



Державна служба України з надзвичайних ситуацій

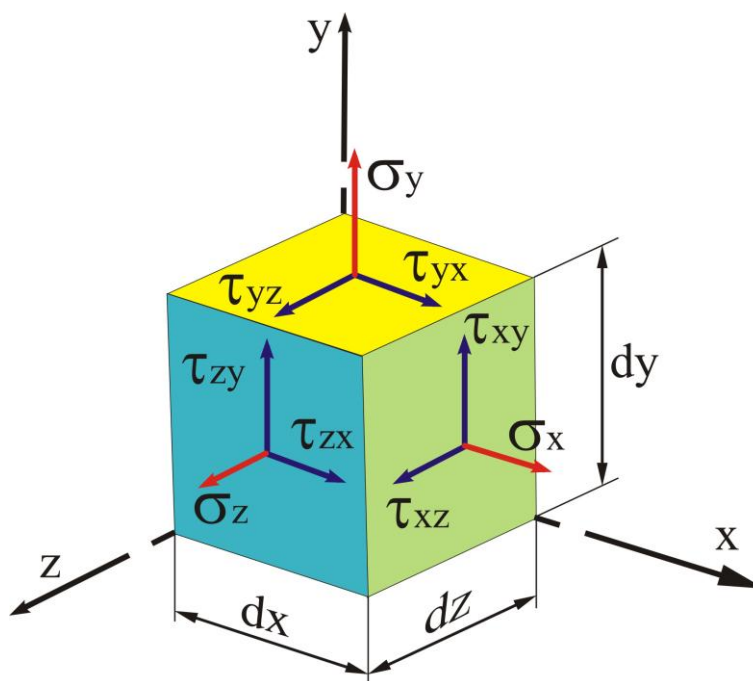
Академія пожежної безпеки ім. Героїв Чорнобиля

Кафедра будівельних конструкцій

ОТРОШ Ю.А., СТУПАК Д.О., ПОЗДЄЄВ С.В.

ПРИКЛАДНА МЕХАНІКА ДЛЯ РЯТІВНИКА

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК



Черкаси 2013

ББК 30.121
УДК 539.4
О-80

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як
навчальний посібник для студентів вищих навчальних
закладів (лист МОН від 06.05.2014 №1/11-6690)*

Рецензент: **Голоднов Олександр Іванович** - учений секретар ТОВ "Український інститут сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського", доктор технічних наук, професор

Отрош Ю.А., Ступак Д.О., Поздєєв С.В.

О-80 “Прикладна механіка для рятувника”: навчальний посібник/
Ю.А. Отрош, Д.О. Ступак, С.В. Поздєєв –Черкаси: АПБ 2013 - 341 с.

В навчальному посібнику викладено основні питання теорії опору матеріалів та розрахунку деталей машин. Розглядається розтяг, стиск, зсув, кручення, плоский згин, складний опір, стійкість стиснутих стержнів, статично невизначувані системи, основні поняття про машини та їх елементи, класифікація деталей машин, машинобудівні матеріали, взаємозамінність та ЄСДП, зубчасті, фрикційні, пасові, ланцюгові передачі, вали, вісі, муфти, опори валів, види з'єднань, основні критерії працездатності деталей машин. Для курсантів і студентів вищих навчальних закладів для підготовки фахівця освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр у галузі знань 1702 «Цивільна безпека» за напрямом 6.170203 «Пожежна безпека».

Видання друге. Виправлене та доповнене

ББК 30.121
УДК 539.4
О-80

© Отрош Ю.А., Ступак Д.О., Поздєєв С.В.
2013

© Академія пожежної безпеки імені Героїв
Чорнобиля МНС України, 2013.

Зміст

ПЕРЕДМОВА.....	8
ЧАСТИНА 1. ОПІР МАТЕРІАЛІВ	10
РОЗДІЛ 1 ВВЕДЕННЯ В КУРС. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ	10
1.1. Мета і завдання дисципліни.....	10
1.2. Класифікація зовнішніх сил і елементів конструкцій.....	15
1.3. Припущення відносно властивостей матеріалів та характеру деформацій.....	25
1.4. Умови рівноваги.....	28
РОЗДІЛ 2 ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ ПЕРЕРІЗІВ	31
2.1. Статичні моменти та центр тяжіння плоских перерізів.....	31
2.2. Осьові моменти інерції.....	35
2.3. Полярний момент інерції.....	37
2.4. Відцентровий момент інерції.....	38
2.5. Теореми про паралельний перенос та поворот вісей.....	39
2.6. Головні осі та головні моменти інерції.....	41
2.7. Моменти опору та радіус інерції.....	43
РОЗДІЛ 3 ВНУТРІШНІ СИЛИ, МЕТОД ПЕРЕРІЗІВ	46
3.1. Внутрішні сили.....	46
3.2. Головний вектор і головний момент.....	48
3.3. Напруження.....	51
РОЗДІЛ 4 СИЛИ, НАПРУЖЕННЯ І ДЕФОРМАЦІЇ В ПОПЕРЕЧНИХ ПЕРЕРІЗАХ БРУСА	57
4.1. Сили в поперечних перерізах бруса.....	57
4.2. Напруження в поперечних перерізах бруса.....	59
4.3. Епюри поздовжніх сил і нормальних напружень.....	61
4.4. Вплив зміни температури.....	63
РОЗДІЛ 5 ЗАЛЕЖНІСТЬ НАПРУЖЕННЯ ВІД ДЕФОРМАЦІЙ. ЗАКОН ГУКА	65
5.1. Коефіцієнт Пуассона.....	65

5.2. Закон Гука.....	67
5.3. Механічні характеристики матеріалів.....	69
5.4. Лінійна та нелінійна поведінка матеріалів.....	73
РОЗДІЛ 6 ОДНОВІСНИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН	77
6.1. Напружений стан в точці тіла. Тензор напружень.....	77
6.2. Одновісний напружений стан.....	79
6.3. Експериментальні методи дослідження напруженого стану.....	83
РОЗДІЛ 7 ПЛОСКИЙ І ПРОСТОРОВИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН	86
7.1. Плоский напружений стан.....	86
7.2. Коло Мора.....	92
7.3. Просторовий напружений стан. Узагальнений закон Гука.....	96
РОЗДІЛ 8 ТЕОРІЇ МІЦНОСТІ	101
8.1. Коефіцієнт запасу міцності.....	101
8.2. Допустимі напруження.....	102
8.3. Класичні теорії міцності.....	104
РОЗДІЛ 9 ЗСУВ. ЗІМ'ЯТТЯ	109
9.1. Напруження і деформації зсуву.....	109
9.2. Закон Гука при зсуві. Модуль Юнга другого роду.....	113
9.3. Енергія деформації при чистому зсуві.....	116
РОЗДІЛ 10 КРУЧЕННЯ	118
10.1. Напруження і деформація при крученні.....	118
10.2. Епюри крутних моментів.....	121
10.3. Енергія деформації при крученні.....	123
РОЗДІЛ 11 ЗГИН	126
11.1. Основні поняття про згин.....	126
11.2. Нормальні та дотичні напруження.....	129
11.3. Формула Журавського.....	133
11.4. Епюри поперечних сил і згинаючих моментів.....	134
РОЗДІЛ 12 ПЕРЕМІЩЕННЯ ПРИ ЗГИНІ	144

12.1. Диференційне рівняння зігнутої осі балки.....	144
12.2. Метод початкових параметрів.....	145
12.3. Принцип можливих переміщень.....	147
РОЗДІЛ 13 СКЛАДНИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН	151
13.1. Напруження при складних деформаціях.....	151
13.2. Згин і кручення.....	151
13.3. Косий згин.....	155
13.4. Позацентрове стискання бруса.....	158
РОЗДІЛ 14 СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНІ СИСТЕМИ	162
14.1. Основні поняття та визначення.....	162
14.2. Етапи розрахунку статично невизначуваної системи.....	163
14.3. Розрахунок простих статично невизначуваних балок.....	164
14.4. Багатопрогонові нерозрізні балки. Рівняння трьох моментів.....	167
РОЗДІЛ 15 СТІЙКІСТЬ СТЕРЖНІВ	172
15.1. Поняття про стійку та нестійку пружну рівновагу.....	172
15.2. Формула Ейлера для визначення критичної сили стиснутого стрижня.....	174
15.3. Вплив умов закріплення кінців стрижня на значення критичної сили.....	177
15.4. Поняття про втрату стійкості при напруженнях, що перевищують границю пропорційності.....	179
ЧАСТИНА 2. ДЕТАЛІ МАШИН	183
РОЗДІЛ 16. МАШИНА ТА ЇЇ ЕЛЕМЕНТИ	183
16.1. Машини та механізми.....	183
16.2. Загальні відомості про деталі машин.....	185
16.3. Загальні критерії працездатності деталей машин.....	186
РОЗДІЛ 17. МАШИНОБУДІВНІ МАТЕРІАЛИ	194
17.1. Чорні сплави.....	194
17.2. Кольорові сплави.....	200
17.3. Неметалеві матеріали.....	202

РОЗДІЛ 18. СИСТЕМА ДОПУСКІВ ТА ПОСАДОК	206
18.1. Взаємозамінність деталей.....	206
18.2. Характеристики та області застосування ЄСДП.....	209
18.3. Якість поверхонь деталей машин.....	215
РОЗДІЛ 19. ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ	228
19.1. Класифікація зубчастих передач.....	228
19.2. Евольвентне зачеплення.....	236
19.3. Геометричні та кінематичні параметри.....	239
19.4. Сили в зубчастих передачах.....	240
РОЗДІЛ 20. КОНІЧНІ ТА ЧЕРВ'ЯЧНІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ	245
20.1. Конструкція. Призначення. ККД.....	245
20.2. Сили в передачі.....	256
РОЗДІЛ 21. ГВИНТОВІ, ГЕПОЇДНІ, ПЛАНЕТАРНІ, ХВИЛЬОВІ ПЕРЕДАЧІ. ПЕРЕДАЧІ ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ	260
21.1. Гвинтові та гепоїдні передачі.....	260
21.2. Хвильові передачі.....	263
21.3. Фрикційні передачі.....	265
21.4. Передачі перетворення руху (рейкова, кулачкова, "гвинт-гайка").....	269
21.5. Передачі переривчастого руху.....	272
РОЗДІЛ 22. ВАЛИ ТА ОСІ. МУФТИ	275
22.1. Призначення, класифікація валів.....	275
22.2. Конструкція, матеріали валів.....	278
22.3. Призначення та класифікація муфт. Нероз'ємні, роз'ємні та керовані муфти.....	283
РОЗДІЛ 23. ПІДШИПНИКИ КОВЗАННЯ ТА КОЧЕННЯ	293
23.1. Конструкція, основи розрахунків, маркування.....	293
23.2. Види руйнування та критерії працездатності.....	306
23.3. Розрахунок і підбір підшипників.....	307

РОЗДІЛ 24. ШПОНКОВІ, ШЛІЦЬОВІ, РІЗЬБОВІ, ЗАКЛЕПКОВІ ТА ЗВАРНІ З'ЄДНАННЯ	311
24.1. Шпонкові з'єднання. Конструкція, призначення, розрахунок.....	311
24.2. Шліцьові з'єднання. Конструкція, розрахунок.....	317
24.3. Конструкція та розрахунок заклепкових з'єднань.....	318
24.4. Розрахунок різьбових з'єднань.....	320
24.5. Розрахунок зварних з'єднань.....	322
РОЗДІЛ 25. ПАСОВІ ПЕРЕДАЧІ	326
25.1 Загальні відомості.....	326
25.2 Конструкції і матеріали пасів.....	328
25.3 Шківи пасових передач.....	330
25.4 Розрахунок пасових передач.....	334
Рекомендована література.....	339

ПЕРЕДМОВА

Навчальний посібник "Прикладна механіка для рятувальників" написаний на основі використання досвіду викладання курсу на кафедрі будівельних конструкцій Академії пожежної безпеки ім. Героїв Чорнобиля згідно програми навчальної дисципліни "Прикладна механіка" підготовки фахівця освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр в галузі знань 1702 "Цивільна безпека" за напрямом 6.170203 "Пожежна безпека".

Окрім загальних технічних задач, існують інші задачі – у галузі **пожежної безпеки**. Це може бути, **наприклад**, проектування та покращення пожежної техніки, пожежно-профілактичні заходи, пов'язані з розрахунком та забезпеченням вогнестійкості будівельних конструкцій, будівель та споруд, розрахунки пов'язані з аналізом і вивченням причин та шляхів розповсюдження пожежі та багато інших. Перелічені задачі є різноманітними і складними. Для розв'язку цих задач застосовуються методи розрахунків, що розглядаються дисципліною "**Прикладна механіка**".

На базі розрахункових методів прикладної механіки ґрунтуються такі спеціальні дисципліни, що у подальшому будуть визначати компетентність спеціалістів пожежної безпеки:

- пожежна техніка (проектування деталей механізмів та вузлів пожежної техніки);
- пожежна профілактика (розрахунок та забезпечення вогнестійкості будівель та споруд, розрахунок легкоскридних конструкцій та ін.);
- пожежна автоматика (розрахунки гідравлічних механізмів пожежної автоматики чи станцій пожежогасіння);

Після вивчення курсу "Прикладна механіка" курсанти та студенти повинні мати уявлення:

– фізичної суті виникнення напружень в твердому тілі при його деформації;

- про фізичні основи законів опору матеріалів;
- про проектування конструкцій та деталей машин;
- про методики розрахунків деталей машин та конструктивних елементів будівель і споруд на міцність, жорсткість та стійкість;
- про нові наукові напрямки;

Знання курсу “Прикладна механіка” лежать в основі вивчення спеціальної техніки, а також використовуються в курсовому та дипломному проектуванні.

Основними формами проведення занять з дисципліни є лекції, практичні, лабораторні заняття і самостійна робота курсантів.

Матеріали, які тут висвітлені, можуть бути використані курсантами, студентами, слухачами заочної форми навчання для самостійного опрацювання курсу опору матеріалів.

ЧАСТИНА 1

ОПР МАТЕРІАЛІВ

РОЗДІЛ 1

ВВЕДЕННЯ В КУРС. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ.

- 1.1 Мета і завдання дисципліни.
- 1.2 Класифікація зовнішніх сил і елементів конструкцій.
- 1.3 Припущення відносно властивостей матеріалів та характеру деформацій.
- 1.4 Умови рівноваги.

1.1 Мета і завдання дисципліни.

На сучасному етапі розвитку суспільства є необхідність в розв'язанні різноманітних технічних задач, які пов'язані з проектуванням машин, механізмів, з розрахунком будівель і споруд – мостів, каналів, гребель та інше. Якщо в попередніх курсах опору матеріалів переважали питання міцності будівельних конструкцій, то в останні десятиліття важливого значення набули проблеми міцності, динаміки, жорсткості та стійкості об'єктів будівництва, машинобудування, турбобудування, авіаційної і космічної техніки [1].

Окрім вказаних, здебільшого, загальних технічних задач, існують інші задачі – у галузі **пожежної безпеки**. Це може бути, **наприклад**, проектування та покращення пожежної техніки, пожежно-профілактичні заходи, пов'язані з розрахунком та забезпеченням вогнестійкості будівельних конструкцій, будівель та споруд, розрахунки пов'язані з аналізом і вивченням причин та шляхів розповсюдження пожежі та багато інших. Перелічені задачі є різноманітними і складними. Для розв'язку цих задач застосовуються методи розрахунків, що розглядаються дисципліною “ **Прикладна механіка** ”.

На базі розрахункових методів прикладної механіки ґрунтуються такі спеціальні дисципліни, що у подальшому будуть визначати компетентність спеціалістів пожежної безпеки:

- **пожежна техніка** (проектування деталей механізмів та вузлів пожежної техніки);
- **пожежна профілактика та будівлі і споруди** (розрахунок будівельних конструкцій, розрахунок та забезпечення вогнестійкості будівель та споруд, розрахунок легкоскидних конструкцій для вибухонебезпечних споруд та інші);
- **пожежна автоматика** (розрахунки гідравлічних механізмів пожежної автоматики чи станцій пожежогасіння);

Окрім цього, **прикладна механіка** має значення для спеціаліста пожежної безпеки для вирішення, **наприклад**, таких задач:

- аналіз працездатності споруд в умовах пожежі під час прийняття оперативно-тактичних рішень (**наприклад**, в перших пунктах оперативно-тактичного плану Черкаської ТЕЦ вказується, що необхідно в першу чергу охолоджувати металеві ферми);
- аналіз працездатності споруд в умовах пожежі під час проведення пожежно-технічної експертизи (наприклад, огляд підкранових балок після пожежі, дослідження їх тріщиностійкості та висновок про подальшу експлуатацію);
- набуття необхідної ерудиції при роз'ясненні підлеглим процесів, що відбуваються у шарах матеріалу конструкцій при пожежі;
- набуття необхідної ерудиції для розроблення нових ефективних технічних рішень для підвищення протипожежного захисту (**наприклад**, застосування трубобетону або трубчастих колон заповнених водою для охолодження при пожежі).

Дисципліна складається з двох основних розділів:

Опір матеріалів – дисципліна, яка займається розрахунком елементів конструкцій на **міцність, жорсткість, стійкість та довговічність**, а також вивченням механічних властивостей матеріалів.

Деталі машин – розділ, присвячений проектуванню деталей та вузлів машин і механізмів.

Місце науки “ Опір матеріалів ”. Поведінку твердих тіл під дією зовнішніх навантажень вивчає комплекс наук із загальною назвою “ Механіка ”. Цей комплекс можна поділити на механіку **твердого** тіла та механіку **деформованого** тіла.

Механіка **твердого** тіла вивчає рівновагу та рух твердих тіл, при цьому можна знехтувати їх деформацією. В даному випадку питання міцності тіл не розглядається, тобто вважається, що тіла мають нескінченну міцність. Зрозуміло, що таких тіл у реальному світі не існує, і це є необхідним припущенням, вдаванням до зручної для розрахунку абстрактної моделі (**теоретична механіка**).

Механіка **деформованого** тіла розглядає поведінку тіл в умовах навантажень з врахуванням їх деформацій. Вона, хоч і ґрунтується на законах механіки твердого тіла, але має суттєві відмінності від неї. Об’єктом вивчення механіки **деформованого** тіла є **деформоване тіло (опір матеріалів)**. Механіка деформованого тіла складається з багатьох розділів: теорія пружності, теорія пластичності, теорія руйнації, опір матеріалів тощо.

Аксіоми теоретичної механіки в опорі матеріалів використовують обмежено [6]. Не можна переносити пару сил в іншу точку конструктивного елемента, переміщати зосереджену силу вздовж лінії дії, не можна систему сил замінити рівнодіючою при визначенні переміщень. Все перераховане вище змінює розподіл внутрішніх сил в конструкції.

Деформованими тілами називаються такі тіла, в яких форма та розміри змінюються під дією зовнішніх навантажень.

Таким чином, опір матеріалів є складовою частиною механіки деформованого тіла. В опорі матеріалів розглядається розрахунок окремих елементів, які мають нескладну форму (стержні), і даються наближені рішення, основані на ряді припущень, що спрощують розрахунки.

Відмінність теоретичної механіки від опору матеріалів, **наприклад,** в тому, що з допомогою теоретичної механіки можливо визначити реакції опор

для балки, але не можливо визначити розміри поперечного перетину балки, щоб вона не зруйнувалась або не досягла граничних недопустимих деформацій, а також не можливо визначити максимальне зовнішнє навантаження, що може витримати балка з відомими геометричними розмірами.

Мета науки “ Опір матеріалів ”. Метою науки “ Опір матеріалів ” є розробка інженерних (наближених) методів розрахунку на **міцність, жорсткість та стійкість** елементів будівель та споруд, машин та механізмів з використанням знань і методів суміжних наук (теорії пружності, теорії пластичності тощо).

Задачі. Задачі вирішуються простими математичними методами з застосуванням спрощуючих гіпотез і використанням експериментальних даних.

1. Перша задача – розрахунок на міцність.

Створюючи різні предмети, машини, споруди, людина перш за все зацікавлена в безвідмовній роботі. Однією з поширених причин відмов є руйнування конструкцій чи їх елементів або недопустима їх деформація. Під руйнуванням розуміється розділення конструкції чи її елементів на частини [1].

Міцність – це здатність конструктивного елемента витримувати зовнішні навантаження без руйнування, тобто, це властивість конструкції опиратися руйнуванню. Як правило вважають, що руйнування відбувається не у тому випадку, коли має місце розрив чи злом, а коли виникають деформації, які не зникають після зняття зовнішнього навантаження – пластичні (залишкові).

Розрахунок на міцність забезпечує не руйнування конструкції.

2. Друга задача – розрахунок на жорсткість.

Жорсткість – це здатність конструктивного елемента сприймати діюче навантаження із зміною геометричних розмірів або форми, величина якої обмежена технічними вимогами до конструкції (**наприклад**, допустимий прогин плити або металевої ферми), тобто властивість конструкції опиратися деформаціям.

Розрахунок на жорсткість забезпечує деформації конструкцій під навантаженням в межах допустимих норм.

3. Третя задача – розрахунок на стійкість.

Стійкість – це здатність конструктивного елементу зберігати вихідну форму пружної рівноваги під час дії зовнішніх навантажень (вертикальний стержень під дією зовнішньої сили вигинається – виникає поздовжній вигин, тобто втрачається стійкість), тобто, це властивість конструкції при деформації зберігати ті геометричні форми, які були до навантаження (рисунок 1.1).

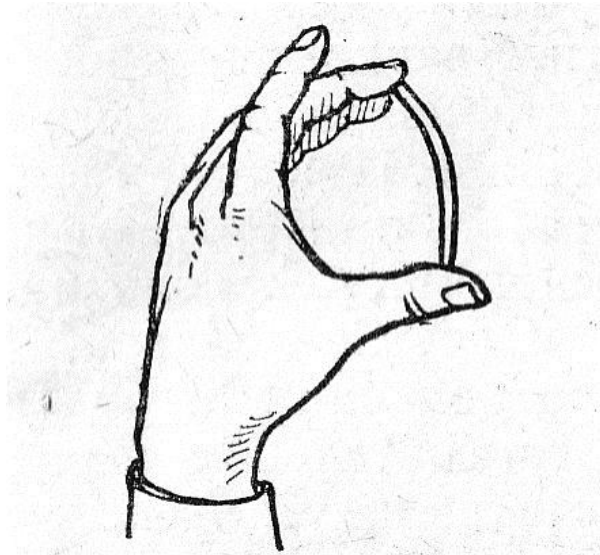


Рисунок 1.1 - Приклад втрати стійкості.

Розрахунок на стійкість забезпечує збереження необхідної форми рівноваги та попереджає викривлення довгих стержнів.

Довговічність – здатність конструкції зберігати необхідні для експлуатації службові властивості протягом заданого терміну служби.

Витривалість – здатність тривалий час витримувати змінні навантаження.

Розрахунок на витривалість забезпечує необхідну довговічність конструкцій.

Для визначення критеріїв міцності і надійності приймають чотири допоміжні моделі – **матеріалу, форми, навантаження і руйнування** [1].

