

УДК 514.18

ПЗ.8

Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці Таврійського державного агротехнологічного університету – Вип. 4, т. 57. – Мелітополь: ТДАТУ, 2013 – 259 с.

Друкуються за рішенням Вченої Ради ТДАТУ,  
Протокол № 9 від 26.03.2013 р.

У випуску наукових праць друкуються матеріали за результатами досліджень, проведених у 2013 р. та присвячених геометричному моделюванню кривих ліній та поверхонь, що відображають явища та процеси у виробництві та експериментальних дослідженнях. В окремих роботах розглядаються деякі аспекти теорії апроксимації та перетворень.

Дослідження фахівців Таврійського державного агротехнологічного університету проведені у відповідності з науково-технічною програмою «Моделювання явищ та процесів в АПК» (№ держреєстрації 0102 У 000695)

Випуск призначений для науковців, інженерів, аспірантів і студентів.

Редакційна колегія праць ТДАТУ:

Кюрчев В.М. – к.т.н., професор, ректор ТДАТУ (головний редактор);  
Надикто В.Т. – чл.-кор. НААН України, д.т.н., професор (заст. головного редактора);  
Дюрдєв В.Т. – к.т.н., професор, (відповідальний секретар);  
Дідур В.А. – д.т.н., професор; Кушнарєв А.С. – чл.-кор. НААН України, д.т.н., професор;  
Найдиш А.В. – д.т.н., професор; Никифорова Л.С. – д.т.н., професор;  
Овчаров В.В. – д.т.н., професор; Панченко А.І. – д.т.н., професор;  
Роган Ю.П. – к.т.н., професор; Скляр О.Г. – к.т.н., доцент;  
Тарасенко В.В. – д.т.н., професор; Шацький В.В. – д.т.н., професор;  
Ялчачик Ф.Ю. – к.т.н., професор.

Відповідальний за випуск – д.т.н., професор Найдиш А.В.  
(кафедра «Прикладна математика та комп'ютерні технології»)

Адреса редакції: ТДАТУ

Прост. Б. Хмельницького 18,  
м. Мелітополь, Запорізька обл.,  
72312, Україна

ISSN 2078-0877

© Таврійський державний агротехнологічний університет, 2013.

УДК 514.18

### ЗАСТОСУВАННЯ ФОРМУЛ СЕРРЕ-ФРЕНЕ ДО МОДЕЛЮВАННЯ КРИВИХ, ЩО ПРОХОДЯТЬ ЧЕРЕЗ ЗАДАНІ ТОЧКИ ПЛОЩИНИ АБО ПРОСТОРУ

Агарков О.Ю.

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова  
(м. Миколаїв, Україна)

Тел: (0512) 39-73-82

**Анотація** – пропонується метод моделювання плоских і просторових кривих із застосуванням рівнянь Серре-Френе, які інтегруються числовим методом Рунге-Кутта за умови, що кривина і скрут підпорядковуються визначеним залежностям від довжини дуги обводу, а криві проходять через задані початкову і кінцеву точки.

**Ключові слова** – моделювання, плоска або просторова крива, формули Серре-Френе, числове розв'язання.

**Постановка проблеми.** Питання побудови плоских і просторових кривих, які задовольняють певним умовам, є дуже важливим у багатьох практичних застосуваннях, зокрема, у галузях науки і техніки, де розглядається рух тих чи інших об'єктів у різноманітних середовищах. У першу чергу це стосується таких галузей промисловості як літако-, судно-, авто-, турбобудування тощо. Незважаючи на успіхи, досягнуті фахівцями з прикладної геометрії, пошук нових підходів до моделювання кривих має важливе наукове й практичне значення.

**Аналіз останніх досліджень.** У роботах [1, 2] розв'язувалося питання моделювання плоских і просторових кривих із застосуванням формул Серре-Френе за умови, що кривина і скрут кривих підпорядковуються певним кусково-лінійним залежностям від довжини дуги. У цих роботах також відзначалося, що необхідно запропонувати такий підхід до моделювання кривих, який забезпечував би їх проходження через початкову та кінцеву точки, розташовані у площині або просторі.

