

Министерство образования и науки Украины

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Северо-Восточный научный центр  
Транспортной академии Украины

**ВЕСТНИК**

ХАРЬКОВСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО  
АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНОГО УНИВЕРСИТЕТА

---

Сборник научных трудов

Выпуск 71

**BULLETIN**

of

KHARKIV NATIONAL  
AUTOMOBILE AND HIGHWAY UNIVERSITY

---

Collection of Scientific Works

Issue 71

Харьков 2015

## СОДЕРЖАНИЕ

## МАШИНОСТРОЕНИЕ

<i>Подризало М.А., Абрамов Д.В., Тесля В.О.</i> Визначення необхідного запасу потужності двигуна в момент розгону автомобіля, що здійснює обгін .....	7
<i>Воронков А.И.</i> Изменение по скоростным характеристикам показателей рабочего процесса при подогреве сжатого воздуха на входе в пневмодвигатель.....	13
<i>Андрюченко С.В., Устиненко А.В., Протасов Р.В.</i> Методика анализа и повышения ресурса цепной передачи по критерию износа зуба звездочки с эволютным профилем .....	17
<i>Хорошилов О.И.</i> Разработка методики испытания медных сплавов в температурном интервале их формообразования.....	25
<i>Волков Ю.В.</i> Регрессивный анализ и перспективы развития технической эксплуатации автомобилей.....	30
<i>Семків О.М.</i> Метод визначення особливих траєкторій коливань вантажу 2 $\alpha$ -пружинного маятника.....	36

## ДОРОЖНО-СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

<i>Батракова А.Г., Ряпухин В.И., Вороний А.В., Дорожко Е.В., Егоров П.А.</i> Исследование деформирования образца из асфальтобетона на раскол с использованием тензометрической аппаратуры .....	45
<i>Кудрявцева Вальдес С.В.</i> Влияние поверхностно-активных веществ на сцепление окисленных и остаточных битумов с твердой подложкой .....	50
<i>Кожушко В.П.</i> Гибкая плита, одна сторона которой закреплена, а противоположная ей сторона опирается на две стойки, установленные в угловых точках.....	54
<i>Богомолов В.О., Жданюк В.К., Цинка А.О.</i> Гранична поверхня за законом Кулона при 3-D розрахунках нежорстких дорожніх одягів на міцність.....	59
<i>Янчевський І.В.</i> Прогнозування добової зміни термов'язкопружного стану дорожнього одягу. Частина 2. Се-аналіз температурного поля.....	64
<i>Шмуклер В.С., Бугаевский С.А., Никулин В.Б.</i> Система «Монофант» для возведения монолитных железобетонных каркасов.....	70

## ЭКОЛОГИЯ

<i>Лейбович Л.И., Пацурковский П.А.</i> Окисление сероводорода во влажном воздухе.....	85
<i>Хоботова Э.Б., Игнатенко М.И.</i> Радионуклидный состав отходов энергетической отрасли .....	91
<i>Чугай А.В.</i> Оцінка впливу експлуатації автозаправних станцій на навколишнє природне середовище.....	97
<i>Третьяков О.В., Безсоиный В.Л.</i> Оцінка впливу стічних вод на екологічний стан річки Сіверський Донець.....	103
<i>Карпенко В.А., Перегов В.А., Левченко А.Н., Коряк А.А.</i> Вопросы шума при взаимодействии шины с дорогой .....	109

## МЕХАТРОНИКА

<i>Єфименко О.В., Плузіна Т.В.</i> Комп'ютерне моделювання робочих процесів одноківшових навантажувачів .....	113
<i>Чаговець В.В., Чаговець Л.О.</i> Сучасний напрям використання інформаційно- комунікаційних технологій .....	118

## АВТОМОБИЛЬНЫЕ ДОРОГИ

<i>Сахацкий В.Д.</i> Сверхширокополосный излучатель для георадарных систем контроля автомобильных дорог .....	125
--	-----

## БЕЗОПАСНОСТЬ ДВИЖЕНИЯ

<i>Швец Р.М., Остапешский С.А.</i> Альтернативный подход к терминальному управлению дистанцией между автомобилями в условиях прогнозируемой угрозы движению .....	132
<i>Внукова Н.В.</i> Основні принципи використання критеріїв ризику до оцінювання безпеки функціонування АДС .....	138
<i>Мирошченко С.В., Ласка Р.В.</i> Безпека руху та захист мостів від поверхневої води .....	146
<i>Остапешський С.О., Башиїнський А.Л.</i> Альтернативний підхід до оцінки поперечної стійкості автомобіля .....	151

## CONTENTS

## MACHINE BUILDING

<i>Podryhalo M., Abramov D., Teslya V.</i> Determining the necessary engine reserve power capacity at the moment of overtaking car acceleration.....	7
<i>Voronkov A.</i> Change of working process indexes according to speed characteristics when heating the compressed air during the admittance to the pneumatic engine.....	13
<i>Andrienko S., Ustinenko A., Protasov R.</i> Methods of analysis and increase of the chain drive resource by the criterion of sprocket tooth wear with evolute profile.....	17
<i>Khoroshilov O.</i> Development of copper alloy test methods within the temperature range of their forming process.....	25
<i>Volkov Yu.</i> Retrospective analysis and the prospects of development of technical maintenance of vehicles.....	30
<i>Semkiv O.</i> The method of determining special load oscillation trajectories of the 2d-spring pendulum.....	36

## ROAD-BUILDING MATERIALS

<i>Batrkova A., Riapukhin V., Voropay A., Dorozhko Ye., Yegorov P.</i> Research of asphalt-concrete sample deformation for splitting using tensiometric equipment.....	45
<i>Kudriavtseva Valdes S.</i> Influence of surface-active substances on adhesion of oxidized and residual bitumen with a solid support.....	50
<i>Kozhushko V.</i> Flexible plate one side of which is restrained and the opposite one rests on two legs set at the corner points.....	54
<i>Bogomolov V., Zhdanyuk V., Tsynka A.</i> Boundary surface by coulomb's law at 3-D calculations of flexible pavements according to strength.....	59
<i>Yanchevskiy I.</i> Prediction of daily change of the thermoviscoelastic state of road pavement. Part 2. Fem-analysis of the temperature field.....	64
<i>Shmukler V., Buhayevskiy S., Nikulin V.</i> «MONOFANT» system for construction of cast reinforced concrete frames.....	70

## ECOLOGY

<i>Leibovich L., Patsurkovskiy P.</i> Hydrogen sulfide oxidation in humid air.....	85
<i>Khobotova E., Ignatenko M.</i> The radionuclide composition of wastes produced by power industry.....	91
<i>Chuhay A.</i> Evaluation of the impact of petrol stations operation on the environment.....	97
<i>Tretiakov O., Bezsonnyi V.</i> Assessment of impact of sewage waters on the environmental state of the Siverskyi Dnests river.....	103
<i>Karpenko V., Perehon V., Levchenko A., Koryak A.</i> Problems of noise generation at tire interaction with the road surface.....	109