В якості матеріалів в машинобудівельних конструкціях використовують метали, їх сплави, композиційні, неорганічні і органічні матеріали (пластмаси, волокна, кераміка, високоміцні волокна скла, вуглецю і в'язучого). В будівельних конструкціях – бетон, цегла, дерево. Моделі по матеріалу поділяється на три рівні – фізичні, інженерно-фізичні, інженерні.

Фізичні – розглядають модель в вигляді кристалічної решітки атомів та направлені на вивчення впливу недосконалості кристалічної решітки на міцність, але не дають оцінки механічних властивостей реальних матеріалів.

Інженерно-фізичні – розглядають матеріал як сукупність зерен з різною орієнтацією кристалічної структури та призначаються відпрацювати наукові основи статистичного описування механічних та інших властивостей матеріалу.

Інженерні моделі розглядають матеріал як суцільне та однорідне тіло.

Проведені дослідження зі зразками металів та інших конструкційних матеріалів показали, що застосування моделі суцільного однорідного тіла виправдано. Інженерні моделі матеріалу широко застосовуються в задачах міцності в поєднанні з системою експериментальних досліджень.

Модель форми – геометрична форма елементів конструкцій часто буває досить складною (зубчасте колесо на валу редуктора).

Наприклад, для літака ІЛ-86, який перевозить 350 пасажирів, ставляться вимоги до міцності і надійності конструкцій, які мають першочергову важливість [1]. Літаки і інші літальні апарати повинні бути найбільш легкими, а їх матеріали забезпечувати розумну вартість. Природа, створила міцні тіла з мінімальними затратами такі як стовбур бамбуку, пшениці, кістки птахів та тварин [1].

Усі ці три задачі у опорі матеріалів розв'язуються у двох постановках:

- **проектний розрахунок** – за відомими навантаженнями визначаються геометричні розміри конструктивного елемента;
- **перевірочний розрахунок** – для відомих геометричних розмірів елемента конструкції визначають величину зовнішніх навантажень.

1.2 Класифікація зовнішніх сил і елементів конструкцій

Всі види конструктивних елементів можна розбити за зовнішньою формою на три основні групи.

1. Стержень (брус) – тіло, у якого один з габаритних розмірів (довжина) набагато перевищує два інші (поперечні) (рисунок 1.2). По схемі стержня розраховуються, **наприклад**, вали, вісі, балки, колони, швелери.

Балка – прямолінійний брус, який навантажений так, що його вісь при деформації згинається.

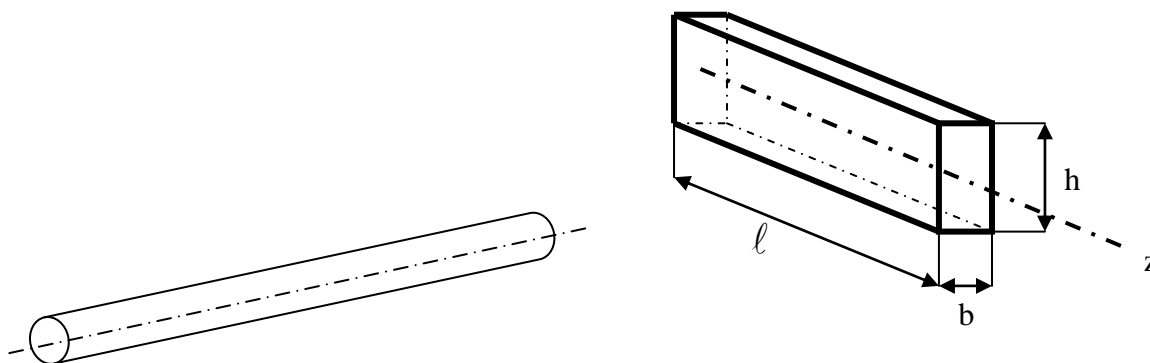


Рисунок 1.2 – Стержень, брус.

Прикладом стержня змінного поперечного перерізу є телевізійна вежа Центрального телебачення.

2. Оболонка (пластина) – тіло, у якого один габаритний розмір (товщина) набагато менше за два інші (рисунок 1.3). Середня поверхня пластини є площина, а оболонки – будь-яка крива поверхня.

По схемі оболонки розраховуються, **наприклад**, стінки резервуарів для зберігання рідин та газів (газгольдери), обшивку планера, корпус турбореактивного двигуна, купола будівель, корпуси підводних човнів, кришки атомних реакторів [1].

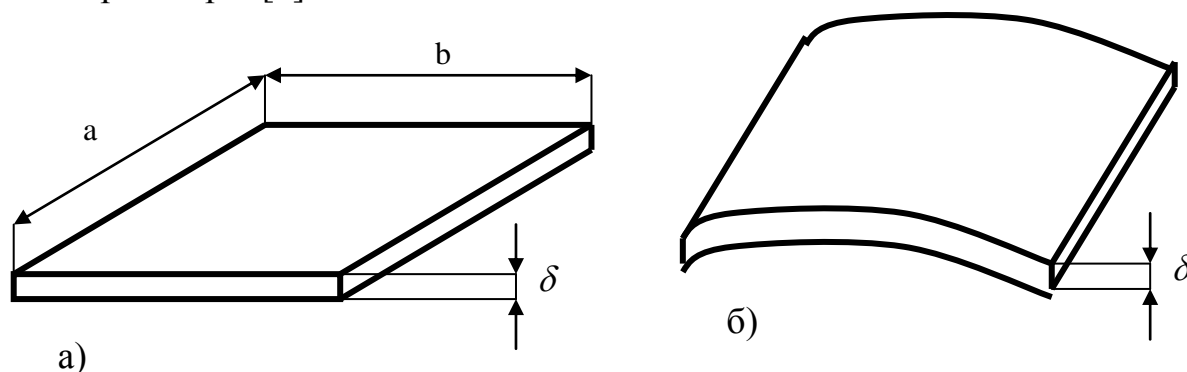


Рисунок 1.3 – а – пластина, б – оболонка.

По схемі пластини розраховуються, **наприклад**, дно резервуару, плити покриття та перекриття, навісні панелі.

3. Масив – тіло, у якого всі три габаритні розміри мають один порядок (рисунок 1.4). **Наприклад**, фундаменти споруд, підпірні стінки.

По схемі масиву розраховуються, **наприклад**, фундаментні блоки, кульки або ролики підшипників.

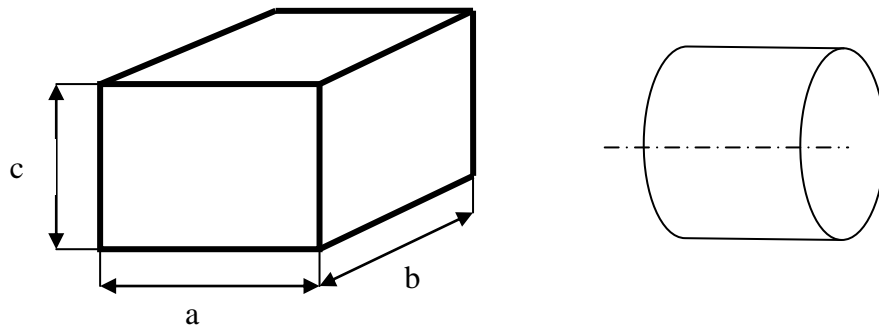


Рисунок 1.4 – Масиви.

Конструктивні елементи використовуються в поєднанні одне з одним (рисунок 1.5, 1.6).

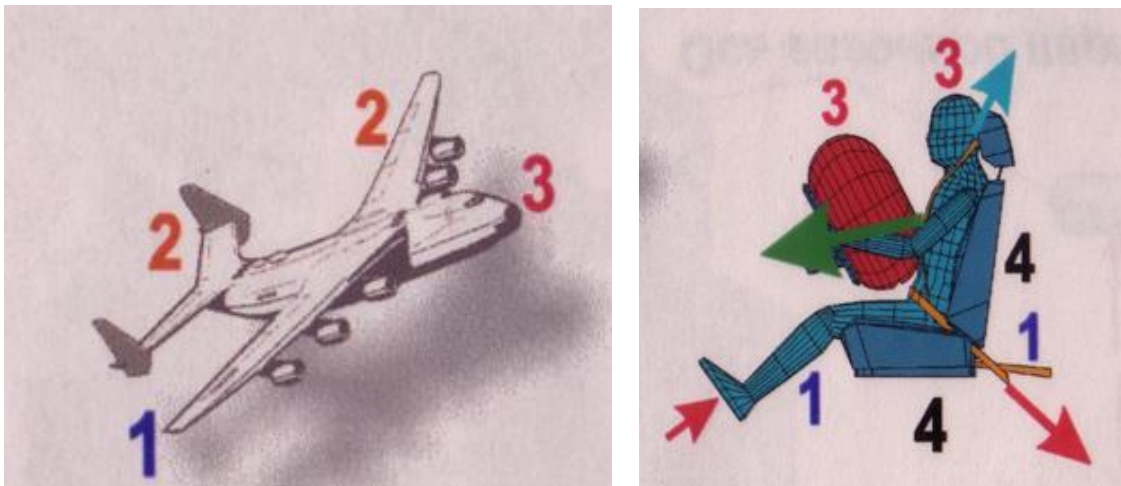


Рисунок 1.5 - 1 – стержень, 2 – пластина, 3 – оболонка, 4 – масив.

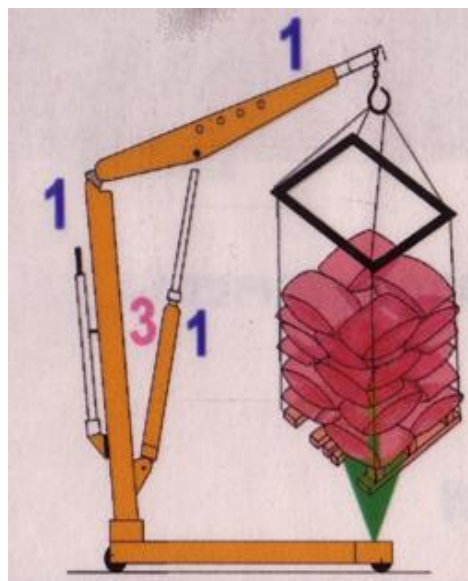


Рисунок 1.6 - 1 – стержень, 2 – пластина, 3 – оболонка.

Основним об'єктом вивчення в **опорі матеріалів** є брус. Оболонки і пластинки вивчаються в теорії пластин та оболонок. Масивами займається теорія пружності. Методи розрахунку конструкцій, утворених з елементів цих трьох груп, є предметом **будівельної механіки** [1].

Опори конструкцій. Всі тіла поділяються на вільні та зв'язані.

Вільні тіла – тіла, переміщення яких не обмежені.

Зв'язані тіла – тіла, переміщення яких обмежені іншими тілами, тобто опорами.

Зв'язки(опори) – тіла, які обмежують переміщення інших тіл, тобто всі елементи конструкцій прикріплені до фундаментів, корпусів, станин, інших конструкцій тощо за допомогою спеціальних елементів, які називаються **опорами**.

Реакції зв'язків (опорні реакції) – сили, які виникають від зв'язків і перешкоджають переміщенню. Реакції зв'язків направлені в тому напрямку, куди неможливо переміщуватись.

Існує три види опор.

1. Шарнірно-рухома опора (рисунок 1.7).

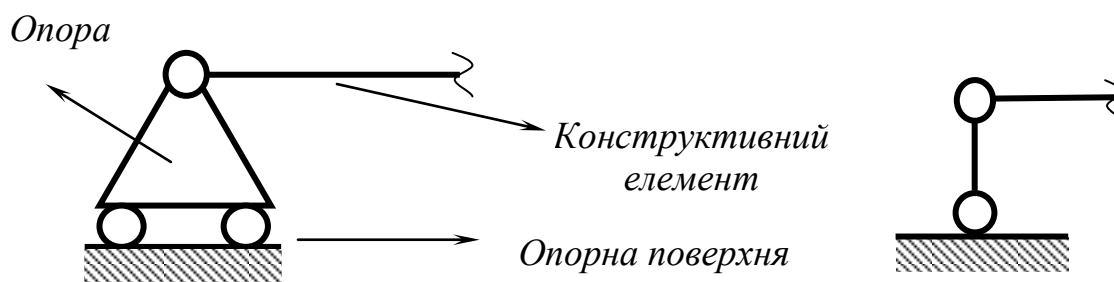


Рисунок 1.7 – Шарнірно-рухома опора.

Шарнірно-рухома опора обмежує переміщення тільки у напрямку, перпендикулярному до опорної поверхні (напряження V на рисунку 1.8), реакція направлена перпендикулярно до опорної поверхні.

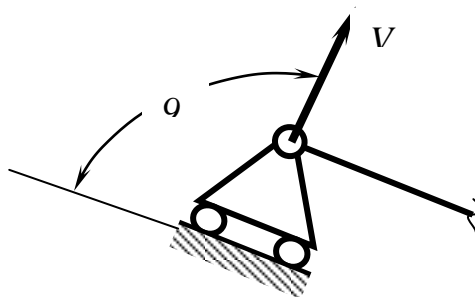


Рисунок 1.8 – Реакція в шарнірно-рухомій опорі.

2. Шарнірно-нерухома опора – обмежує лінійні переміщення (для плоского випадку в двох напрямках, для просторового випадку у трьох напрямках). Вигляд та реакція **шарнірно-нерухомої** опори подані на рисунку 1.9. Реакцію шарнірно-нерухомої опори зручно розкласти на дві складові.

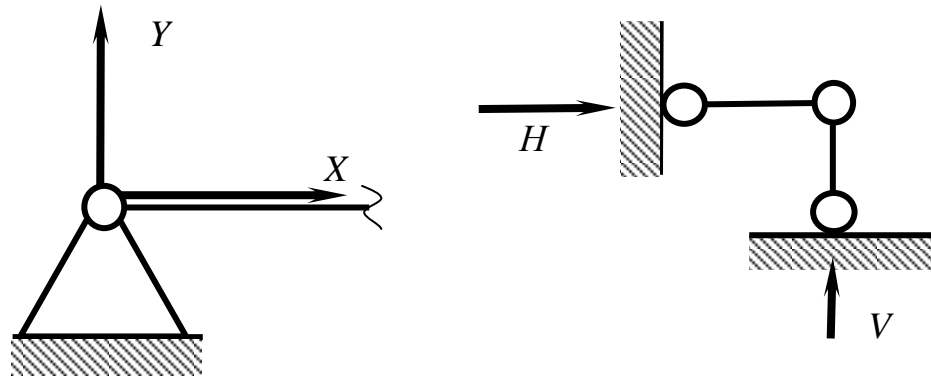


Рисунок 1.9 – Вигляд та реакції шарнірно-нерухомої опори для плоского випадку.

3. Жорстке защемлення – обмежує переміщення елемента по всіх напрямках. У плоскому випадку це лінійні переміщення в напрямках осей X та Y , а також обертання в площині XOY . У просторовому випадку обмеження відбувається у трьох напрямках – три лінійні переміщення і три обертальні переміщення (рисунок 1.10).

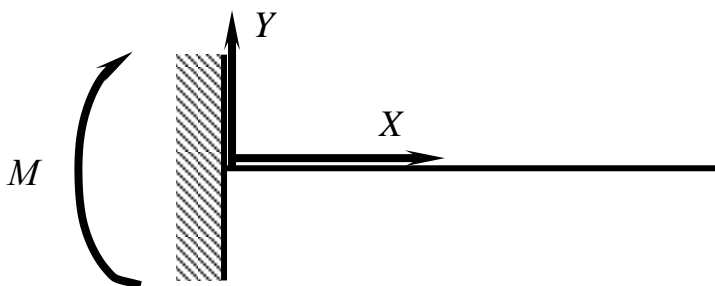


Рисунок 1.10 – Вигляд та реакція жорсткого защемлення.

За тими напрямками, по яких обмежується переміщення, в опорах виникають сили, що називаються **реакціями опор**.

Таким чином:

- у **шарнірно-рухомій** опорі виникає одна реакція (одна сила);
- у **шарнірно-нерухомій** виникає дві реакції (дві сили);

▪ у жорсткому защемленні виникає три реакції (дві сили та реактивний момент).

Розрахункова схема. Для реалізації розрахунків необхідно чітко проводити постановку задач. Для постановки задачі зазвичай складається розрахункова схема, яка включає елементи реальної конструкції в рамки прийняті в опорі матеріалів стандартних елементів.

Розрахункова схема – це схематичне (формальне) зображення реального об'єкту, що звільнений від незначних особливостей. Таку схематизацію можна проілюструвати прикладом, який поданий на рисунку 1.11.

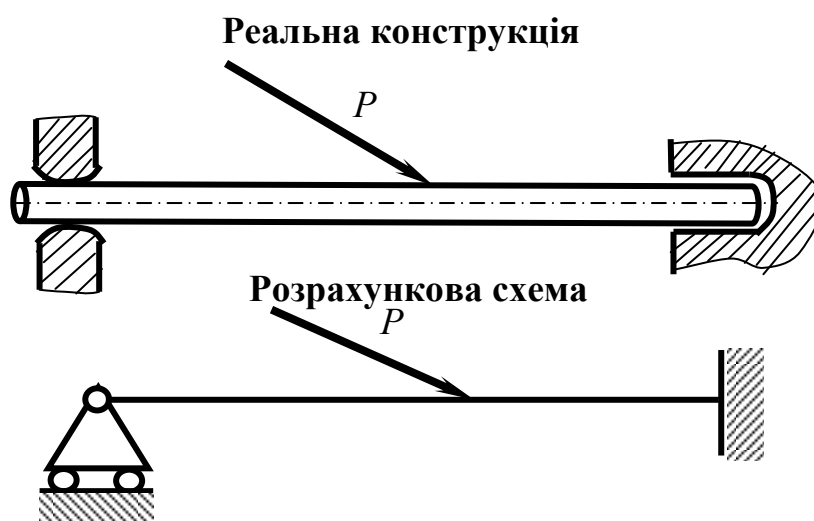


Рисунок 1.11 – Складання розрахункової схеми.

На розрахункових схемах показують всі зовнішні навантаження, наприклад сила P на рисунку 1.11.

Класифікація навантажень.

Сила – міра механічної взаємодії матеріальних тіл між собою.

Взаємодія характеризується величиною і напрямком, тобто

сила є векторною величиною, яка

характеризується точкою прикладання (A), напрямком (лінія дії), величиною (модуль). Силу вимірюють в ньютонках.

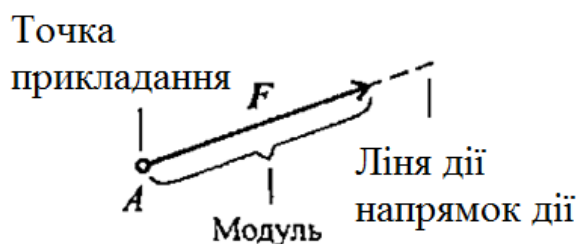


Рисунок 1.12 - Сила.

Зовнішні впливи можуть бути різноманітні. Це і силові впливи (навантаження), нагрів або охолодження, різного роду опромінення, а також інші впливи зовнішнього середовища фізичного або хімічного характеру [1].

Навантаження, які діють на тіла, є результатом їх взаємодії з другими тілами або з зовнішнім середовищем, газом або рідиною.

Сили поділяються на **зовнішні** та **внутрішні**.

Зовнішні сили – сили взаємодії між елементом конструкції і іншими тілами, що зв'язані з ним.

Внутрішні сили – сили взаємодії між частинками твердого тіла. У будь-якому тілі між його окремими частинками діють сили взаємного притягання, які обумовлюють існування твердого тіла з його незмінною формою і розмірами. Завдяки прикладеному навантаженню у тілі виникають додаткові внутрішні сили. В опорі матеріалів цікавляться саме додатковими внутрішніми силами, а не абсолютними значеннями. Для спрощення розгляду дії зовнішніх навантажень замість реальних сил вводять їх абстрактні ідеалізовані моделі. Таким чином всі зовнішні навантаження вкладають у рамки таких понять.

Внутрішні сили виникають в тілі під дією зовнішніх сил.

Система зовнішніх сил, прикладених до тіла, називається **навантаженням**.

Зовнішні сили, діючі на елементи конструкцій, поділяються на **активні** та **реактивні** (реакції зв'язків).

Активні зовнішні сили – навантаження (сила тяжіння вантажу на мостовий кран, вага конструкції).

Активні сили викликають переміщення тіла, **реактивні** намагаються протидіяти переміщенню тіла під дією зовнішніх сил.

Прикладом **об'ємних** сил можуть бути гравітаційні сили (сила тяжіння, електромагнітні сили, сили інерції) [1].

Навантаження, які передаються від одних елементів конструкцій до інших відносять до **поверхневих** сил. Прикладом є аеродинамічні сили на поверхні крила літака, сила тиску води на греблю. Поверхневі сили поділяються на **зосереджені** і **розподілені**.

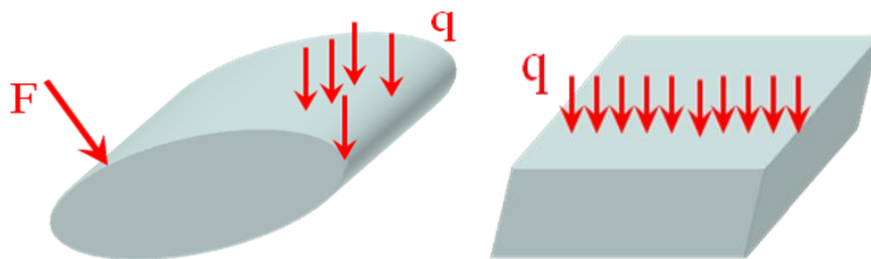


Рисунок 1.13 - Зосереджені і розподілені поверхневі сили.

1. Зосереджена сила – рівнодійна навантаження, яке прикладена до невеликої частини поверхні тіла в порівнянні з розмірами тіла (рисунок 1.13, 1.14). Зосередженої сили не існує, вона введена для зручності розрахунків. Сила розглядається як зосереджена, якщо вона передається на деталь по площі, розміри якої малі в порівнянні з розмірами самого елемента конструкції.

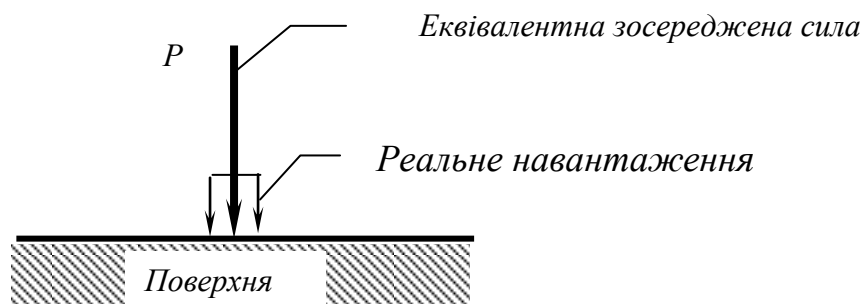


Рисунок 1.14 - Зосереджена сила.

