

УДК 378.4(477.64-21)МДНУ [51+514+0.01](062.552)
ББК 74.58я5
П 70

Друкується за рішенням Ізвещної ради МДНУ імені Богдана
Хмельницького, протокол № П/І від 23 квітня 2014 р.

Редакційна колегія
Найдли А.В. — доктор технічних наук, професор, голова редакційної
колегії.
Верешака В.М. — доктор технічних наук, професор, заступник голови
редакційної колегії.
Молодиченко В.В. — доктор філософських наук, професор.
Сремос В.С. — доктор технічних наук, професор.
Сладчик В.В. — доктор педагогічних наук, доцент.
Елькін М.В. — кандидат педагогічних наук, професор.
Прішля С.М. — кандидат педагогічних наук, доцент.
Белькевич П.В. — кандидат педагогічних наук, доцент.
Лесюк В.О. — кандидат технічних наук, доцент, відповідальний
секретар.
Соприко Д.В. — кандидат технічних наук, доцент, технічний
редактор.

П 70 Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного
університету імені Богдана Хмельницького. Серія: Математика,
Геометрія, Інформатика / том ред. кол. А.В. Найдли.
Мелітополь: Видавництво МДНУ ім. Б. Хмельницького, 2014.
Т. 1. — 257 с.

ISBN 978-617-7055-35-7

Збірнику містять науково-методичні статті та результати
досліджень з математики, геометрії, інформатики та засобування
попитних інформаційних технологій. Також розглядаються науково-
методичні питання проведення цих досліджень та викладання
дисциплін, зокрема зокрема з математики, прикладної геометрії,
інженерної та комп'ютерної графіки, геометричне моделювання,
інформаційні технології.

Випуск призначений для науковців, викладачів, аспірантів і
студентів.

УДК 378.4(477.64-21)МДНУ [51+514+0.01](062.552)

ББК 74.58я5

© Мелітопольський державний педагогічний
університет ім. Б. Хмельницького, 2014.

ISBN 978-617-7055-35-7

Науково-методичне видання

НАУКОВИЙ ВІСНИК
Мелітопольського державного педагогічного університету
імені Богдана Хмельницького

Серія
МАТЕМАТИКА, ГЕОМЕТРИЯ, ИНФОРМАТИКА

Том 1

Написано до друку 23.04.2014 р. Формат 60x84 1/16
Папір офсетний Гарнітура Times New Roman Cyr
Друк цифровий Ум. друк арк. 14,94
Паселі 100 прим. Зам. № 949

Випуск

Мелітопольський державний педагогічний університет
імені Богдана Хмельницького

Адреса: 72312, м. Мелітополь, вул. Леніна, 20

Тел. (0619) 44 04 64

Свідчення про внесення суб'єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців, виробників і розповсюджувачів
видавничої продукції від 16.05.2012 р. серія ДК № 4324

Надруковано ФГО-Пі Олторог Т.В.

72313, м. Мелітополь, вул. Героїв Сталінграду, 3а

Тел. (067) 61 20 700

Свідчення про внесення суб'єкта видавничої справи до
Державного реєстру видавців, виробників і розповсюджувачів
видавничої продукції від 29.01.2013 р. серія ДК № 4477

