



**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Численні експерименти і демонстрації руху інерціода та його різновидів викликали дискусію в наукових колах. Більша частина вчених вважає, що рух інерціода обумовлений присутністю в розглянутій системі сил тертя. Тоді як дослідники В.М.Толчина вважають, що рух інерціода пов'язаний із виниклими силами інерції за рахунок прискореного обертання внаслідок вантажів [2, 3]. Однак така інтерпретація поведінки інерціода спричиняє необхідність припустити, що порушуються закони механіки Ньютона. Адаже можливість створення зазначеного руху суперечить закону збереження імпульсу. Тому прихильники інерціодів стверджують, що тут використовуються якісь «нові» властивості інерційних мас і гравітаційних полів [3].

Для пояснення руху інерціода доцільно розглянути його модифікацію на базі 2d-пружинного маятника [4-7]. Це дозволить пояснити (і узагальнити) причини руху візка, які пов'язані зі сплюсненням чи розтягненням пружини в певні зручні моменти подолання вантажу на траєкторії його переміщення.

**Формулювання цілей статті.** Дослідити спосіб виникнення руху візка у горизонтальному напрямку за допомогою коливання у вертикальній площині маятника 2d-пружинного маятника, для якого було визначено нехаотичну траєкторію переміщення.

**Основна частина.** Механічні пружини або їх аналоги з еластичних матеріалів входять до складу багатьох машин і механізмів, де діють в режимі подовження або стиснення. Але існують пристрої, в яких шло пружини мас з'являються «двовимірні» коливання у вертикальній площині навколо стаціонарно закріпленого одного кінця і з вантажем на другому кінці (подібно коливанням математичного маятника). При цьому вважається, що конструктивно забезпечено незгинання осі пружини у поперечному напрямку. Цією коливальною конструкцією назвемо 2d-пружинний маятник [7].

Допільність дослідження коливань 2d-пружинних маятників продемонструємо на прикладі виникнення руху візка у горизонтальному напрямку (рис. 3).

На маятник здійснюватимемо обертання [6] з швидкістю  $\omega(t)$  навколо горизонтальної осі  $Ox$  кут відхилення рухливий від вертикалі  $\varphi(t)$  пружини подовжимої пружини для складеної системи рівнянь Лагранжа другого роду використовуємо закріплення

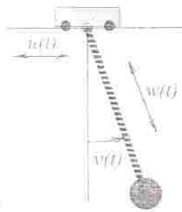


Рис. 3. Схема пружинного маятника від візка

$L = K - P$  такими формулами для кінетичної і потенціальної енергій:

$$K = (m_1 + m_2) \left( \frac{d}{dt} u(t) \right)^2 + \frac{1}{2} m_2 \left[ \left( \frac{d}{dt} w(t) \right)^2 + w^2(t) \left( \frac{d}{dt} v(t) \right)^2 + 2 \left( \frac{d}{dt} u(t) \right) \times \left[ \left( \frac{d}{dt} w(t) \right) \sin(v(t)) + w(t) \left( \frac{d}{dt} v(t) \right) \cos(v(t)) \right] \right] \quad (1)$$

$$P = -m_2 w(t) g \cos(v(t)) + \frac{1}{2} k (w(t) - d)^2$$

У формулах (1) прийнято позначення:  $m_1$  – маса візка,  $m_2$  – маса вантажу;  $d$  – довжина пружини маятника у ненавантаженому стані,  $k$  – коефіцієнт жорсткості пружини.