2. Розподілене навантаження – навантаження, що діє на значній площі чи довжині поверхні тіла (рисунок 1.13, 1.15). Наприклад, вітрове, снігове навантаження. Навантаження розподілене по деякій поверхні, характеризується величиною тиску, тобто сили, яка приходить на одиницю площі Н/м^2 .

Величина розподіленого по довжині навантаження характеризується його інтенсивністю q Н/м .

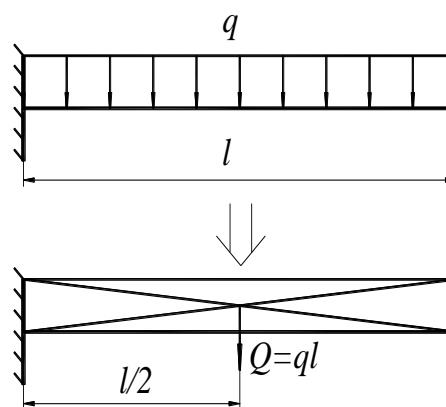


Рисунок 1.15 - Розподілене навантаження: де q – інтенсивність навантаження, l довжина стержня; $Q=q \cdot l$ – рівнодійна розподіленого навантаження.

3. Зосереджений момент або **зосереджена пара сил** розглядаються тоді, коли сили мають плече відносно поверхні тіла (рисунок 1.16 а, б).

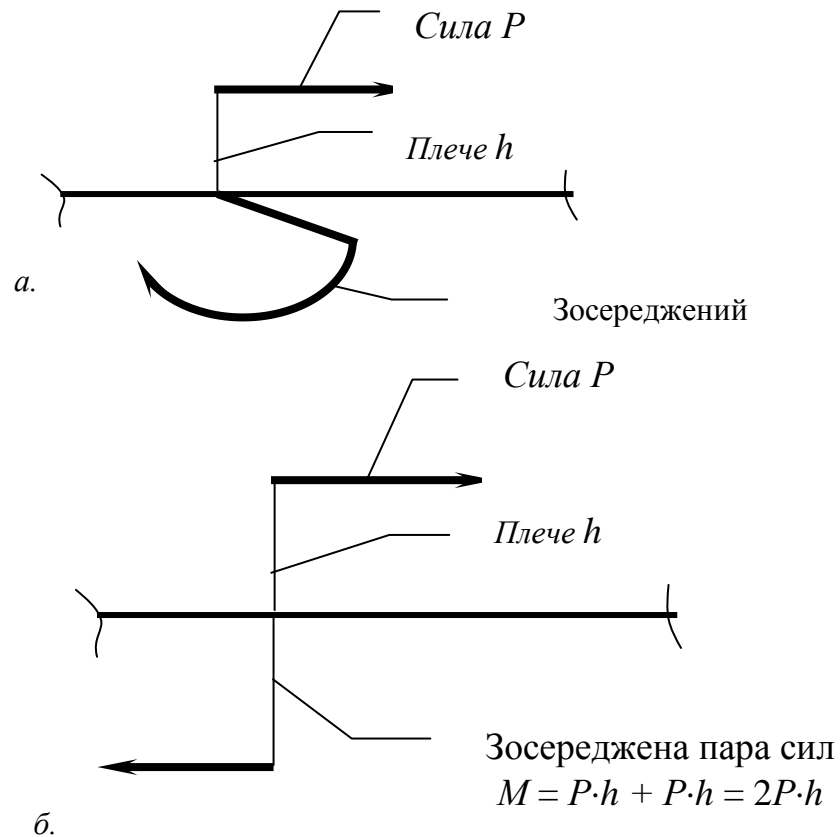


Рисунок 1.16 - а – зосереджений момент; б – зосереджена пара сил.

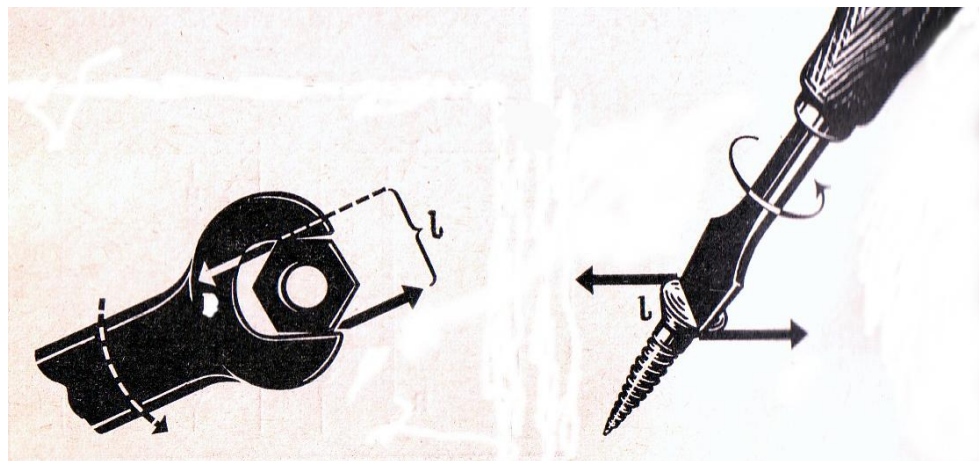


Рисунок 1.17 - Приклад пари сил.

Пара сил – це система двох сил, рівних по модулю, паралельних і направлених в різні сторони. Пара сил викликає обертання тіла і її дія на тіло оцінюється моментом. **Наприклад**, навантаження, яке створюється гайковим ключем при закручуванні гайки (рисунок 1.17).

Момент пари сил чисельно дорівнює добутку модуля сили на відстань між лініями дії сил (плече пари).

Плече сили – перпендикуляр, який опущений із точки прикладання сили на лінію дії сили.

Момент додатній, якщо обертає тіло за годинниковою стрілкою.

Момент сили відносно точки чисельно дорівнює добутку модуля сили на відстань від точки прикладання до лінії дії сили.

Момент сили відносно точки дорівнює нулю, якщо лінія дії сили проходить через точку, так як відстань від точки до сили дорівнює нулю.

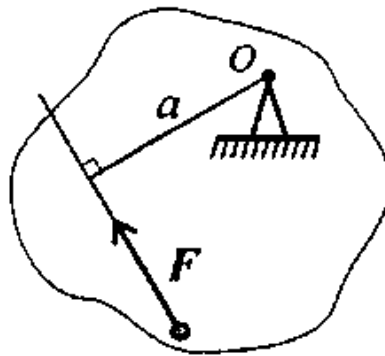


Рисунок 1.18 - Момент сили відносно точки.

Момент сили відносно вісі дорівнює моменту проекції сили на площину, перпендикулярну вісі, відносно точки перетину вісі з площиною (рисунок 1.19, а).

Якщо лінія дії сили перетинає вісь або лінія дії сили паралельна вісі, **момент сили** відносно цієї вісі дорівнює нулю (рисунок 1.19 б).

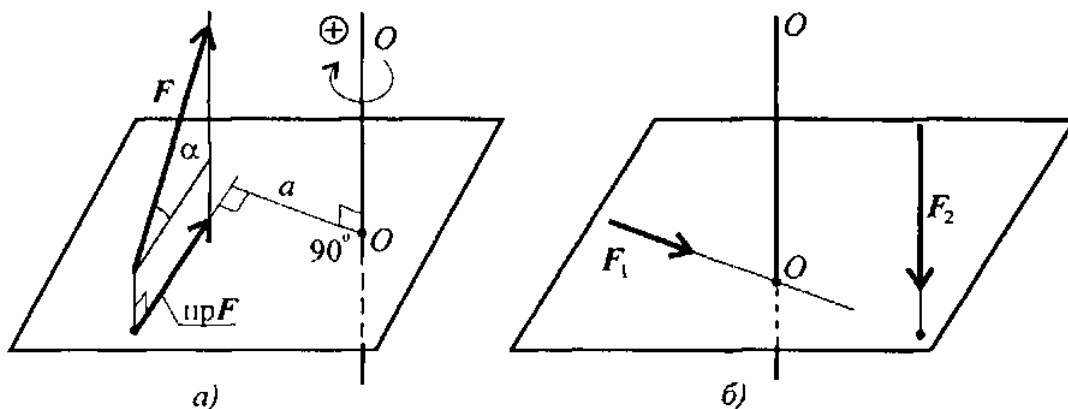


Рисунок 1.19 - Момент сили відносно вісі.

Зовнішні навантаження розділяються за характером прикладення у часі.

Статичні навантаження – навантаження які повільно зростають, а потім є сталими за часом (рисунок 1.20 а). **Наприклад**, вага конструкцій.

Динамічні навантаження – навантаження із швидкою зміною величини за часом (рисунок 1.20 б).

Динамічні навантаження виникають, наприклад, при посадці літака, при землетрусах, навантаження буксирного тросу при різкому рушанні з місця, навантаження ресори автомобіля при наїзді колеса на нерівність, удар молота при забитті паль.

Циклічні навантаження – навантаження які мають повторно-перемінний характер (рисунок 1.20 в) (зубці зубчастого колеса).

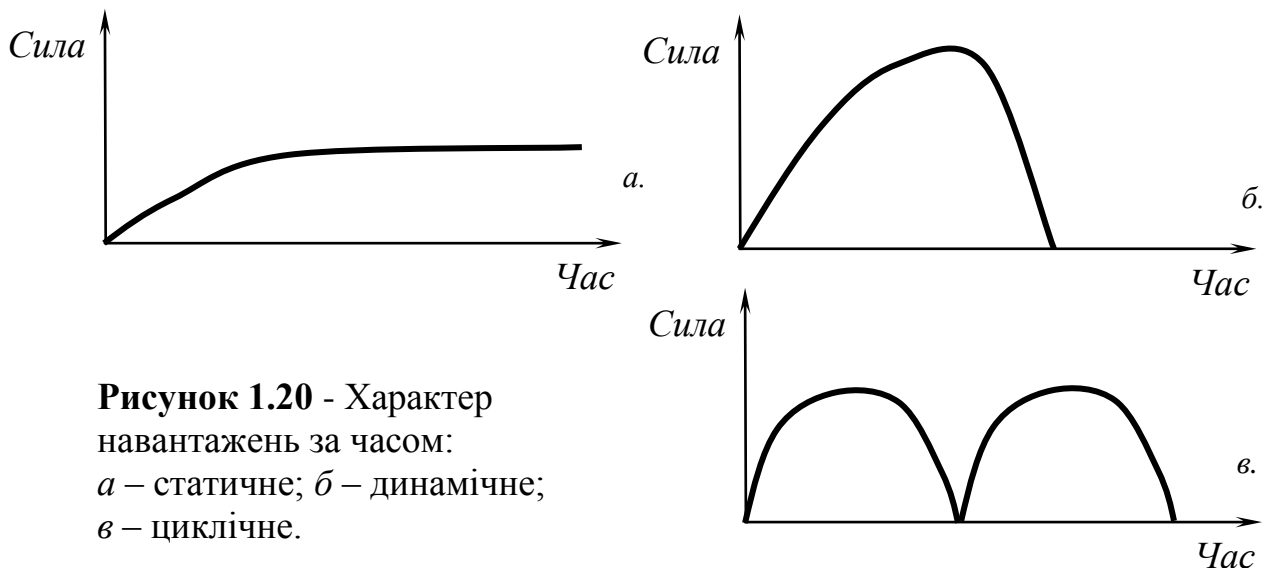


Рисунок 1.20 - Характер навантажень за часом:
а – статичне; б – динамічне;
в – циклічне.

1.3 Припущення відносно властивостей матеріалів та характеру деформацій.

Через складність розрахунку елементів конструкцій в опорі матеріалів приймаються деякі спрощуючі припущення (гіпотези) відносно властивостей матеріалу, навантажень і характеру взаємодії елементів конструкцій та навантажень.

Деформація – зміна геометричних розмірів або форми твердого тіла під дією зовнішніх навантажень. Деформації виникають внаслідок навантаження їх зовнішніми силами або зміни температури.

Необхідно розрізняти переміщення і деформації.

Переміщення – зміна положення точки в просторі.

Пружна деформація – деформація, яка повністю зникає після зняття зовнішнього навантаження. При навантаженні твердого тіла в ньому виникають внутрішні сили взаємодії між частинками, які протидіють зовнішнім силам і намагаються повернути частинки тіла в положення, яке займали до деформації (прогин дошки, гілки дерева) (рисунок 1.21).

Пластична (залишкова) деформація – деформація, яка залишається після зняття зовнішнього навантаження (зміна форми тіла, виготовленого з глини при тиску, проволоки при великому згині) (рисунок 1.21).

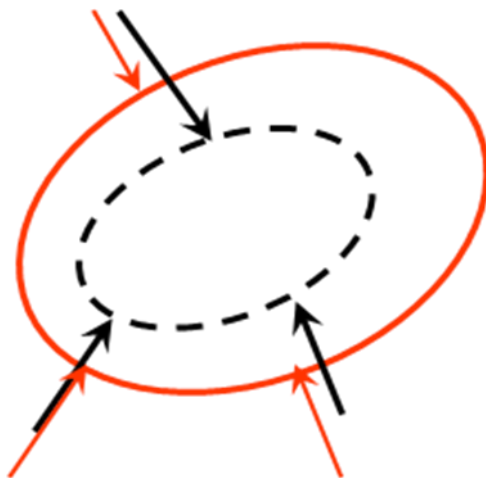


Рисунок 1.21 - Деформація.

При ще більших силах відбувається утворення місцевих тріщин (порушення суцільності) – стан руйнування.

Крихке руйнування – руйнування тіла без утворення пластичних деформацій.

Перша група гіпотез щодо властивостей матеріалів.

1. Матеріал вважається однорідним і суцільним, тобто його властивості не залежать від форми і розмірів тіла та однакові в будь-якій точці.

Суцільний матеріал – матеріал, який не має розривів, пустот, пор, тріщин, включень.

Однорідний матеріал – матеріал, в кожній точці якого механічні властивості однакові і не залежать від величини виділеного об'єму.

Це дозволяє не приймати до уваги атомістичну структуру або рух молекул, які складають тіло. Ця властивість застосовується навіть при розрахунку конструкцій з такого неоднорідного матеріалу, як бетон. Більшість конструкційних матеріалів, в першу чергу технічні метали і сплави, мають зернисту, полікристалічну структуру, тобто складаються з окремих кристалів, серед яких можуть бути сторонні включення, пустоти, мікротріщини. Внаслідок цього матеріал тіла не має суцільної безперервної будови, навпаки його будова переривчаста. Різні механічні властивості окремих зерен матеріалу призводять до того, що реальні тверді тіла в більшій або меншій мірі неоднорідні. Внаслідок хаотичного розташування кристалічних зерен механічні характеристики відображають середні властивості складових частин тіла, і їх можна вважати однаковими в усіх напрямках.

2. Матеріал конструкції ізотропний, тобто властивості його в усіх напрямках однакові.

Ця гіпотеза використовується для більшості задач, хоча для деяких матеріалів це умовно (**наприклад**, для дерева, властивості якого вдовж та впоперек волокон різні). Такі матеріали називаються **анізотропними**.

Деяка незначна анізотропія металів може бути внесена при їх обробці (прокатка, волочіння).

3. Матеріал конструкції володіє властивостями ідеальної пружності, тобто здатністю повністю відновлювати першу початкову форму і розміри тіла після зняття навантаження.

Друга група гіпотез щодо характеру деформацій.

1. Деформації матеріалу конструкції в кожній її точці прямо пропорційні напруженням в цій точці.

Ця гіпотеза називається законом Гука. Цей закон справедливий для більшості матеріалів, але при напруженнях, які не перевищують границю пропорційності.

$$\delta \cdot k = P \rightarrow \text{Сила}$$

Переміщення
Коефіцієнт пропорційності

2. Деформації конструкції настільки малі, що можна не враховувати їх впливу на взаємне розташування навантажень і на відстані від навантажень до будь-яких точок конструкції.

При навантаженні пружного тіла воно деформується і окремі його точки переміщуються відносно своїх перших початкових положень, які відповідають недеформованому стану тіла.

Це дозволяє складати рівняння статички для недеформованого тіла.

3. Принцип незалежності дії сил.

Результат дії на конструкцію системи навантажень дорівнює сумі результатів дії кожного навантаження в окремоті.

1.4 Умови рівноваги.

Для того, щоб тверде тіло знаходилося у рівновазі, тобто в стані спокою чи рівномірного прямолінійного руху необхідно та достатньо виконання таких умов.

1. Сума всіх зовнішніх сил, які діють на тіло, дорівнює нулю:

$$\sum \vec{P} = 0 \quad (1.1)$$

2. Сума моментів всіх зовнішніх сил відносно будь-якої точки дорівнює нулю:

$$\sum \vec{M} = 0 \quad (1.2)$$

Подані рівняння є векторними і не зручними для практичного використання. Зазвичай їх записують у вигляді умов рівноваги класичної механіки.

Для тривимірного випадку рівняння записуються таким чином:

$$\left. \begin{array}{l} \sum X = 0; \sum M_x = 0 \\ \sum Y = 0; \sum M_y = 0 \\ \sum Z = 0; \sum M_z = 0 \end{array} \right\} \quad (1.3)$$

Для плоского випадку кількість рівнянь зменшується на три, але умови рівноваги можна записати у трьох формах, причому ці форми є рівнозначними. Та чи інша форма застосовується в залежності від розташування сил та вигляду конструкції.

$$\left. \begin{array}{l} \sum X_i = 0 \\ \sum Y_i = 0 \\ \sum M_{Ai} = 0 \end{array} \right\} \text{I форма; } \left. \begin{array}{l} \sum X_i = 0 \\ \sum M_{Ai} = 0 \\ \sum M_{Bi} = 0 \end{array} \right\} \text{II форма; } \left. \begin{array}{l} \sum M_{Ai} = 0 \\ \sum M_{Bi} = 0 \\ \sum M_{Ci} = 0 \end{array} \right\} \text{III форма} \quad (1.4)$$

Умови рівноваги дають систему рівнянь, яку можна використати для визначення внутрішніх сил у навантаженому тілі.

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповідей	Код
1	Опір матеріалів – це наука про інженерні розрахунки на:	стійкість та жорсткість	
		міцність та стійкість	
		міцність, стійкість та жорсткість	
2	Основним об'єктом, що вивчається в опорі матеріалів є:	стержень	
		оболонка	
		масив	
3	Стержень – це тіло, у якого:	один габаритний розмір значно більший ніж два інших	
		два габаритні розміри більше ніж третій	
		всі габаритні розміри мають однаковий порядок	
4	Статичним називається навантаження, яке:	повільно змінюється від максимального до мінімального значень	
		не змінюється протягом тривалого часу	
		не змінює знак	
5	До зовнішніх сил в опорі матеріалів відносять:	активні сили	
		реактивні сили	
		активні, реактивні сили та сили взаємодії між частинками тіла	
6	Опір матеріалів – це наука про інженерні розрахунки на:	стійкість та жорсткість	
		міцність та стійкість	
		міцність, стійкість та жорсткість	
7	В плоскому випадку в жорсткому защемленні виникає ... внутрішнє(-ніх) зусилля	одне	
		два	
		три	
8	Деформацією тіла є:	зміна розмірів тіла	
		зміна форми тіла	
		зміна розмірів і форми тіла	
9	Пружними називаються деформації, які:	залишаються після зняття навантаження	
		зникають після зняття навантаження	
		не виникають під час навантаження	
10	Ізотропними називаються матеріали, властивості яких:	в усіх напрямках однакові	
		в усіх напрямках різні	
		в одному з напрямків змінюються за лінійним законом	

РОЗДІЛ 2

ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛОСКИХ ПЕРЕРІЗІВ

- 2.1. Статичні моменти та центр тяжіння плоских перерізів.
- 2.2. Осьові моменти інерції.
- 2.3. Полярний момент інерції.
- 2.4. Відцентровий момент інерції.
- 2.5. Головні осі та головні моменти інерції.
- 2.6. Моменти опору та радіус інерції.

2.1 Статичні моменти та центр тяжіння плоских перерізів.

Основним об'єктом, який вивчається в курсі опору матеріалів, є *стержень*.

Опір стержня різним видам деформації часто залежить не тільки від його матеріалів та розмірів, але й від форми вісі, форми поперечних перерізів та їх розташування.

Таким чином, величина деформації твердого тіла залежить від наступних факторів:

1. Геометричних розмірів тіла;
2. Діючих навантажень;
3. Механічних характеристик матеріалу тіла.

Розглянемо геометричні характеристики тіла, що визначають величину його деформації.

Геометричні характеристики – числові величини, які визначають розміри, форму, розташування поперечного перерізу.

До геометричних характеристик відносяться:

- площа плоского поперечного перерізу;
- статичні моменти плоского перерізу;
- координати центру ваги перерізу;
- осьові моменти інерції перерізу;
- полярний момент інерції;
- відцентрові моменти інерції;

- головні осі і головні моменти інерції;
- осьовий момент опору;
- радіус інерції.

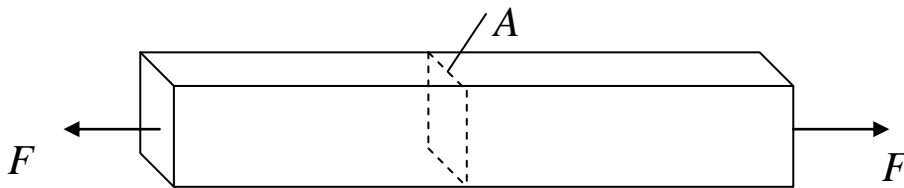


Рисунок 2.1 - Площа поперечного перерізу

Площа поперечного перерізу. Уявимо собі брус, що розтягується силою F .

Позначимо площу поперечного перерізу бруса літерою A . Чим більша площа A , тим більше навантаження F витримує брус. **Таким чином**, площа A є основною геометричною характеристикою, що визначає несучу здатність бруса. Розмірність площі $[m^2]$, $[cm^2]$, $[mm^2]$.

Площу поперечного перерізу елемента можна визначити інтегруванням:

$$A = \int dA \quad (2.1)$$

де dA – елемент площі.

Якщо границя фігури не є гладкою кривою, то фігуру розбивають на малі елементи площею ΔA і замінюють інтегрування сумуванням:

$$A = \sum_{i=1}^n \Delta A_i \quad (2.2)$$

Площу також визначають за відомими формулами або за допомогою приладів – *планіметрів*.

Площа поперечного перерізу використовується при визначенні деформації елемента конструкції у випадках **розтягу** або **стиску**.

Розглянемо довільну фігуру (поперечний переріз бруса), яка зв'язана з координатними осями Oz і Oy . Виділимо елемент площею dA з координатами

z , y . По аналогії з виразом для моменту сили відносно будь-якої вісі можливо скласти вираз і для моменту площі, який називається **моментом площі**.

