

Редакційна колегія

Ю.М. Тормосов, д-р техн. наук, проф. (відпов. ред.); О.І. Чирека, д-р техн. наук, проф. (заст. відпов. редактора); В.М. Михайлів, д-р техн. наук, проф. (заст. відпов. редактора); Л.М. Кущенко, д-р техн. наук, проф. (заст. відпов. редактора); В.С. Михайлічко, д-р техн. наук, проф.; О.Л. Підгорний, д-р техн. наук, проф.; В.О. Плоский, д-р техн. наук, проф.; А.Н. Хомченко, д-р фіз.-мат. наук, проф.; В.М. Кам'ян, д-р техн. наук, проф.; К.Р. Сафузаїна, канд. техн. наук, лен.; О.В. Черніков, д-р техн. наук, проф.; О.В. Шолтан, д-р техн. наук, проф.; С.В. Ракоха, д-р техн. наук, проф.; О.Ю. Ніцип, д-р техн. наук, проф.; А.М. Краснокутський, канд.техн.наук, проф; В.П. Ткаченко, канд. техн. наук, проф.

Рекомендовано до видання вченю радою Харківського державного університету харчування та торгівлі, протокол засідання № 4 від 29.12.11.

Геометричне та комп'ютерне моделювання : зб. наук. пр. / Харк. держ. ун-т харчування та торгівлі ; [редкол.: Ю. М. Тормосов (відпов. ред.) та ін.]. – Харків, 2011. – Вип.29. – 135с. : іл., табл.

Збірник містить статті з сучасних проблем прикладної геометрії, геометричного моделювання об'єктів, процесів та явищ, інженерної та комп'ютерної графіки, ергономіки та дизайну, які містять результати оригінальних теоретичних дослідень та їх застосування у застосуваннях галузях. Розглянуті геометричні питання САПР, питання методики викладання графічних дисциплін, організаційні та методологічні аспекти розробки та впровадження нових інформаційних технологій навчання.

Збірник розраховано на викладачів вищої школи, аспірантів та докторантів, працівників науково-дослідників та проектних організацій.

АРМУВАННЯ ФАСОННИХ ГУМОВИХ ПОВЕРХОНЬ
ОБЕРТАННЯ НАМОТУВАННЯМ КЕВЛАРОВОЇ НИТКИ

Наведено опис множини асимптотичних чи геодезичних кривих на фасонних поверхнях обертання як геометричної моделі намотки.

Постановка проблеми. Методи сучасної прикладної геометрії дозволяють досліджувати вплив просторової геометричної форми поверхонь на їх фізичні властивості, що використовуються на практиці. Наприклад, у поверхонь сталої середньої кривини автоматично усуваються точки, де може статися їх розрив [1]. Тобто всі ділянки зазначененої поверхні виявляються рівніймовірними щодо руйнування. Такі унікальні властивості поверхонь сталої середньої кривини доцільно використовувати при конструкуванні гумових пневматичних виробів (підйомників, ресор, амортизаторів, гасильників коливань тощо). Згадана властивість поверхонь сталої середньої кривини базується на теоремі Пуасона-Лапласа, згідно з якою середня кривина поверхні розділу двох врівноважених фізичних середовищ пропорційна різниці значень тиску у цих середовищах. Отже, варіюючи середню кривину поверхні, можна обирати величину тиску, яку витримає гумовий пневматичний виріб. У своїй більшості зазначених виробів надають форму фасонних поверхонь обертання, де зусилля спрямовані вздовж їх осей. Для функціонування виробу в умовах його навантаження зусиллями вздовж осі гумової поверхні виробу необхідно змінити шляхом намотування кевларової нитки. Звідси постає задача описати множину асимптотичних чи геодезичних кривих на поверхні обертання як геометричну модель намотки.

Аналіз відомих досліджень. Роботи [2, 3] присвячені проблемі намотування нитки чи стрічки на поверхні обертання. Але ці поверхні мають переважно просту форму, далеку від фасонної. Тому актуальності набуває розрахунок геометричної моделі армування гумової фасонної поверхні обертання шляхом асимптотичного чи геодезичного намотування кевларової нитки.

