

Институт монокристаллов

Препринт
ИМК-91-20

А. А. Тесленко

**МЕТОД ФОТОУПРУГОСТИ ДЛЯ ОБЪЕМНОНАПРЯЖЕННЫХ
ТОНИХ ПЛАСТИН**

ХАРЬКОВ

УДК 535.55

А. А. ТЕСЛЕНКО

Метод фотоупругости для объемнонапряженных тонких пластин:

Препринт ИМК-91-20. - Харьков: институт монокристаллов. -1991. - 23с.

Исследовано влияние некомпланарности напряжений в тонких прозрачных изотропных и анизотропных пластинах на устойчивость метода фотоупругости. Рассмотрены различные виды напряженного состояния и величины напряжений. Исследования проводились методами моделирования на ЭВМ. Показано, что для величины некомпланарных напряжений в 10% от компланарных компонент ошибка не превышает 7%.

Работа выполнена в Институте монокристаллов(г. Харьков).

Ил. 11, табл.2, библиогр. 10 назв.

Метод наклонного просвечивания широко используется в фотоупругости применительно к пластинам. Используя его различные модификации, определяют компоненты плосконапряженного состояния в достаточно тонких пластинах. Корректность таких исследований уже рассматривалась с точки зрения точности измерений, точности используемых констант и др. Более или менее полно описано влияние всех вредных факторов, исключая возможное существование некомпланарных компонент напряжений. Исследование описанное в данной работе, завершает серию публикаций посвященных исследованию устойчивости метода фотоупругости для пластин [1,2,3,4,5,6,7]. Реально полная компланарность невозможна никогда. Поэтому понятно, сколь важно знать о влиянии некомпланарных напряжений на устойчивость метода фотоупругости. Для определения ошибки, связанной с некомпланарностью напряжений, использовалась следующая математическая модель.

Исследуемый плоский образец моделировался как стопа пластинок, имеющих различное напряженное состояние. Распределение некомпланарных напряжений по пластинам (слоям) изображено на рис. 1. В каждом слое напряжения однородны.

Рассмотрим процесс прохождения светового луча через пластинку. Внутри каждого слоя пластинки происходит раздвоение луча на быструю и медленную компоненты. Проекции амплитуд m -го слоя на оси $m+1$ -го слоя выражаются соответственно

$$\begin{aligned} c_1 &= a_1^m \cos(\alpha_{m+1} - \alpha_m); \\ d_1 &= a_2^m \cos(\alpha_{m+1} - \alpha_m + 90^\circ); \\ c_2 &= a_1^m \sin(\alpha_{m+1} - \alpha_m); \\ d_2 &= a_2^m \sin(\alpha_{m+1} - \alpha_m + 90^\circ), \end{aligned} \quad (1)$$

где α_m - угол изоклины m -го слоя, a_1^m , a_2^m - амплитуды

соответствующих лучей и слоев. Если в слое m быстрая и медленная компоненты претерпели фазовые смещения Δ_1 и Δ_2 , то амплитуды на осях $m+1$ -го слоя определяются выражениями:

$$a_1^{m+1} = \sqrt{c_1^2 + d_1^2 + 2c_1 d_1 \cos(\Delta_1 - \Delta_2)}; \quad (2)$$

$$a_2^{m+1} = -\sqrt{c_2^2 + d_2^2 + 2c_2 d_2 \cos(\Delta_1 - \Delta_2)}.$$

Фазы лучей определяются

$$\theta_1 = \text{arctg} \left[\frac{c_1 \sin \Delta_1 + d_1 \sin \Delta_2}{c_1 \cos \Delta_1 + d_1 \cos \Delta_2} \right]; \quad (3)$$

$$\theta_2 = \text{arctg} \left[\frac{c_2 \sin \Delta_1 + d_2 \sin \Delta_2}{c_2 \cos \Delta_1 + d_2 \cos \Delta_2} \right].$$