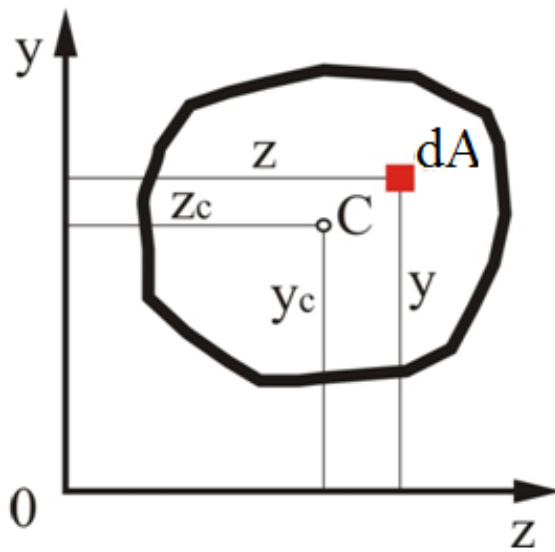


Рисунок 2.2 - Довільний переріз.

Так, добуток елемента площі dA на відстань y від вісі Oz

$$dS_z = y \cdot dA \quad (2.3)$$

називається **статичним моментом** елемента площі відносно вісі Oz або першим моментом площі (рисунок 2.2).

Аналогічно:

$$dS_y = z \cdot dA \quad (2.4)$$

Просумувавши такі добутки по всій площі фігури, отримаємо відповідно статичні моменти відносно осей z та y :

$$S_z = \int_A y \cdot dA \quad (2.5)$$

$$S_y = \int_A z \cdot dA \quad (2.6)$$

Статичним моментом плоского перерізу відносно вісі називається взята по всій площі перерізу сума добутків площ елементарних площадок на відстані від цих площадок до осі.

Статичний момент може бути позитивним, негативним чи нульовим. Має розмірність $[m^3]$.

Використовується при визначенні координат центра ваги перерізу, а також при визначенні напружень у брусі при згині по формулі Журавського.

Нехай z_c, y_c - координати центру ваги фігури. Продовжуючи аналогію з моментами сил, на основі теореми про момент рівнодіючої можливо записати наступні вирази:

$$S_z = A \cdot y_c; \quad S_y = A \cdot z_c; \quad (2.7)$$

$$S_z = \sum_{i=1}^n y_i \cdot \Delta A_i; \quad S_y = \sum_{i=1}^n z_i \cdot \Delta A_i,$$

де A - площа фігури.

Очевидно, що **статичні моменти** площі відносно осей, які проходять через центр ваги перерізу (*центральної осей*) дорівнюють нулю.

Координати центра ваги:

$$z_c = \frac{S_y}{A} \quad y_c = \frac{S_z}{A}. \quad (2.8)$$

Для обчислення статичних моментів складної фігури її розділяють на прості частини, для кожної з них відома площа A_i і положення центра ваги z_i та y_i . Після цього статичний момент площі всієї фігури визначається як сума статичних моментів кожної частини (рисунок 2.3).

$$S_z = A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3 = \sum_{i=1}^n (A_i \cdot y_i)$$

$$S_y = A_1 \cdot z_1 + A_2 \cdot z_2 + A_3 \cdot z_3 = \sum_{i=1}^n (A_i \cdot z_i) \quad (2.9)$$

Координати центру ваги складної фігури визначаються за формулами:

$$z_c = \frac{S_y}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i \cdot z_i)}{\sum_{i=1}^n A_i}; \quad y_c = \frac{S_z}{A} = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i \cdot y_i)}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (2.10)$$

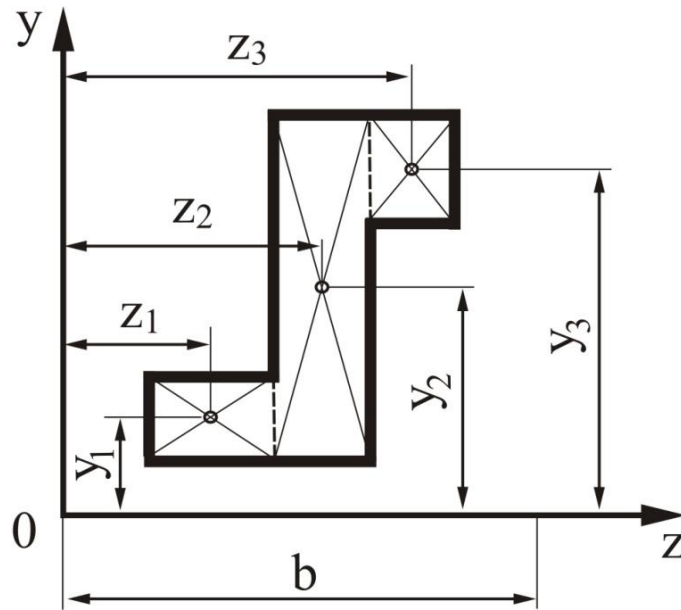


Рисунок 2.3 - Складна фігура.

2.2 Осьові моменти інерції.

Розглянемо інший випадок деформації бруса – **згин**.

Візьмемо два однакових бруса і прикладемо до них однакове навантаження F , але в різних напрямках (рисунок 2.4).

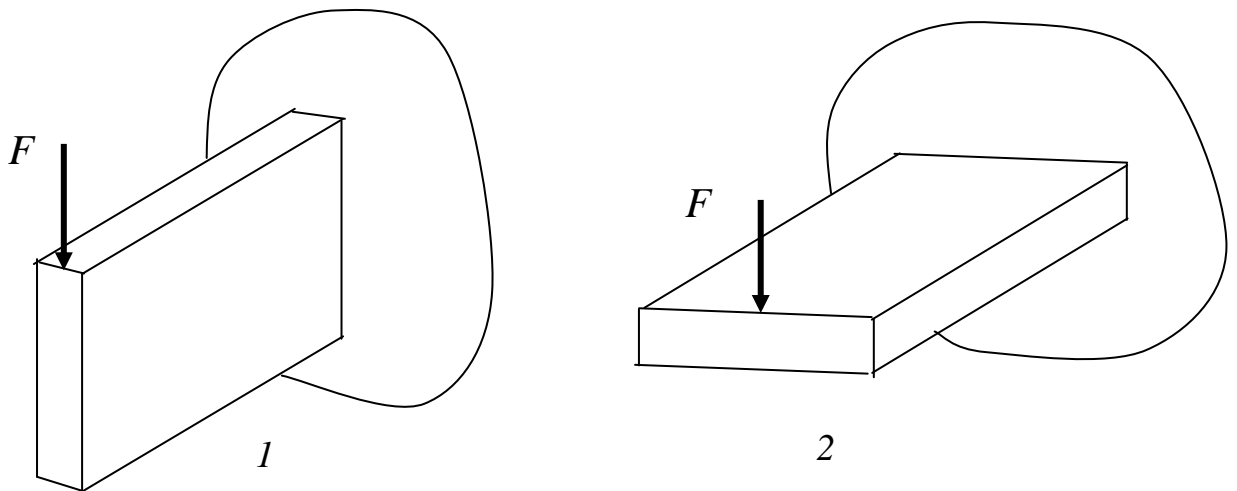


Рисунок 2.4 - Згин бруса в різних напрямках.

Експериментально легко перевірити, що у випадку 2 брус буде деформуватися (прогинатися) значно більше, ніж у випадку 1. Якщо в випадку 1 буде висота перерізу $3h$, а в 2 випадку h , то переріз в 1 випадку витримає навантаження в 3 рази більше. Тому при розрахунках на згин необхідно вводити

спеціальні геометричні характеристики перерізів, що повинні враховувати не тільки площу поперечного перерізу, але й орієнтацію цієї площі відносно діючого навантаження. Такими характеристиками є **моменти інерції**.

Осьовими моментами інерції плоского перерізу відносно даної осі називається взята по всій площі перерізу сума добутків площ елементарних площадок на квадрати їхніх відстаней до цієї осі (рисунок 2.5).

$$J_z = \int_A y^2 \cdot dA$$

$$J_y = \int_A z^2 \cdot dA \quad (2.11)$$

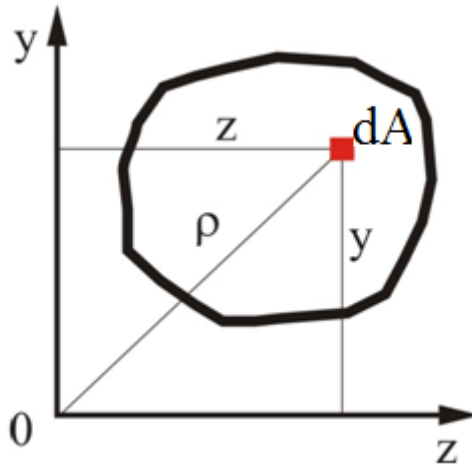


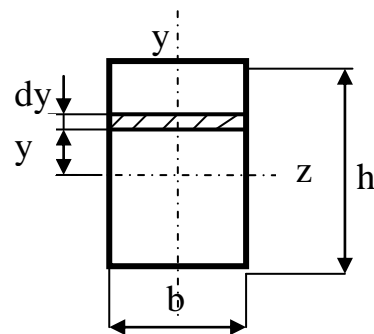
Рисунок 2.5 - Довільний переріз.

Осьові моменти інерції завжди позитивні і мають розмірність $[м^4]$. Характеризують опір перерізу повороту відносно відповідної осі.

Прямокутний переріз.

Визначимо осьовий момент інерції прямокутника відносно осі z [8].

Розіб'ємо площу прямокутника на елементарні площадки с розмірами b (ширина) та dy (висота). Тоді площа такого елементарного прямокутника (заштрихована) дорівнює $dA = b \cdot dy$.



Підставляємо значення dA в формулу для визначення осьового моменту інерції, отримуємо:

$$J_z = \int_A y^2 \cdot dA = \int_{-h/2}^{+h/2} y^2 \cdot b \cdot dy = b \cdot \frac{y^3}{3} \Big|_{-h/2}^{+h/2} = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (2.12)$$

По аналогії запишемо

$$J_y = \frac{b^3 \cdot h}{12}. \quad (2.13)$$

Як правило, формули або значення осьових моментів інерції беруться з довідкової літератури. Осьові моменти інерції використовуються при розрахунках елементів конструкцій на згин.

2.3 Полярний момент інерції.

Якщо через полюс проведена система взаємно перпендикулярних осей (рисунок 2.5) z та y , то $\rho^2 = z^2 + y^2$. Тоді маємо :

$$J_\rho = \int_A (z^2 + y^2) \cdot dA = \int_A z^2 \cdot dA + \int_A y^2 \cdot dA = J_y + J_z \quad (2.14)$$

Сума осьових моментів інерції відносно двох взаємно перпендикулярних осей дорівнює полярному моменту інерції відносно точки перетину (початку координат).

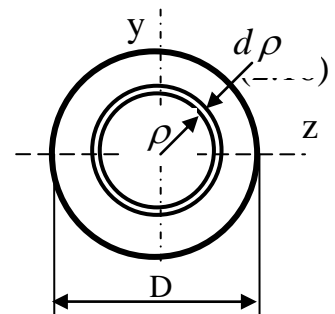
$$J_\rho = J_z + J_y \quad (2.15)$$

Полярний момент інерції площі фігури відносно даної точки (полюса O) називається інтеграл добутку елементарних площ на квадрати їх відстаней від полюса.

$$J_\rho = \int_A \rho^2 \cdot dA$$

Круглий переріз

Спочатку зручно знайти полярний момент інерції. Потім, враховуючи, що для кола $J_z = J_y$, а



$J_\rho = J_z + J_y$, знайдемо $J_z = J_y = J_\rho/2$.

Розіб'ємо коло на нескінченно малі кільця товщиною $d\rho$ и радіусом ρ ; площа такого кільця $dA = 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot d\rho$. Підставляючи вираз для площі кільця в вираз для J_ρ та інтегруючи, отримаємо [8]:

$$J_\rho = \int_A \rho^2 \cdot dA = \int_0^{D/2} \rho^2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot \rho \cdot d\rho = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\rho^4}{4} \Big|_0^{D/2} = \frac{\pi \cdot D^4}{32}$$

Тоді

$$J_x = J_y = J_\rho/2 = \frac{\pi \cdot D^4}{64} \quad (2.17)$$

Полярний момент інерції використовується при розрахунках елементів конструкцій на кручення і характеризує опір перерізу повороту навколо полюса (початку координат). Має розмірність $[м^4]$ і завжди додатній.

2.4 Відцентровий момент інерції.

Відцентровий момент інерції перерізу – це взята по всій площі перерізу сума добутків площ елементарних площадок на добуток їхніх відстаней до двох даних взаємно перпендикулярних осей:

$$J_{zy} = \int_A z \cdot y \cdot dA \quad (2.18)$$

Залежно від розташування осей величина J_{zy} може бути позитивною, негативною або нульовою. Формули для обчислення J_{zy} чи його значення вибираються з довідкової літератури. J_{zy} , має розмірність $[м^4]$.

Відцентрові моменти інерції використовуються при визначенні напрямків максимальної і мінімальної жорсткості елемента конструкції.

Для стандартних поперечних перерізів стержнів моменти інерції відносно різних осей дані в сортаменті.

2.5 Теорема про паралельний перенос та поворот вісей.

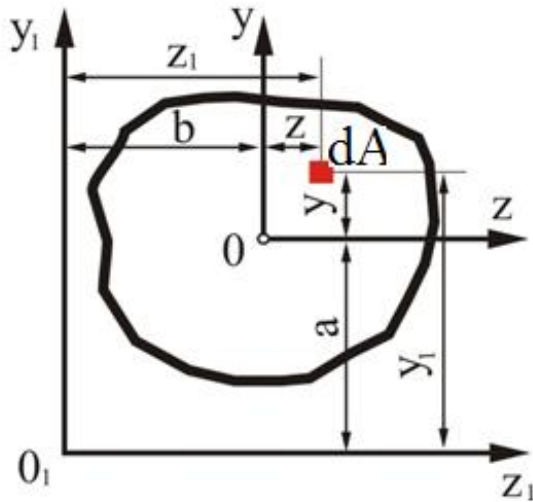


Рисунок 2.6 - Довільний переріз з вісями, які паралельні центральним.

Моменти інерції відносно паралельних осей.

Нехай відомі моменти інерції фігури відносно центральних осей z та y :

$$\begin{aligned} J_z &= \int_A y^2 \cdot dA \\ J_y &= \int_A z^2 \cdot dA \\ J_{zy} &= \int_A z \cdot y \cdot dA \end{aligned} \quad (2.19)$$

Необхідно визначити моменти інерції відносно осей, паралельних центральним.

$$J_{z_1} = \int_A y_1^2 \cdot dA; \quad J_{y_1} = \int_A z_1^2 \cdot dA; \quad J_{z_1 y_1} = \int_A z_1 \cdot y_1 \cdot dA \quad (2.20)$$

Координати будь-якої точки в новій системі $z_1 O_1 y_1$ можливо виразити через координати в старих осях так:

$$z_1 = z + b; \quad y_1 = y + a$$

Підставимо ці значення в формули та інтегруємо по частинам:

$$J_{z_1} = \int_A y_1^2 \cdot dA = \int_A (y + a)^2 \cdot dA = \int_A y^2 \cdot dA + a^2 \int_A dA + 2a \int_A y \cdot dA \quad (2.21)$$

$$J_{y_1} = \int_A z_1^2 \cdot dA = \int_A (z + b)^2 \cdot dA = \int_A z^2 \cdot dA + b^2 \int_A dA + 2b \int_A z \cdot dA \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} J_{y_1 z_1} &= \int_A z_1 \cdot y_1 \cdot dA = \int_A (z + b) \cdot (y + a) \cdot dA = \int_A z \cdot y \cdot dA + a \cdot b \int_A dA \\ &+ a \int_A z \cdot dA + b \int_A y \cdot dA \end{aligned} \quad (2.23)$$

Так як інтеграли $\int_A y \cdot dA = S_z$ и $\int_A z \cdot dA = S_y$ дорівнюють нулю як статичні моменти відносно центральних осей, то формули (2.21) - (2.23) приймають вигляд :

$$\begin{aligned} J_{z_1} &= J_z + a^2 \cdot A; \\ J_{y_1} &= J_y + b^2 \cdot A; \\ J_{z_1 y_1} &= J_{zy} + a \cdot b \cdot A \end{aligned} \quad (2.24)$$

Для полярного моменту інерції

$$J_0 = J_c + r^2 \cdot A \quad (2.25)$$

Зміни моментів інерції при повороті вісей.

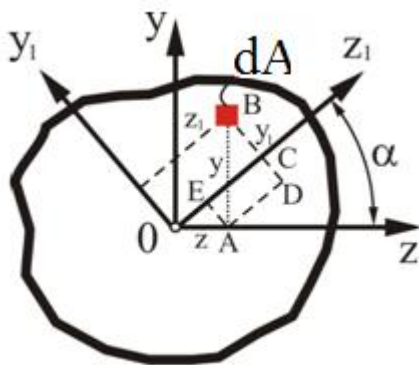


Рисунок 2.7 - Довільний переріз

з вісями, які повернуті під кутом до центральних.

Нехай відомі моменти інерції довільної фігури відносно координатних осей z, y :

$$\begin{aligned} J_z &= \int_A y^2 \cdot dA \\ J_y &= \int_A z^2 \cdot dA \\ J_{zy} &= \int_A z \cdot y \cdot dA \end{aligned} \quad (2.26)$$

Повернемо вісі z, y на кут α проти годинникової стрілки, вважаючи кут повороту осей в цьому напрямку додатнім.

Знайдемо тепер моменти інерції перерізу відносно повернутих осей z_1, y_1 :

$$J_{z_1} = \int_A y_1^2 \cdot dA; \quad J_{y_1} = \int_A z_1^2 \cdot dA; \quad J_{z_1 y_1} = \int_A z_1 \cdot y_1 \cdot dA \quad (2.27)$$

Координати довільної елементарної площадки в новій системі z_1, y_1 виражаються через координати z, y попередньої системи наступним чином:

$$z_1 = OC = OE + AD = z \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha \quad (2.28)$$

$$y_1 = BC = BD - EA = y \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha \quad (2.29)$$

Підставимо ці вирази в (2.27) отримаємо:

$$J_{z_1} = J_z \cdot \cos^2 \alpha + J_y \cdot \sin^2 \alpha - J_{zy} \cdot \sin 2\alpha \quad (2.30)$$

$$J_{y_1} = J_z \cdot \sin^2 \alpha + J_y \cdot \cos^2 \alpha + J_{zy} \cdot \sin 2\alpha \quad (2.31)$$

$$J_{z_1 y_1} = J_{zy} \cdot \cos 2\alpha - \frac{1}{2}(J_y - J_z) \cdot \sin 2\alpha \quad (2.32)$$

Складуючи по доданкам формули (2.30),(2.31), знаходимо

$$J_{z_1} + J_{y_1} = J_z + J_y = J_\rho \quad (2.33)$$

При повороті прямокутних осей сума моментів інерції не змінюється і дорівнює полярному моменту інерції відносно початку координат.

2.6. Головні осі та головні моменти інерції.

Осі, що проходять через центр ваги перерізу, називають **головними центральними вісями** (або *головними вісями*).

Осі, відносно яких відцентровий момент інерції дорівнює нулю, називають **головними осями інерції**.

Будемо позначати головні вісі буквами u та v .

$$J_{uv} = 0$$

Щоб визначити положення головних центральних осей несиметричної фігури, повернемо довільну початкову систему центральних осей z, y (рисунок 2.8) на деякий кут α_0 при якому відцентровий момент інерції становиться рівним нулю:

$$J_{z_1 y_1} = J_{uv} = 0 \quad (2.34)$$

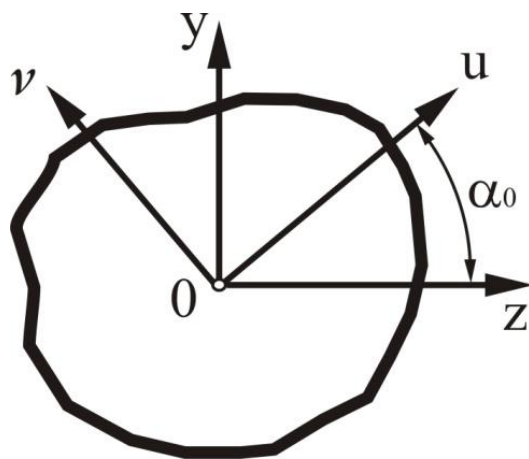


Рисунок 2.8 - Довільний переріз з вісями, які повернуті під кутом при якому відцентровий момент інерції становиться рівним нулю.

Тоді

$$J_{z_1y_1} = J_{zy} \cdot \cos 2\alpha_0 - \frac{1}{2}(J_y - J_z) \cdot \sin 2\alpha_0 = 0, \quad (2.35)$$

звідки

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2 \cdot J_{zy}}{J_y - J_z}. \quad (2.36)$$

Отримані з формули (2.36) два значення кута α_0 відрізняються один від одного на 90° і дають розташування головних осей. Менший з цих кутів по абсолютній величині не перевищує $\pi/4$. В подальшому будемо користуватися тільки меншим кутом. Проведену під цим кутом головну вісь будемо позначати буквою u . На рисунку 2.9 приведені деякі приклади позначення головних осей в відповідності з вказаним правилом. Початкові осі позначаються буквами z та y .

Значення головних моментів інерції можна визначити з наступних виразів:

$$J_u = \frac{1}{2} \left[(J_z + J_y) \pm \sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4 \cdot J_{zy}^2} \right]; \quad (2.37)$$

$$J_v = \frac{1}{2} \left[(J_z + J_y) \mp \sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4 \cdot J_{zy}^2} \right], \quad (2.38)$$

Верхні знаки слід брати при $J_z > J_y$, а нижні – при $J_z < J_y$.

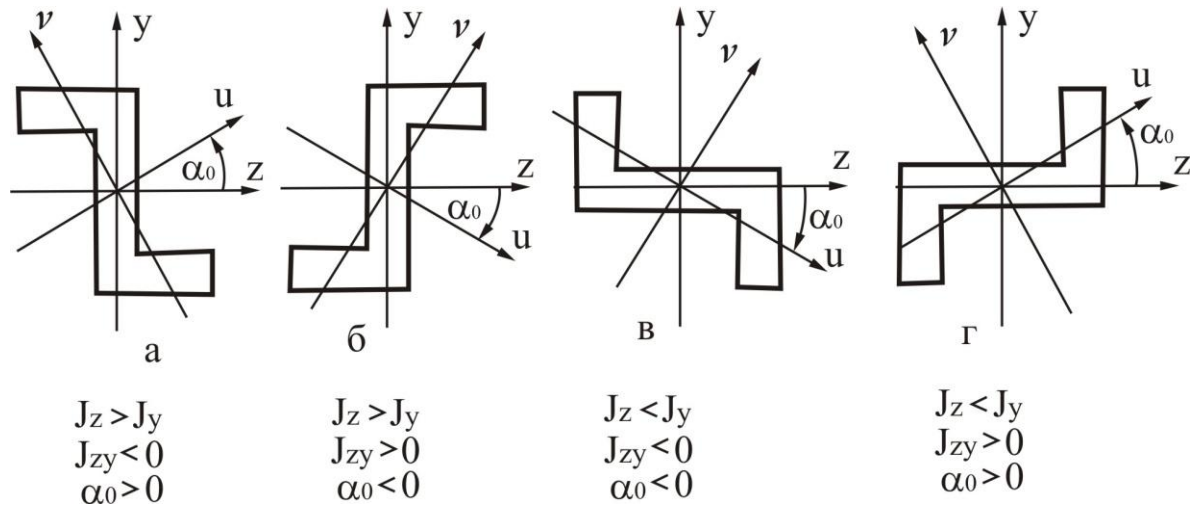


Рисунок 2.9 - Розташування головних осей.

