

ПОБУДОВА ω -ФУНКЦІЙ В ЗАДАЧАХ ПОКРИТТЯ ЗАДАНОЇ ОБЛАСТІ ГЕОМЕТРИЧНИМИ ОБ'ЄКТАМИ ЗІ ЗМІННИМИ МЕТРИЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Національний університет цивільного захисту України

Постановка проблеми. Задачі оптимального покриття геометричних об'єктів, що відносяться до класу задач оптимізаційного геометричного проектування, мають значне практичне застосування та викликають великий науковий інтерес. Так, до задач оптимального покриття геометричних об'єктів можуть бути зведеними в своїх постановках практичні задачі з різних предметних областей. Наприклад, задача покриття відповідної території районами обслуговування, районами захисту тощо. Особливістю даних задач є те, що, як правило, райони обслуговування (захисту) являють собою кола фіксованого радіусу. Однак зазначена особливість призводить до неможливості врахування різноманітних характеристик території (області), що підлягає покриттю. У якості зазначених характеристик може виступати існуюча сітка доріг, рельєф місцевості тощо, а їх вплив призводить до необхідності покриття відповідної території (області) геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками (наприклад, кола, радіус яких залежить від місця розташування центру; багатокутники, у яких кількість вершин та їх координати залежать від місць розташування відповідних полюсів, з якими зв'язані локальні системи координат).

Таким чином, існує проблема створення методології розв'язання задач оптимального покриття області геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками, яка до теперішнього часу не досліджувалась. Однією з найважливіших задач, що дозволить у подальшому вирішити зазначену проблему, є побудова ω -функції покриття для геометричних об'єктів зі змінними метричними характеристиками.

Аналіз основних досліджень і публікацій. Взагалі поняття ω -функції та її властивості наведено в роботах професора Яковлева С.В., наприклад [1,2]. Застосування ω -функції для розв'язання задачі оптимального покриття області, що являє собою неопуклий багатокутник, наведено в роботі Коссе А.Г. [3]. В роботі [4] наведено постановку задачі визначення раціональної кількості та місць розташування оперативних підрозділів для захисту об'єктів залізниці. Необхідно зазначити, що дана задача може бути зведеною до задачі оптимального покриття області геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками, для яких в даній роботі необхідно побудувати відповідні ω -функції покриття.

Основна частина. Розглянемо математичну модель визначення раціональної кількості та місць розташування оперативних підрозділів для захисту об'єктів залізниці [5]:

$$\min_W N, \quad (1)$$

де W :

$$\omega(r_i, r_j, p_i, p_j) \rightarrow 0, \quad i > j = 1, 2, \dots, N', \quad (2)$$

$$\omega(r_k, r_l, p_k, p_l) \rightarrow 0, \quad k > l = N' + 1, \dots, N' + N'', \quad N' + N'' = N, \quad (3)$$

$$L_1^0 \subset \Omega, \quad \Omega = \bigcup_{q=1}^N S_q(r_q, p_q), \quad (4)$$

$$O_\lambda(x_\lambda, y_\lambda) \in S_i(r_i, p_i), \quad i = 1, 2, \dots, N', \quad \lambda \in 1, 2, \dots, N_\lambda, \quad (5)$$

$$O_\mu(x_\mu, y_\mu) \in S_q(r_q, p_q), \quad q \in 1, 2, \dots, N, \quad \mu = 1, 2, \dots, N_\mu, \quad (6)$$

$$\omega(r_i, r_\chi, p_i, p_\chi) \rightarrow 0, \quad i = 1, 2, \dots, N', \quad \chi = 1, 2, \dots, N'_\chi, \quad (7)$$

$$\omega(r_k, r_\delta, p_i, p_\delta) \rightarrow 0, \quad k = N' + 1, \dots, N' + N'', \quad \delta = N'_\chi + 1, \dots, N'_\chi + N''_\delta. \quad (8)$$