## MECHATRONICS

<i>Yefimenko A., Pluhina T.</i> Computer design of working processes of single-bucket loading machines .....	113
<i>Chahovets V., Chahovets L.</i> Modern trend of using information and communication technologies .....	118

## HIGHWAYS

<i>Sakhatskyi V.</i> Ultra-wideband transmitter for highway GPR control systems .....	125
---	-----

## TRAFFIC SAFETY

<i>Shvets R., Ostashevskiy S.</i> Alternative approach to terminal controlling the distance between vehicles in conditions of predictable traffic collision .....	132
<i>Vnukova N.</i> The main principles of using risk criteria for evaluation of RAE system safe functioning .....	138
<i>Myronenko S., Laska R.</i> Traffic safety and protection of bridges against superficial water .....	146
<i>Ostashevskiy S., Bashynskiy A.</i> An alternative approach to assessing the lateral stability of the car .....	151

УДК 515.2

## МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ОСОБЛИВИХ ТРАЄКТОРІЙ КОЛИВАНЬ ВАНТАЖУ 2D-ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

О.М. Семків, к.т.н., ст.н.сп.,

Національний університет цивільного захисту України, м. Харків

*Анотація.* Розроблено метод визначення засобами диференціального числення та комп'ютерної графіки геометричної форми особливої траєкторії переміщення по площині вантажу 2d-пружинного маятника залежно від маси вантажу, початкової довжини пружини у ненавантаженому стані, коефіцієнта жорсткості пружини та початкових умов виникнення коливань.

*Ключові слова:* 2d-пружинний маятник, інтегральна крива, фазова траєкторія, коефіцієнт жорсткості пружини, комп'ютерна графіка.

## МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОСОБЫХ ТРАЕКТОРИЙ КОЛЕБАНИЯ ГРУЗА 2D-ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

О.М. Семків, к.т.н., ст.н.сп.,

Національний університет гражданской защиты Украины, г. Харьков

*Аннотация.* Разработан метод определения средствами дифференциального исчисления и компьютерной графики геометрической формы особой траектории перемещения по плоскости груза 2d-пружинного маятника в зависимости от массы груза, начальной длины пружины в ненагруженном состоянии, коэффициента жесткости пружины и начальных условий возникновения колебаний.

*Ключевые слова:* 2d-пружинный маятник, интегральная кривая, фазовая траектория, коэффициент жесткости пружины, компьютерная графика.

## THE METHOD OF DETERMINING SPECIAL LOAD OSCILLATION TRAJECTORIES OF THE 2D-SPRING PENDULUM

O. Semkiv, Ph. D. (Eng.), Sr. Researcher,  
National University of Civil Protection of Ukraine

*Abstract.* A method for determining a geometric shape of a special trajectory of movement of the 2D-spring pendulum weight on the path by the means of differential calculus and computer graphics, depending on the load weight, the initial length of the spring in the unloaded condition, the coefficient of spring rigidity and the initial conditions of oscillation occurrence is developed.

*Key words:* 2D-spring pendulum, integral curve, phase trajectory, spring rigidity coefficient, computer graphics.

### Вступ

Пружинним маятником називають коливальну систему з механічною пружиною (або заміником її функцій – деяким еластичним матеріалом), що закріплена одним кінцем

стаціонарно, а на іншому кінці знаходиться вантаж певної маси. При цьому заведено вважати, що вантаж коливається виключно завдяки зусиллям пружини – як у бік її стиснення, так і у бік її розтягнення, і що конструктивно забезпечується поперечне «незги-

нання» пружини. Звичайно пружину розглядають за умови нерухомості її осі. Тобто зазначене «одновимірне» коливання пружини здійснюється переважно завдяки еластичним властивостям матеріалу, з якого її виготовлено.

Але конструкторів може зацікавити [1–3] і «двовимірне» коливання тіла пружини у вертикальній площині  $xOy$  навколо стаціонарно закріпленого кінця, подібно до коливання традиційного математичного маятника (рис. 1).

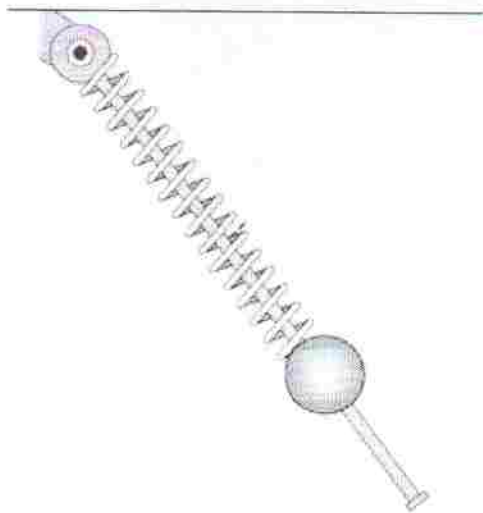


Рис. 1. Схема  $2d$ -пружинного маятника

Далі зазначену коливальну конструкцію будемо називати  $2d$ -пружинним маятником (тобто такою, яка здійснює коливання у площині). Траєкторією коливання вантажу назвемо слід на площині, одержаний в результаті його переміщення. Особливою траєкторією вважатимемо таку лінію, геометрична форма якої відрізнятиметься деякою закономірністю порівняно з траєкторіями переміщення вантажу в результаті хаотичних коливань  $2d$ -пружинного маятника.

### Аналіз публікацій

Доцільність дослідження  $2d$ -пружинних маятників виникла у зв'язку з виявленими можливостями їх «нестандартних» використання як у теоретичному плані, так і на практиці [1–5]. Дійсно, відомі зв'язки пружинних маятників з фазовими траєкторіями динамічних систем на поверхні тора, а також із теорією математичних більярдів [7]. У роботі [10] наведено розрахунки коливань  $2d$ -пружинного маятника, але без аналізу впливу його

параметрів. Крім того, диференціальні рівняння коливань  $2d$ -пружинних маятників подібні до рівнянь задач «хижак–жертва» [6], що відкриває напрям досліджень. При зазначених коливаннях цікавість викликає геометрична форма траєкторії переміщення по площині  $xOy$  вантажу [8–10]. Ця траєкторія ілюструє розв'язок відповідних диференціальних рівнянь (1), що описують коливання  $2d$ -пружинного маятника. Одержані геометричні форми траєкторії переміщення по площині вантажу допоможуть ілюструвати розв'язки певних задач (наприклад, задач «хижак–жертва» [6]), і їх розгляд дозволить аналізувати (подібно до того, як у теорії коливань застосовують фігури Ліссажу) характер розв'язків у суміжних за змістом задачах.

### Мета і постановка завдання

Метою роботи є розробка методу визначення засобами диференціального числення та комп'ютерної графіки геометричної форми особливої траєкторії переміщення по площині вантажу  $2d$ -пружинного маятника залежно від його параметрів, де головним параметром буде значення коефіцієнта жорсткості  $k$  пружини. На характер коливань  $2d$ -пружинного маятника впливатимуть такі параметри: маса вантажу, початкова довжина пружини у невантаженому стані, коефіцієнт жорсткості пружини і початкові умови ініціювання коливань – такі як початковий кут відхилення осі пружини, початкова швидкість кута відхилення  $2d$ -пружинного маятника та швидкість початкового подовження тіла пружини. Для практичних впроваджень необхідно розробити метод визначення набору значень цих параметрів, які б забезпечили особливі траєкторії переміщення вантажу.