Для симетричних перерізів однією з головних центральних осей є вісь симетрії, а інша вісь перпендикулярна до неї і проходить через центр ваги перерізу.

Головними центральними моментами інерції називаються осьові моменти інерції відносно головних центральних осей. Відносно однієї з головних осей момент інерції *максимальний*, а відносно іншої – *мінімальний*.

Дві взаємно перпендикулярні вісі, з яких хоча б одна є віссю симетрії фігури, завжди будуть її головними осями інерції.

2.7. Моменти опору та радіус інерції.

Осьовий момент опору поперечного перерізу W – це відношення моменту інерції відносно даної вісі до половини висоти перерізу. Часто називають моментом опору. Розмірність м^3 . Це характеристика міцності бруса, який працює на прямий згин. Чим більше момент опору, тим більше навантаження може витримати балка.

$$\text{Момент опору для круга } W_x = \frac{J_x}{\frac{d}{2}}, \quad \text{для прямокутника } W_x = \frac{J_x}{\frac{h}{2}}.$$

Радіусом інерції перерізу відносно деякої вісі, називається величина, яка визначається з співвідношення:

$$i_z = \sqrt{\frac{J_z}{A}}; \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}. \quad (2.39)$$

Момент інерції фігури відносно будь-якої вісі можна представити в вигляді добутку площі фігури на квадрат деякої величини, що називається *радіусом інерції*.

$$J_z = \int_A y^2 \cdot dA = A \cdot i_z^2 \quad (2.40)$$

де i_z - радіус інерції відносно осі z .

З виразу (2.40) виходить, що

$$i_z = \sqrt{\frac{J_z}{A}} \quad (2.41)$$

Аналогічно радіус інерції площі перерізу відносно осі y

$$i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}} \quad (2.42)$$

Головним центральним осям інерції відповідають головні радіуси інерції

$$i_u = \sqrt{\frac{J_u}{A}}, \quad i_v = \sqrt{\frac{J_v}{A}} \quad (2.43)$$

Тести для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповідей	Код
1	Одиниця виміру статичного моменту площі перерізу:	см	
		см ²	
		см ³	
2	Формула для визначення моменту інерції відносно вісі z:	$J_z = \int_A y \cdot dA$	
		$J_z = \int_A y^2 \cdot dA$	
		$J_z = \int_A x \cdot y \cdot dA$	
3	Полярний момент інерції визначається за формулою:	$J_p = \int_A x \cdot y \cdot dA$	
		$J_p = \int_A y \cdot dA$	
		$J_p = \int_A \rho^2 \cdot dA$	
4	Відцентровий момент визначається за формулою:	$J_{yz} = \int_A y^2 \cdot z^2 \cdot dA$	
		$J_{yz} = \int_A y \cdot z \cdot dA$	
		$J_{yz} = \int_A x^2 \cdot dA$	
5	Відцентровий момент інерції може бути:	лише від'ємним	
		додатним і від'ємним	
		лише додатним	
6	Відцентровий момент інерції використовується:	в розрахунках на кручення	
		при визначенні напрямку головних вісей інерції	
		при визначенні центру опуклості при згині	
7	Які осі називаються головними осями інерції:	осі, відносно яких полярний момент інерції дорівнює нулю	
		осі, відносно яких відцентровий момент інерції дорівнює нулю	
		осі, відносно яких осьові моменти інерції дорівнюють нулю	
8	Яким чином розглядається складний переріз:	складний переріз не може бути розрахований	
		складний переріз розкладається на прості фігури	
		складний переріз замінюється на аналогічний простий	
9	Як позначаються головні осі інерції перерізу:	1, 2	
		y, z	
		v, t	
10	Які значення мають головні осьові моменти інерції:	максимальні	
		мінімальні	
		екстремальні	

РОЗДІЛ 3

ВНУТРІШНІ СИЛИ, МЕТОД ПЕРЕРІЗІВ.

- 3.1. Внутрішні сили.
- 3.2. Головний вектор і головний момент.
- 3.3. Напруження.

3.1 Внутрішні сили.

Форма і розміри всякого твердого тіла утримуються силами взаємодії його частинок, з яких тіло складається. Під дією навантажень тіла деформуються, що виражається в зміні відстаней між частинками, а значить і в зміні сил взаємодії між ними. В опорі матеріалів вивчаються зміни сил взаємодії, які в подальшому називаються **внутрішніми силами**.

Внутрішні сили – сили взаємодії між частинками тіла, які виникають внаслідок його деформації.

Поява внутрішніх сил може бути викликана не тільки зовнішніми навантаженнями, але і при нерівномірному нагріванні або охолодженні. **Наприклад**, в дереві при нерівномірному висиханні, в бетоні при затвердінні.

Міцність твердого тіла обумовлена силами зчеплення між окремими його частинками. Руйнування виникне там, де внутрішні сили будуть перевищувати допустиму для матеріалу межу сил взаємодії його частинок.

Жорсткість також визначається внутрішніми силами, оскільки саме вони викликані деформаціями.

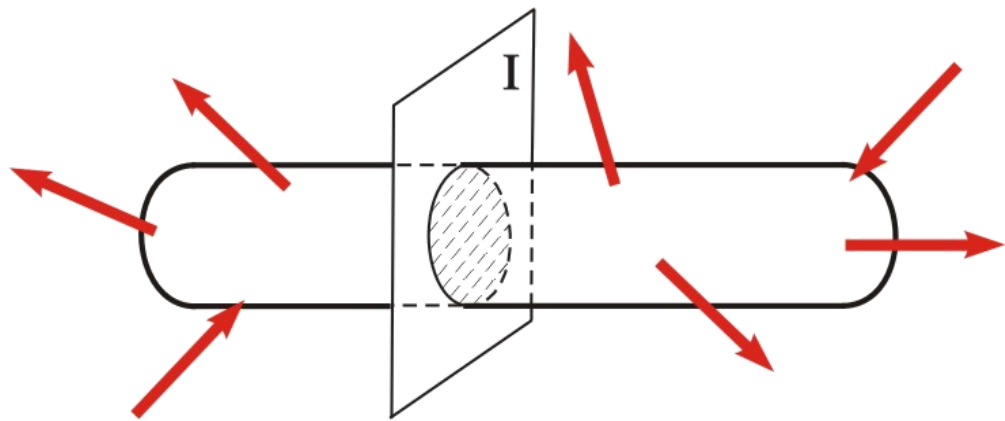
У твердому тілі навіть при відсутності зовнішніх навантажень існують внутрішні силові фактори (внутрішні сили) – об'ємні сили ваги і сили зчеплення між окремими частинками тіла. При прикладанні до тіла зовнішніх навантажень (силових, теплових та ін.) внутрішні силові фактори змінюються. Надалі в даному курсі під внутрішніми силовими факторами будемо розуміти не їхнє абсолютне значення, а тільки збільшення, що викликані прикладеними навантаженнями, тобто додаткові внутрішні сили. При зростанні зовнішніх

навантажень зростають і внутрішні сили, але до визначеної межі. При перевищенні цієї межі відбувається руйнування матеріалу. Природно, що граничне значення внутрішніх сил залежить від фізико-механічних характеристик матеріалу і характеру дії зовнішніх сил.

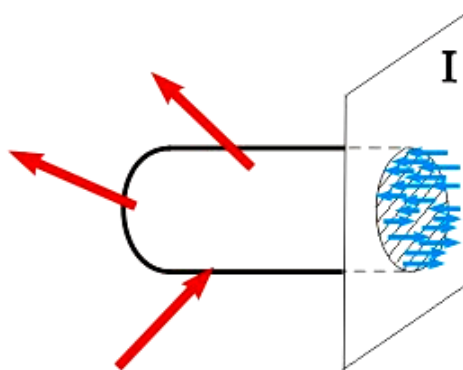
При розрахунках на міцність необхідно мати можливість визначати внутрішні сили по заданих зовнішніх навантаженнях. Основою для рішення цієї задачі є **метод перерізу**.

Метод перерізів зводиться до чотирьох дій:

1. Розрізають (подумки) тіло площиною I в тому місці, де необхідно визначити внутрішні сили;



2. Відкидають будь-яку перерізану частину тіла (бажано найбільш складну), а її дію на частину, що залишилася, замінюють внутрішніми силами, щоб досліджувана частина, що залишилася, знаходилась в рівновазі. Сили взаємодії між частинами I і II, що є внутрішніми (сила \bar{R} і момент \bar{M}) для цілого тіла, рівні по величині, але протилежні по напрямку впливу.



3. Приводять систему сил до однієї точки (як правило, до центру ваги перерізу) та проектують головний вектор і головний момент системи внутрішніх

сил на перпендикуляр до площини (вісь x) та головні центральні вісі перерізу (y та z).

Отримані сили (N , Q_y , Q_z) та моменти (M_x , M_y , M_z) називають **внутрішніми силовими факторами** в перерізі.

4. Знаходять внутрішні силові фактори, складаючи шість рівнянь рівноваги статички для частини перерізаного тіла, що розглядається.

Таким чином, застосовуючи метод перерізів, переводять сили, які є внутрішніми для тіла в цілому, в зовнішні для одної з його частин, отриманих в результаті уявно проведеного перерізу.

3.2 Головний вектор і головний момент.

Внутрішню силу \bar{R} і момент \bar{M} можна визначити, якщо скласти рівняння рівноваги для частини бруса, що залишилася (рисунок 3.1). Не важливо, яку частину відкинути, тому що з третього закону Ньютона слідує, що сили діючі від частини II на I частину, рівні по величині і протилежні по напрямку силам дії частини I на II. Зручно залишати ту частину, де менше зовнішніх сил, так як будуть простіші рівняння. При цьому, силу і момент зручно розкласти на складові по осях координат. Головний момент теж розкладається на три по осях координат, кожний з яких намагається повернути тіло навколо одної з координатних осей.

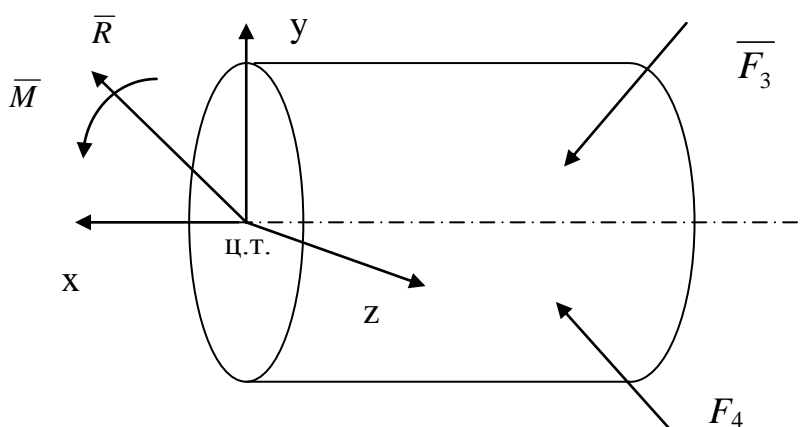


Рисунок 3.1 - Головний вектор та головний момент.

Початок координат розташуємо в центрі ваги розглянутого перерізу. Вісь X направляємо по зовнішній нормалі до перерізу. Осі Z та Y розташовуємо в площині перерізу.

Розкладемо головний вектор \bar{R} і головний момент \bar{M} на складові (рисунок 3.2). Отримаємо шість внутрішніх силових факторів в перерізі, що мають наступні назви:

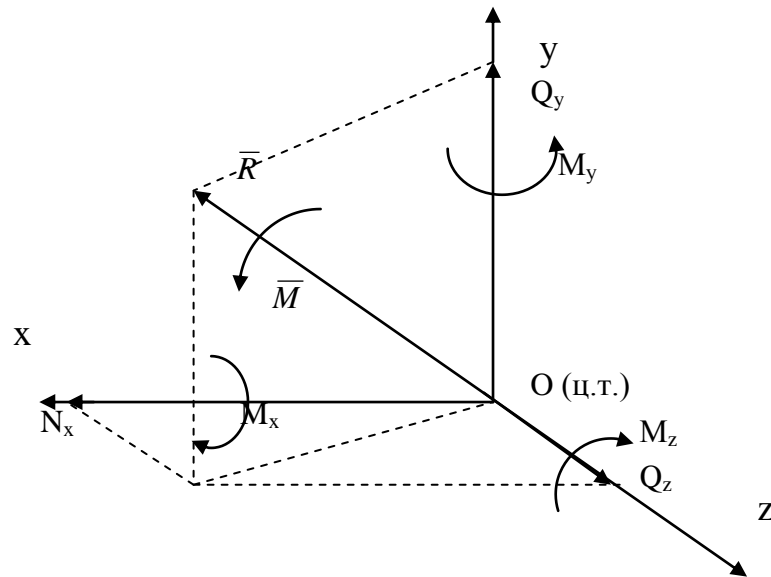


Рисунок 3.2 - Внутрішні силові фактори.

N_x - повздовжня сила;

Q_z ; Q_y - поперечні сили (перерізуючі);

M_x - крутний момент;

M_z ; M_y - згинальні моменти.

Кожний з цих внутрішніх силових факторів пов'язаний з визначеним видом деформації бруса.

Так, **наприклад**, якщо не дорівнює нулю тільки повздовжня сила, то брус працює на розтяг або стиск. Розтяг, якщо сила прикладена від перерізу. Стиск, якщо сила прикладена до перерізу.

Якщо не дорівнює нулю тільки Q_z (чи Q_y), то брус працює на зріз (зсув).

Якщо в перерізі діє тільки момент M_x , то брус отримує деформацію кручення.

Якщо тільки $M_z \neq 0$, то брус працює на чистий вигин у площині XOY .

Таким чином, розклад на складові головного вектора і моменту є не формальний, а має фізичний зміст.

Для визначення кожного з внутрішніх силових факторів необхідно скласти відповідне рівняння рівноваги сил, що діють на залишену частину бруса. Таких рівнянь можна скласти шість і в кожне ввійде тільки один внутрішній силовий фактор, що дозволяє легко знайти його.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \rightarrow N_x; \\ \sum F_y = 0 \rightarrow Q_y; \\ \sum F_z = 0 \rightarrow Q_z; \\ \sum M(F)_x = 0 \rightarrow M_x; \\ \sum M(F)_y = 0 \rightarrow M_y; \\ \sum M(F)_z = 0 \rightarrow M_z. \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Вирішуючи ці рівняння, знаходять головний вектор та головний момент:

$$\begin{aligned} \sum X = N_x + \sum_{k=1}^n F_{kx} = 0; \quad M_x + \sum_{k=1}^n M_{kx} = 0; \\ \sum Y = Q_y + \sum_{k=1}^n F_{ky} = 0; \quad M_y + \sum_{k=1}^n M_{ky} = 0; \\ \sum Z = Q_z + \sum_{k=1}^n F_{kz} = 0; \quad M_z + \sum_{k=1}^n M_{kz} = 0. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Якщо зовнішні сили задані, то внутрішні силові фактори підраховуються на підставі рівнянь рівноваги як алгебраїчні суми проекцій зовнішніх сил і моментів зовнішніх сил, які діють на одну з частин розділеного тіла. Можна визначити з рівнянь рівноваги величини і напрямки головного вектора і моменту внутрішніх сил, але зручно визначати їх складові по осях вибраної системи координат.

На підставі системи рівнянь (3.2) сформулюємо правила для визначення внутрішніх силових факторів.

Наприклад, для повздовжньої сили.

Повздовжня сила в довільному поперечному перерізі бруса чисельно дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій на вісь OZ бруса всіх зовнішніх сил, прикладених до залишеної частини і протилежна по напрямку.

3.3 Напруження.

Внутрішні сили розподілені по перерізу тіла. Їхні значення і напрямки в різних точках різні. Інтенсивність внутрішніх сил визначається **напруженням**. Таким чином, внутрішні напруження є мірою інтенсивності внутрішніх сил.

Візьмемо в поперечному перерізі довільну точку B і виділимо навколо неї малу площадку ΔA .

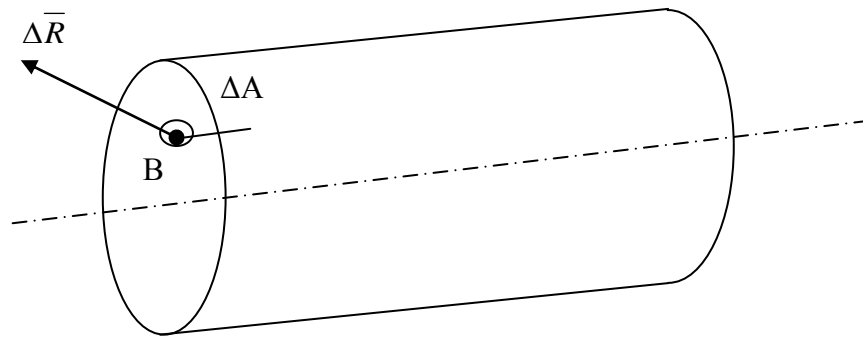


Рисунок 3.3 - Напруження.

Допустимо, що на цій площадці виникає внутрішня сила $\Delta \bar{R}$. Відношення цієї сили до площі елементарної площадки називається **середнім напруженням** \bar{P}_{cp} довкола розглянутої точки.

$$\bar{P}_{cp} = \frac{\Delta \bar{R}}{\Delta A} \quad (3.3)$$

Чим точніше потрібно знати напруження в точці, тим меншою повинна бути площа ΔA . Коли $\Delta A \rightarrow 0$ отримаємо дійсне напруження :

$$\bar{P} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{R}}{\Delta A} \quad (3.4)$$

Дійсне напруження в точці B розглянутого перерізу є векторною величиною. Напрямок цього вектора збігається з граничним напрямком вектора

$\Delta \bar{R}$ при $\Delta A \rightarrow 0$. Розмірність напруження – Паскаль (Па=Н/м²). Отже, у загальному випадку для кожної точки тіла має місце своє \bar{P} . Тому, якщо ми говоримо про напруження, то завжди потрібно вказувати до якої площадки воно відноситься.

Розкладемо вектор \bar{P} на дві складові:

n-нормальну до перерізу і **τ -лежачу** в площині перерізу (дотичну).

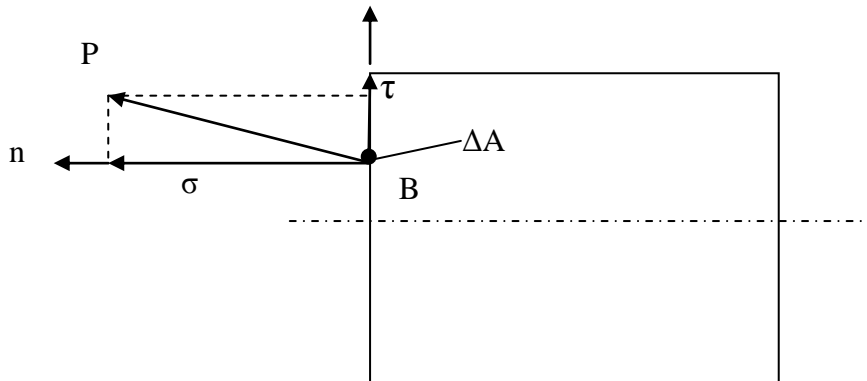


Рисунок 3.4 - Складові напруження на площині.

Складову напруження, що орієнтована по нормалі до перерізу назвемо **нормальним напруженням σ** , а складову, котра лежить у площині перерізу – **дотичним напруженням τ** .

Таким чином повне напруження для даного перерізу:

$$P = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad (3.5)$$

Поняття «напруження» відіграє дуже важливу роль в розрахунках на міцність. Тому значну частину курсу опору матеріалів відводиться вивченню способів розрахунку напружень σ і τ .

Нормальні і дотичні напруження мають визначений фізичний зміст. Нормальні напруження виникають тоді, коли частки матеріалу під дією зовнішніх сил прагнуть віддалитися або зблизитися (**наприклад**, при розтягу або стиску матеріалу).

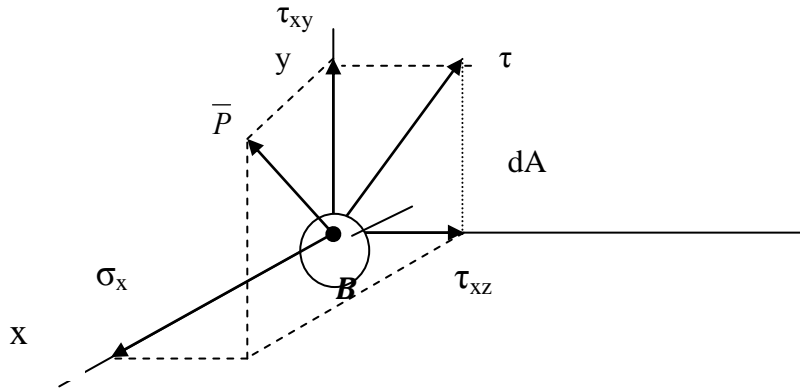


Рисунок 3.5 - Складові напруження в просторі

Дотичні напруження пов'язані зі зсувом матеріалу по площині перерізу. Сукупність нормальних та дотичних напружень, які проходять через дану точку, характеризує **напружений** стан в цій точці. Якщо вектор повного (дійсного) напруження є тривимірним, то він розкладається на три складових по осях просторової прямокутної системи координат.

Для цього випадку прийнято наступне правило індексів:

- перший індекс позначає напрямок нормалі до площадки;
- другий індекс позначає напрямок діючого напруження.

Залежність між повним напруженням і його складовими має такий вигляд:

$$P = \sqrt{\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2} \quad (3.6)$$

Встановимо зв'язок між напруженнями та внутрішніми силовими факторами в поперечному перерізі бруса. Якщо помножимо напруження σ_x , τ_{xy} , τ_{xz} на площу елементарної площадки dA , одержимо елементарні внутрішні сили, що діють на даній площадці:

$$\begin{aligned} dN_x &= \sigma_x \cdot dA; \\ dQ_y &= \tau_{xy} \cdot dA; \\ dQ_z &= \tau_{xz} \cdot dA. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Після того, як просумуємо всі елементарні внутрішні сили по всій площі поперечного перерізу, одержимо вираз для складових головного вектора внутрішніх сил (R):

$$\begin{aligned}
 N_x &= \int_F \sigma_x dA; \\
 Q_y &= \int_F \tau_{xy} dA \\
 Q_z &= \int_F \tau_{xz} dA
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

Визначимо складові головного моменту внутрішніх сил (M), помножуючи кожне з елементарних зусиль на відстань до відповідної осі, отримуємо елементарні моменти внутрішніх сил. Сумуючи елементарні моменти по всій площині перерізу, отримуємо вирази для складових головного моменту. Ці вирази будуть використовуватись при визначенні величин напружень по відомим внутрішнім силовим факторам.