Тут N' - кількість підрозділів воєнізованої охорони на залізниці; N'' - кількість пожежно-рятувальних підрозділів; r_i і r_j - радіуси кіл, що являють собою райони виїзду підрозділів воєнізованої охорони на залізниці; r_k і r_l - радіуси кіл, що являють собою райони виїзду пожежно-рятувальних підрозділів; p_i, p_j, p_k, p_l - параметри розміщення кіл з відповідними радіусами у просторі R^2 ($p = p(x, y)$); L_1^0 - ділянка залізниці, яка підлягає захисту і належить об'єкту S_0 ; $S_q(r_q, p_q)$ - райони виїзду підрозділів воєнізованої охорони на залізниці та пожежно-рятувальних підрозділів; $O_\lambda(x_\lambda, y_\lambda)$ - місця розташування станцій, що мають експлуатаційний парк локомотивів; $O_\mu(x_\mu, y_\mu)$ - місця розташування об'єктів підвищеної небезпеки; r_χ, p_χ - метричні характеристики та параметри розміщення районів функціонування існуючих підрозділів воєнізованої охорони на залізниці, кількість яких дорівнює N'_χ ; r_δ, p_δ - метричні характеристики та параметри розміщення районів функціонування існуючих пожежно-рятувальних підрозділів, кількість яких дорівнює N''_δ .

Очевидно, що в моделі (1)-(8) радіуси кіл $r_i, i = 1, 2, \dots, N'$, та $r_k, k = N' + 1, \dots, N' + N''$, є змінними і залежать від параметрів p_i і p_k відповідно. Що стосується радіусів кіл $r_\chi, \chi = 1, 2, \dots, N'_\chi$, та $r_\delta, \delta = N'_\chi + 1, \dots, N'_\chi + N''_\delta$, то вони фіксовані, оскільки фіксованими є параметри p_χ і p_δ .

Необхідно зазначити, що модель (1)-(8) може бути модифікована для випадків, коли покриття заданої області здійснюється як опуклими та неопуклими багатокутниками, так і багатокутниками й колами одночасно.

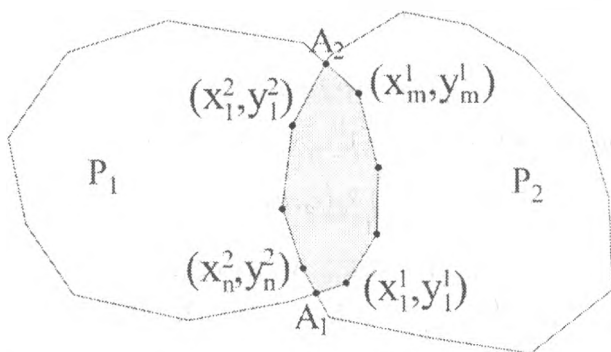


Рис. 1.

Наприклад, при покритті заданої області опуклими багатокутниками (рис. 1) ω -функція може бути записана наступним чином:

$$\begin{aligned} \omega_{A_1 A_2} = & \frac{1}{2} \left[x_{A_1} \cdot (y_n^2 - y_1^1) + x_1^1 \cdot (y_{A_1} - y_2^1) + \sum_{i=2}^{m-1} x_i^1 \cdot (y_{i-1}^1 - y_{i+1}^1) + \right. \\ & + x_m^1 \cdot (y_{m-1}^1 - y_{A_2}) + x_{A_2} \cdot (y_m^1 - y_1^2) + x_1^2 \cdot (y_{A_2} - y_2^2) + \\ & \left. + \sum_{j=2}^{n-1} x_j^2 \cdot (y_{j-1}^2 - y_{j+1}^2) + x_n^2 \cdot (y_{n-1}^2 - y_{A_1}) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Якщо покриття заданої області здійснюється неопуклими багатокутниками, то ω -функція будується аналогічно (9). Виняток становлять випадки, приклад яких зображений на рис. 2, а ω -функція при цьому записується наступним чином:

$$\omega_{A_1 A_2 A_3 A_4} = \omega_{A_1 A_2} + \omega_{A_3 A_4}, \quad (10)$$

де $\omega_{A_1 A_2}$ і $\omega_{A_3 A_4}$ мають вигляд (9).