### Модельовання коливань $2d$ -пружинного маятника

Описувати коливання  $2d$ -пружинного маятника будемо [9] за допомогою системи диференціальних рівнянь

$$\frac{d^2}{dt^2}\theta(t) = \frac{2 \frac{d}{dt} L(t) \frac{d}{dt}\theta(t) + 9,81 \sin(\theta(t))}{L(t) + L_0}; \quad (1)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} L(t) = (L(t) + L_0) \left( \frac{d}{dt}\theta(t) \right)^2 =$$

$$-\frac{kL(t)}{m} + 9,81 \cos(\theta(t)),$$

де  $\theta(t)$  – кут відхилення осі маятника від вертикалі;  $k$  – коефіцієнт жорсткості пружини;  $m$  – маса маятника;  $L(t)$  – функція зміни довжини пружини;  $L_0$  – початкова довжина маятника. Крім того, необхідно задати умови: початковий кут  $\theta(0)$  відхилення тіла маятника; початкову швидкість  $D\theta(0)$  відхилення тіла пружини; початкову швидкість  $DL(0)$  подовження тіла пружини, а також межі часу інтегрування.

Фіксуємо значення всіх параметрів, що впливають на характер коливань, крім одного (позначимо його як  $p$ ), який назвемо головним і який буде змінюватися у наперед визначених межах.

Для певного значення  $p$  систему рівнянь (1) розв'яжемо чисельним методом Рунге-Кутти. Це дозволяє у фазовому просторі одержати послідовність точок з координатами  $\{L(t), \dot{L}(t), t\}$  або  $\{\theta(t), \dot{\theta}(t), t\}$ , які визначатимуть певну інтегральну криву розв'язку системи (1) (тут крапкою позначено похідну за  $t$ ). Ортогональною проекцією інтегральної кривої з фазового простору на фазову площину буде фазова траєкторія [11, 12].

На рис. 2 наведено зображення інтегральної кривої та фазової траєкторії, які в загальному випадку матимуть хаотичний характер.

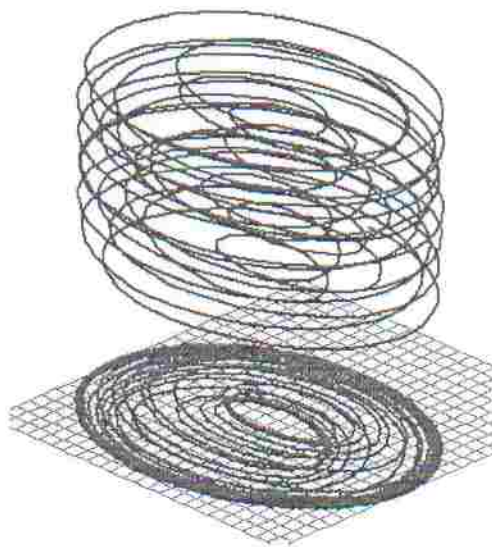


Рис. 2. Інтегральна крива та фазова траєкторія в загальному випадку.

За зміни значення головного параметра  $p$  мають змінюватися як форма інтегральної кривої, так і форма фазової траєкторії. Необхідно визначити таке значення  $p$ , за якого фазова траєкторія набуде вигляду регулярної кривої.

Взаємопроеціюючими точками інтегральної кривої назвемо такі її точки, ортогональні проєкції яких на фазову площину матимуть однакові (або близькі відносно точності обчислень) координати.

Під критичним значенням параметра  $p$  вважатимемо таке, коли інтегральна крива набуде форми, за якою її точки стануть взаємопроеціюючими. Наочно критичне значення параметра виявляється у тому, що фазова траєкторія матиме вигляд регулярної кривої (рис. 3).

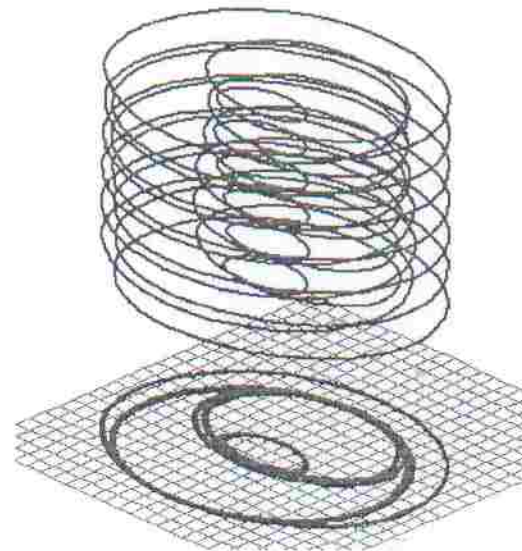


Рис. 3. Інтегральна крива та фазова траєкторія у випадку критичного значення головного параметра  $p$

За результатами відтворення коливань  $2d$ -пружинного маятника критичне значення  $k_0$  відіб'ється в особливій траєкторії форми коливання вантажу на площині  $xOy$ .

У загальному випадку пропонується такий алгоритм пошуку особливих траєкторій.

Крок 1. Обираємо поточне значення  $p$  і шляхом розв'язання системи рівнянь (1) одержуємо поточкове подання інтегральної кривої системи (1).



Крок 2. Будуємо поточкове зображення фазової траєкторії як проєкції на фазову площину інтегральної кривої.

Крок 3. Здійснюємо оцінку кількості точок на фазовій площині, за умови їх можливих суміщень при проєціюванні; ця кількість точок відповідатиме поточному значенню  $p$ .

Крок 4. Починаючи з кроку 2 виконуємо у циклі обчислення для усіх необхідних значень головного параметра  $p$ .

Крок 5. Залежно від значення параметра  $p$  формуємо функцію  $Np(p)$  кількості точок на фазовій площині, які визначають зображення фазової траєкторії, та обчислюємо екстремуми цієї функції.

Крок 6. За визначеними критичними значеннями параметра  $p$  перевіряємо «дію»  $2d$ -маятника шляхом побудови засобами комп'ютерної графіки сліду від коливання вантажу.

Далі узагальнений алгоритм детально проілюструємо на прикладі побудови сліду від коливання вантажу  $2d$ -маятника залежно від головного параметра  $k$  – коефіцієнта жорсткості пружини.

Наприклад, розв'яжемо систему рівнянь (1) з параметрами  $m = 1$ ;  $L_0 = 1$  і початковими умовами: початковий кут  $\theta(0) = 0$  відхилення; початкова швидкість  $D\theta(0) = 0.5$  відхилення тіла пружини; початкова швидкість  $DL(0) = 0$  подовження тіла пружини; час  $t$  інтегрування обрано у межах  $0-8\pi$ . Параметр  $k$  змінювався на інтервалі  $15 \leq k \leq 35$ , який було розділено на  $S=250$  частин. Значення всіх обраних параметрів взято в умовних величинах.

Для визначення взаємопроєціюючих точок інтегральної кривої було побудовано послідовність анімаційних зображень фазових траєкторій на фазовій площині, здійснених засобами комп'ютерної графіки.