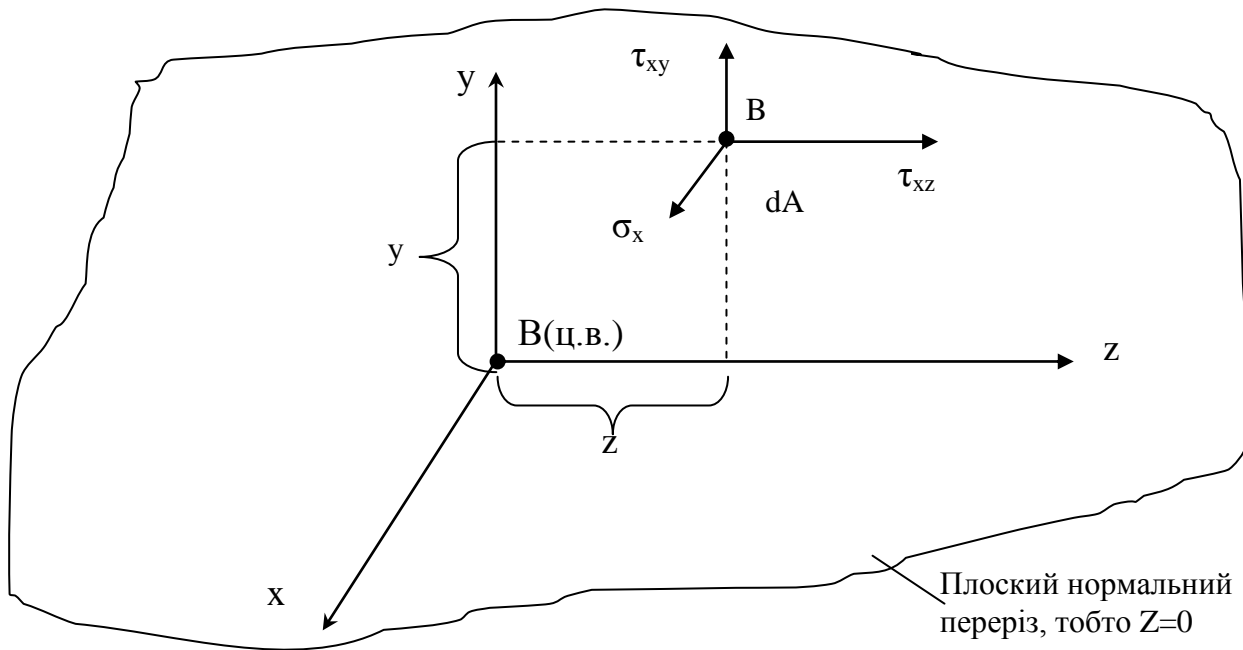


Рисунок 3.6 - Складові напруження в просторі

Положення точки B у системі координат ZOY , пов'язаної з центром ваги перерізу, визначається координатами: $(X, Y, Z=0)$. Тому для складових головного моменту внутрішніх сил можемо записати:

$$\begin{aligned}M_x &= \int (\tau_{xz} y - \tau_{xy} z) dA; \\M_y &= \int \sigma_x z dA; \\M_z &= \int \sigma_x y dA.\end{aligned}\tag{3.9}$$

Вирази (3.8) і (3.9) визначають математичний зв'язок між напруженнями, що діють у точках поперечного перерізу твердого тіла, внутрішніми силовими факторами і геометричною характеристикою перерізу.

Рівняння вказують, що при чистому розтягу в перерізі виникають тільки нормальні напруження.

При чистому зсуві – тільки дотичні напруження.

При чистому крученні - тільки дотичні напруження.

При чистому згині - тільки нормальні напруження.

Таким чином, від зовнішніх сил з допомогою методу перерізів до внутрішніх силових факторів, від них на основі інтегральних залежностей до напружень – такий в загальних рисах план вирішення основної задачі опору матеріалів визначення напружень, які виникають в поперечних перерізах бруса при різних видах його деформації.

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповідей	Код
1	Під терміном «внутрішні сили» в опорі матеріалів розуміють:	сили взаємодії між частинками тіла	
		приріст сил взаємодії між частинками тіла при прикладанні зовнішніх сил	
		частину зовнішніх сил, що залишилась в частині тіла, що розглядається	
2	При визначенні внутрішніх сил враховують:	лише сили, що прикладені до відкинutoї частини	
		лише сили, що прикладені до ділянки тіла, яка розглядається	
		лише сили, що прикладені до частини тіла, що залишилась	
3	Головний вектор і головний момент - це:	сила та момент, що мають бути прикладені до перерізу для компенсації дії відкинutoї частини	
		сила і момент, які є рівнодійною зусиль, що прикладені до частини тіла, яка розглядається	
		зовнішні сила і момент, що прикладені в площині перерізу	
4	На скільки складових можна розкласти головний вектор в просторі?	2	
		3	
		6	
5	Повздовжня сила позначається:	N_x	
		Q_y	
		M_z	
6	Поперечна сила позначається:	N_x	
		Q_y	
		M_z	
7	Одиниця вимірювання напружень:	Н	
		Па	
		Н/м	
8	На скільки складових можна розкласти напруження для плоского випадку:	2	
		3	
		6	
9	Як позначаються нормальні напруження:	σ	
		τ	
		q	
10	В формулу для визначення згинального моменту входять:	лише нормальні напруження	
		нормальні і дотичні напруження	
		лише дотичні напруження	

РОЗДІЛ 4

СИЛИ, НАПРУЖЕННЯ І ДЕФОРМАЦІЇ В ПОПЕРЕЧНИХ ПЕРЕРІЗАХ БРУСА.

- 4.1. Сили в поперечних перерізах бруса.
- 4.2. Напруження в поперечних перерізах бруса.
- 4.3. Епюри повздовжніх сил і нормальних напружень.
- 4.4. Вплив зміни температури.

4.1 Сили в поперечних перерізах бруса.

Розглянемо брус, навантажений зовнішніми силами F_1, F_2, F_3 [9].

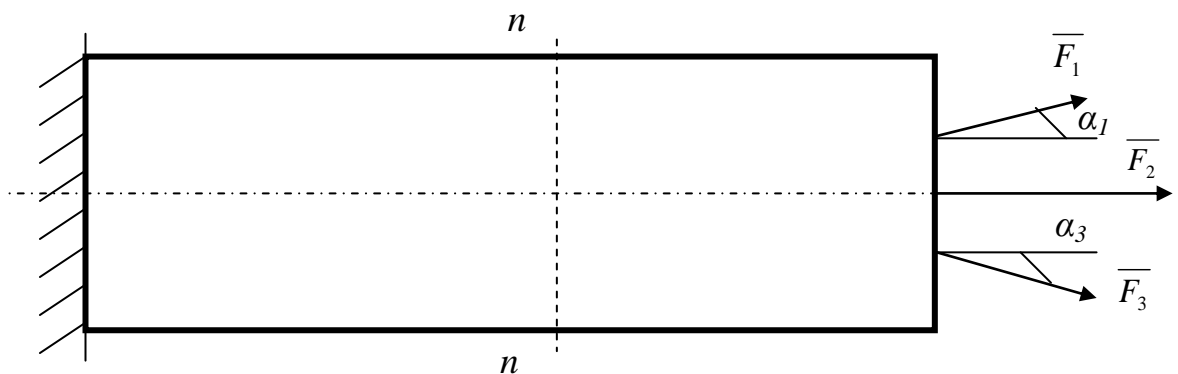


Рисунок 4.1 - Брус завантажений зовнішніми силами.

Проведемо переріз $n-n$ і відкинемо ліву частину бруса. У поперечному перерізі будуть діяти елементарні сили \bar{r} , які у загальному випадку є векторними величинами (рисунок 4.2).

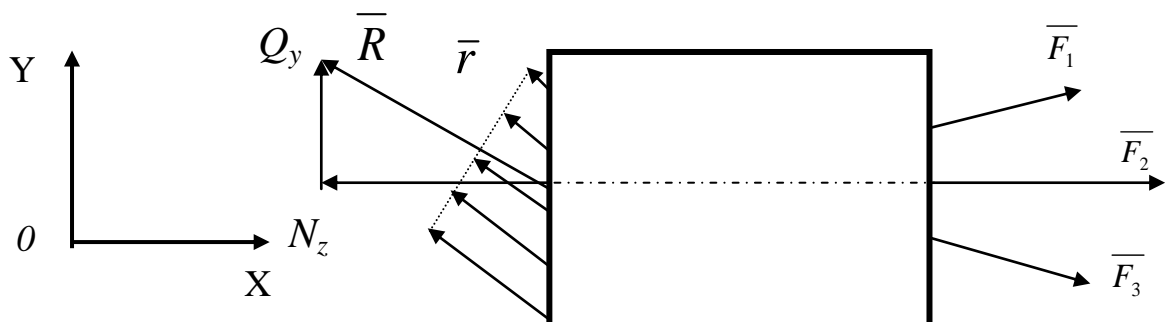


Рисунок 4.2 - Брус розрізаний перерізом $n-n$.

Характер розподілу цих сил по перерізу залежить від величин і напрямку зовнішніх сил та відстані від перерізу до місця прикладення зовнішніх сил. Рівнодіючою внутрішніх елементарних сил буде внутрішня сила \bar{R} , що проходить через центр ваги перерізу. Розкладемо силу \bar{R} на складові по осях X і Y та одержимо N_x та Q_y . Значення цих складових визначається з рівнянь рівноваги:

$$N_x = -\sum_{k=1}^n F_{kx}; \quad (4.1)$$

$$Q_y = -\sum_{k=1}^n F_{ky}. \quad (4.2)$$

Якщо сума проєкцій усіх зовнішніх сил на напрямок Y дорівнює нулю (тобто $\sum_{k=1}^n F_{ky} = 0$), то в брусі буде діяти тільки одна внутрішня сила N_x . Такий випадок навантаження бруса називається чистим розтягом-стиском. Для нашого випадку при $|F_1| = |F_3|$ і $\alpha_1 = -\alpha_3$. Маємо $N_x = -(F_2 + 2F_1 \cos \alpha)$.

Для того, щоб брус працював на розтяг чи стиск, рівнодіюча зовнішніх сил, прикладена по одну сторону від будь-якого поперечного перерізу бруса, повинна бути направлена вздовж його осі. При такій умові всі внутрішні силові фактори будуть дорівнювати нулю крім N_x .

При розтягу чи стиску прямого стержня чи бруса в його поперечних перерізах виникає тільки один силовий фактор повздовжня сила N_x .

Бруси з прямолінійною віссю, що працюють на чистий розтяг або стиск називаються *стержнями*.

Повздовжні сили, які відповідають деформації розтягу, називають додатними, а стиску – від’ємними (рисунок 4.3). Правило знаків для повздовжніх внутрішніх сил: коли сила направлена по напрямку зовнішньої нормалі до перерізу, то вона позитивна, коли сила спрямована всередину тіла, то вона від’ємна.

Попереднє формулювання вказує на метод для знаходження величини і напрямку.

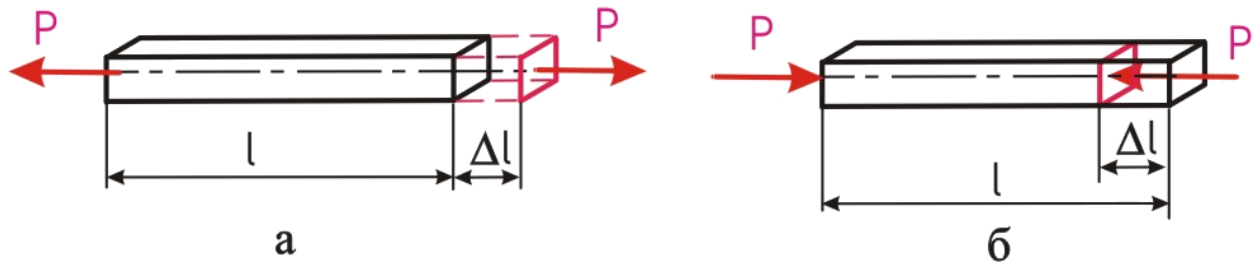


Рисунок 4.3 - а) Розтяг стержня;

б) Стиск стержня

Поздовжньою силою в поперечних перерізах бруса називається рівнодіюча внутрішніх нормальних сил, виникаючих в цьому перерізі.

4.2 Напруження в поперечних перерізах бруса.

При розтягу (стиску) стержня в його поперечних перерізах виникають тільки нормальні напруження. Рівнодіюча елементарних нормальних сил дорівнює:

$$N_x = \int_A \sigma_x dA \quad (4.3)$$

Для того, щоб проінтегрувати рівняння (4.3) необхідно знати закон розподілу нормальних напружень σ_x по площі A , що визначається на основі гіпотези Я. Бернуллі (гіпотези плоских перерізів):

Перерізи бруса, плоскі і нормальні до його осі до деформації, залишаються такими ж і при деформації.

При розтягу бруса (виготовленого, наприклад, з гуми), на поверхні якого нанесена система поздовжніх та поперечних рисок, можна побачити, що риси залишаються прямолінійними і взаємно перпендикулярними, змінюються лише відстані: між поперечними збільшуються, а між поздовжніми зменшуються. Цей дослід використовується для підтвердження гіпотези плоских перерізів. В середині бруса деформації мають такий же характер.

Уявимо собі, що стержень складається з окремих поздовжніх волокон, тоді з гіпотези Бернуллі випливає, що усі волокна деформуються однаково. При однорідному матеріалі рівним деформаціям відповідають рівні внутрішні сили, а, отже, і напруження ($\sigma_z = const$).

Таким чином, робимо висновок, що при чистому розтягу або стиску стержня нормальні напруження розподілені по його поперечному перерізі рівномірно.

Тоді, якщо $\sigma_x = const$, то в рівнянні (4.3) σ_x можна винести за знак інтеграла, тобто

$$N = \sigma_x \int_A dA \quad (4.4)$$

Таким чином, отримаємо:

$$N = \sigma \cdot A \quad \text{або} \quad \sigma = \frac{N}{A} \quad (4.5)$$

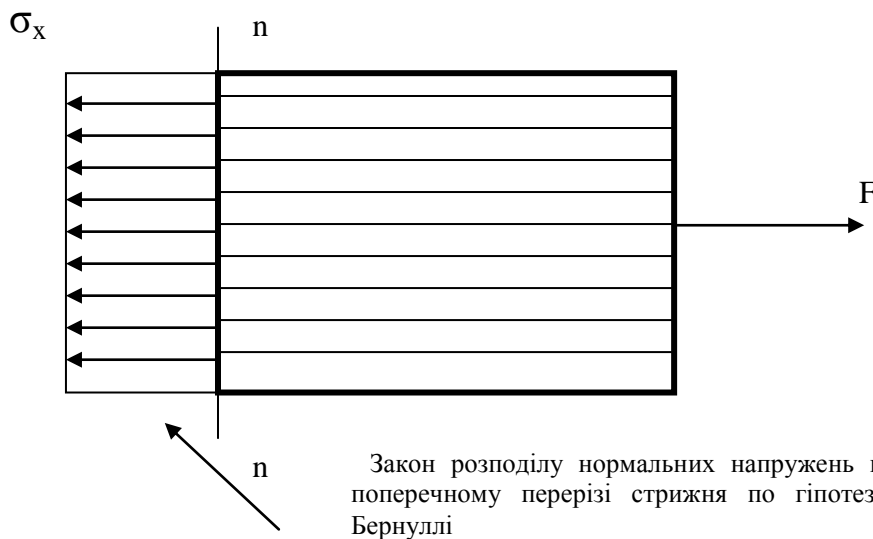


Рисунок 4.4 - Закон розподілу нормальних напружень в стержні.

Для нормальних напружень приймають теж правило знаків, що і для поздовжніх сил, тобто при розтягу – σ додатне.

Експериментально і теоретично встановлено, що гіпотеза Бернуллі справедлива тільки для перерізів, які віддалені від місць прикладення навантаження на відстань, яка приблизно дорівнює максимальному розміру поперечного переріза стержня.

Для перерізів, які лежать близько від місць прикладення навантажень, розподіл напружень не лінійний.

Розглянута зміна характеру розподілу напружень в перерізах вздовж стержня впливає з принципу Сен-Венана, що формулюється таким чином:

для точок твердого тіла, що досить віддалені від місця прикладення сил, розподіл напружень практично залежить тільки від статичного еквівалента сил і не залежить від способу їхнього прикладення.

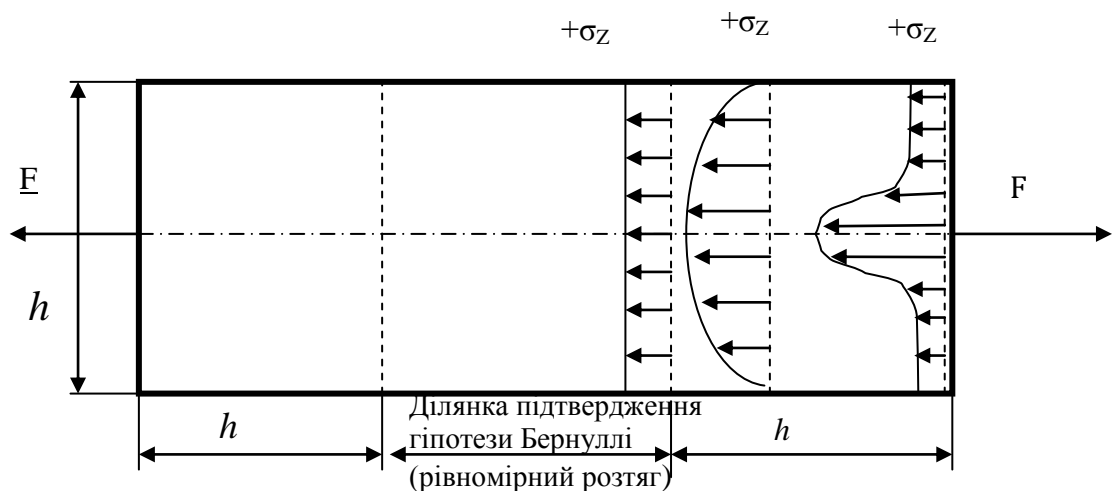


Рисунок 4.5 - Принцип Сен-Венана.

4.3 Епюри поздовжніх сил і нормальних напружень.

Закони зміни повздовжньої сили і нормального напруження представляють графіками (епюрами) (рисунок 4.6). Розглянемо побудову епюр повздовжньої сили і нормального напруження на конкретному прикладі повздовжнього навантаження стержня. Коли поздовжні сили в різних поперечних перерізах бруса не однакові, закон їх зміни по довжині бруса зручно представляти в вигляді графіку. Іноді необхідно розбивати брус на ділянки, для кожної з яких буде своя функція повздовжньої сили. Епюри використовують для використання

при розрахунку бруса на міцність – дозволяє знайти найбільше значення поздовжніх сил і розташування перерізів, в яких вони виникають. Вищесказане відноситься і для напружень.

Для побудови епюри N проводимо вісь паралельно вісі бруса. Розіб'ємо стержень на ділянки перерізами, у яких має місце зміна геометрії або прикладені сили. В межах кожної ділянки поздовжня сила постійна, тобто епюра паралельна вісі. Прийmemo правило знаків для зовнішніх сил: вправо-плюс. Величина поздовжніх сил відкладаємо в масштабі. В місцях прикладання зовнішніх сил на епюрі виникають стрибкоподібні зміни, які дорівнюють величині зовнішньої сили. Епюри прийнято штрихувати.

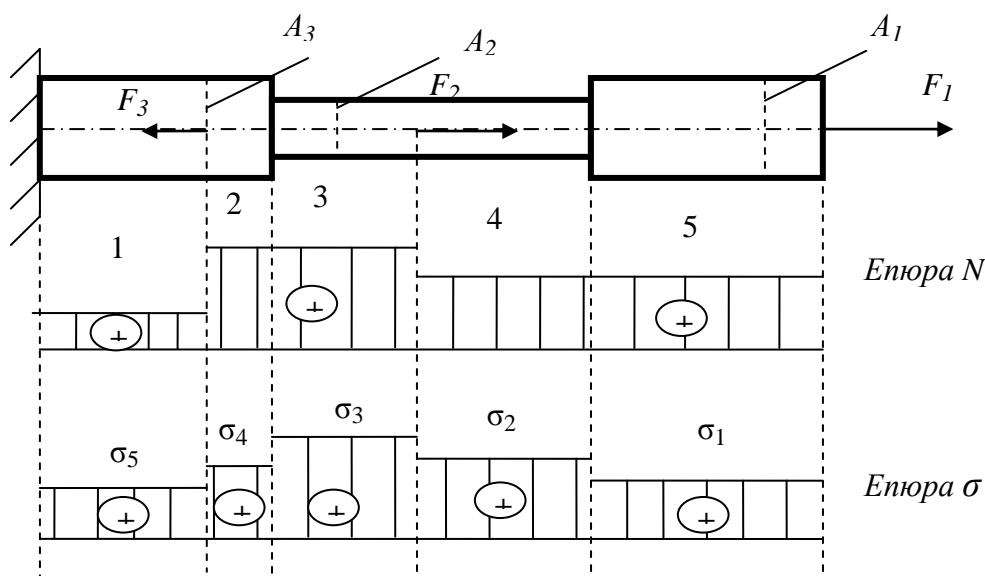


Рисунок 4.6 - Епюри повздовжніх сил і нормальних напружень.

Користаючись методом перерізів, одержимо:

$$\begin{aligned} \text{на ділянках 4 і 5} & \quad N_1 = -F_1; \\ \text{на ділянках 2 і 3} & \quad N_2 = -(F_1 + F_2); \\ \text{на ділянці 1} & \quad N_3 = -(F_1 + F_2 - F_3). \end{aligned}$$

Побудуємо значення N на епюрі.

Епюра нормальних напружень σ будується, використовуючи рівняння (4.5), тобто $\sigma = N/A$.

$$\text{Для ділянки 5:} \quad \sigma_1 = N_1/A_1;$$

Для ділянки 4	$\sigma_2 = N_1/A_2;$
Для ділянки 3	$\sigma_3 = N_2/A_2;$
Для ділянки 2	$\sigma_4 = N_2/A_3;$
Для ділянки 1	$\sigma_5 = N_3/A_3.$

З епюри σ видно, що найбільш небезпечною є ділянка 3.

4.4 Вплив зміни температури.

З курсу фізики відомо, що при підвищенні температури лінійні розміри тіла збільшуються, а при охолодженні – зменшуються. Абсолютна величина подовження (укорочення) стержня, яке викликане зміною температури на Δt визначається за формулою:

$$\Delta l_t = \alpha \cdot l \cdot \Delta t^\circ, \quad (4.6)$$

де α - коефіцієнт лінійного розширення матеріалу стержня,

l – довжина стержня.

Якщо при нагріві (охолодженні) ніщо не перешкоджає зміні довжини стержня, в ньому не виникає ніяких напружень. Наприклад, при нагріві стержня, який підтримує закріплену одним краєм балку, він подовжується, викликаючи поворот балки навколо шарніра.