28. *Пустовий С.П., Тарасюк Л.О.* Моделювання еліптичного вектора на зовнішніх поверхнях трикутних шелевих складок 151
29. *Пустовий С.В., Савуха Л.С.* Моделювання еліптичного вектора на поверхні відбитого скрану в картинній галереї 163
30. *Радюк С.Ю., Кирилюк С.В., Верещак В.М., Кучеренко В.В.* Геометрична модель встановлення ізоморфності ухилу та довжини схилу 170
31. *Томко С.Ю.* Встановлення функціональних зв'язків між факторами процесу водної ерозії 176
32. *Савченко О.О.* Розрахунок рівня для перетворення енергії хвилі моря на базі параметричних коливань 180
33. *Савченко Д.М.* Інваріантні інформаційні ознаки растрових проекційних зображень 188
34. *Савченко Д.М.* Редискрецізація рівнів якості растрових зображень дистанційного зондування 194
35. *Семків О.М.* Геометричне моделювання коливальних зв'язаних пружинами 204
36. *Семківська О.І.* Розширення шифр та двономотно арифметичних інваріантних моментів їх зображень 209
37. *Гибасова І.С.* Побудова геодезичної лінії гладкої поверхні, що виходить із заданої точки у заданому напрямку 217
38. *Гурменко Г.Я., Старик Н.В., Лисовий Г.П.* Моделювання теплових процесів консервного виробництва засобами пакету HSC 225
39. *Хмель Дмитро, Мартин Є. В., Нюхродієвський Я. І.* Геометричні засоби багатовимірного простору в проективно-орієнтованому управлінні транспортними оперативно-рятувальними підрозділами 231
40. *Хмельницький Ю.Р.* Дослідження впливу нерівномірності розташування гравітаційних центрів при моделюванні поверхонь дискретно-інтерполяційним способом 240
41. *Холодний Ю.В.* Конструювання лобових об'єктів у системі SOLID WORKS 244
42. *Шевченко С.М., Довганська Л.О.* Геометричне моделювання траєкторій математичних гравітаційних бильярдів 253

6. *Бутеннін П.В.* Теоретическая механика Т.1-2 / П.В. Бутеннін, Я.Д. Дули, Д.Р. Меркин. - СПб, 2002. - 730 с.
7. *Гантмахер Ф.Р.* Секции по аналитической механике / Ф.Р. Гантмахер. - М.: Физматгиз, 1990. 292 с.
8. *Ильинский И.И.* Теоретическая механика / И.И. Ильинский, С.А. Зегзель, М.Б. Юшков. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1985. 536 с.
9. *Оксаревская М.Е.* Введение в Maple и рассмотрение задач теоретической механики / М.Е. Оксаревская, А.С. Чеботарев, О.П. Корольков. - Воронеж: ИИИ ВГУ, 2008. - 42 с.
10. *Кирсанов М.Н.* Maple и Maple. Решения задач механики. Учебное пособие / М.Н. Кирсанов. - СПб.: Изд. «Лань», 2012. - 512 с.
11. *Васильева Л.В.* Компьютерное моделирование процессов с помощью систем компьютерной математики // Л.В. Васильева, О.А. Медведева, И.А. Семкин // Вестник ДНУ им. Т.Шевченка. № 1 (88), 2010. — С. 6-12.
12. *Wang H.* Visualizing Free and Forced Harmonic Oscillations using Maple / Intern. Journal Engng Ed. Vol. 15, No. 6, 1999. - pp. 433-455.
13. *Wang H.Y.* Physics with Maple WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, December 11, 2005. - 610 с.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ГРУЗОВ, СВЯЗАННЫХ ПРУЖИНАМИ

О.М. Семків

Анотация – приведен пример использования пакета Maple для определения собственных частот колебаний и уравнений движения трех горизонтально расположенных грузов, соединенных пружинами.

GEOMETRICAL MODELLING OF FLUCTUATIONS OF THE FREIGHTS CONNECTED BY SPRINGS

O. Semkin

Summary

The example of use of a Maple package for determination of own frequencies of fluctuations and the equations of movement of three horizontally located the freights connected by springs is given.

вання образів / Праці сьомої Всеукраїнської міжнародної конференції (UkrObraz'2004) // - К., Ін-т кібернетики НАН України, 2004 - С.53-56.

РЕДИСКРЕТИЗАЦІЯ УРОВНЕЙ ЯРКОСТИ РАСТРОВИХ ІЗОБРАЖЕНІЙ ДИСТАНЦІЙНОГО ЗОНДІВАННЯ

Д.Н. Свянarenко

Анотація – пропонується новий метод субпиксельної білінійної інтерполяції просторових розподілів яркості растрових фотограмметричних зображень, який забезпечує збереження геометричних структур первинних зображень в результатах інтерполяції.

BRIGHTNESS LEVELS REDISCRETIZATION FOR RASTER IMAGES OF REMOTE SENSING

D.Svyarenko

Summary

The new method of subpixel bilinear interpolation of spatial brightness distributions for raster photogrammetrical images is offered. The method provides preservation of geometrical structures of the primary images into results of interpolation.