Система рівнянь Лагранжа другого роду має вигляд:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2) \frac{d^2}{dt^2} u(t) + \frac{1}{2} m_2 \left[ 2 \left( \frac{d^2}{dt^2} w(t) \right) \sin(v(t)) + \frac{d}{dt} w(t) \cos(v(t)) \left( \frac{d}{dt} v(t) \right) - 2 w(t) \left( \frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) \cos(v(t)) + 2 w(t) \left( \frac{d}{dt} v(t) \right) \sin(v(t)) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_2 \left[ 4 w(t) \left( \frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) \left( \frac{d}{dt} w(t) \right) - 2 w(t) \left[ 2 \left( \frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) + 2 \left( \frac{d^2}{dt^2} u(t) \right) w(t) \sin(v(t)) \right] - 2 \left( \frac{d}{dt} u(t) \right) \left( \frac{d}{dt} w(t) \right) \cos(v(t)) - 2 \left( \frac{d}{dt} u(t) \right) w(t) \sin(v(t)) \left( \frac{d}{dt} v(t) \right) - m_2 g w(t) \sin(v(t)) \right] &= 0 \\ \frac{1}{2} m_2 \left[ 2 \left( \frac{d^2}{dt^2} w(t) \right) + 2 \left( \frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) \sin(v(t)) + 2 \left( \frac{d}{dt} u(t) \right) \sin(v(t)) \left( \frac{d}{dt} v(t) \right) \right] &= 0 \\ \frac{1}{2} m_2 \left[ 2 w(t) \left( \frac{d^2}{dt^2} v(t) \right) + 2 \left( \frac{d}{dt} u(t) \right) \cos(v(t)) \left( \frac{d}{dt} v(t) \right) - m_2 g \cos(v(t)) + (w(t) - d) \right] &= 0 \end{aligned}$$

Розв'язувати систему рівнянь (2) доцільно чисельно за допомогою методу Рунге-Кутси з доцільними умовами  $\varphi(0) = \varphi^0, \dot{\varphi}(0) = \dot{\varphi}^0, u(0) = u^0, \dot{u}(0) = \dot{u}^0$  (де  $\varphi^0, \dot{\varphi}^0, u^0, \dot{u}^0 \in \mathbb{R}^1$ ).

Розрахунок коливань 2d-пружинного маятника під візком виконаємо за умови визначення невідомих параметрів  $m_2$  залежно від інших відомих параметрів схеми  $m_1, k$  і  $d$ . Тобто в процесі обчислень необхідно визначити таке значення маси вантажу  $m_2$ , яке забезпечить нехаотичну траєкторію переміщення вантажу, і рух, по якій дозволить реалізувати ініціювання руху візка. У результаті будемо наближено зображеними інтегральні криві у фазових просторах функцій узагальнених координат, що залежатиме від певного значення параметра  $m_2$ . Для обчислення критичного значення  $m_2$  було використано спосіб проєкційного фокусування [7].

Використовуючи одержані наближені розв'язки  $u(t)$ ,  $v(t)$  і  $w(t)$  системи рівнянь Лагранжа другого роду, можна побудувати траєкторію переміщення вантажу 2d-пружинного маятника в декартовій системі координат  $x(t), y(t)$  за формулами:

$$\begin{aligned} x(t) &= u(t) + (d + w(t)) \sin(v(t)), \\ y(t) &= -(d + w(t)) \cos(v(t)). \end{aligned} \quad (3)$$

**Приклад.** Схематично  $m_1 = 150, k = 250$  і  $d = 5$  (тут і далі усі значення в умовних одиницях). У результаті проєкційного фокусування одержали два значення  $m_2 = 40$  і  $m_2 = 56,8$ . На рис. 4 наведено інтегральні лінії та фазові траєкторії для наближених розв'язків  $w(t)$  як узагальнених координат. На рис. 5 зображено кадри створеного анімаційного фільму коливання 2d-пружинного маятника під візком по розрахованій нехаотичній траєкторії. З анімаційного фільму можна вичлени перекопатися у тому, що візок буде перемішатися праворуч подяки організованому руху вантажу по обчисленій траєкторії.