Наочно процес вибору критичного значення параметра має вигляд на фазовій площині «як наведення на різкість» зображення, утвореного хаотично переплетеними фазовими траєкторіями (порівняти рис. 2 і 3).

Оскільки розв'язок диференціальних рівнянь одержано чисельним методом, то інтегральна крива складатиметься з окремих точок. На фазовій площині проєкції цих точок можуть співпадати, тому фазову траєкторію в момент виявлення критичного значення  $k_0$  зображатиме менша кількість точок. На базі розробленого алгоритму для середовища Maple було складено програму обчислення кількості точок, які утворюють зображення фазової траєкторії на фазовій площині за умови врахування можливих суміщень точок проєкції.

Для цього було залучено команди пакета ImageTools для формування та аналізу точкових зображень проєкції на фазовій площині. Оцінка виражається значеннями побудованої функції  $Np(k)$ . Критичне значення  $k_0$  визначається мінімальною кількістю точок фазової траєкторії, що на графіку функції  $Np(k)$  має проявитися як екстремум (мінімум).

У результаті виконаних обчислень одержано графік  $Np(k)$  функції зміни кількості точок проєкції на фазовій площині (рис. 4). Ця функція має глобальний мінімум при  $k = 18,12$ , а також множинну локальних мінімумів, серед яких два будуть яскраво вираженими при  $k = 23,0$  і  $k = 28,84$ .

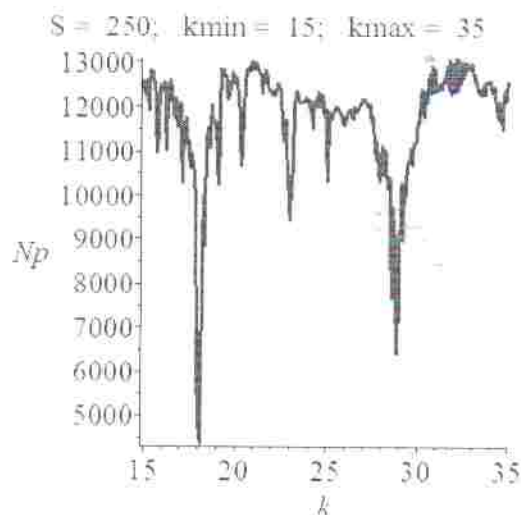


Рис. 4. Графік функції від  $k$  зміни кількості точок на фазовій площині

На рис. 5–7 наведено відповідні цим випадкам інтегральні криві та їх фазові траєкторії. На кожному з рисунків 5–7 зображено відповідно до знайденого значення  $k$  фазову траєкторію:

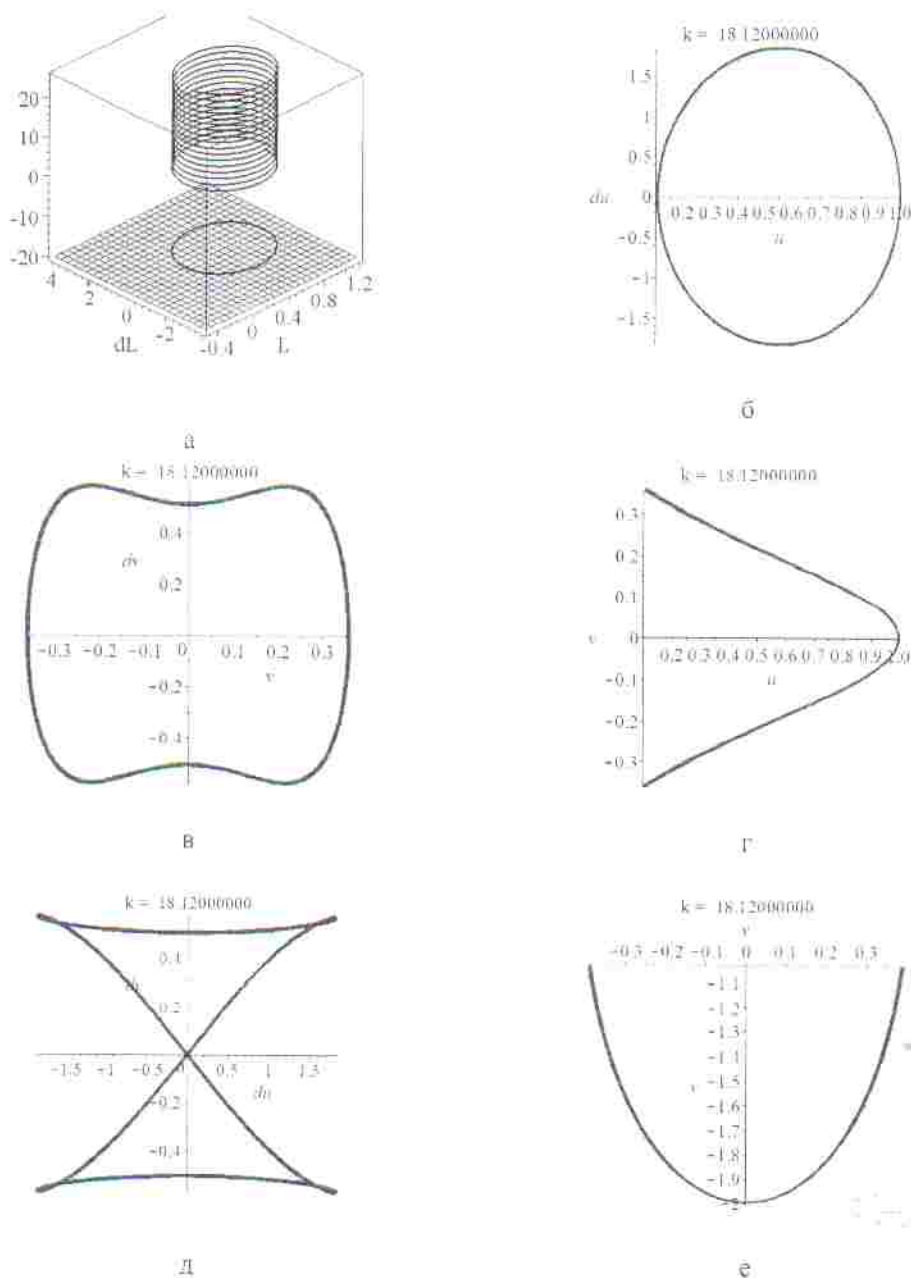


Рис. 5. Фазові траєкторії для «особливого» значення параметра  $k=18,12$

- а) як проекцію інтегральної кривої у фазовому просторі  $\{L(t), \dot{L}(t), t\}$ ;  
 б) на площині  $\{L(t), \dot{L}(t)\}$ ;  
 в) на площині  $\{\theta(t), \dot{\theta}(t)\}$ ;  
 г) на площині  $\{\theta(t), L(t)\}$ ;  
 д) на площині  $\{\dot{L}(t), \dot{\theta}(t)\}$ ,  
 а також  
 е) траєкторію коливання вантажу  $2d$ -пружинного маятника на площині  $xOy$ .