УДК 514.18

ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛІВАНЬ ВАНТАЖІВ, ЗВ'ЯЗАНИХ ПРУЖИНАМИ

Семків О.М., к.т.н.

Національний університет цивільного захисту України
Тел. 067-724-98-81

Анотація – Наведено приклад використання пакету Maple для визначення власних частот коливань і рівнянь руху трьох гори вантажно розташованих вантажів, з'єднаних пружинами.

Ключові слова – коливальна система, пружинні маятники, власні частоти коливань, рівняння руху зв'язаних вантажів.

Постановка проблеми. Системи шарнірно з'єднаних тіл широко застосовуються у техніці. На практиці у якості «пружного шарніра» часто використовуються механічні системи вантажів, зв'язаних пружинами. Можливе впровадження системи зв'язаних вантажів можна здійснити в конструкціях ґрунтометалевих машин, призначених для ліквідації вибухових дієвих пожеж в умовах відсутності води [1]. Конструкції зазначених машин мають особливість, яка полягає у тому, що на епівальній платформі повинні розміститися принаймні три джерела осциляцій [2-4]. Перше джерело - розпушувач ґрунту, призначений для підготовки ґрунту до його використання. Друге джерело - вібраційний транспортер, призначений для підйому ґрунту для накопичення у бункері. Третє джерело - радіально-лопатковий металіник, призначений для транспортування ґрунту до осередків пожежі вишом металіника. Для виключення взаємного впливу зазначені осцилятори доцільно розмістити на трьох допоміжних платформах, з'єднаних пружинами.

Звідси виникає необхідність дослідження вимушених коливань трьох зв'язаних пружинних маятників у межах теорії малих коливань з декількома ступенями свободи. На першому етапі будемо розглядати тільки коливання у зазначеній системі вантажів. При цьому, що є суттєвим, вважаємо за доцільне використовувати програмне середовище математичного пакету Maple [5]. Адже в Maple з метою досягнення розв'язків коливної системи закладені функціональні оператори для реалізації таких елементів, як силова функція, власні числа матриці, матрична експонента, анімаційне уявлення розв'язків, тощо.

УДК 514.18

**ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ
ВАНТАЖІВ, ЗВ'ЯЗАНІХ ПРУЖИНАМИ**

Семків О.М., к.т.н.

Національний університет «Львівська політехніка»

Тел. 067-724-98-81

Анотація – Наведено приклад використання пакету Maple для визначення власних частот коливань і рівнянь руху трьох горизонтально розташованих вантажів, зв'язаних пружинами.

Ключові слова – коливальна система, пружинні маятники, власні частоти коливань, рівняння руху зв'язаних вантажів.

Вступ Система шарнірно зв'язаних тіл широко вживається у техніці. На практиці у якості опору часто використовуються механічні пружини. Тому актуальності набувають розрахунки динаміки системи вантажів, зв'язаних пружинами. Можливе використання системи зв'язаних вантажів: можна здійснити в конструкторських групометричних машинах, призначених для ліквідації видюх лисових пожег в умовах відсутності води [1]. Конструктори зв'язаних машин мають особливості, яка полягає у тому, що на опірній платформі повинні розміститися принаймні три джерела освітлення [2-4]. Перше джерело - розігнаний ґрунту, призначений для підготовки ґрунту до його використання. Друге джерело - вібраційний транспортер, призначений для підйому ґрунту для накопичення у бункері. Третє джерело - радіально-донатковий механізм, призначений для транспортування ґрунту до осередків пожеги шляхом метання. Для виключення власного вібрації зазначені осцилятори доцільно розмістити на трьох дооптимізованих платформах, зв'язаних пружинами.

Звідси виникає необхідність дослідження вимушених коливань трьох зв'язаних пружинних маятників у межах теорії малих коливань і декількома ступенями вільності. На першому етапі будемо розглядати тільки коливання у заданій системі вантажів. При цьому, що є суттєвим, вважатимемо за доцільне використовувати програмне середовище математичного пакету Maple [5]. Адже в Maple з метою дослідження розв'язків коливальної системи задіє функціональні оператори для реалізації таких елементів, як елементарні функції, числа матриці, матрична експонента, динамічне уявлення розв'язків, тощо.