Заданная цель определить результат попытки измерения угла изоклины исходя из известного напряженного состояния. Пропустим свет через стопу пластинок, определяя после каждого прохождения амплитуду и фазу быстрого и медленного лучей. После выхода из последнего слоя определим $\alpha_{\max+1} = -90^\circ$. Амплитуда луча, вышедшего из второго поляризатора, будет иметь вид:

$$(A^*)^2 = (a_1^*)^2 + (a_2^*)^2 + 2a_1^* a_2^* \cos \Delta, \quad (4)$$

где

$$a_1^* = a_1^{\max} \cos(\alpha_{\max+1} - \varphi);$$

$$a_2^* = a_1^{\max} \cos(\alpha_{\max+1} - \varphi + 90^\circ).$$

Пользуясь численной минимизацией амплитуды как функции φ , определим угол изоклины.

Воспользуемся результатами предыдущего рассмотрения и определим фазы лучей, падающих на оптические оси компенсатора Краснова. Оптические оси компенсатора сориентированы согласно

методикам [8,9,10] так, что ось поляризатора является биссектрисой угла между оптическими осями компенсатора. Рассмотрим фазы лучей на этих осях.

Рассмотрение начнем с фазы луча на оси компенсатора, совпадающей с направлением мнимой изоклины φ .

В этом случае проекции лучей на данную ось выражаются соотношениями:

$$a_1 = E_1 \cos(\alpha_1 - \varphi); \quad (5)$$

$$a_2 = E_2 \cos(\alpha_2 - \varphi),$$

где $\alpha_1 = \alpha_{m+1}$ при m - максимальном, $\alpha_2 = \alpha_1 + 90^\circ$. Фаза луча определится как

$$\theta_1 = \operatorname{arctg} \left[\frac{a_1 \sin \Delta_1 + a_2 \sin \Delta_2}{a_1 \cos \Delta_1 + a_2 \cos \Delta_2} \right], \quad (6)$$

где Δ_1, Δ_2 - фазы лучей, вышедших из кристалла. Определим фазу луча, поступающего на другую ось компенсатора. В этом случае

$$a'_1 = E_1 \cos(\alpha_1 - 90^\circ - \varphi); \quad (7)$$

$$a'_2 = E_2 \cos(\alpha_2 - 90^\circ - \varphi).$$

Выражение для фазы θ_2 аналогично (6):

$$\theta_2 = \operatorname{arctg} \left[\frac{a'_1 \sin \Delta_1 + a'_2 \sin \Delta_2}{a'_1 \cos \Delta_1 + a'_2 \cos \Delta_2} \right]. \quad (8)$$

Так как нас будет интересовать не абсолютная фаза, а разность фаз между двумя лучами, определим $\Delta_1 = \Delta, \Delta_2 = 0$.

Разность фаз между лучами на осях компенсатора

$$\theta = \theta_1 - \theta_2. \quad (9)$$

На ось выходного поляроида попадут два луча с амплитудами

$$A_1 = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\Delta_1 - \Delta_2)} \cos 45^\circ, \quad (10)$$

$$A_2 = -\sqrt{a_1'^2 + a_2'^2 + 2a_1' a_2' \cos(\Delta_1 - \Delta_2)} \cos 45^\circ.$$

На анализатор попадет свет с амплитудой

$$A = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\theta - \theta_k), \quad (11)$$

где θ_k - разность фаз, индуцированная компенсатором.

Минимум интенсивности, в зависимости от поворота ручки компенсатора, определяется из соотношения

$$\frac{\partial A^2}{\partial \theta_k} = 0,$$

или

$$2A_1 A_2 \sin(\theta - \theta_k) = 0. \quad (12)$$

Из выражения (12) видно, что показанием компенсатора будет разность фаз, равная θ .