Для побудови на площині  $xOy$  особливих траєкторій коливання вантажу  $2d$ -пружинного маятника за обраних значень параметрів  $m=1, L_0=1, \theta(0) = 0, D\theta(0) = 0,5, DL(0) = 0$ , а також за визначеного значення  $k = 28,85$  необхідно розв'язати систему рівнянь (1).

Це зручно здійснити за допомогою Maple-оператора `dsolve`, де через `deg1` і `deg2` позначено відповідні диференціальні рівняння системи (1). На рис. 8 наведено текст Maple-програми.

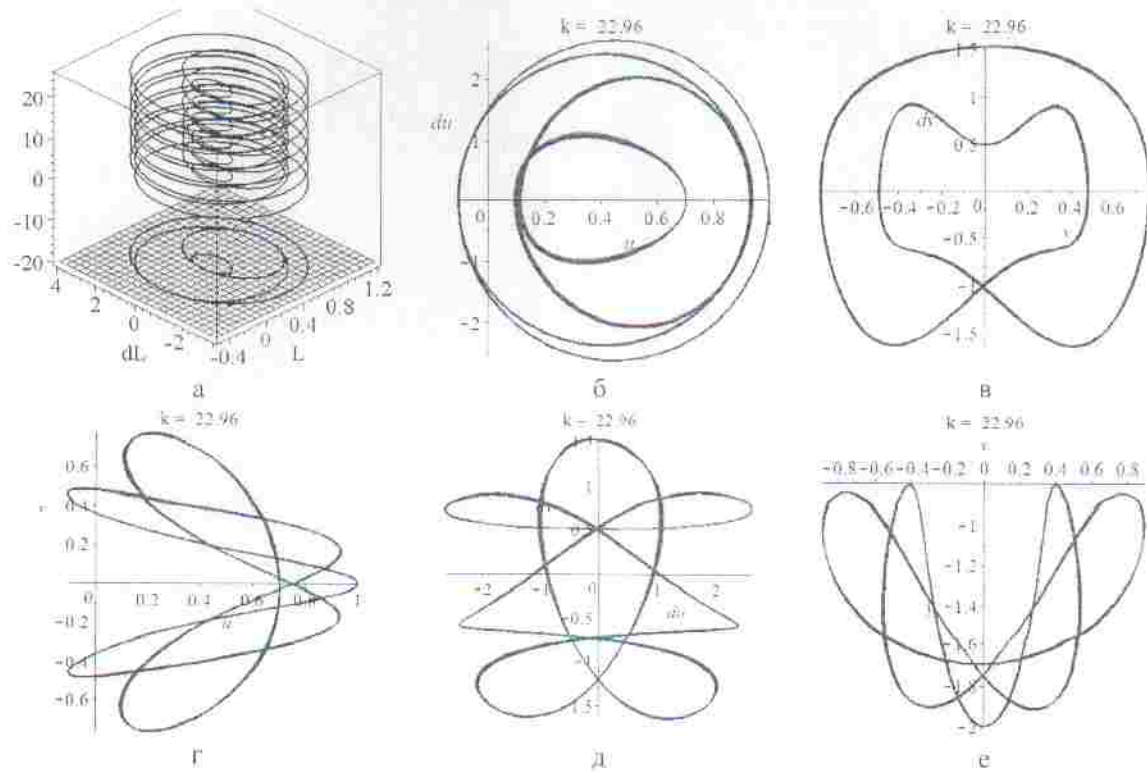


Рис. 6. Фазові траєкторії для значення параметра  $k = 22.96$

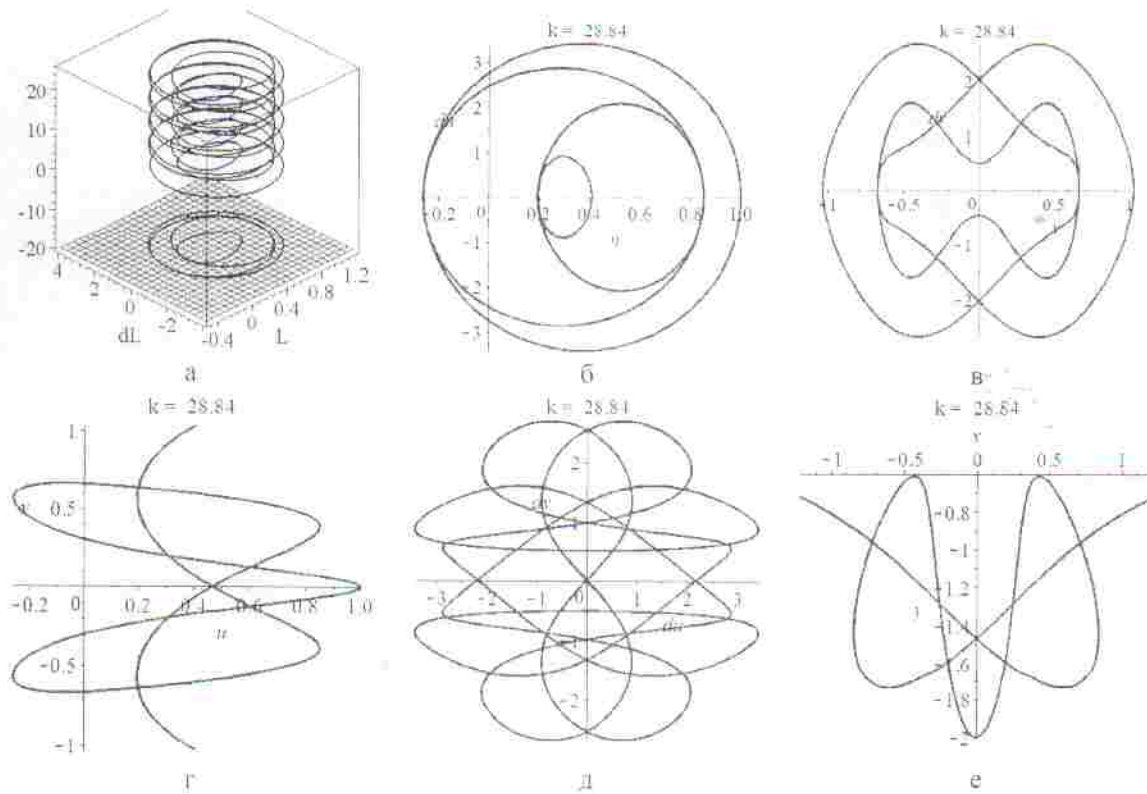


Рис. 7. Фазові траєкторії для значення параметра  $k = 28.84$

```

k := 26.85;      # коефіцієнт жорсткості пружини
m := 1;         # маса вантажу маятника
theta0 := 0;    # початковий кут відхилення маятника
L0 := 1;       # початкова довжина пружини
Dtheta := 0.5; # початкова швидкість відхилення маятника
DL0 := 0;      # початкова швидкість подовження пружини
deq1 := diff(theta(t),t,t) = -(2*diff(L(t),t)*diff(theta(t),t)+
  9.81*sin(theta(t)))/(L0 + L(t));
deq2 := diff(L(t),t,t) = (L0 + L(t))*diff(theta(t),t)^2-
  k*L(t)/m + 9.81*cos(theta(t));
sol := dsolve({deq1, deq2, L(0)=L0, theta(0)=theta0,
  D(L)}(0) = DL0, {D(theta)}(0) = Dtheta}, {L(t),
  theta(t)}, numeric, output=listprocedure);
  Далі упорядкуємо одержаний розв'язок:
solu := subs(sol, L(t));      # розв'язок L(t)
solv := subs(sol, theta(t)); # розв'язок theta(t)
  Підготуємо масив з N=250 точок для побудови сліду за умовний час T=20:
for i from 0 to N do
x[i] := solu(T*i/N);  y[i] := solv(T*i/N);
x1[i] := (L0+x[i])*sin(y[i]);
y1[i] := -(L0+x[i])*cos(y[i]);
end do;
  В результаті будемо зображення особливої траєкторії коливання:
  display(curve([seq([x1[i], y1[i]], i = 0 .. N)]));