**Формування цілей статті.** Метою цієї статті є розробка підходу до геометричного моделювання плоских і просторових кривих із

- ктросвязи: Научно-технический журнал по проводной и радиосвязи, телевидению и радиовещанию. – М., Общество с ограниченной ответственностью "Инфо-электросвязь" 2009. – N 8. – С. 32-36.
4. Пат. на корисну модель 64391 Україна: МПК H04W 12/00 Спосіб візуалізації [Текст]. / Карпінський В.М., Ситух П.С., Боровик В.Л., Карпінський М.П.; власник патенту Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя. – № н 2011 03578; заявл. 25.03.11; опубл. 10.11.2011, Бюл. № 21. – 4 с.
5. Демчишин О. Кластерна модель комп'ютерної візуалізації мережі сенсорів [Текст] / О.І. Демчишин // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – Тернопіль: Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2012. – Т. 18, № 2. – С. 120-132.
6. Алгоритм побудови та дослідження структури кластера при геометричному моделюванні бездротових сенсорних мереж [Текст] / В. Чиж, О. Демчишин, М. Карпінський, [и др.] // Збірник наукових праць "Будівництво та техногенна безпека" – Сімферополь: Національна академія природоохоронного та курортного будівництва, 2012. – Вип. 41. – С. 246-251.

**МЕТОД СТАЦИОНАРНЫХ СИГНАЛЬНЫХ ТОЧЕК КАК СРЕДСТВО АНАЛИЗА И ВИЗУАЛИЗАЦИИ ОСТАТОЧНОЙ ЭНЕРГИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ УЗЛОВ В БЕСПРОВОДНЫХ СЕНСОРНЫХ СЕТЯХ С АВТОНОМНЫМ ПИТАНИЕМ**

В.М. Чиж, М.П. Карпинский, С.М. Балабан

*Аннотация* - в работе обоснована целесообразность применения метода стационарных сигнальных точек для визуализации одновременного изменения силы сигналов информационных узлов. Рассмотрена возможность оценки остаточной энергии источников питания информационных узлов и сил их сигналов.

**METHOD OF STATIONARY SIGNALLING POINTS AS A MEANS ANALYSIS AND VISUALIZATION OF RESIDUAL ENERGY INFORMATION NODES IN WIRELESS SENSOR NETWORKS WITH AUTONOMOUS POWER SUPPLY**

V. Chish, M. Karpinsky, S. Balaban

*Summary*

Functional safety, information systems, sensor, wireless sensor networks, four point simplex, cluster visualization, transformation, fixed alarm point, functional safety, information systems, sensor, wireless sensor networks, four point simplex, cluster visualization, transformation, fixed alarm

УДК 514.18

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ ГРУНТА СО СЛУЧАЙНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ УЧЕТЕ НЕЛИНЕЙНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ВОЗДУХА**

Шатохин В.М., д.т.н.,  
Харьковский национальный университет строительства и архитектуры  
Семкин О.М., к.т.н.,  
Попова А.Н.  
Национальный университет гражданской защиты Украины  
Тел.: (057) 700-30-53

*Аннотация* – рассмотрена математическая модель движения частиц грунта, выбрасываемых роторным грунтометателем, при учете нелинейного сопротивления. Предложен метод исследования влияния случайных параметров частиц грунта (форма, размера и т.д.) с произвольной плотностью вероятности распределения на дальность выбрасывания. Приведены результаты имитационного моделирования траекторий движения и дальности полета частиц грунта.

*Ключевые слова* – частица грунта, роторный грунтометатель, нелинейное сопротивление, случайные параметры, имитационное моделирование движения.