Определим разность фаз и угол изоклины для двух просвечиваний - нормального и наклонного. Угол наклона второго луча определим в 45° . Определенную разность фаз и угол изоклины используем для определения компланарных компонент напряжений. Алгоритм определения напряжений описывался в [8,9,10]. Конечным пунктом его является решение переопределенной системы двух пар уравнений. Каждая пара относится к одному измерению и состоит

из так называемых косинусного и синусного уравнений. Полученную матрицу из 4-х уравнений 3-го ранга можно решить либо минимизационным способом (в данной работе использовался метод наименьших квадратов - МНК), либо исключением одного уравнения. При исключении любого из косинусных уравнений система становится вырожденной, поэтому будем рассматривать только неучет синусных уравнений. Если из матрицы вычеркивается синусное уравнение, связанное с первым нормальным просвечиванием, то определим это как третий алгоритм определения напряжений. Если вычеркивается уравнение, связанное со вторым наклонным просвечиванием, то определим это как четвертый алгоритм. Пятым алгоритмом назовем алгоритм МНК. Обозначать алгоритм, которым получены напряжения, будем цифрами в скобках рядом с нижними индексами. Например, $\sigma_{12(3)}$ - сдвиговая компонента напряжений вычисленная по 3-му алгоритму, $\delta(\sigma_{12})_{(5)}$ - погрешность в сдвиговой компоненте напряжений вычисленной по 5-му алгоритму.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ЧАСТЬ

Использовалась численная модель пластины с 51-м слоем. Изучалась зависимость ошибки от величины наклона 2-го луча, и от величины некомпланарных компонент напряжений. Эти зависимости рассмотрены для различных видов напряжений. Рассмотрим применение метода фотоупругости для монокристалла NaCl. Результаты численных экспериментов представлены на рис. 2-11, описание которых сведено в табл. 1, 2. В таблицах компоненты напряжений представляются в виде ряда в последовательности $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}$. Звездочкой обозначены компоненты, которые меняются по толщине пластины. В табл. 1 приведены данные для NaCl с ориентацией пластины такой, что нормальная ось к ней есть ось [110]. Плоскость падения 2-го луча есть плоскость, содержащая нормаль к плоскости пластины и ось [100]. Угол наклона 2-го меняется от 5° до 85°. Информация в табл. 2 связана с зависимостью погрешности в напряжениях от величины некомпланарных напряжений. Графики представленные на

рис. 9-11, показывает зависимость ошибки в напряжениях от величины коэффициента на который нормируется кривая распределения величины некомпланарных компонент. изотропному случаю. В таблицах обозначены: 1 - заданные напряжения, 2 - компоненты напряжений, погрешность которых близка к нулю или постоянная, 3 - компоненты напряжений, погрешность которых представлена на графике, 4 - номер рисунка, 5 - номер кривой. Аналогичное исследование было проведено для изотропного случая.