```

Рис. 8. Maple-програма побудови на площині xOy особливих траєкторій коливання вантажу 2d-пружинного маятника

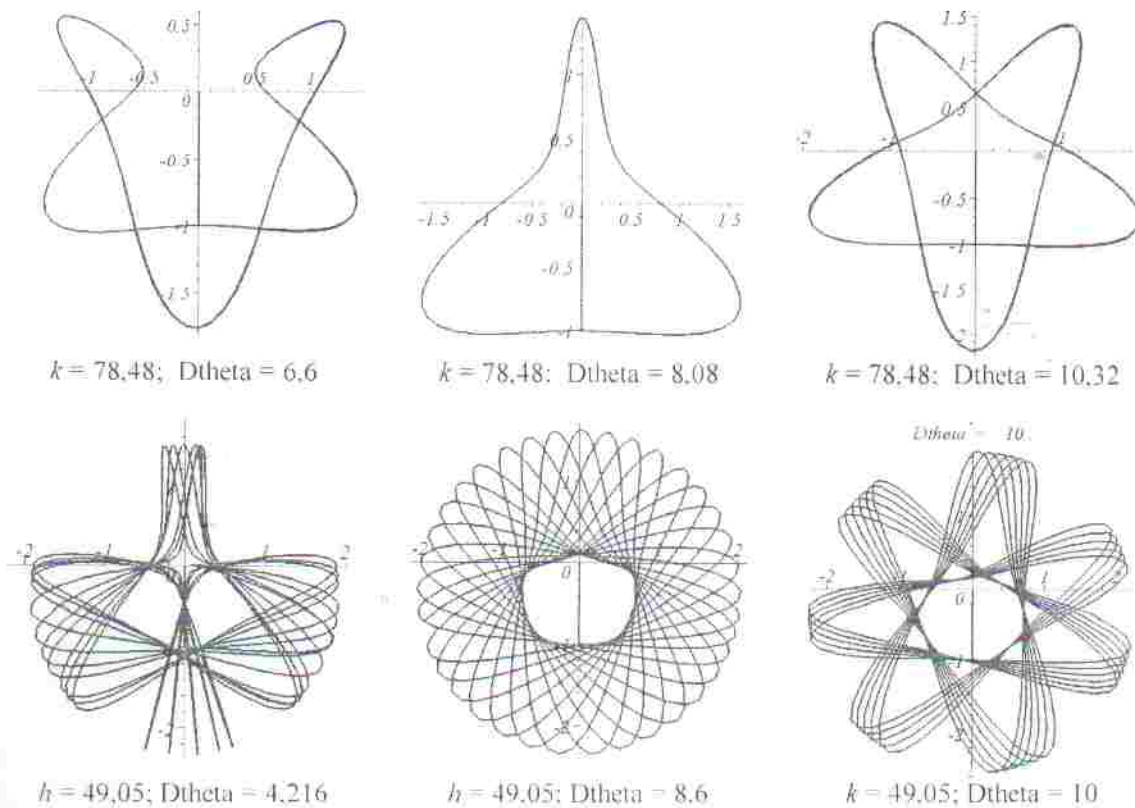


Рис. 9. Особливі траєкторії на площині xOy коливання вантажу залежно від значень  $k$  і  $D\theta$  (початок)

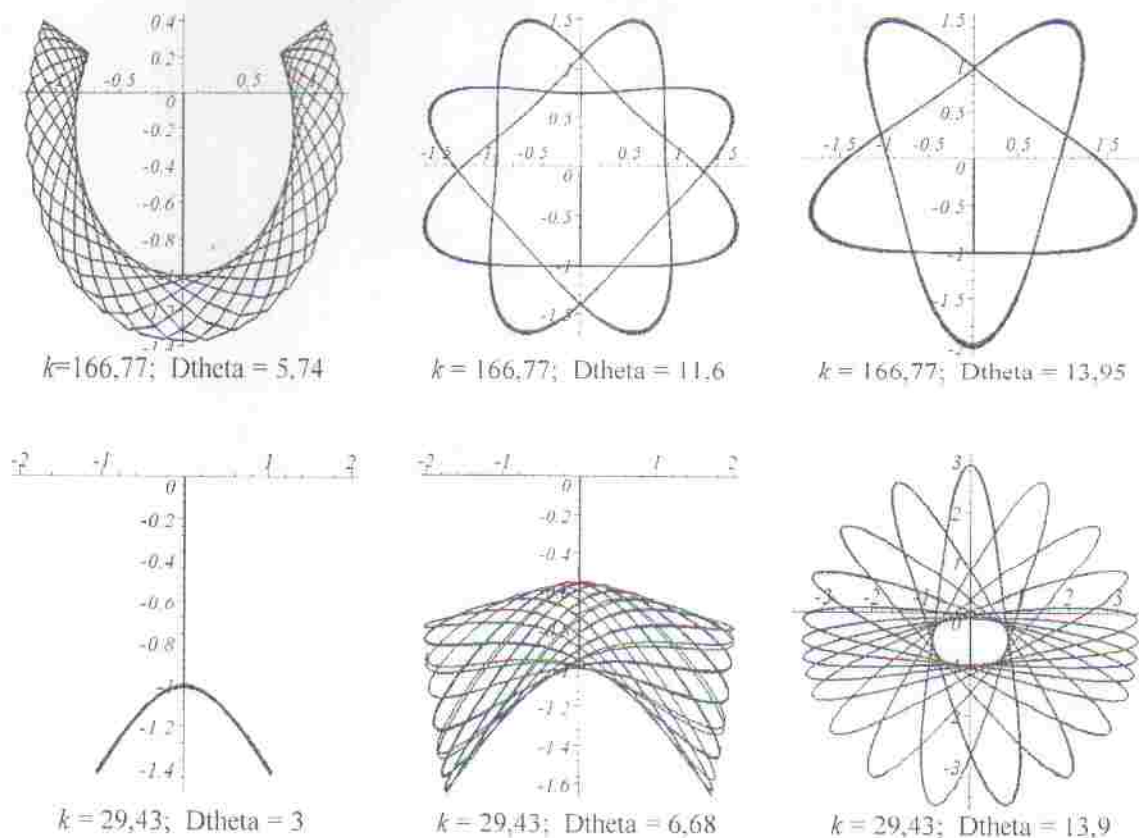


Рис. 9. Особливі траєкторії на площині  $xOy$  коливання вантажу залежно від значень  $k$  і  $D\theta$  (закінчення)

У наведеному прикладі головним параметром обрано коефіцієнт жорсткості пружини  $k$ . Але таким може бути будь-який параметр, який впливатиме на геометричну форму сліду коливання вантажу  $2d$ -пружинного маятника.