СПРОЩЕНИЙ ОПИС ФОРМИ ОБЕРТАННЯ ГНУЧКОЇ НЕРОЗТЯЖНОЇ НІТКИ НАВКОЛО ОСІ

Розраховано форму гнучкої нерозтяжної нітки, яка обертається навколо горизонтальної осі за умови, що інтенсивність відцентрового навантаження розподілена рівномірно по прольоту нітки і провисання невелике порівняно з її прольотом.

Постановка проблеми. Розробка ефективних засобів боротьби з лісовими пожежами є однією з актуальних проблем не тільки в лісовому господарстві України, але й у багатьох інших країнах [1, 2]. Тому доситьним будуть розробки нових технологій та технічних пристрійв боротьби з лісовими пожежами. В Національному університеті цивільного захисту України у процесі розробки новий ґрунтотемальний механізм із ланцюгом як робочим органом (рис. 1).

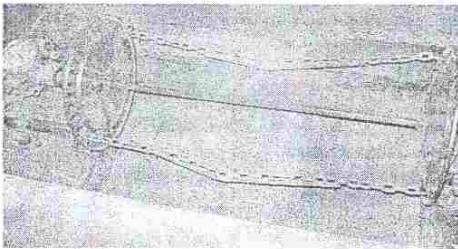


Рис. 1. Динамічний макет ґрунтотемального механізму

Метання ґрунту тут здійснюється завдяки обертанню навколо горизонтальної осі ланцюга. При цьому ланки ланцюга здирають частки ґрунту, і завдяки відцентровій сили, здійснюють їх транспортування до зони пожежі (це нагадує дію дитячої скакалки на піску). Тому актуальними будуть дослідження, присвячені пошуку рациональних параметрів ґрунтотемального механізму.

74

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для прикладної геометрії цікавою є поверхня (форма траєкторії) обертання ланок якірного ланцюга, яка впливає на експлуатаційні властивості механізму ґрунтотемання. В роботі [3] таку поверхню названо квазиконідом, адже за певних умов вона зводиться до «класичного» коніда. Але в процесі обертання за умови гальмування ланки ланцюга біля ґрунту можливі інші варіанти форми ланцюга [4]. Для дослідження цього ланцюга пропонується вважати гнучкою ніткою, яка обертається навколо горизонтальної осі. У техніці зустрічаються аналогічні види елементів, при визначенні міцності яких важливе значення має власна вага. Це - так звані гнучкі нітки [5,6]. Таким терміном позначаються гнучкі елементи у лініях електропередач, у канатних дорогах, у висячих мостах і ще інших спорудах. Такі технічні об'єкти досліджуються засобами курсів опору матеріалів [7]. Але ще недостатньо дослідженнями є питання, пов'язані з розрахунком форми гнучкої нітки, яка обертається навколо горизонтальної осі.

Формулювання цілі статті. Розрахувати спрощену (параболічну) форму гнучкої нітки, яка обертається навколо горизонтальної осі за умови, що інтенсивність відцентрового навантаження рівномірно розподілена по прольоту нітки (а не за її довжиною) і провисання невелике порівняно з її прольотом.

Основна частина. Нехай гнучка нітка постійного перерізу навантажена завдяки відцентровій сили власною вагою й «підвішено» у двох точках. Під дією відцентрової сили і власної ваги нітка провисає по деякій кривій AOB . Циліндричну проекцію відстані між спорами (точками закріплення) позначимо як L і назовемо прольотом. Нітка має постійний перетин, отже, вага її розподілена рівномірно по її довжині. Вважається, що спостерігач знаходитьться в рухомій системі координат, звідки форма нітки сприймається як звичайнє провисання. Тому далі вважатимемо, що вагу нітки спричиняє відцентрова сила. Нехай провисання нітки невелике у порівнянні з її прольотом, і довжина S кривої AOB мало відрізняється від довжини хорди AB . Тобто нітка ідеально гнучка й нерозтяжна й що її провисання відбувається тільки через розходження між довжиною нітки S і відстанню між опорами L . Відстань f по вертикалі між нижньою точкою нітки й опорами називається стрілою прогину [4]. У цьому випадку з достатньою точністю можна вважати, що «відцентрова» вага нітки рівномірно розподілена не по її довжині, а по довжині її проекції на вісь, розташованої на циліндрі, тобто уздовж прольоту L .