Якщо нагріти стержень в статично невизначуваній конструкції, то його вільному подовженню і відповідно повороту балки буде перешкоджати інший стержень. В результаті в стержні виникає стискаюче зусилля і переміщення краю стержня буде менше, ніж при вільному температурному переміщенні. В задачах на температурні напруження необхідно розрізняти розтяг і подовження, стиск і скорочення. Наприклад, в приведеному прикладі стержень стискається, але подовжується. При нагріванні бруса жорстко закріпленого двома краями, опори перешкоджають вільному подовженню. В защемленні виникають реактивні сили, які викликають стискання. При охолодженні навпаки.

Таким чином, зміна температури в статичноневизначуваних системах викликає напруження в її елементах (температурні напруження).

Тест для самоперевірки

1	Скільки внутрішніх силових зусиль виникає в перерізах стержня при розтяганні-стисканні:	одне	
		два	
		шість	
2	В поперечному перерізі стержня при розтяганні-стисканні діють:	нормальні і дотичні напруження	
		тільки нормальні напруження	
		тільки дотичні напруження	
3	Нормальні напруження в поперечних перерізах стержня при розтяганні-стисканні дорівнюють:	$\sigma = N \cdot A$	
		$\sigma = \frac{N}{l}$	
		$\sigma = \frac{N}{A}$	
4	Принцип Сен-Венана описує:	взаємне розташування перерізів стержня до деформації і після деформації	
		розподіл напружень в перерізі	
		взаємозв'язок між напруженнями і деформаціями	
5	Для деформації розтягу або стискання будують такі епюри:	поздовжньої сили, нормальних напружень, деформацій	
		поперечної та поздовжньої сил і напружень	
		нормальних та дотичних напружень і деформацій	
6	Для розрахунку бруса на міцність слід по епюрам визначити:	місце найбільшої деформації	
		місце найбільшої зміни внутрішньої сили	
		місце з найбільшими напруженнями	
7	Одиниця виміру напружень:	МН	
		МН·м	
		МПа	
8	Яким чином впливає на внутрішні зусилля зміна температури конструкції,	не впливає	
		впливає, якщо деформація конструкція не обмежена опорами вздовж осі бруса	
		впливає, якщо деформація конструкції обмежена опорами вздовж осі бруса	
9	Який з методів використовують при визначенні внутрішніх силових факторів?	Метод Ейлера	
		Метод перерізів	
		Метод одиничних довжин	
10	Які силові фактори не дорівнюють нулю при розтяганні-стисканні:	поздовжня і поперечна сили	
		поздовжня сила	
		поперечна сила і крутний момент	

РОЗДІЛ 5

ЗАЛЕЖНІСТЬ НАПРУЖЕННЯ ВІД ДЕФОРМАЦІЇ. ЗАКОН ГУКА.

- 5.1. Коефіцієнт Пуассона.
- 5.2. Закон Гука.
- 5.3. Механічні характеристики матеріалів.
- 5.4. Лінійна та нелінійна поведінка матеріалів.

5.1 Коефіцієнт Пуассона.

Розглянемо стержень довжиною l , поперечним розміром a , який закріплено з одного боку (рисунок 5.1).

При розтягу стержня постійного поперечного перерізу довжина збільшується, а поперечні розміри зменшуються.

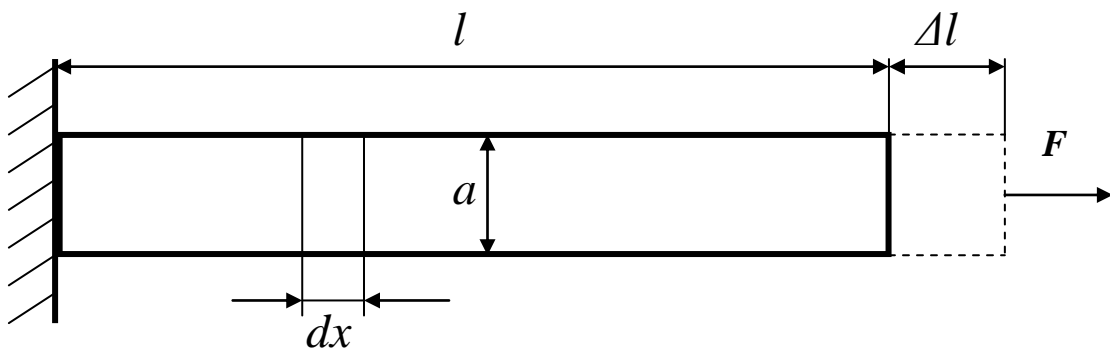


Рисунок 5.1 - Розтяг стержня.

Виділимо зі стержня нескінченно малий елемент dx .

Зобразимо цей елемент у збільшеному масштабі (рисунок 5.2).

Прикладемо до вільного краю стержня осьову силу F . При розтягу стержня його довжина збільшиться, а поперечні розміри зменшаться. Зобразимо новий нескінченно малий елемент штриховими лініями. Довжина елемента збільшиться на $\Delta(dx)$ і стане рівною $dx + \Delta(dx)$, а висота зменшиться на Δa і стане рівною $a - \Delta a$.

Відношення зміни довжини елемента до його первісної довжини називається відносним подовженням або *повздовжньою деформацією*.

$$\varepsilon = \frac{\Delta(dx)}{dx} \quad (5.1)$$

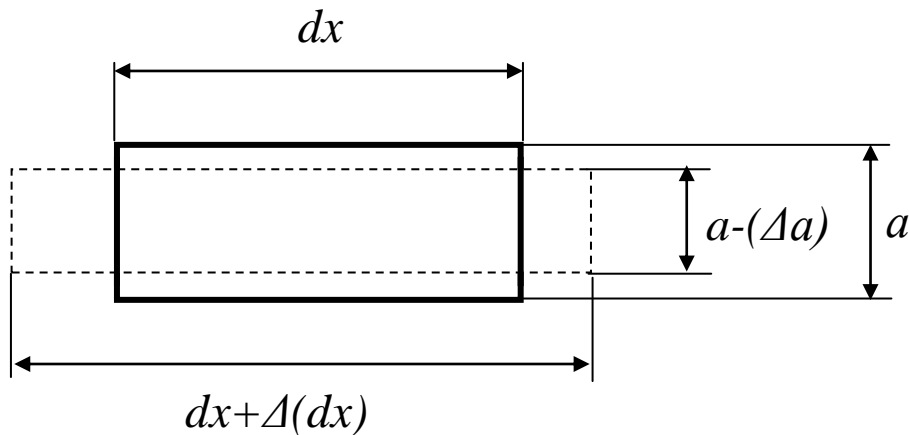


Рисунок 5.2 - Нескінченно малий елемент стержня.

Відношення зміни розміру поперечного перерізу Δa до його первісного розміру називається відносним поперечним звуженням (розширенням) або **поперечною деформацією**.

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a} \quad (5.2)$$

Природно, що для повного стержня (тобто якщо враховувати кінцеві ефекти неоднорідності розподілу нормальних напружень) величини ε і ε' будуть змінними вздовж стержня. Однак, для довгих і тонких стрижнів, для яких можна знехтувати кінцевими ефектами, деформація ε по осі стрижня буде дорівнювати середньому значенню:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (5.3)$$

Поздовжні та поперечні деформації також називають **лінійними**.

Дослідним шляхом встановлено, що при простому розтягу (стиску), відношення поперечної деформації до повздовжньої є величиною постійною для

даного матеріалу. Це відношення, взяте за абсолютною величиною, називається **коефіцієнтом Пуассона** (введений французьким вченим Пуассоном).

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \quad (5.4)$$

Значення коефіцієнта Пуассона лежать у діапазоні 0...0,5 :

для каучуку $\mu \approx 0,5$

для металів $\mu \approx 0,3$

для сталі $\mu \approx 0,25-0,3$

Враховуючи те, що повздовжня та поперечна деформації завжди мають протилежні знаки, отримуємо :

$$\varepsilon' = -\mu \cdot \varepsilon \quad (5.5)$$

5.2 Закон Гука.

Для більшості конструкційних матеріалів з достатньою для практики точністю можна вважати, що: **у визначених межах навантаження між повздовжньою деформацією і діючим у її напрямку нормальним напруженням існує прямо пропорційна (лінійна) залежність.**

Це формулювання закону Гука (англійського фізика, встановлений в 1660 році), який записується у вигляді:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (5.6)$$

Коефіцієнт пропорційності E називають **модулем повздовжньої пружності** (модулем пружності 1-го роду, модулем Юнга). Модуль Юнга – фізична стала даного матеріалу що характеризує його жорсткість, тобто здатність опиратися пружним деформаціям. Чим жорсткіше матеріал, тим менше він деформується при даній величині напружень. Фізична постійна введена англійським вченим Юнгом.

Модуль Юнга E має розмірність $Па$.

Наприклад:

для сталі $E \approx 2 \cdot 10^5 \text{ МПа};$

для каучуку $E \approx 7,8 \text{ МПа}.$

Графічне зображення закону Гука для двох матеріалів при однакових напруженнях (рисунок 5.3).

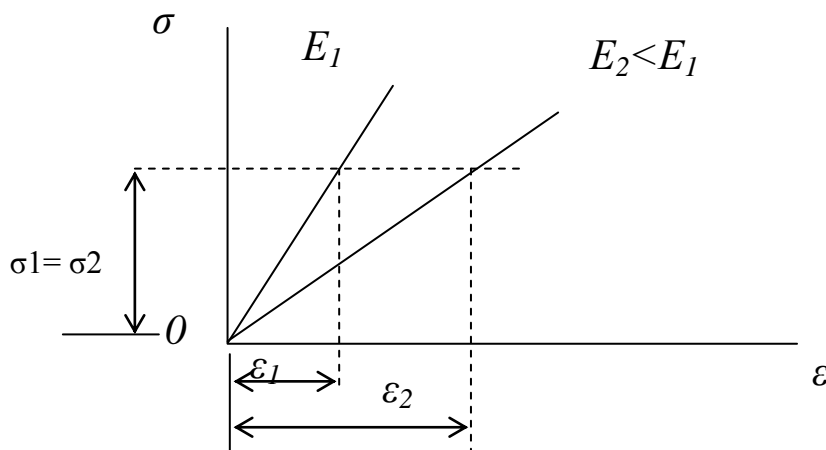


Рисунок 5.3 - Графічне представлення закону Гука.

Визначимо абсолютну зміну довжини нескінченно малої ділянки стержня.

Із формули (5.1) будемо мати:

$$\Delta(dx) = \varepsilon \cdot dx \quad (5.7)$$

Використовуючи закон Гука, запишемо:

$$\Delta(dx) = \frac{\sigma}{E} \cdot dx \quad (5.8)$$

Знаючи, що $\sigma = N/A$, рівняння (5.8) запишемо у виді:

$$\Delta(dx) = \frac{N}{E \cdot A} dx \quad (5.9)$$

Для визначення зміни довжини (Δl) усього стержня, величину $\Delta(dx)$ необхідно просумувати по всій довжині, тобто

$$\Delta l = \int_l \frac{N}{E \cdot A} dx \quad (5.10)$$

Для однорідного стержня постійного поперечного перерізу й однакової повздовжньої сили:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A} \quad (5.11)$$

Рівняння (5.11) називають також *формулою Гука*.

У загальному випадку, коли значення N , E і A різні для окремих ділянок, то величини Δl визначають для кожної ділянки окремо, а потім результати підсумовують.

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot A_i} \quad (5.12)$$

Відношення $\frac{E \cdot A}{l}$ називають *жорсткістю стержня при розтягу-стиску*, і позначають буквою “ C ”.

$$C = \frac{E \cdot A}{l} \quad (5.13)$$

Якщо використати залежність (5.13), то формулу Гука можна записати у вигляді:

$$\Delta l = \frac{N}{C} \quad (5.14)$$

Тоді

$$C = \frac{N}{\Delta l} \quad (5.15)$$

тобто жорсткість чисельно дорівнює силі, що викликає зміну довжини стержня, що дорівнює одиниці. Жорсткість “ C ” має розмірність H/m .

5.3 Механічні характеристики матеріалів.

При проектуванні та розрахунках на міцність, жорсткість, стійкість елементів машин та споруд необхідно знати властивості матеріалів. Тому матеріали випробовують на розтяг, стиск, зріз, кручення, згин, твердість. Одним

з головних випробувань є випробування на розтяг, тому що при цьому виявляються найбільш важливі їх властивості.

Для визначення механічних характеристик матеріалів проводяться лабораторні випробування спеціальних зразків на розривних машинах. Найчастіше ці зразки мають або циліндричну форму (круглий зразок), або форму штаби (плоский зразок). Для стандартних "довгих" зразків має бути $L=10d$, для "коротких" зразків – $L=5d$.

Графік залежності між розтягуючою силою P і подовженням зразка Δl називається *діаграмою розтягу* зразка. З діаграми розтягу одержують так звану *діаграму напружень* (рис.5.4), не зв'язану вже з розмірами зразка. Діаграма напружень (рис.5.4) будується в координатах σ - ϵ .

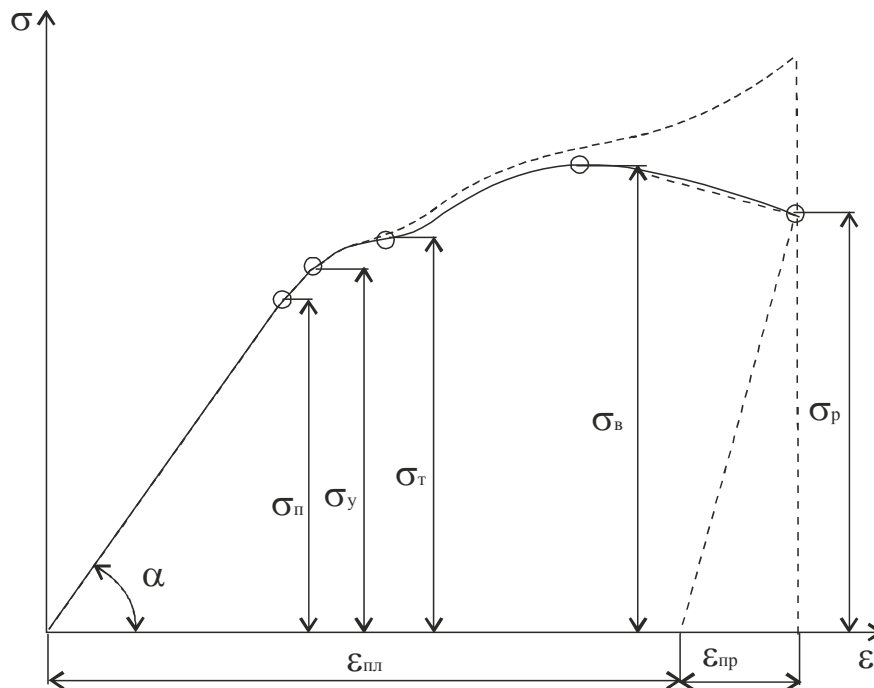


Рисунок 5.4 - Діаграма напружень.

Характерними точками типової для м'якої сталі діаграми напружень є точки, ординати яких дають механічні характеристики матеріалу: границю пропорційності $\sigma_{пц}$, границю пружності $\sigma_{у}$, границю текучості $\sigma_{т}$, границю міцності або (тимчасовий опір) $\sigma_{в}$ і розривне напруження $\sigma_{р}$.

В початковій стадії випробування залежність між силою і подовженням лінійна, тобто виконується закон Гука. При збільшенні зусилля виникають перші залишкові деформації. Потім спостерігається подовження без збільшення навантаження. Це явище називається текучістю метала. Відповідна ділянка діаграми називається площадкою текучості. Після закінчення стадії текучості матеріал знову починає опиратися деформаціям, але зв'язок між силою і подовженням нелінійна. Подовження росте швидше ніж навантаження. Цю ділянку діаграми називають зоною зміцнення. При деякій силі на зразку з'явиться місцеве стоншення – шийка, в результаті опір зразка падає і його розрив проходить при меншій силі.

Границя пропорційності - це найбільше напруження, вище якого закон Гука вже не виконується; її величина

$$\sigma_{\text{пц}} = \frac{P_{\text{пц}}}{A}, \quad (5.16)$$

де $P_{\text{пц}}$ - сила, до якої зберігається лінійна залежність між зусиллям та деформацією.

Ділянка діаграми напружень, яка знаходиться нижче від цієї границі, прямолінійна, що є виразом закону Гука; тангенс кута нахилу цієї ділянки до горизонту є модуль пружності: $\text{tg}\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E$.

Границя пружності - це найбільше напруження, при якому відносні залишкові деформації при розвантаженні не виявляються.

$$\sigma_y = \frac{P_y}{A} \quad (5.17)$$

Границя текучості - це напруження, при яких пластичні деформації зростають при сталій силі, що діє на зразок. Величина її

$$\sigma_T = \frac{P_T}{A}, \quad (5.18)$$

де P_T – сила, при якій метал "тече"; A - площа недеформованого зразка.

Для металів, які не мають площадки текучості, границю текучості визначають умовно як напруження, при якому залишкова деформація складає 0,2%.

Границя міцності (тимчасовий опір) являє собою умовне напруження, що відповідає максимальній силі (втраті форми поперечного перерізу зразка), яку витримує зразок до руйнування $\sigma_b = \frac{P_{\text{макс}}}{A}$. У цей час у випробовуваному зразку утворюється місцеве звуження, що називається шийкою; поява шийки свідчить про початок руйнування зразка.

Розривне напруження - це напруження у зразку в момент розриву.

Приведені вище механічні характеристики - величини умовні, оскільки при визначенні їх не враховується зміна площі перерізу зразка в процесі випробування. Зміна перерізу в межах закону Гука досить мала і починає помітно зростати з початком текучості, а особливо при появі шийки. Однак, хоча описана діаграма напружень і є умовною (істинна діаграма зображена пунктирною лінією на рис. 5.4), вона придатна для зіставлення властивостей різних матеріалів, а тому й використовується звичайно при всіх випробуваннях.

Найбільше напруження у діаграмі буде в момент розриву зразка (для м'якої вуглецевої сталі воно майже в два рази вище за границю міцності).

Приведені механічні характеристики є характеристиками міцності матеріалу. Крім характеристик міцності, велике значення мають також механічні характеристики пластичності матеріалу: відносне залишкове подовження при розриві δ і відносне звуження перерізу в місці розриву ψ .

Відносне залишкове подовження при розриві визначається в відсотках за формулою:

$$\delta = \frac{l_1 - l}{l} \cdot 100\%, \quad (5.19)$$

де l_1 - довжина розрахункової частини зразка після розриву; l - довжина розрахункової частини до випробування.

Відносне звуження перерізу в місці розриву (в місці шийки), в відсотках, визначається за формулою

$$\Psi = \frac{A - A_1}{A} \cdot 100\% , \quad (5.20)$$

де A_1 - площа перерізу зразка в місці шийки; A - початкова площа перерізу.

Чим вищі значення характеристик δ і Ψ , тим матеріал пластичніше (для Ст3: $\delta=21\dots23\%$; $\Psi\approx70\%$).

Випробування на стиск проводять рідко, так як модуль пружності E , границя пружності і границя текучості при стиску приблизно одні і ті ж, що і при розтягу. Дослідження на стиск проводять для крихких матеріалів, які краще опираються стиску, ніж розтягу.

5.4 Лінійна та нелінійна поведінка матеріалів.

Кожен матеріал при механічному навантаженні характеризується своїми властивостями.

До основних властивостей відносять:

1. **міцність** - здатність матеріалу сприймати зовнішні навантаження не руйнуючись;
2. **пластичність** - здатність матеріалу пластично деформуватися не руйнуючись;
3. **пружність** - здатність матеріалу відновлювати свої первісні форми і розміри після зняття навантажень;
4. **твердість** – це здатність матеріалу протидіяти механічному проникненню в нього стороннього тіла.

Методики визначення твердості.

Використовуються три методики визначення твердості:

- 1) за методом Роквелла (HRA, HRB, HRC, ...);
- 2) за методом Бринелля (HB);

3) за методом Віккерса (HV);

При випробуванні за методом Роквелла в поверхню з визначеною силою вдавлюють алмазний конус (HRA, HRC, HRD) або сталю кульку (HRB, HRE, HRF, HRG, HRN, HRT) і вимірюють глибину відбитку.

При випробуваннях за методом Бринелля в поверхню вдавлюють сталю кульку і вимірюють діаметр відбитку.

При випробуваннях за методом Віккерса в поверхню вдавлюють чотиригранну алмазну піраміду і вимірюють діагоналі отриманого відбитку.

Значення твердості, які отримані цими трьома методами, пов'язані між собою.

Наприклад, $56\text{HRC}=555\text{HB}=617\text{HV}$

Твердість, як механічна характеристика, пов'язана з границею міцності матеріалу на стиск ($\sigma_{\text{в}}=0.345\text{HB}$).

Повзучість – зростання пластичної деформації з плином часу при постійному напруженні, яке не викликає пластичних деформацій при короткочасних діях навантаження.

Зменшення напружень з плином часу внаслідок повзучості в навантаженій деталі при незмінній її повній деформації називається **релаксацією**.

Конструкційні матеріали, в основному, розділяються на:

1. **пластичні** – коли руйнуванню матеріалу передують виникнення великих незворотних деформацій (пластичних), наприклад, маловуглецеві сталі, свинець, мідь;
2. **крихкі** – коли руйнування матеріалу відбувається при дуже малих пластичних деформаціях, наприклад, бетон, скло;
3. **крихко-пластичні** – коли руйнування відбувається при порівняно невеликих пластичних деформаціях, наприклад, леговані сталі, сплави кольорових металів.

Поводження матеріалів при механічному навантаженні вивчається на спеціальних дослідницьких машинах, за допомогою яких одержують графік

залежності деформації від зовнішньої сили. Потім цей графік перебудовують і одержують залежність внутрішнього напруження від деформації.

Кожна група матеріалів має різний вид залежності “напруження-деформація (σ - ϵ)”.

