R_B}}^2)}\right) \times$$
$$\times \frac{1}{1 - \mathrm{erf}\left(\frac{-R_{A0} - \vartheta_A t + R_{B0} - \vartheta_B t}{\sqrt{2({\sigma_{R_A}}^2 + {\sigma_{R_B}}^2)}}\right)}, \qquad (18)$$

что открывает возможности для нахождения вероятности равенства значения СП L нулю (используя теорию выбросов случайных процессов [11]). Решение данной задачи будет означать нахождение вероятности затухания пожара в выбранном направлении вследствие флуктуаций скорости внешней и внутренней границ кромки пожара.

Вероятность P_0 того, что за время T не произойдет ни одного выброса за уровень с ординатой, равной a [11],

$$P_0 = \exp(-\int_0^T\int_0^\infty v_L f(l|_{l=a}, v_L \mid t)\, dv_L\, dt), \tag{19}$$

где v_L – значение СП V_L – скорости изменения ширины СП L, т.е.

$$V_L \equiv L'_t, \tag{20}$$

а $f(l, v_L \mid t)$ - двумерный закон распределения ординаты СП L и его производной V_L в один и тот же момент времени t.

Соответственно, вероятность того, что за время T произойдет выброс, равна

$$P_B = 1 - P_0. \tag{21}$$

Рассмотрим $f(l, v_L \mid t)$. Скорость изменения ординаты случайной функции и ордината случайной функции для того же момента времени являются некоррелированными случайными величинами [11], а для нормального случайного процесса, следовательно, и независимыми величинами. Поэтому двумерная плотность распределения вероятности $f(l, v_L \mid t)$ является произведением нормальных плотностей распределения для СП L и СП V_L, вследствие чего можно записать

$$P_B = 1 - \exp(-\int_0^T\int_0^\infty v_L\, f(v_L) f(l|_{l=a}, t) dv_L\, dt), \tag{22}$$

Плотность вероятности $f(l,t)$ для СП L известна (выражение (18)).

Найдем плотность вероятности $f(v_L)$ для СП V_L.

Очевидно, что

$$V_L = V_A - V_B. \tag{23}$$

В силу нормальности СП V_A и СП V_B, СП V_L тоже нормальный. Поэтому для него математическое ожидание равно разности математических ожиданий слагаемых и дисперсия равна сумме дисперсий слагаемых

$$\upsilon_L \equiv MV_L = MV_A - MV_B = \vartheta_A - \vartheta_B;$$

$$\sigma_L^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2. \tag{24}$$

Таким образом, получаем плотность вероятности СП V_L

$$f(v_L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{V_A}{}^2 + \sigma_{V_B}{}^2)}} \exp\left(- \frac{(v_L - \vartheta_A + \vartheta_B)^2}{2(\sigma_{V_A}{}^2 + \sigma_{V_B}{}^2)} \right). \qquad (25)$$

Подставляя (25) и (18) в (22), окончательно получим вероятность выброса СП L за уровень а. Очевидно, что

$$P_B = P_B(a,\ R_{A0},\ R_{B0},\ \vartheta_A,\ \vartheta_B,\ \sigma_{V_A},\ \sigma_{V_B},\ t). \qquad (25)$$

Полагая в (25) а=0, получим вероятность того, что ширина кромки пожара в результате флуктуаций скорости внешней и внутренней границ будет равна 0. Тем самым находим вероятность того, что в выбранном направлении пожар погаснет.

Рассмотрим математическое ожидание скорости внутренней границы кромки пожара в виде $\vartheta_B = \vartheta_A - \delta V$. Очевидно, что δV в общем случае может иметь разный знак. В частности, когда внешняя граница кромки пожара достигает негорючего препятствия, то, начиная с этого момента, δV становится меньше 0. В этом случае локализация пожара происходит (рис. 1) с вероятностью 1. Для установившегося режима (при равенстве математических ожиданий скоростей внешней и внутренней границ) вероятность самолокализации также принимает значение равное 1, но гораздо позже. Противоречие между этим результатом и фактом неограниченного распространения пожара по бесконечному слою ЛГМ можно объяснить тем, что в предлагаемую модель заложен неограниченный рост дисперсии радиуса пожара (см. (10)), что физически не реализуется [5].