Нехай інтенсивність навантаження рівномірно розподілена по прольоту нітки. Позначимо через q силу ваги одиниці нітки. Це

75

навантаження (що має розмірність сила/довжина) може бути не тільки масовою вагою нитки, що припадає на одиницю довжини прольоту, але й додатковою вагою налиплючого ґрунту, які також вважається розподіленим. Отже, для положення кривої можна прийняти, що сила ваги рівномірно розподілена не по кривій AOB , а по її проекції AB . Таким чином, силу ваги нитки будемо вважати рівною $q \cdot L$.

Розглянемо умови рівноваги правобічної половини нитки. Діючі на неї сили зображені на рис. 2. Слід зазначити, що сила натягу в будь-якому перетині нитки спрямована по дотичній до кривої у відповідному місці (це слідує із припущення, що нитка ідеально гладка). Тому в нижній точці нитки O , прийнятої за початок координатої системи Oxy , сила натягу \bar{T}_o горизонтальна – тобто горизонтально направлена сила, з якої ліва частина нитки діє на праву.

Запишемо рівняння щодо точки B

$$-\bar{T}_o \cdot f + P \cdot \frac{L}{4} = 0, \quad (1)$$

де $P = \frac{q \cdot L}{2}$ – сила ваги половини нитки. З рівняння (1) знаходимо

$$\bar{T}_o = \frac{q \cdot L^2}{8f}. \quad (2)$$

З виразу (2) слід уважати, що чим менше стріла прогину нитки f , тим більше сила натягу \bar{T}_o . Із двох рівнянь для проекцій сил на осі x і y можна знайти складові X_B і Y_B у силі натягу нитки в точці B :

$$X_B - \bar{T}_o = 0, \quad X_B = \bar{T}_o = \frac{q \cdot L^2}{8f}; \quad (3)$$

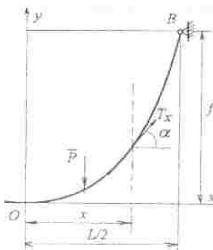
$$X_B - P = 0, \quad X_B = P = \frac{q \cdot L}{2}. \quad (4)$$

Тоді сила натягу в точці B обчислюється за формулою

$$T_B = \sqrt{X_B^2 + Y_B^2} = \frac{q \cdot L^2}{8f} \cdot \sqrt{1 + \frac{16f^2}{L^2}}, \quad (5)$$

або

$$T_B = \bar{T}_o \cdot \sqrt{1 + \frac{16f^2}{L^2}}. \quad (6)$$



Rис. 2. Параметри нитки

Другий ладанок у сумі під знаком кореня значно менше одиниці, тому можна скористатися наближеного формулою $\sqrt{1+\alpha} \approx 1 + \frac{\alpha}{2}$.

Тоді вираз (6) запишеться як

$$T_B = \bar{T}_o \left(1 + \frac{16f^2}{L^2} \right). \quad (7)$$

Формула (7) визначає найбільший натяг нитки в точці підвісу, що мало відрізняється від найменшого натягу T_0 в середній точці.

Для знаходження T_0 й T_x за формулами (2) і (7) необхідно знати стрілу прогину f . А для знаходження стріли прогину f потрібно знати рівняння кривої, за якою провисає нитка. Для одержання необхідного рівняння розглянемо частину нитки, розташовану між початком координат і довільним перетином з абсцисою x (рис. 2).

Для цієї частини нитки запишемо два рівняння рівноваги (для проекцій сил на осі x і y):

$$-T_0 + T_x \cdot \cos \alpha = 0, \quad (8)$$

$$T_x \cdot \sin \alpha - P_x = 0, \quad (9)$$

де $P_x = q \cdot x$ – сила ваги розглянутої частини нитки, T_x – сила натягу на правому кінці цієї частини.

З рівняння (8) слідує, що з віддаленням від нижньої точки O , тобто зі збільшенням кута α , сила натягу нитки зростає й досягає максимуму в точках підвісу.