*Постановка проблемы.* Эффективным средством ликвидации низовых пожаров в условиях отсутствия воды являются грунтометательные механизмы [1 - 3]. Работы, направленные на совершенствование технологий грунтометания чрезвычайно важны, так как существующие конструкции грунтометательных механизмов недостаточно совершенны. Рядом достоинств обладают роторные грунтометатели [3, 4], которые грунт в зону возгорания выбрасывают с помощью лопаток, расположенных на вращающемся роторе. Обеспечение рациональных технологических характеристик устройств зависит, в частности, от качества моделирования движения частиц грунта в воздухе [5, 6]. Исследования, посвященные этим вопросам, имеют актуальный характер.

*Анализ последних исследований.* В статье [5] с использованием геометрических представлений исследовано влияние параметров схода частиц грунта с лопатки и коэффициента сопротивления

© Шатохин В.М., Семкин О.М., Попова А.Н.

воздуха (сила сопротивления принималась линейно зависящей от скорости) на траектории частиц, а, следовательно, и эффективность грунтометателя. Установлено, что хотя его изменение в широких пределах относительно слабо влияет на дальность метания и ширину полосы распределения грунта, приемлемые значения коэффициента выбрать сложно. Кроме того такая модель не позволяет учесть случайный характер параметров частиц грунта (форма, размеры, масса и т.д.), от которых, очевидно, существенно зависит характер движения частиц. В работе [6] предложена нелинейная модель движения частиц грунта в воздухе, представлены некоторые результаты расчетов траекторий, учитывающие случайный характер коэффициента сопротивления.

*Формулировка целей статьи.* Исследовать влияние скорости схода частиц грунта с лопатки, их размеров, коэффициента сопротивления на траектории движения и дальность полета с помощью нелинейной математической модели движения, когда сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости. Изучить влияние случайных параметров частиц грунта на дальность выбрасывания. Дать результатам наглядную геометрическую интерпретацию.

*Основная часть.* На рис. 1 показана траектория движения частицы грунта, после соскальзывания с лопатки грунтометателя. Частица рассматривается как материальная точка  $M$ , движущаяся в вертикальной плоскости ( $Oxy$ ) под действием силы тяжести  $mg$  и силы сопротивления воздуха [7].

$$R = -\frac{1}{2} k \rho S v^2 \frac{v}{v}, \quad (1)$$

где  $k$  – коэффициент аэродинамического сопротивления;  
 $\rho$  – плотность воздуха (при  $20^\circ C$  –  $\rho = 1,204 \text{ кг/м}^3$ );  
 $S$  – площадь поперечного сечения;  
 $v$ ,  $v$  – соответственно вектор и модуль скорости.

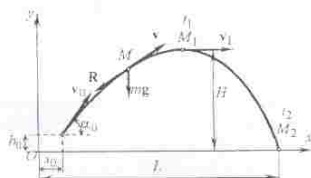


Рис. 1. Траектория движения частицы грунта.

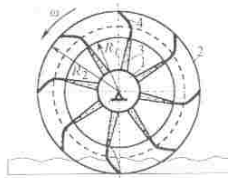


Рис. 2. Схема грунтометателя.

Таким образом, сила сопротивления направлена против скорости и пропорциональна квадрату ее модуля. Обоснование квадратичной зависимости дано в [6].

На рисунке приняты обозначения:  $s_0$ ,  $h_0$  – декартовы координаты схода частицы;  $v_0$ ,  $\alpha_0$  – скорость и угол схода частицы;  $L$ ,  $H$  – дальность и наибольшая высота полета частицы (соответствующие моменты времени –  $t_1$ ,  $t_2$ ).

Основные элементы грунтометателя показаны на рис. 2: 1 – ступица; 2 – кольцо; 3 – спица; 4 – криволинейная лопатка. Предполагается, что метатель вращается с угловой скоростью  $\omega$  против хода часовых стрелок. Радиусы  $R_1$  и  $R_2$  представляют собой радиусы окружностей, проходящих через заднюю и переднюю кромки лопатки.

Система дифференциальных уравнений движения точки  $M$  имеет вид [6]:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{1}{2} \frac{k \rho S}{m} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \dot{x}; \\ \ddot{y} &= -g - \frac{1}{2} \frac{k \rho S}{m} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \dot{y}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$ ,  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$  – соответственно проекции скорости и ускорения точки на координатные оси  $x$  и  $y$ .