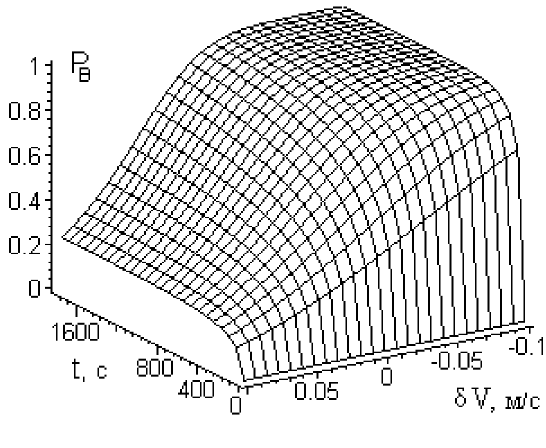

Рисунок 1 – График зависимости $P_B(t, \delta V)$. ϑ_A=0.5 м/с, L_0=0.2 м,

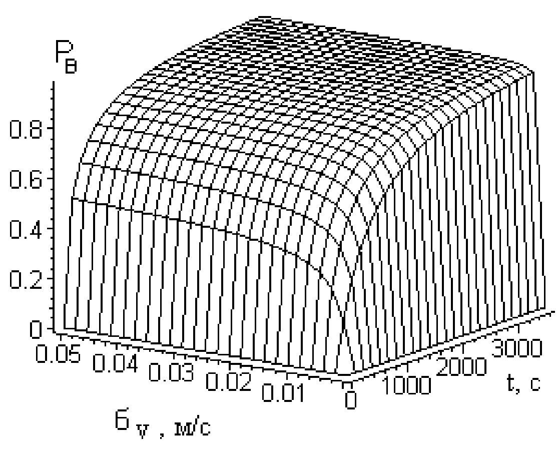

Рисунок 2 – График зависимости $P_B(t, \sigma_V)$. ϑ_A=0.5 м/с, L_0=0.2 м

$\sigma_{V_A} = \sigma_{V_B}$ **=0.1 м/с**

В случае неустановившегося режима (на начальном этапе загорания) скорость внешней границы превосходит скорость внутренней, математическое ожидание ширины кромки пожара со временем растет, и вероятность того, что пожар погаснет сам собой невелика (хотя и не равна 0), тем самым, подтверждая факт, что не всякое загорание приводит к пожару. Объяснить этот факт можно наличием дисперсии скоростей границ кромки (которая сама является следствием неоднородности слоя ЛГМ). На рис. 2 показана вероятность локализации пожара в зависимости от среднеквадратичного отклонения скорости (в данном случае равной для обеих границ) для случая установившегося режима распространения пожара, т.е. при $\vartheta_A = \vartheta_B$.

Анализ показывает, что при равенстве дисперсии нулю, что соответствует детерминированному распространению пламени (т.е. распространению по однородному слою ЛГМ), самопроизвольное тушение пламени невозможно. На рис. 3 показана динамика зависимости вероятности локализации пожара от первоначальной ширины кромки пожара (для случая равенства $\vartheta_A = \vartheta_B$). Видно, что эта зависимость довольно слаба, но качественно вполне объяснима, – чем шире первоначальная кромка, тем вероятность погаснуть кромке на текущий момент меньше.

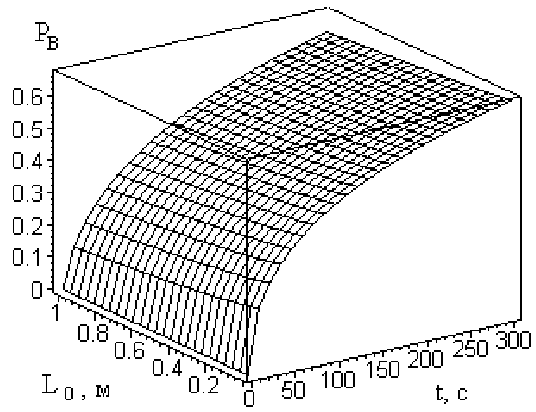

Рисунок 3 – График зависимости $P_B(t, L_0)$. $V_A=V_B=0.5$ м/с, $R_{A0}=100$ м, $\sigma_{V_A} = \sigma_{V_B}$ **=0.1 м/с**