Виключивши з рівнянь (8) і (9) T_x , з урахуванням рівняння (2) одержимо

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{8f \cdot x}{L^2}. \quad (10)$$

Тому що $\operatorname{tg} \alpha = \frac{dy}{dx}$, то рівність (10) запишеться

$$\frac{dy}{dx} = \frac{8f \cdot x}{L^2}. \quad (11)$$

Співвідношення (11) являє собою диференціальне рівняння, що визначає форму нитки в положенні рівноваги. Після інтегрування правої частини тоді жності (11), одержимо

$$y = \frac{4f \cdot x^2}{L^2}. \quad (13)$$

Таким чином, при зроблених нами припущеннях (стріла прогину f мала порівнянно з довжиною прольоту L), кожка нитка в положенні рівноваги приймає форму параболи. У більш точних припущеннях (стріла прогину f не є малою в порівнянні з довжиною прольоту L) рівняння кривої рівноваги важкої нитки визначає ланцюгову лінію.

За допомогою рівняння (13) можна виразити стрілу прогину f через S і L .

Дійсно, нескінченно малий елемент довжини нитки дорівнює $dS = \sqrt{dx^2 + dy^2}$. Звідки

$$dS = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} \cdot dx = \sqrt{1 + (y')^2} \cdot dx.$$

Для пологої нитки квадрат покідної набагато менший за одиницю: $(y')^2 \ll 1$. Тому

$$dS = \sqrt{1 + (y')^2} \cdot dx = 1 + \frac{(y')^2}{2} \cdot dx.$$

Тоді довжина нитки

$$S = \int_{-L/2}^{L/2} \left[1 + \frac{(y')^2}{2} \right] \cdot dx. \quad (14)$$

Тому що $y' = \frac{8f \cdot x}{L^2}$, то вираз (14) можна записати як

$$S = \int_{-L/2}^{L/2} \left[1 + \frac{32f^2 \cdot x^2}{L^4} \right] \cdot dx = L + \frac{8f^2}{3L}.$$

Звідси знаходимо стрілу прогину

$$f = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3L \cdot (S - L)}. \quad (15)$$

Приклад. Визначимо найбільшу й найменшу силу натягу ланцюга довжиною $S = 2,1$ м., якщо сила ваги його одиниці довжини $q = 10$ Н/м, а довжина прольоту $L = 2$ м.

За формулою (15) знаходимо стрілу прогину

$$f = \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 0,1} = 0,27 \text{ м.}$$

Найменшу силу натягу визначимо за формулою (2)

$$T_0 = \frac{10 \cdot 2^2}{8 \cdot 0,27} = 18,52 \text{ Н.}$$

Найбільшу силу натягу визначимо за формулою (7)

$$T_B = 18,52 \cdot \left(1 + \frac{16 \cdot 0,27^2}{2^2} \right) = 23,92 \text{ Н.}$$

Отже, одержуємо: $f = 0,27$ м., $T_0 = 18,52$ Н., $T_B = 23,92$ Н.

Але при більш точних припущеннях рівняння кривої рівноваги и важкої нитки описує не параболу, а ланцюгову лінію. Обчислення за цими припущеннями дають такі значення шуканих величин: $f = 0,27$ м., $T_0 = 18,2$ Н., $T_B = 23,3$ Н. Порівняння більше точних і наближених значень підтверджує справедливість зроблених нами припущень для практичних розрахунків.

Висновки. Допущення про закон розподілу навантаження полегшує розрахунок, але робить його разом з тим наближенним; якщо при точному розв'язанні (навантаження розподілене уздовж кривої) кривою обертання буде ланцюгова лінія, то при наближенному розв'язанні крива обертання виявляється квадратною параболою.