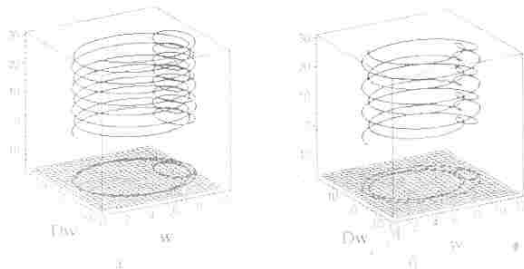


Рис. 4. Інтегральні лінії та фазові траєкторії в фазовому просторі  $Dw, Dw$  і  $\phi$  для а)  $m_2 = 40$  б)  $m_2 = 56,8$

Цікавий аналіз можна провести утворюючи параметризованого руху прикладом, розглядаючи, рис. 5, а і б, анімаційні кадри.

(рис. 5, б). Тобто у першому випадку відстань між масами штучно збільшується, а у другому – зменшується, що впливає на положення візка. Теж саме і для коливань, зображених на рис. 6. Напрямок і швидкість переміщення візка визначається початковою умовою  $u'(0)=1$

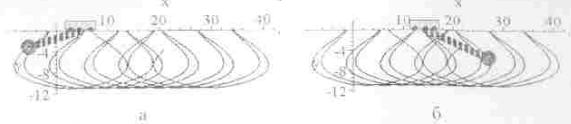


Рис. 5. Коливання 2d-пружинного маятника під візком при значеннях  $m_1 = 150; m_2 = 40; k = 250$  і  $d = 5$

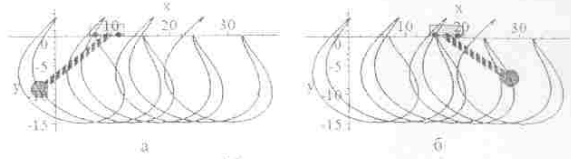


Рис. 6. Коливання 2d-пружинного маятника під візком при значеннях  $m_1 = 150; m_2 = 56,8; k = 250$  і  $d = 5$

**Твердження.** У результаті проведених комп'ютерних експериментів було виявлено ідентичність траєкторій руху під візком вантажів 2d-пружинного маятника при комбінаціях параметрів:

- 1)  $m_1 = 150; m_2 = 40; k = 250$  і  $d = 5;$
- 2)  $m_1 = 300; m_2 = 52,4; k = 450$  і  $d = 5;$
- 3)  $m_1 = 500; m_2 = 86,8; k = 750$  і  $d = 5;$

Всі вони мають вигляд, зображений на рис. 5.

**Висновки.** Розроблений спосіб дозволяє визначити параметри нехаотичних коливань у вертикальній площині вантажу 2d-пружинного маятника під рухомим візком. Показано, що ці коливання лінійно впливають рух візка у горизонтальному напрямку. Причину переміщення візка можна пояснити процесами стиснення чи розтягнення пружини в певні моменти положення вантажу на траєкторії його переміщення. Завдяки пружинному маятнику відстань між масами періодично збільшується або зменшується, що впливає на положення візка. Проведені дослідження будуть використані для аналізу руху артикуляційних інерційних.

#### Література

1. Тосіні П. П. Інерційні сили інерції як історичні

поступительного движения [Электронный ресурс] // В. И. Толкин // Пермь: Пермское книжное издательство, – 1977. – Режим доступа: [http://second-physics.ru/lib/books/tolchin\\_mertloid.djvu](http://second-physics.ru/lib/books/tolchin_mertloid.djvu)