Полученное соотношение (22) позволяет определять вероятность как самолокализации (т.е. самопроизвольного прекращения пожара под влиянием флуктуаций скоростеобразующих факторов), так и моделировать процессы в зависимости от предпринимаемых мер пожаротушения. В частности, тушение пожара в терминах скоростей границ фронта можно интерпретировать как уменьшение математического ожидания и дисперсии скорости внешней границы фронта при том или ином характере воздействия на пожар. Например, модель скорости распространения огня Ротермела [7] позволяет учесть влажность горючего материала, долю негорючей компоненты, толщину слоя ЛГМ и другие факторы, воздействуя искусственно на которые, можно тем самым приостановить (локализовать) распространение пожара с той или иной вероятностью.

Выводы. Предложена математическая модель для вероятности локализации низового лесного пожара как функции геометрических параметров очага пожара и параметров неоднородного слоя ЛГМ, которая может быть применена к основным оперативно-тактическим элементам пожара (фронт, тыл, фланги). Показана принципиальная возможность получения оценки эффективности проводимых противопожарных мероприятий, и, таким образом, формирования оптимальных управленческих решений [13].

ЛИТЕРАТУРА

1 Доррер Г.А. Теория распространения пожара как волнового процесса: Автореф.дис…д-ра техн. наук: 06.03.03./ ИЛиД СО АН СССР.- Красноярск, 1989. – 45 с.

2 Доррер Г.А. Модель процесса перехода лесного пожара через разрыв в слое горючего материала. // Лесные пожары и борьба с ними. – М.: ВНИИЛМ, 1987. – С. 50 – 65.

3 Воробьев О.Ю., Доррер Г.А. Вероятностная модель распространения лесного пожара // Вопросы лесной пирологии. – Красноярск: Институт леса и древесины, 1974. – С.118 – 133.

4 Воробьев О.Ю., Валендик Э.Н. Вероятностное множественное моделирование распространения лесных пожаров.- Новосибирск.: Наука, 1978. – 159 с.

5 Доррер Г.А. Оценка статистических характеристик контуров лесных пожаров // ФГВ. – 1978. – № 2. – С. 71 – 76.

6 Абрамов Ю.А., Мигунова Л.В., Тарасенко А.А. Исследование процессов распространения лесного пожара методами стохастического анализа. Проблемы пожарной безопасности. Сб. научн. тр. АПБ Украины, Юбилейный выпуск – Харьков: Фолио, 2003. – С. 65 – 73.

7 Гусев В.Г., Корчунова И.Ю. О методе расчета скорости распространения лесного низового пожара. Сб. науч. тр. Лесные пожары и борьба с ними. Л.: ЛенНИИЛХ, 1986. – С. 31 – 50.

8 Коровин Г.Н. Методика расчета некоторых параметров низовых лесных пожаров. Сб. науч. тр. Лесные пожары и борьба с ними. Л.: ЛенНИИЛХ, 1969. – Вып. XII. – С. 244 – 262.

9 Телицын Г.П. Зависимость скорости распространения низовых пожаров от условий погоды // Сб. тр. ДальНИИЛХ, 1965, Вып. 7.– С. 391 – 405.

10 Басманов А.Е., Созник А.П., Тарасенко А.А. Экспериментально-аналитическая модель скорости распространения низового лесного пожара. Проблемы пожарной безопасности. Сб. научн. тр. АПБ Украины, Вып. 11– Харьков: Фолио, 2002. – С. 17 – 25.

11 Свешников А.А.Прикладные методы теории случайных функций. М.:

Наука, 1968. – 464 с.
12 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высш. шк., 2002. – 405 с.
13 Коваленков С.В., Дыгало А.М., Тарасенко А.А. Оценка принятия решения руковрдителем тушения лесных пожаров. Проблемы пожарной безопасности. Сб. науч. тр. – Вып. 9. – Харьков: “Фолио”, 2001. – С. 40 – 42.

Статья поступила в редакцию 03.03 2003 г.