Таким образом, исследование движения частицы грунта сводится к интегрированию системы нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка (2), что можно осуществить численно. Начальные условия будут, очевидно, следующими:

$$\text{при } t=0, \quad x=x_0=s_0, \quad y=y_0=h_0, \quad \dot{x}=\dot{x}_0=v_0 \cos \alpha_0, \quad \dot{y}=\dot{y}_0=v_0 \sin \alpha_0. \quad (3)$$

Численное интегрирование системы дифференциальных уравнений (2) порождает некоторые особенности исследования движения частиц грунта, так как решения в этом случае представляются дискретными значениями искомых функций. Для определения же дальности полета  $L$  необходимо найти время полета частицы  $t_2$  из условия  $y(t)=0$ , а затем вычислить значение  $L=x(t_2)$ , что требует аналитического представления функций  $x(t)$  и  $y(t)$ . Современные математические пакеты, в частности MathCAD [8], позволяют достаточно просто обойти указанные осложнения, используя идею интерполяции таблично заданных функций. В данной работе расчеты выполнялись с применением кубической сплайн-интерполяции. Важным обстоятельством является то, что полученные

таким способом функція в середі MathCAD можна аналітично диференціювати, як і традиційні функції.

Для пошуку корня рівняння  $y(t)=0$  в середі MathCAD зручно використати вбудовану функцію  $\text{root}(f(x), x, a, b)$ .

Благодаря інтерполяції, використовуючи відомі необхідні умови екстремума функції, без зусиль можна знайти найбільшу висоту підйому частини  $H$  або представити траєкторію руху в координатній формі.

**Урахування випадкових параметрів частини ґрунту.** Розглядавана задача має суттєво стохастичний характер, обумовлений тим, що розміри частини, їх маса, коефіцієнт аеродинамічного опору і т.д. – випадкові величини. Розроблена математична модель руху при наявності випадкових стохастичних даних по параметрам частини ґрунту дозволяє проводити дослідження з урахуванням їх випадковості.

Не порушуючи общности, будемо полагати, що для випадкових параметрів щільності ймовірностей мають нормальне розподілення [9] (рис. 3)

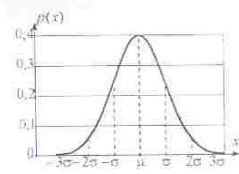


Рис. 3. Щільність ймовірності нормального розподілення.

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad (4)$$

де  $\mu$  – математичне очікування,

$\sigma$  – середньквардратичне відхилення.

В розглядаваній задачі центральна гранична теорема може служити переконливим аргументом на користь такого вибору.

Послідовність дій при урахуванні впливу випадкового характеру параметрів частини ґрунту на дальність їх викидання розглянемо на прикладі випадкового коефіцієнта аеродинамічного опору  $k$ . Задаємося математичним очікуванням  $\mu_k$  і середньквардратичним відхиленням  $\sigma_k$  для  $k$ ; формують вектор  $N_k$  незалежних випадкових чисел, кожне з яких має нормальне розподілення (в MathCAD зручно використовувати для цих цілей функцію  $\text{pnorm}(N, \mu, \sigma)$ ). Далі по розробленій математичній моделі здійснюємо  $N_k$  розрахунків дальності польоту частини ґрунту. Наглядний аналіз отриманих результатів цілком природно завершити побудовою гістограми для дальності польоту частини ґрунту. В середі MathCAD для цих цілей є ряд засобів. Найбільш універсальний – оснований на використанні функції  $\text{hist}(\text{intvl}, x)$ .