Проілюструємо алгоритм на прикладі вибору іншого головного параметра, наприклад, початкової швидкості кута відхилення маятника  $D\theta(0)$ . Для цього зафіксуємо значення  $m=1$ ,  $L_0=1$ ,  $\theta(0) = 0$ ,  $DL(0) = 0$ . Залежно від вибору значень  $D\theta(0)$  обчислювався коефіцієнт жорсткості  $k$ . На рис. 9 наведено відповідні особливі траєкторії на площині  $xOy$  коливання вантажу  $2d$ -пружинного маятника. Їх деякі геометричні форми можна порівняти з результатами роботи [10].

### Висновок

Розроблений метод дозволяє визначати геометричні форми особливих траєкторій при коливанні вантажу  $2d$ -пружинного маятника

залежно від маси вантажу, початкової довжини пружини у ненавантаженому стані, коефіцієнта жорсткості пружини, а також від початкових умов ініціювання коливань – таких як початковий кут відхилення тіла пружини, початкова швидкість кута відхилення  $2d$ -пружинного маятника та швидкість початкового подовження тіла пружини.

Запропонований метод дозволяє визначати множину значень параметрів, які забезпечують формування особливих траєкторій переміщення вантажу по площині. Для прикладу у даній роботі детально досліджено вплив на форму траєкторії коефіцієнта жорсткості пружини.

Метод дозволяє створювати алгоритми визначення множини критичних значень головного параметра, які відповідатимуть особливим траєкторіям коливання вантажу  $2d$ -пружинного маятника. Крім того, попутно можна визначити різноманітні фазові траєкторії, розташовані на фазових площинах.

відповідних обчисленому критичному значенню головного параметра.

Все це дозволяє здійснювати аналіз коливань  $2d$ -пружинного маятника на якісному рівні.

### Література

1. Rusbridge M.G. Motion of the spring pendulum / M.G. Rusbridge // *American Journal of Physics*. – 1980. – Vol. 48, no. 2. – P. 146–151.
2. Breitenberger E. The elastic pendulum: a nonlinear paradigm / E. Breitenberger, R.D. Mueller // *Journal of Mathematical Physics*. – 1981. – Vol. 22, no. 6. – P. 1196–1210.
3. Lai H.M. On the recurrence phenomenon of a resonant spring pendulum / H.M. Lai // *American Journal of Physics*. – 1984. – Vol. 52, no. 3. – P. 219–223.
4. Georgiou I.T. On the global geometric structure of the dynamics of the elastic pendulum / I.T. Georgiou // *Nonlinear Dynam.* – 1999. – Vol. 18. – P. 51–68.
5. Girgin Z. Investigation of Elastic Pendulum Oscillations by Simulation Technique / Z. Girgin, E. Demir // *Journal of Engineering Sciences*. – 2009. – 15 (1). – P. 81–86.
6. Богданов К.Ю. Хищник и жертва. – Режим доступу: <http://bio.fizteh.ru/student/files/biology/biopharticles/bioph15-arpfelurede.pdf>.
7. ODE ARCHITECT Companion (Consortium for ODE Experiments). – New York: John Wiley & Sons, Inc. – 286 p.
8. Broucke R. Periodic solutions of a spring-pendulum system / R. Broucke, P.A. Baха // *Celestial mechanics* September. – 1973. – Vol. 8, Iss. 2. – P. 261–267.
9. Gavin Henri P. Generalized Coordinates, Lagrange's Equations, and Constraints. CEE 541 / Gavin Henri P. // *Structural Dynamics*. – Duke University. – 2014. – 23 p.
10. Chen Y.F. Scientific computing and visualization: Spring pendulum system, top.4. – Режим доступу: <http://ocw.nctu.edu.tw/upload/classbfs1209054703145981.pdf>.
11. Андронов А.А. Теория колебаний / А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин. – М.: Наука, 1981. – 568 с.
12. Анищенко В.С. Знакомство с нелинейной динамикой / В.С. Анищенко. – Москва-Ижевск: ИКИ, 2002. – 144 с.

Рецензент: В.М. Колодяжний, професор, д.фіз-мат.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 2 листопада 2015 р.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

<b>Богомолов Виктор Александрович</b> <b>Бажинов Алексей Васильевич</b>	профессор, докт. техн. наук, заместитель ректора по научной работе, ХНАДУ, главный редактор профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой автомобильной электроники, ХНАДУ, ответственный секретарь
<b>Жданюк Валерий Кузьмович</b>	профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой строительства и эксплуатации автомобильных дорог, ХНАДУ, зам. главного редактора
<b>Нагорный Евгений Васильевич</b>	профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой транспортных технологий, ХНАДУ, зам. главного редактора
<b>Кириченко Игорь Георгиевич</b> <b>Подрыгало Михаил Абович</b>	профессор, докт. техн. наук, декан механического факультета, ХНАДУ, зам. главного редактора профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой технологии машиностроения та ремонта машин, ХНАДУ, зам. главного редактора
<b>Абрамчук Федор Иванович</b> <b>Алексеев Олег Павлович</b> <b>Батыгин Юрий Викторович</b> <b>Венцель Евгений Сергеевич</b> <b>Волков Владимир Петрович</b> <b>Гладкий Иван Павлович</b> <b>Грищенко Анатолий Владимирович</b> <b>Дьяченко Светлана Степановна</b> <b>Золотарев Виктор Александрович</b> <b>Клименко Валерий Иванович</b> <b>Козушко Виталий Петрович</b> <b>Мощенко Василий Иванович</b> <b>Перегон Владимир Андреевич</b> <b>Туренко Анатолий Николаевич</b> <b>Филиппов Владимир Владимирович</b> <b>Тропина Альбина Альбертовна</b> <b>Канילו Павел Макарович</b> <b>Кравченко Александр Петрович</b>	профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой двигателей внутреннего сгорания, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой физики, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой строительных и дорожных машин, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой технико-эксплуатации и сервиса автомобилей, ХНАДУ профессор, канд. техн. наук, первый заместитель ректора, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой экологии, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой технологии дорожно-строительных материалов, ХНАДУ профессор, канд. техн. наук, заведующий кафедрой автомобилей, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой мостов, конструкций и строительных сооружений ХНАДУ профессор, канд. техн. наук, заведующий кафедрой технологии металлов и материаловедения, ХНАДУ профессор, канд. техн. наук, заведующий кафедрой деталей машин и теории механизмов и машин, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой прикладной математики, ХНАДУ профессор, докт. техн. наук, Институт проблем машиностроения НАН Украины, г. Харьков профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой актоники и нанотехнологий Восточноукраинской национальной универсиеты имени В. Даля, г. Луганск профессор, докт. техн. наук, генеральный конструктор ОАО «УкрАвтобуспром», г. Львов профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой экологии и безопасности жизнедеятельности, Национальный технический университет, г. Киев профессор, докт. техн. наук, ХНУ имени В. Н. Каразина профессор, докт. техн. наук, заведующий кафедрой материалов и технологии изготовления изделий транспортного назначения УкрДАТ профессор, докт. техн. наук, кафедра математики ХГУПТ, г. Харьков
<b>Крайник Любомир Васильевич</b> <b>Матеичик Василий Петрович</b>	
<b>Михайленко Владимир Степанович</b> <b>Тимофеева Лариса Андреевна</b>	
<b>Янутин Евгений Григорьевич</b>	