ВЫВОДЫ

Данное исследование показывает, что некомпланарность напряжений оказывает не слишком большое влияние на величину определяемых напряжений. В рассмотренных случаях, даже при больших (10%) некомпланарных напряжений ошибка не превышает 7%.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каплан М. С., Тесленко А. А., Тиман Б. Л. Влияние неточности исходных данных на погрешность определения остаточных напряжений методом анизотропной фотоупругости. // Сб. матер. Всесоюз. семинара "Интерференционно-оптические методы механики твердого деформируемого тела и механики горных пород.", Новосибирск, 1985. С. 50-51.
2. Тесленко А. А. Особенности применения метода фотоупругости в кристаллах с примесями. // Проблемы материаловедения: Сб. науч. тр. - Харьков: ВНИИ монокристаллов, 1989. №25. С. 101-104.
3. Тесленко А. А., Каплан М. С., Тиман Б. Л., Особенности определения остаточных напряжений методом фотоупругости в пластинках из кубических монокристаллов. // Проблемы материаловедения: Сб. науч. тр. - Харьков: ВНИИ Монокристаллов, 1989. №25, С. 97-100.
4. Тесленко А. А., Каплан М. С., Тиман Б. Л. Некоторые применения имитационного моделирования в фотоупругости. // Тез. докл. XII Всесоюз. науч.-тех. конф. "Неразрушающие физические методы контроля." - Свердловск. 1990. Т. IV., С. 105-106.
5. Тесленко А. А., Тихонова Е. В. Определение двулучепреломления в условиях наклонного просвечивания: Препринт ИМК-90-24/ ВНИИ монокристаллов. - Харьков, 1990 - 21с.
6. Тесленко А. А., Каплан М. С., Тиман Б. Л., Тихонова Е. В. Систематическое исследование метода наклонного просвечивания. Часть I: Препринт ИМК-91-4/ Институт монокристаллов. - Харьков, 1991. - 67с.
7. Тесленко А. А., Каплан М. С., Тиман Б. Л., Тихонова Е. В. Систематическое исследование метода наклонного просвечивания. Часть II: Препринт ИМК-91-5/ Институт монокристаллов. - Харьков, 1991. - 78с.
8. Тесленко А. А., Тиман Б. Л., Каплан М. С., Нагорная Л. Л., Ковалева Л. В. Остаточные напряжения в монокристаллах выращенных методом Стокбаргера. // Сб. матер. всесоюз.

совещания по получению профилированных кристаллов и изделий способом Степанова и их применению в народном хозяйстве. Ленинград, 1986, С.199-201.

9. Буравлева М.Г., Каплан М.С., Ляхов В.В., Соيفер М.Л., Тесленко А.А., Тиман Б.Л., Шахнович М.И. Остаточные напряжения в закаленных пластинках щелочногалоидных кристаллов с различной концентрацией двухвалентных примесей. // Развитие методов получения и исследования монокристаллов: Сб. науч. тр. - Харьков: ВНИИ монокристаллов 1988, №3. С.59-64.
10. Тесленко А.А., Колотий О.Д., Каплан М.С., Ляхов В.В. Сопоставительный анализ термоупругих полей с полями остаточных напряжений. // Тез. докл. III Всесоюз. конф. "Моделирование роста кристаллов." Рига, 1990. ч.2, С.162-163.

Таблица 2.

Компоненты σ_{ij} , распределение ошибок которых изображено на рис. 9-11 (кристалл NaCl).

1	2	3	4	5
0,0,*0,0,0	} $\sigma_{12(3,4,5)}$	$\sigma_{11(3,4,5)}$	9	1
1,0,*0,0,0				
1,1,*0,0,0		$\sigma_{22(3,4,5)}$		
0,0,*0,0,1	$\sigma_{12(3,4,5)}$	$\sigma_{11(3,4,5)}$	9	2
			$\sigma_{22(3,4,5)}$	9
0,0,0,*0,0	} $\sigma_{11(3,4,5)}$	$\sigma_{12(3)}$	10	1
1,0,0,*0,0				
1,1,0,*0,0		$\sigma_{12(5)}$		
0,0,0,*0,1				
0,0,0,*0,0	} $\sigma_{12(3,4,5)}$	$\sigma_{11(3,4,5)}$	11	1
1,0,0,*0,0		$\sigma_{22(3,4,5)}$	11	2
1,1,0,*0,0				
0,0,0,*0,1	$\sigma_{12(3,4,5)}$	$\sigma_{11(3,4,5)}$	11	3
			$\sigma_{22(3,4,5)}$	11

Алексей Алексеевич Тесленко

МЕТОД ФОТОУПРУГОСТИ ДЛЯ ОБЪЕМОНАПРЯЖЕННЫХ
ТОНКИХ ПЛАСТИН

Подписано к печати 30.08.91 г.
Формат 60x84 1/16. Уч.-изд. л. 1,4.
Тираж 200. Зак. 26. Бесплатно

Ротапринт Института монокристаллов
Харьков, пр. Ленина, 60.
30-70-97.