**Розрахунок дослідження руху частини ґрунту.** Приведемо деякі результати досліджень руху частини ґрунту з використанням розробленої математичної моделі і випадковим характером їх параметрів. Імітаційне моделювання проводилося для частини сферическої форми. Відзначимо, аеродинамічний коефіцієнт опору  $k$  суттєво залежить від форми тіла; межі його зміни [7]:  $k=0,04$  – обтекаєме тіло (капля);  $k=1$  – пластинка, площина якої перпендикулярна швидкості руху. У сферического тіла  $k=0,47$ . Для площини його поперечного перерізу, очевидно, має місце формула

$$S = \pi r^2, \text{ м}^2, \quad (5)$$

а для маси

$$m = \gamma \frac{4}{3} \pi r^3, \text{ кг}, \quad (6)$$

де  $r$  – радіус сфери;  $\gamma$  – щільність ґрунту (щільність піщаних і глинистих ґрунтів  $\gamma=1600 \pm 2100 \text{ кг/м}^3$ ).

В розрахунках приймаємо  $\gamma=2000 \text{ кг/м}^3$ .

На рис. 4, а, б показані траєкторії руху частини при зміні швидкості падіння  $v_0$  з лопатки з  $6 \text{ м/с}$  до  $30 \text{ м/с}$  для різних  $k$  (значення швидкості в  $\text{м/с}$  вказано над кожним кривою).

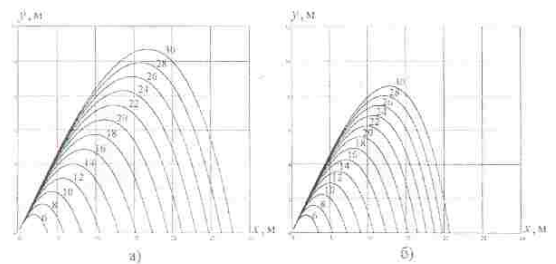


Рис. 4. Траєкторії польоту частини ґрунту в залежності від  $v_0$

( $r=0,01 \text{ м}$ ;  $\alpha_0=45^\circ$ ): а) –  $k=0,47$ ; б) –  $k=0,75$ .

Збільшене до  $0,75$  значення  $k$  відображає більше опір повітря (наприклад, через форму частини або стан її поверхні). Аналіз траєкторій показує, що ефект збільшення дальності кидку частини  $l$  з збільшенням початкової

скорості  $v_0$  зменшується при більших значеннях  $v_0$  – сказується квадратична залежність сил опору від швидкості. Збільшення  $k$  приблизительно на 50% зменшує дальність польоту частинок приблизно на 25%.

Аналогічні траєкторії для зменшеного в два рази радіуса частинок показані на рис. 5, а, б. Дальність польоту частинок зменшується при цьому приблизительно на 30%.

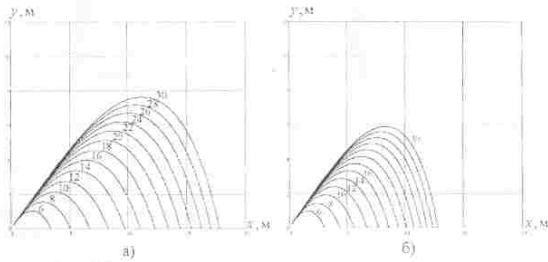


Рис. 5. Траєкторії польоту частинки ґрунту в залежності від  $v_0$   
( $r=0,005$  м;  $\alpha_0=45^\circ$ ): а) –  $k=0,47$ , б) –  $k=0,75$ .

Траєкторії на рис. 6, а, б отримані при варіюванні радіуса частинки  $r$ , що сказувалося, очевидно, на площі її поперечного сечення (5) і масі (6). Радіус змінювався в межах від 0,0025 м до 0,025 м з кроком 0,0025 м (на рисунку криві пронумеровані в відповідному порядку).

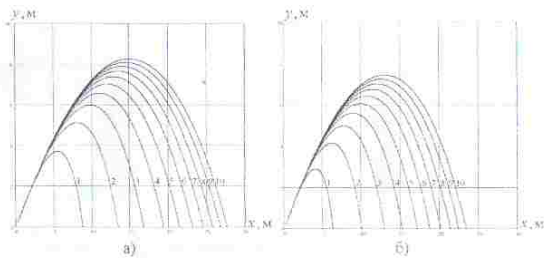


Рис. 6. Траєкторії польоту частинки ґрунту в залежності від радіуса  
( $v_0=20$  м/с;  $\alpha_0=45^\circ$ ): а) –  $k=0,47$ , б) –  $k=0,75$ .