## EDITORIAL BOARD

<b>Bogomolov Viktor Aleksandrovich</b> <b>Bazhynov Aleksey Vasilyevich</b>	Professor, D.Sc. (Eng.) Vice-Rector for Research, Editor in chief, KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.) Head of the Department of Automobile Electronics, Executive Secretary, KHNAMU
<b>Deputy Chief Editor:</b>	
<b>Zhdanyuk Valery Kuzmovich</b> <b>Nagorny Yevgeny Vasilyevich</b> <b>Kirichenko Igor Georgiyevich</b> <b>Podrygalo Mikhail Abovich</b>	Professor, D.Sc. (Eng.), Head of the Department of Construction and Maintenance of Highways, deputy chief editor, KHNAMU D.Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Transport Technology, deputy chief editor, KHNAMU D.Sc. (Eng.), Professor, Dean of the Faculty of Mechanics, deputy chief editor, KHNAMU D.Sc. (Eng.), Professor, Head of the Department of Manufacturing Engineering and Repair of Machinery, deputy chief editor, KHNAMU
<b>Members of the editorial board:</b>	
<b>Abramchuk Fedor Ivanovich</b> <b>Alekseyev Oleg Pavlovich</b> <b>Batygin Yuriy Viktorovich</b> <b>Ventsel Yevgeny Sergeevich</b> <b>Volkov Vladimir Petrovich</b> <b>Gladky Ivan Pavlovich</b> <b>Gritsenko Anatoly Vladimirovich</b> <b>Dyachenko Svetlana Stepanovna</b> <b>Zolotarev Viktor Aleksandrovich</b> <b>Klimenko Valery Ivanovich</b> <b>Kozhushko Vitaly Petrovich</b> <b>Moshchenok Vasily Ivanovich</b> <b>Peregon Vladimir Andreyevich</b> <b>Turenko Anatoly Nikolaevich</b> <b>Filippov Vladimir Vladimirovich</b> <b>Tropina Albina Albertovna</b> <b>Kanילו Pavel Makarovich</b> <b>Kravchenko Aleksandr Petrovich</b>	Professor, D.Sc. (Eng.), Head of Internal Combustion Engines Department, KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.), KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.), Head of the Department of Physics, KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.), Head of the Department of Construction and Road-Building Machinery, KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.), Head of the Department of Vehicle Technical Maintenance, KHNAMU Professor, Ph. D. (Eng.), deputy Rector, KHNAMU Professor, D. Sc. (Geog.), Head of the Ecology Department, KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.), KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.), Head of the Department of Technology of Road-Building Materials, KHNAMU Professor, Ph. D. (Eng.), Head of the Automobile Department, KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.), Head of the Department of Bridges, Structures and Building Construction, KHNAMU Professor, Ph. D. (Eng.) Head of the Department of Metals and Materials Technology, KHNAMU Professor, Ph. D. (Eng.) Head of the Department of Machine Parts and the Theory of Mechanisms and Machines, KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.), Rector of Kharkiv National Automobile and Highway University (KHNAMU) Professor, D.Sc. (Eng.), KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.), Head of the Department of Applied Mathematics, KHNAMU Professor, D.Sc. (Eng.), Institute of Mechanical Engineering of the NAS of Ukraine, Kharkiv Professor, D.Sc. (Eng.), Head of the Department of Autronics and Nanotechnology, Eastern National University after Daniil Lyubensk
<b>Kraynik Lyubomir Vasilyevich</b> <b>Mateychik Vasily Petrovich</b> <b>Mikhaylenko Vladimir Stepanovich</b> <b>Timoфеева Larisa Andreyevna</b>	Professor, D.Sc. (Eng.), General Designer of JSC Ukravtobusprom, Lviv Professor, D.Sc. (Eng.), Head of the Department of Ecology and Safety of Vital Functions, NTU, Kyiv Professor, D.Sc. (Eng.), Kharkiv National University after V.N. Karazin, Kharkiv Professor, D.Sc. (Eng.), Head of the Department of Materials and Technology of Products Manufacturing for Transport Industry UkrDAIT
<b>Yanutyin Yevgeny Grigoryevich</b>	Professor, D.Sc. (Eng.), Department of Mathematics, KHNUPT, Kharkiv

## «Вестник ХНАДУ»

- Входит в утверждённый ГАК Перечень научных профессиональных изданий Украины, в который могут публиковаться результаты диссертационных работ на соискание научных степеней доктора и кандидата наук.
- Реферирован украинским реферативным журналом «Джерело» и входит в общегосударственную реферативную базу данных «Україніка науки» (Украина).
- Включен в международные наукометрические базы данных
  - Научная электронная библиотека eLIBRARY
  - Российский индекс научного цитирования РИНЦ (Россия)
  - Index Copernicus (Польша)
  - Scholar Google

Вестник Харьковского национального автомобильно-дорожного  
университета

и

Северо-Восточного научного центра  
Транспортной академии Украины

Сборник научных трудов

Выпуск 71

Учредитель: Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Регистрационное свидетельство: серия КВ, № 395, дата регистрации 2.02.94 г.

Адрес редакции: 61200, г. Харьков, ул. Петровского, 25, тел. 707-37-99,

Редакторы

*Е.В. Хорошилова, Е.Ю. Шатина*

Компьютерная верстка

*Н.А. Кутной*

Технический редактор

*М.Л. Пиц*

Рекомендовано к изданию ученым советом ХНАДУ, протокол № 3/15 от 23.12.2015

Подписано в печать с оригинал-макета 17.11.2015 г. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.

Гарнитура Times New Roman Cyr. Усл. печ. л. 18,3. Уч.-изд. л. 20,7.

Тираж 100 экз. Заказ № 441/15. Цена договорная.

**ИЗДАТЕЛЬСТВО**

**Харьковского национального автомобильно-дорожного университета**

**Издательство ХНАДУ, ул. Петровского, 25, г. Харьков–ГСП. 61002**

**Тел. /факс: (057)700-38-72; 707-37-03, e-mail: rio@khadi.kharkov.ua**

*Свидетельство Государственного комитета информационной политики, телевидения  
и радиовещания Украины о внесении субъекта издательского дела в Государственный  
реестр издателей, изготовителей и распространителей издательской продукции,  
серия ДК № 897 от 17.04.2002 г.*