- Жигалов В.А. Некоторые актуальные вопросы безопорного движения [Электронный ресурс] // В.А. Жигалов. – Режим доступа: [http://second-physics.ru/lib/articles/zhigalov\\_issues.pdf](http://second-physics.ru/lib/articles/zhigalov_issues.pdf)
- Петров А.М. К теории инерциалов, гироскопов, инерции и ... *репринт mobile* // А.М. Петров. – М: Изд-во «Спутник+», 2009. – 46с.
- Bröucke R. Periodic solutions of a spring-pendulum system // R. Bröucke, P.A. Baخa // *Celestial mechanics*. – 1973. – Volume 8, № 2. pp 261-267.
- Chen Y.F. Scientific computing and visualization. Spring pendulum system, top 4. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://ocw.ncsu.edu/tw/upload/classbbs1209054703145981.pdf>
- Lagrangian Dynamics: Examples and Equilibrium Analysis [Электронный ресурс] – 2007. – Режим доступа: <http://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-003-dynamics-and-control-i-spring-2007/lecture-notes/lec17.pdf>
- Семків О.М. Метод визначення особливих траєкторій коливань маятника 2D-пружинного маятника // О.М. Семків // Вісник ХНАДУ / ХНАДУ – Харків, 2015. – № 71. – С. 36-44.

#### ИНИЦИАЛИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛЕЖКИ ПРИ ПОМОЩИ КОЛЕБАНИЙ 2D-ПРУЖИННОГО МАЯТНИКА

Куценко Д.Н., Семків О.М.

*Рассмотрен способ инициализации движения тележки в горизонтальной направленности при помощи колебаний в вертикальной плоскости груза 2d-пружинного маятника, для которого определена нехаотическая траектория перемещения.*

*Ключевые слова:* 2d-пружинный маятник, уравнение Лагранжа 2-го рода, инерциал В.И.Толкина, физическая траектория.

#### INITIATION OF MOTION OF THE TRUCK WITH THE HELP OF VIBRATIONS OF A 2D-SPRING PENDULUM

D. Kutsenko, O. Semkiv

*It is observed the way of the initiation of the trolley in the horizontal direction by means of variations in vertical load of a 2d-spring pendulum, for which the non-chaotic trajectory of the movement was determined.*

*Keywords:* 2d-spring pendulum, the Lagrange equation of the second kind, inertial propulsion engine of V.I.Tolchin, phase trajectory.

УДК 514.18

#### ПРИМЕНЕНИЕ КРИВЫХ ЛИНИЙ И ПОВЕРХНОСТЕЙ В КРИПТОГРАФИИ

Лебелюк А.С., аспирант,  
Юрченко В.В., аспирант,  
Кучеренко В.В., к.т.н.,  
Найдаш А.В., д.т.н.

*Мелитопольская школа прикладной геометрии,  
Мелитопольский педагогический университет  
им. Богдана Хмельницкого (Украина)*

*В статье рассматриваются возможности применения кривых линий и поверхностей, определенных в точечном БИ-исчислении, в решении задач криптографического характера.*

*Ключевые слова:* эллиптическая кривая, криптостойкость, криптография, поверхность, точечное исчисление Биллю-Найдаша (БИ-исчисление).

*Постановка проблемы.* Проблема защиты данных от взлома становится все острее с каждым годом. Это обусловлено появлением новых алгоритмов криптоанализа и увеличением вычислительных мощностей современных компьютеров, что позволяет успешно использовать даже простые алгоритмы перебора для объектов, обладающих высоким уровнем защиты. И хотя большинство случаев взлома данных связаны с «дырами» в системах защиты, а не со взломом самого шифра или подбором пароля, оставлять без внимания модернизацию шифрования данных просто невозможно, тем более, что в современном мире процесс взлома и хищения данных превращен в высокоприбыльный бизнес, а количество хакерских атак растет с завидной скоростью.

*Анализ последних исследований и публикаций.* В работах [1,2], а также в работах многих других авторов описано применение эллиптических кривых на конечных полях для шифрования данных. Краткий анализ преимуществ и недостатков этого метода шифрования был проведен в работе [3]. Общие преимущества методов, основанных на эллиптических кривых, в сравнении с криптографическими алгоритмами с открытым ключом, основанных на проблеме факторизации больших чисел (RSA) и дискретного логарифмирования

<sup>1</sup> Научный сотрудник, д.т.н., проф. Найдаш А.В.