Має місце яро виражена тенденція: збільшення розміру частинки, при інших рівних умовах, приводить до зростання дальності її вибрасування; збільшення коефіцієнта опору – до зменшення дальності.

При проведенні стохастических розрахунків найбільший практичний інтерес представляють розрахунки, що враховують випадковий характер коефіцієнта аеродинамічного опору. На рис. 7, а, б представлені результати розрахунків для частинки з  $r=0,01$  м і  $v_0=30$  м/с. Для математичного очікування і середньквардатического відхилення брались значення відповідно  $\mu_k=0,47$  (сферическа форма частинки),  $\sigma_k=0,14$ . При такому  $\sigma_k$  “перекривається” практически весь діапазон можливих значень коефіцієнта аеродинамічного опору (тело обтекаемої форми – пластинка, плоскостю якої перпендикулярна напрямленню руху).

В розрахунках по изложенной выше методике брались  $N_k=1000$  випадкових значень  $k$ , розподілених по нормальному закону. Для указаних значень розраховувались дальності вильоту частинки і будувалась гістограма з рівними інтервалами (рис. 7, а) – графік, апроксимуючий по випадковим даним густина їх розподілення. На рис. 7, б показана гістограма з  $\sigma_k=0,07$ .

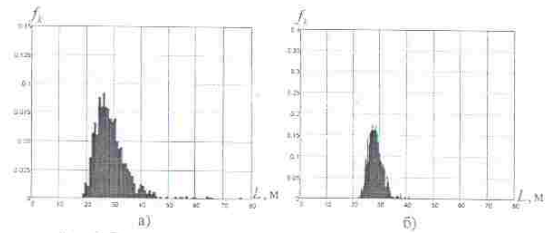


Рис. 7. Гістограма дальності польоту частинки ґрунту  $\mu_k=0,47$   
( $r=0,01$  м;  $\alpha_0=45^\circ$ ): а) –  $\sigma_k=0,14$ ; б) –  $\sigma_k=0,07$ .

Вибірочне середнє значення  $\mu_L$  для дальності польоту в першому випадку оказується рівним 29,3 м, а середньквардатическе (стандартне) відхилення  $\sigma_L=6,72$  м; во другому випадку відповідно 28,2 м і 2,61 м. Таким образом двукратное зменшення  $\sigma_k$  привело більше чем двукратному зменшенню середньквардатического відхилення.

Результаты аналогичных расчетов для частиц с  $r = 0,005\text{ м}$  представлены на рис. 8, а, б.

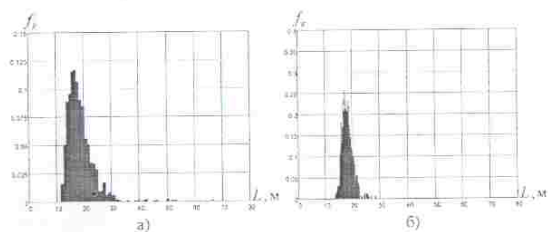


Рис. 8. Гистограмма дальности полета частиц грунта  $\mu_s = 0,47$  ( $r = 0,005\text{ м}$ ;  $\alpha_0 = 45^\circ$ ): а)  $\sigma_s = 0,14$ ; б)  $\sigma_s = 0,07$ .

Выборочное среднее значение  $\mu_L$  для дальности полета в первом случае оказывается равным  $19,1\text{ м}$ , а среднеквадратическое (стандартное) отклонение  $\sigma_L = 5,80\text{ м}$ ; во втором случае соответственно  $18,1\text{ м}$  и  $1,92\text{ м}$ . Таким образом значения  $\mu_L$  примерно на 30% меньше предыдущих, что подтверждает ранее сделанный вывод о влиянии размеров частицы на дальность полета.