Аналіз основних досліджень. Для опису малих коливань з деякіма ступенями свободи необхідно використовувати елементи гамильтонової механіки [6-8], де функція Гамильтона має вигляд:

$$H = \frac{1}{2} \dot{p}^T \Lambda^{-1} \dot{p} - \frac{1}{2} q^T C q, \quad (1)$$

q - вектор узагальнених координат, p - вектор узагальнених імпульсів, Λ і C - матриці мас і жорсткостей.

Звідси канонічне рівняння руху в нормальній формі має вигляд:

$$\dot{q} = \Lambda^{-1} p, \quad \dot{p} = -Cq \quad (2)$$

Позначимо узагальнені координати q_i , а узагальнені імпульси p_i

($i=1, 3$). Якщо розглянути вектор $X = (q_1, q_2, q_3, p_1, p_2, p_3)^T$, то систему (2) прийме вигляд:

$$\dot{X} = KX \quad (3)$$

з початковими умовами $X = X_0 = (q_{10}, q_{20}, q_{30}, p_{10}, p_{20}, p_{30})^T$ при $t = 0$. Тут K - блочна матриця:

$$K = \begin{pmatrix} 0 & \Lambda^{-1} \\ C & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Зазначимо, що інверс числа матриці K є власними числами механічної системи.

Реш завдання Коші (3) у експоненціальній формі має вигляд:

$$X(t) = e^{Kt} X_0 \quad (5)$$

При цьому початкові значення узагальнених імпульсів p_{i0} і

швидкостей \dot{q}_{i0} пов'язані співвідношенням $p_{i0} = A \dot{q}_{i0}$.

Малі коливання системи біля положення стійкої рівноваги здійснюються з малими за величиною узагальненими координатами й швидкостями. Тому кінетична енергія T являє собою однорядну квадратичну форму, а потенціальна енергія U - лінійну однорядну форму з постійними коефіцієнтами узагальнених швидкостей і узагальнених координат.

У роботах [9-13] наведено приклади використання програмного середовища Maple для розв'язання задачі механіки.

Формулювання цілей статті. Визначити пошук частоти коливань і рівняння руху трьох горизонтально розташованих вантажів, з'єднаних пружинами (рис. 1). В якості початкових даних для розрахунків обрано: m_i ($i=1, 2, 3$) - маса i -го вантажу, c_i ($i=1, 2, 3$) -

жорсткість i -тої пружини, a_i - відстань між нерухомою стінкою й першим вантажем, a_i ($i=2, 3$) - відстань між відповідними вантажами при недеформованих пружинах, q_{i0} ($i=1, 2, 3$) - початкове зміщення i -го вантажу від положення рівноваги, q_{i0}' - початкова швидкість i -го вантажу.

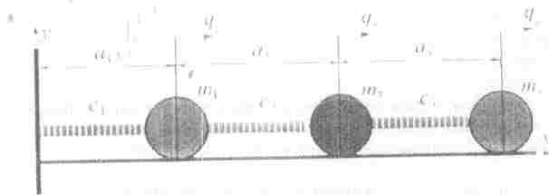


Рис. 1 Система трьох вантажів, з'єднаних пружинами

При використанні математичного пакету Maple доцільно застосовувати векторну або матричну форму рівнянь. Різницеві вектори ϵ_i готують прикладанням сусідньому у вигляді:

$$\epsilon_1 := [a_1, c_1 q_1 - 0], \quad \epsilon_2 := [2 a_2 - a_1, c_2 q_2 - q_1], \quad \epsilon_3 := [a_3 + a_2, c_3 q_3 - q_2]$$

а сили $F_i(q)$, прикладені до точок системи - у вигляді:

$$F_1 := [-c_1 q_1 + c_2 a q_2 - q_1] x - m_1 g \downarrow, \\ F_2 := [c_1 (q_1 - q_2) - c_2 (q_2 - q_3) - m_2 g] x, \\ F_3 := [-c_2 (q_2 - q_3) - m_3 g] x$$

Координати вектори узагальнених сил визначаються так [6, 7]:

$$Q[1] = c_1 q_1 + c_2 (q_2 - q_1), \\ Q[2] = c_1 (q_1 - q_2) - c_2 (q_2 - q_3), \\ Q[3] = -c_2 (q_2 - q_3)$$