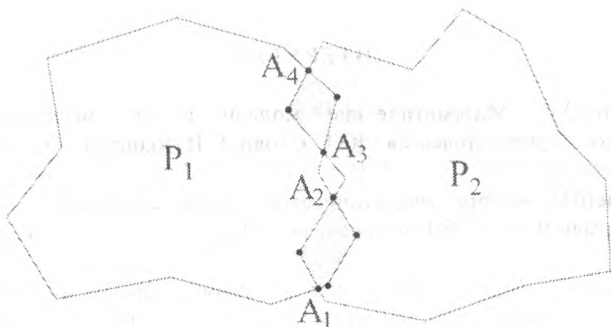


Рис. 2.

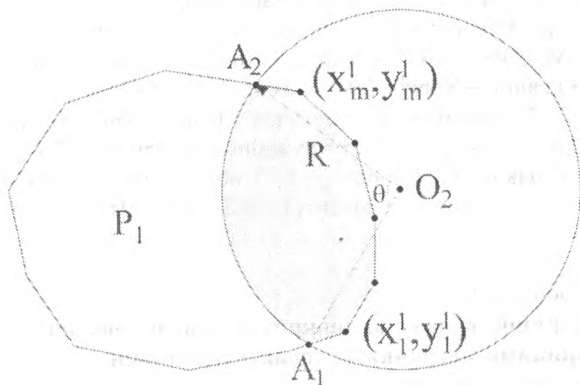


Рис. 3.

При покритті заданої області одночасно багатокутниками і колами (рис. 3) ω -функція має наступний вигляд:

$$\omega_{A_1 A_2 R} = \frac{1}{2} \left[x_{A_1} \cdot (y_{A_2} - y_1) + x_1 \cdot (y_{A_1} - y_2) + \sum_{i=2}^{m-1} x_i \cdot (y_{i-1} - y_{i+1}) + x_m \cdot (y_{m-1} - y_{A_2}) + x_{A_2} \cdot (y_m - y_{A_1}) + R^2 (\theta - \sin \theta) \right] \quad (11)$$

Властивість. Якщо метричні характеристики об'єктів, що мають покривати певну область, є змінними, то це призводить до зміни кількості доданків у виразах (9)÷(11).

Висновки. В даній роботі наведено принципи побудови ω -функції в задачах покриття заданої області геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками. В подальшому будуть більш детально досліджені властивості побудованих ω -функцій, що дозволить виявити особливості математичних моделей та розробити обґрунтовані методи розв'язання зазначених задач.

ЛІТЕРАТУРА

1. Стоян Ю.Г. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования / Ю.Г. Стоян, С.В. Яковлев. - К.: Наукова думка, 1986. - 268 с.
2. Элементы теории геометрического проектирования / [Яковлев С.В., Гиль Н.И., Комяк В.М. и др.]; под ред. В.Л. Рвачева - К.: Наукова думка, 1995. - 241 с.
3. Коссе А.Г. Метод раціонального розміщення пожежних депо при проектуванні і оновленні районів міста: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 21.06.02 «Пожежна безпека» / А.Г. Коссе. – Харків, 2001. – 19 с.
4. Комяк В.М. Постановка задачі раціонального розміщення оперативних підрозділів для захисту рухомого складу та об'єктів залізничного транспорту / В.М. Комяк, О.М. Соболев, В.О. Собина // Проблеми надзвичайних ситуацій. Зб. наук. пр. УЦЗ України. – Харків, 2009. – Вип. 9. – С. 56-62.
5. Комяк В.М. Загальна математична модель раціонального розміщення оперативних підрозділів для захисту рухомого складу та об'єктів залізничного транспорту / Комяк В.М., Соболев О.М., Собина В.О. // Вестник Херсонского национального технического университета. – Херсон: ХНТУ, 2009. – Вып. 2(35). – С. 241-246.

Соболев О.М., Собина В.О.

Побудова ω -функцій в задачах покриття заданої області геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками

Розглянуто принцип побудови та особливості ω -функцій в задачах покриття заданої області геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками

Ключові слова: ω -функція, змінні метричні характеристики.

Sobol O.M., Sobina V.O.

Construction the ω -functions in the problems of covering given areas by geometric objects with variable metric characteristics

The principles of construction the ω -functions in the problems of covering given areas by geometric objects with variable metric characteristics and its features are considered.

Keywords: ω -function, variable metric characteristics.