С практической точки зрения представляют интерес стохастические расчеты, учитывающие случайный характер распределения размеров частиц. На рис. 9, а, б представлены результаты расчетов гистограмм для частиц, скорость схода которых  $v_0 = 30\text{ м/с}$ .

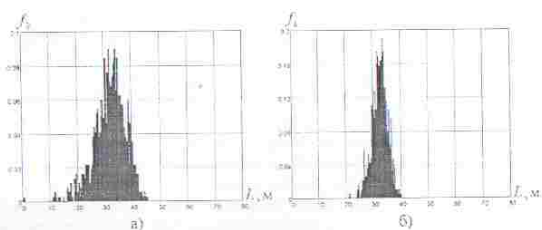


Рис. 9. Гистограмма дальности полета частиц грунта  $\mu_s = 0,013\text{ м}$  ( $k = 0,47$ ;  $\alpha_0 = 45^\circ$ ): а)  $\sigma_s = 0,004\text{ м}$ ; б)  $\sigma_s = 0,002\text{ м}$ .

Для математического ожидания и среднеквадратического отклонения брались значения соответственно  $\mu_r = 0,013\text{ м}$  (сферическая форма частицы),  $\sigma_r = 0,004\text{ м}$ . При таком значении  $\sigma_r$  практически все значения радиуса частицы будут попадать в интервал  $0,001\text{ м} < r < 0,025\text{ м}$ . Как и выше, полагаем, что  $N_r = 1000$  случайных значений  $r_s$  распределены по нормальному закону. Для указанных значений рассчитывались дальности вылета частиц и строилась гистограмма с равными интервалами (рис. 9, а) – график, аппроксимирующий по случайным данным плотность их распределения. На рис. 9, б показана гистограмма с  $\sigma_r = 0,002\text{ м}$ .

Выборочное среднее значение  $\mu_L$  для дальности полета в первом случае оказывается равным  $32,0\text{ м}$ , а среднеквадратическое (стандартное) отклонение  $\sigma_L = 5,81\text{ м}$ ; во втором случае соответственно  $32,0\text{ м}$  и  $2,85\text{ м}$ , т.е.  $\sigma_L$  во втором случае примерно в два раза меньше, чем в первом.

**Выводы.** 1. Предложена математическая модель движения частиц грунта, выбрасываемых роторным грунтometателем, учитывающая квадратичную зависимость сопротивления воздуха от скорости. 2. Рассмотрен метод исследования влияния случайных параметров частиц грунта с произвольным распределением плотности вероятности на дальность выбрасывания. 3. Приведены результаты имитационного моделирования траекторий движения и дальности полета частиц грунта и дан их анализ.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на изучение статистических характеристик параметров различных типов грунтов и их влияния на статистические показатели дальности вылета частиц.

**Литература**

1. *Валдайский Н.П.* Тушение лесных низовых пожаров способом метания грунта. Метод. Рекомендации // *Н.П. Валдайский, С.М. Вонский, А.Н. Чукичев.* – Я.: ЛЕНИИЛХ, 1977. – 33 с.
2. *Семків О.М.* Розрахунок робочого органа ланцюгового грунтometального механізму // *О.М. Семків, В.М. Шатохин* // Міжвідомчий науково-технічний збірник "Прикладна геометрія та інженерна графіка" – К.: КНУБА, 2011. – Вип. 87. – С. 303-312.
3. *Шатохин В.М.* Об оптимальной форме лопатки роторного грунтometателя // *В.М. Шатохин, О.М. Семків, А.Н. Попова* // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2013. – № 2. – С. 49-55.
4. *Семків О.М.* Опис руху частки ґрунту по лопатці із профілем брахістохрони у повідцентрових сил інерції // *О.М. Семків, В.М. Шатохин, А.М. Попова* // Геометричне та комп'ютерне моделювання: Збірник наукових праць. – Х.: ХДУХТ, 2012. – Вып. 30. – С. 190-200.