Положення рівноваги системи визначається оператором:

```
EnvAllSolutions := true:
p := solve({Q[1]=0, Q[2]=0, Q[3]=0},
{q[1], q[2], q[3]}):
```

$$q_1 = q_1, \quad q_2 = \frac{(c_1 + c_2)}{c_2} q_1, \quad q_3 = \frac{c_1 c_1 + c_1 c_2 + c_2 c_1}{c_2 c_2} q_1$$

З останими співвідношень складемо три точки $q_1, q_2, q_3 = 0$ і покладемо рівності:

Словом функцію можна виразити оператором

`potential(Q, [q[1], q[2], q[3]], '0')`;

$$U = -\frac{1}{2}c_1q_1^2 + c_2\left(q_1q_2 - \frac{1}{2}q_1^2\right) + c_3q_2q_3 -$$

$$-\frac{1}{2}c_4q_2^2 - \frac{1}{2}c_5q_3^2 - \frac{1}{2}c_6q_1^2$$

Побудову матриць жорсткості C і мас A для прикладу виконано за умови їх «единичних» значень $q[i] = 1, c[i] = 1$:

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Тоді квадрати власних частот координат розглянутої механічної системи обчислюються за допомогою оператора

`ei := eigenvalues(C, A)`;

$$ei = -3.2469798, -1.5519577, -0.19806224$$

Блочна матриця будується за допомогою оператора

`W:=array(1..3, 1..3, [[0,0,0],[0,0,0],[0,0,0]])`;

`A := evalm((inverse(A)))`;

`K := blockmatrix(2, 2, [W, A, C, W])`;

$$K = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 2.00 & -0. & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0. & 2.00 & -0. \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0. & 2.00 \\ -1. & 0.500 & 0. & 0 & 0 & 0 \\ 0.500 & -1. & -0.500 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.500 & -0.500 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Це дозволяє матрицю експоненти e^{Kt} виразити за допомогою оператора

`Epsilon := evalm(exponential(K, t))`;

З формули (5) складемо вираз для обчислення x використовуючи матрицю експоненти узагальнених координат механічної системи як функції часу і початкових значень, що характеризують види коливання механічної системи біля «співного» положення рівноваги

$$q_i(t) = \sum_{j=1}^3 \varepsilon_{ij}(t) q_{j0} + \sum_{j=1}^3 \left(\sum_{l=1}^3 a_{jl} \dot{q}_{l0} \right) \varepsilon_{ij}(t) \quad (6)$$

Для реалізації формули (6) було використано оператори

```
for i from 1 to 3 do
sum_q := 0;
s2_dotq := 0;
for j from 1 to 3 do
sum_q := Epsilon[i,j]*q_0[j] + sum_q;
s1_dotq := 0;
for k from 1 to 3 do
s1_dotq := A2[i,k]*dot_q0[k] + s1_dotq;
od;
s2_dotq := Epsilon[i,j+n]*s1_dotq + s2_dotq;
od;
qn[i] := sum_q + s2_dotq;
od;
```

В результаті одержуємо шуканий розв'язок у такому вигляді

`x := evalf(qn[1], 4)`;

$$x = 0.1209 \cos(0.4450 t) - 0.2178 \cos(1.247 t) + 0.09692 \cos(1.802 t) - 0.5000 \cdot 10^{-5} / \sin(1.247 t) - 0.1500 \cdot 10^{-5} / \sin(1.802 t)$$

`y := evalf(qn[2], 4)`;

$$y = 0.09692 \cos(1.247 t) + 0.2178 \cos(0.4450 t) - 0.1209 \cos(1.802 t) + 0.3000 \cdot 10^{-5} / \sin(1.247 t) + 0.3000 \cdot 10^{-5} / \sin(0.4450 t) - 0.5000 \cdot 10^{-5} / \sin(1.802 t)$$

`z := evalf(qn[3], 4)`;

$$z = 0.1746 \cos(1.247 t) + 0.05379 \cos(1.802 t) + 0.2716 \cos(0.4450 t) - 0.1000 \cdot 10^{-5} / \sin(1.247 t) + 0.1900 \cdot 10^{-5} / \sin(1.802 t) - 0.5000 \cdot 10^{-5} / \sin(0.4450 t)$$

На рис. 2 наведено графіки $x(t)$, $y(t)$ і $z(t)$ зміни переміщень вантажу у часі.