Список літератури

1. Валдайский Н.П. Тушение лесных низовых пожаров способом метания грунта: метод. рекомендации / Н.П.Валдайский, С.М. Вонский, А.Н.Чукичев. - Л.: ЛенНИИЛХ, - 1977. - 33с.
2. Чукичев А.Н. Грунтогемёт ГГ-3 для борьбы с лесными пожарами / А.Н.Чукичев, Н.П.Валдайский, С.М.Вонский, Ю.М.Кобяков // Сб. науч. тр. Механизация лесохозяйственных работ на северо-западе Тайганской зоны, Л.: ЛенНИИЛХ, 1976. - С. 71-76.
3. Попова А.М. Опис та геометричні властивості траекторій обертання ланок ланцюга як робочого органа грунтогеметального організму / А.М.Попова // Прикладна геометрія та інженерна графіка. - Київ: КНУБА, 2011.- Вип. 88. - С. 264-270.
4. Семків О.М. Розрахунок робочого органа ланцюгового грунтогеметального механізму / О.М.Семків, В.М.Шамохін // Прикладна геометрія та інженерна графіка. - Київ: КНУБА, 2011.- Вип. 88. - С.303-312.
5. Меркин Д.Р. Введение в механику гибкой нити. -М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1980.-240 с.
6. Батт М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. Теоретическая механика в примерах и задачах.- т. 3.- М.: Наука, 1973.- 488 с.
7. Вольмир А. С. Сопротивление материалов. / А.С.Вольмир, Ю.П.Григорьев, А.И.Станкевич / Москва: Дрофа, 2007. - 592 с.

Отримано 18.11.2011, ХДУХТ, м. Харків.
© О.М.Семків, А.М.Попова 2011.

Зміст

Куценко Л.М., Руденко С.Ю.	
Армування фасонних гумових поверхонь обертання намотуванням кевларової нитки.....	3
Найдин А.В., Верещага В.М., Бездітний А.О., Кутеренко В.В.	
Моделювання поверхонь внутрішніх каналів гідромашин у точковому численні.....	11
Борисенко В.Д., Котляр Д.В.	
Формування напрямків геометричного моделювання системи охолодження лопаток осьової турбіни.....	17
Несвідомін А.В.	
Моделювання руху частинки по шорсткій внутрішній поверхні горизонтального циліндра в проекціях на орти локальних систем координат.....	23
Павлов А.И.	
Характеристики зубьев зубчатых колес.....	30
Найдин А.В., Спірінцев Д.В.	
Дискретна інтерполяція параметрично поданих просторових ДПК.....	38
Мотайло А.П., Хомченко А.Н., Тулученко Г.Я.	
Інтерполяціонні функції на ікосаедре.....	44
Вірченко Г.А., Уставщиков В.Г.	
Приклади удосконалення геометричного моделювання об'єктів машинобудування на засадах структурно-параметричного підходу.....	52
Усенко В.Г.	
Модель ймовірності безвідмовної роботи технічної системи з рівними значеннями надійності її елементів.....	57
Вороілов О.В.	
Підхід до дискретного представлення безперервних кривих.....	63
Архипов А.В., Сенченко В.Н.	
Геометрическое моделирование и модернизация автомобильного ДВС средствами AUTODESK INVENTOR.....	67
Семкін О.М., Попова А.М.	
Спрощений опис форми обертання гнучкої нерозтяжної нитки навколо осі.....	74
Дегтирь В.В., Алексенко О.В.	
Моделювання вітрового навантаження рекламних конструкцій засобами COSMOSFloWorks та COSMOSWorks.....	80
Устенко С.А.	
Геометричне моделювання просторових кривих ліній заданих кривини та скрутки.....	86

134

Лагодіна Л.П.	
Полярні двовимірні параметричні полікоординатні відображення плошкої кривої.....	91
Колочавін Р.М.	
Модифікована MAPLE - програма побудови поверхонь КУНСА.....	96
Нени В.Г., Захарченко В.П., Зінченко Н.О.	
Формалізований метод побудови меридіанного перерізу робочого колеса відцентрового насосу.....	102
Дубров А.А., Слободської Р.Б.	
Определение координат опорных точек фигуры человека по стереоснимкам.....	108
ВІКЛАДАННЯ ГРАФІЧНИХ ДИСЦИПЛІН: ТЕОРІЯ, МЕТОДОЛОГІЯ, ПРАКТИКА (дискусійні питання).....	112
Тормосов Ю.М., Сафулина К.Р., Слободської Р.Б.	
Роль начертательной геометрии в интеллектуальном развитии студентов.....	113
Бетін В.Д.	
Проблеми викладання курсу "Комп'ютерна графіка".....	117
Середа І.В., Сукачов І.І., Грицина Н.І.	
Аксонометрія в конструкторських системах.....	122
Мельниченко Н.П.	
Графо-аналитические традиции в управлении строительством.....	127
Зміст.....	134

135