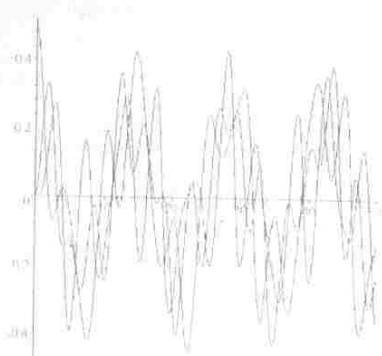


Рис. 2. Графіки $x(t)$, $y(t)$ і $z(t)$ зміни переміщень вантажу у часі

Нобулювання анімаційного фільму виконано за допомогою програми

```
n := 10: # кількість кадрів анімації
for i from 1 to n do
w := i*10/n:
d1 := disk([x(w), 0], 0.6, color=brown):
d2 := disk([y(w) + 3, 0], 0.6, color=blue):
d3 := disk([z(w) + 6, 0], 0.6, color=red):
sten := line([-4,-2], [-4,2], thickness=15):
pol := line([-4,-0.6], [6,-0.6], thickness=5):
pru1 := line([-4,0], [x(w)-0.6,0],
color=green, linestyle=3, thickness=15):
pru2 := line([x(w)+0.6,0], [y(w)+2.3,0],
color=green, linestyle=3, thickness=15):
pru3 := line([y(w)+3,0], [z(w)+4.3,0],
color=green, linestyle=3, thickness=15):
Gr[i] := display(d1,d2,d3,sten,pru1,pru2,pol):
end do:

display(seq(Gr[i], i=1..n), insequence=true):
```

На рис. 3 наведено приклади кадрів анімаційного фільму

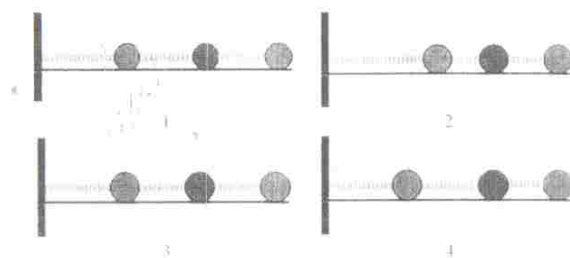


Рис. 3. Приклади кадрів анімаційного фільму

Висновок. Розроблена програма дозволяє змінювати параметри швидкості кулявання, також дослідити частоти з ривковим рухом вантажу. Збільшених пружини. Вона може бути основою при складанні програми обчислення відповідних параметрів для моделі з пружинними елементами механізму, яка повторює аналогічний процес, що протікає в тертяв'язкій конструкції гнотометалевої машини.

Література

1. *Видеотекст 1.1.1.* Тунічне листяч піпюних поварів еносом метанія грунта. Метод Рекомендация / П.П. Вадланский, С.М. Вонский, А.П. Чуковцев - Д. ЛеВІВІВІВ, 1977 - 33 с.
2. *Семків О.М.* Розроблення робочого органу ланцюгового гнотометалевого механізму // О.М. Семків, В.М. Шагохін // Міжвідомчий науково-технічний збірник "Прикладна геометрія та інженерія графіка" Випуск 87. К: КПУБА, 2011. С. 303-312.
3. *Семків О.М.* Опис руху частки гноту по довжині із профілем брахістохрону у полі відцентрових сил інерції // О.М. Семків, В.М. Шагохін, А.М. Попова // Геометричне та комп'ютерне моделювання Збірник наукових праць. Харків: ХДУХТ, 2012. Вип. 30. С. 190-200.
4. *Семків О.М.* Дослідження траєкторії руху частки гноту зм'яг і швидкості з роботою поверхні ланки роторного гнотометалевого // О.М. Семків, А.М. Попова // Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Мелітополь: УДАТУ, 2012. Вип. 4. Т. 54. С. 126-134.
5. *Семків О.М.* Математика на комп'ютері. Maple 8. О.А. Сиджков. М.: Солон-press, 2003. 176 с.