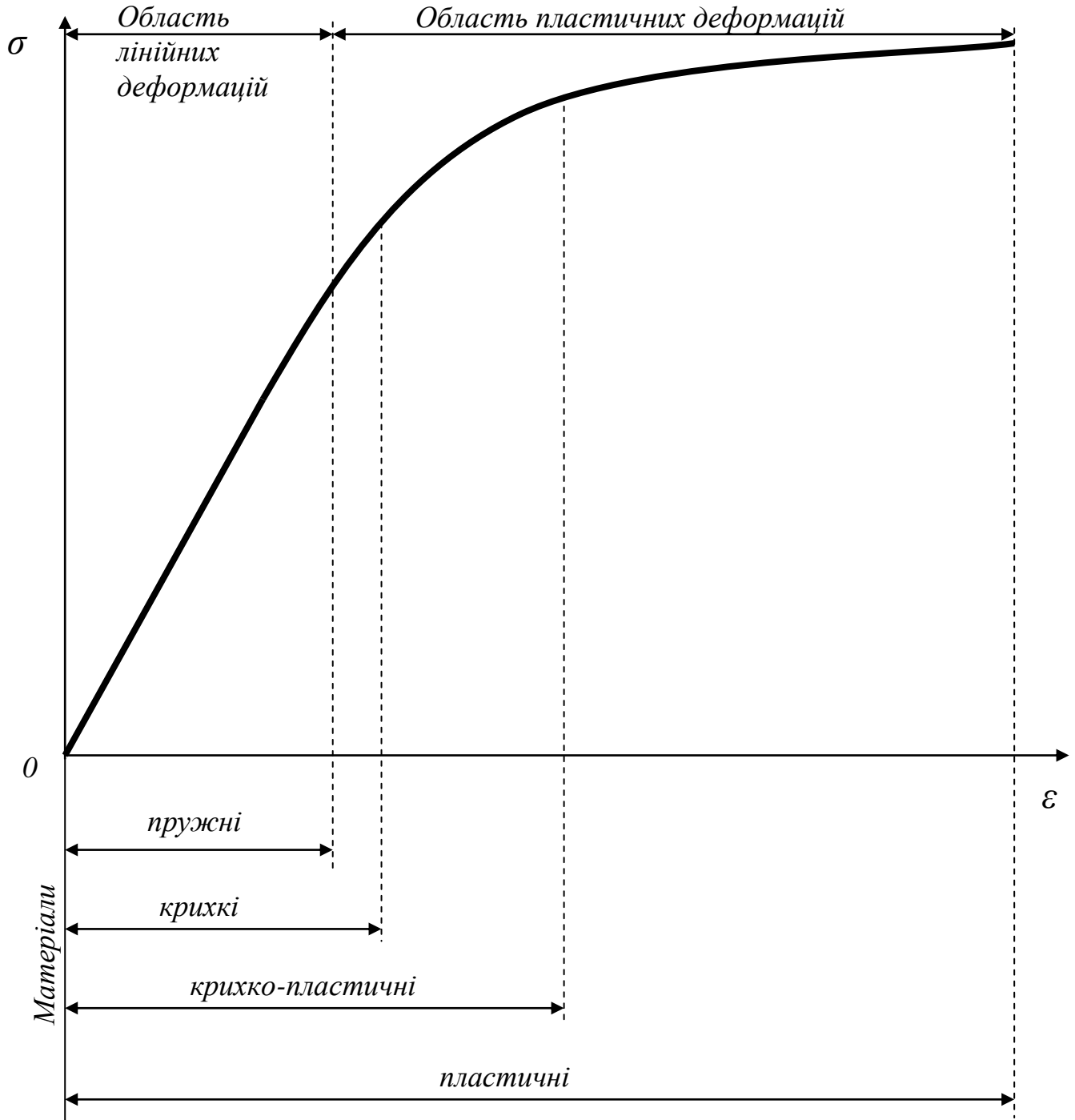


Рисунок 5.5 - Конструкційні матеріали.

Тест для самоперевірки

№ п\п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	При деформації розтягу поперечний переріз	збільшується	
		не змінюється	
		зменшується	
2	Відносна поздовжня деформація позначається:	l	
		ε	
		μ	
3	Коефіцієнт Пуассона позначається :	l	
		ε	
		μ	
4	Закон Гука має вигляд:	$\sigma = \frac{\varepsilon}{N}$	
		$\sigma = E \cdot \varepsilon$	
		$\sigma = \frac{E}{\varepsilon}$	
5	Відносна поздовжня деформація пов'язана з відносною поперечною деформацією наступною залежністю:	$\varepsilon = E \cdot \varepsilon'$	
		$\varepsilon = -\mu \cdot \varepsilon'$	
		$\varepsilon = \mu \cdot \varepsilon'$	
6	Модуль Юнга характеризує наступні властивості матеріалу:	пластичні	
		пружні та пластичні	
		пружні	
7	До яких значень напружень відбуваються пружні деформації:	границя пропорційності	
		границя пружності	
		границя міцності	
8	Абсолютна поздовжня деформація стержня при розтяганні-стисканні дорівнює:	$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$	
		$\Delta l = \frac{N \cdot A}{E \cdot l}$	
		$\Delta l = \frac{N \cdot l}{G \cdot A}$	
9	Для якої групи матеріалів характерно руйнування при дуже малих деформаціях?	пластичні	
		крихко-пластичні	
		крихкі	
10	При якому методі визначення твердості матеріалу в поверхню вдавлюють чотирьохгранну пірамідку?	метод Роквела	
		метод Бринеля	
		метод Віккерса	

РОЗДІЛ 6

ОДНОВІСНИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН.

- 6.1. Напружений стан в точці тіла. Тензор напружень.
- 6.2. Одновісний напружений стан.
- 6.3. Експериментальні методи дослідження напруженого стану.

6.1 Напружений стан в точці тіла. Тензор напружень.

Під час роботи на елементи конструкції діють зовнішні сили, які викликають в них напруження і деформації. Розглянемо загальні методи аналізу напруженого стану.

Досліджуючи напружений стан тіла в точці, навколо неї виділяють елемент у вигляді нескінченно малого паралелепіпеда. Так як елемент дуже малий, то напруження по кожній грані розподілені рівномірно. Повні напруження представляються нормальними і дотичними складовими проекціями на координатні вісі (рисунок 6.1). Аналіз напруженого стану в точці деформованого тіла здійснюється методом граничного переходу до нескінченно малих об'ємів. Виконується це так: навколо досліджуваної точки виділяють елементарний об'єм (наприклад, паралелепіпед). При зменшенні розмірів такого об'єму він стягуватиметься в розглядувану точку, тобто всі грані виділеного елемента пройдуть через точку **К**. Отже, напруження, що діють на гранях такого нескінченно малого паралелепіпеда, можна розглядати як напруження в досліджуваній точці **К**.

Напруженим станом в точці називається сукупність напружень, які діють на різних площадках, проведених через точку.

На гранях паралелепіпеда, виділеного навколо точки навантаженого тіла, діють дев'ять компонентів напружень. Тут σ_x , σ_y , σ_z – нормальні напруження; τ_{xy} , τ_{xz} , τ_{yz} – дотичні напруження.

Діють дев'ять компонентів напруження. При зміні орієнтацій граней змінюються також діючі на його гранях напруження. Можна провести такі

площинки, на яких дотичні напруження дорівнюють нулю. Такі площинки називаються *головними*, а нормальні напруження на цих площинках – *головними напруженнями*.

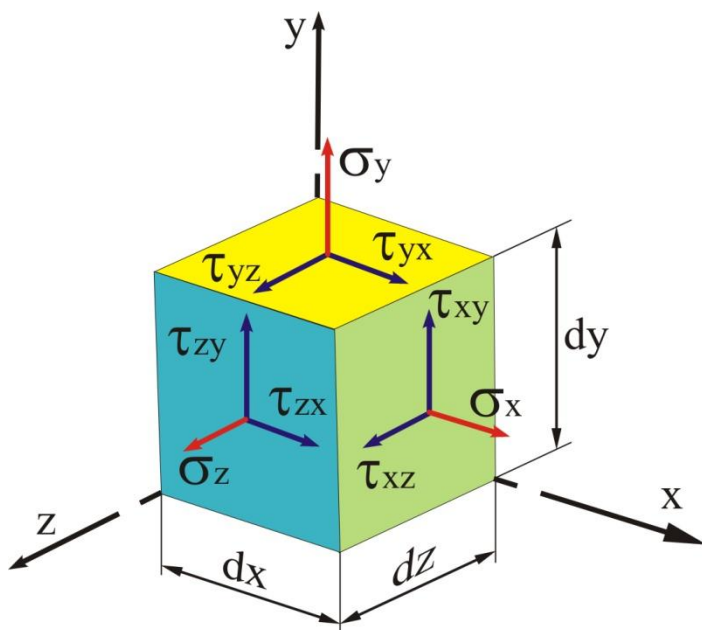


Рисунок 6.1 - Напруження на гранях нескінченно малого параллелепіпеда.

Тензор напружень:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix}. \quad (6.1)$$

З умов рівноваги можна знайти, що:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \quad \tau_{xz} = \tau_{zx}; \quad \tau_{zy} = \tau_{yz}.$$

Ці рівняння виражають *закон парності дотичних напружень*: дотичні напруження на двох будь-яких взаємно перпендикулярних площинках, які спрямовані перпендикулярно до лінії перетину площадок, однакові за модулем і намагаються повернути елемент у різні боки.

Таким чином, з дев'яти компонентів напружень залишається шість різних: $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$. Вивчаючи напружений стан матеріалу, можна виділити площинки, на яких немає дотичних напружень. Такі площинки називають *головними площинками*, а нормальні напруження, які на них виникають –

головними напруженнями. У будь-якій точці довільно навантаженого тіла можна завжди вказати три взаємно-перпендикулярні головні площадки. Головні напруження можуть усі бути нерівними нулеві, або деякі з них можуть бути рівними нулеві.

Головні напруження позначаються $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ і виконується нерівність

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3.$$

Напружений стан, в якому тільки одне головне напруження відмінне від нуля, а два інших дорівнюють нулю називається **лінійним або одновісним.**

Якщо два головних напруження відмінні від нуля, а одне дорівнює нулю, то такий напружений стан називається **плоским або двовісним.**

Коли всі три головних напруження відмінні від нуля – **об'ємний або трьохвісний** напружений стан.

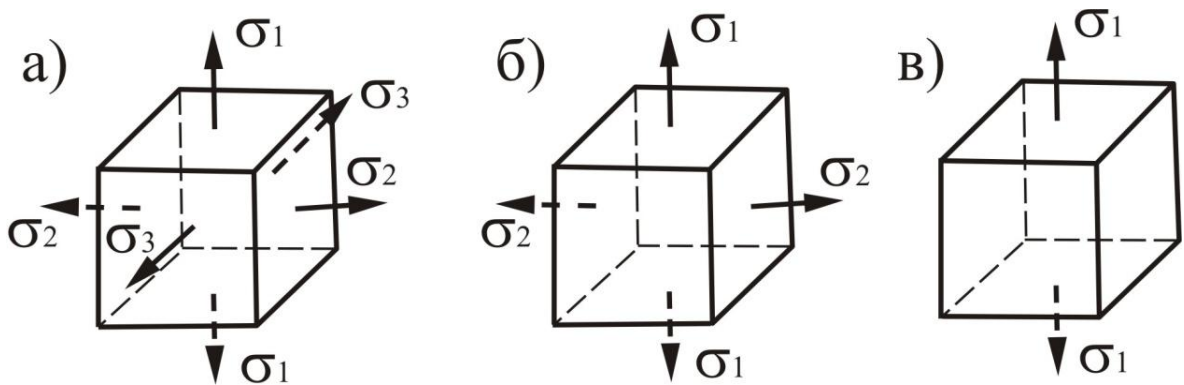


Рисунок 6.2 - Види напруженого стану: а) об'ємний, б) плоский, в) лінійний.

При розрахунках конструкцій на міцність визначають екстремальні значення нормальних та дотичних напружень і положення площадок, на яких вони виникають.

6.2 Одновісний напружений стан.

Говорячи про напруження, необхідно враховувати положення площадки, на якій воно виникає. Через точку можна провести безліч довільно орієнтованих

площадок. Сукупність нормальних та дотичних напружень, виникаючих на всій безлічі площадок, які можна провести через точку, характеризує **напружений стан** в точці. Дослідити напружений стан в даній точці – значить отримати залежності, які дозволяють визначити напруження, що виникають на будь-якій проведеній через точку площадці.

Розглянемо напружений стан в різних точках прямого бруса.

Уявимо собі призматичний стержень, навантажений уздовж осі силами F (рисунок 6.3).

В поперечних перерізах стержня виникають тільки нормальні напруження. Виберемо систему координат XOY . Проведемо поперечний переріз $m-m$, нормальний до осі стержня. Відкинемо праву частину. У перерізі будуть діяти внутрішні сили, рівнодіючою яких буде сила N .

Напруження в поперечному перерізі стержня при чистому розтягу розподілені рівномірно і дорівнюють:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \quad (6.1)$$

Таким чином, якщо взяти в поперечному перерізі точку і виділити навколо точки малий куб, то на його гранях, нормальних до повздовжньої осі стержня, буде діяти тільки нормальне напруження σ_x . На інших гранях нормальні напруження дорівнюватимуть нулю. Немає значення, де вирізати елементарний паралелепіпед, так як напружений стан всіх точок бруса однаковий. Такий напружений стан матеріалу називається **одновісним**.

Проведемо аналіз одновісного напруженого стану. Розсічемо розглянутий стержень площиною $q-q$, розташованою під кутом θ до перерізу $m-m$ (рисунок 6.3).

Визначимо напруження на похилій площині $q-q$. Оскільки всі повздовжні волокна мають однакову осьову деформацію, то всі внутрішні сили, що діють у перерізі, повинні бути рівномірно розподілені по похилому перерізу.

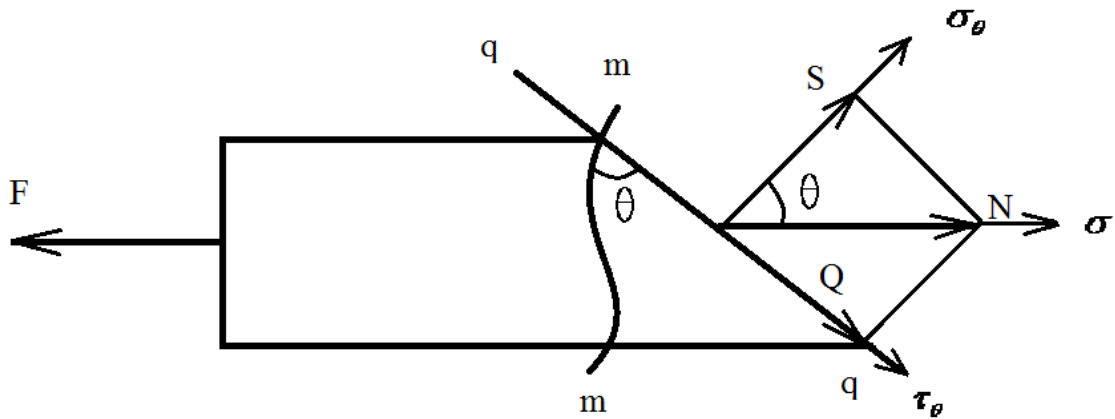


Рисунок 6.3 - Одновісний напружений стан.

Ліва частина стержня знаходиться в рівновазі під дією цих сил і сили F . Рівнодіюча усіх внутрішніх сил N дорівнює силі F і протилежна по напрямку. Сила N може бути розкладена на дві складові:

S – нормальну до похилого перерізу;

Q – дотичну до похилого перерізу.

Таким чином:

$$S = N \cos \theta \quad (6.2)$$

$$Q = N \sin \theta \quad (6.3)$$

Так як площа похилого перерізу A^1 дорівнює:

$$A^1 = \frac{A}{\cos \theta}, \quad (6.4)$$

то напруження, що відповідають силам N і Q рівні:

$$\sigma_{\theta} = \frac{S}{A^1} = \frac{N}{A} \cos^2 \theta = \sigma_x \cos^2 \theta \quad (6.5)$$

$$\tau_{\theta} = \frac{Q}{A^1} = \frac{N}{A} \sin \theta \cos \theta = \sigma_x \sin \theta \cos \theta = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\theta \quad (6.6)$$

Нормальне напруження σ_{θ} і дотичне напруження τ_{θ} рівномірно розподілені по перерізу стержня.

Рівняння (6.5) і (6.6) показують як змінюються нормальні і дотичні напруження, якщо похилий переріз розташовується під різними кутами.

при $\theta = 0, \sigma_\theta = \sigma_x$ (максимальне значення);

при $\theta = \frac{\pi}{2}, \sigma_\theta = 0$

при $\theta = 0, \tau_\theta = 0$

при $\theta = \frac{\pi}{2}, \tau_\theta = 0$.

Максимальне дотичне напруження τ_θ буде отримане при $\theta = \frac{\pi}{4}$ до осі бруса і дорівнює половині нормального напруження

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_x}{2} \quad (6.7)$$

В опорі матеріалів прийняті наступні правила знаків:

- нормальні напруження додатні при розтягу і від'ємні при стиску;
- дотичне напруження вважатимемо додатними, коли вектор, що його зображає, обходить елемент стержня, на якому знаходиться розглядуваний переріз, за ходом стрілки годинника.

Якщо в рівняння (6.5) і (6.6) замість θ підставляти значення $\theta' = \left(\theta + \frac{\pi}{2}\right), (\theta + \pi), \left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$, то одержимо напруження на гранях обраного довільно орієнтованого малого елемента.

Із формул випливає, що дотичні напруження, які виникають на взаємно перпендикулярних площадках рівні між собою. Це відповідає закону парності дотичних напружень.

Деформації при одноосьовому напруженому стані визначаються за формулами:

повздовжня:

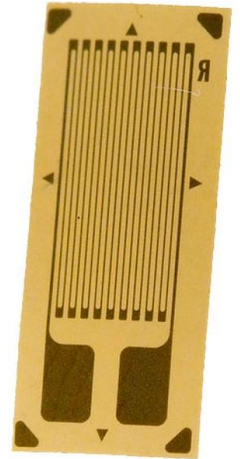
$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad (6.8)$$

поперечна:

$$\varepsilon_y = -\mu\varepsilon_x \quad (6.9)$$

6.3 Експериментальні методи дослідження напруженого стану.

Значення діючих напружень визначаються експериментально. Для їх визначення існують два основних методи. Перший метод називається методом тензометрії. Даний метод застосовується для знаходження напружень, що діють на поверхні тіл, за допомогою спеціальних датчиків – тензометрів. Тензометри – це спеціальні електропровідні плівки, що закріплюються на поверхні, наприклад приклеюються. Під час деформації тіла тензометри деформуються разом із ним, і при цьому змінюється їх електропровідність.



За показниками гальванометра можна встановити величину деформації плівки тензометра, а значить, і поверхні тіла в місці його закріплення. Використовуючи закон Гука, визначають величину діючого напруження.

Встановлено, що зміна опору пропорційна деформації датчика:

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \varepsilon, \quad (6.10)$$

де k – коефіцієнт чутливості датчика.

Таким чином, виміряють деформації по різним напрямках. Визначають головні подовження по аналітичним залежностям або по колу Мора. Потім визначають головні напруження, по яким і роблять висновок про міцність конструкції в точці.

Інший метод, менш точний, називається методом фотопружності. Даний метод ґрунтується на явищі виникнення штучної оптичної анізотропії під дією напружень, що діють у внутрішніх шарах, і використовується тільки для прозорих тіл. Інакше кажучи, під дією напружень оптично прозоре ізотропне

тіло починає поводити себе як кристалічне, оскільки виникає подвійне променезаломлення. При цьому промінь світла, попадаючи в дане тіло розділяється на два заломлених променя – звичайний та незвичайний, які накладаються один на одного. Якщо на шляху світла поставити поляризатори, можна побачити, що області тіла, де діють напруження, забарвлені у певні кольори, причому кожний колір для даного тіла відповідає певному значенню напруження. Даний метод є менш точним внаслідок візуального спостереження за кольором забарвлених областей, але більш наглядним. Крім того, він дозволяє знаходити напруження у глибині матеріалу. В деяких випадках цей метод можна застосувати і для непрозорих тіл, розглядаючи напружений стан, що вивчається, на моделях з прозорого матеріалу.

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	На одній елементарній площадці діють:	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	
		σ_x, τ_x	
		$\sigma_x, \tau_{xy}, \tau_{xz}$	
2	Площинки, на яких дотичні напруження дорівнюють 0 називають:	головними	
		основними	
		нормальними	
3	Напружений стан, при якому в точці два головних напруження відмінні від нуля, а одне дорівнює нулю називають:	лінійним	
		плоским	
		об'ємним	
4	Як позначаються головні напруження?	$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	
		$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	
		$\sigma_x, \sigma_t, \sigma_v$	
5	Яка комбінація головних напружень відповідає деформації розтягу:	$\sigma_1, 0, 0$	
		$0, 0, \sigma_3$	
		$\sigma_1, \sigma_2, 0$	
6	Яка комбінація головних напружень відповідає деформації стиску:	$\sigma_1, 0, 0$	
		$0, 0, \sigma_3$	
		$\sigma_1, \sigma_2, 0$	
7	Чому дорівнюють максимальні дотичні напруження при розтягу?	$\frac{\sigma_1}{2}$	
		$\frac{\sigma_3}{2}$	
		$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$	
8	Поперечна деформація при одновісному напруженому стані визначається за формулою:	$\delta = \frac{l_1 - l}{l} \cdot 100\%$	
		$\varepsilon_y = -\mu \cdot \varepsilon_x$	
		$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$	
9	Пружними називаються деформації, які:	залишаються після зняття навантаження	
		зникають після зняття навантаження	
		не виникають під час навантаження	
10	Під яким кутом до поперечного перерізу знаходиться площадка з максимальними дотичними напруженнями:	30°	
		45°	
		90°	

РОЗДІЛ 7**ПЛОСКИЙ І ПРОСТОРОВИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН.**

- 7.1. Плоский напружений стан.
- 7.2. Коло Мора.
- 7.3. Просторовий напружений стан. Узагальнений закон Гука.

7.1 Плоский напружений стан.

Задача аналізу плоского напруженого стану полягає у знаходженні еквівалентного одновісного напруженого стану за теоріями міцності. Такі задачі розв'язуються, коли знайдені напруження, що діють у певних точках елементів конструкцій. Їх практичне значення полягає у вирішенні проблеми адекватної оцінки міцності конструкцій для заданого напруженого стану без проведення експериментальних досліджень, спираючись тільки на результати випробувань матеріалів на розтяг чи стискання.

Дослідження визначених напружень в основному зводиться до задачі аналізу плоского напруженого стану. Вигляд плоского напруженого стану поданий на рис. 7.1. Зображений кубічний елемент має нескінченно малі геометричні розміри, і у загальному випадку на чотирьох його протилежних гранях діють і дотичні, і нормальні напруження.

Задача аналізу напруженого стану має дві постановки. *Пряма задача* полягає у знаходженні напружень на гранях елемента, повернутого під певним кутом θ відносно головних площадок, за заданими значеннями головних напружень. *Зворотна задача* полягає у знаходженні головних напружень за заданими значеннями напружень, що діють на гранях елемента, розташованого довільним чином відносно головних площадок.

Для розгляду розв'язку прямої задачі введемо поняття головних напружень. Під час аналізу напруженого стану розглядаються напруження, що діють на гранях елементів, повернутих відносно вихідного на певний кут θ .



Рисунок 7.1 - Плоский напружений стан.

Задаючи значення цього кута в межах від 0 до 2π , можна отримати таке положення елемента, коли на його гранях будуть відсутні дотичні напруження τ . Грані цього елемента називаються *головними площадками*, а нормальні напруження, які діють на цих гранях, називаються *головними напруженнями*. Одне з цих напружень буде мати найбільше значення серед нормальних напружень, які діють на гранях елементів, повернутих на будь-який кут. Інше напруження, що діє на суміжній головній площадці, буде мати найменше значення серед усіх нормальних напружень. Найбільше головне напруження позначається σ_1 а найменше – σ_2 . Головні площадки та головні напруження показані на рисунку 7.2.

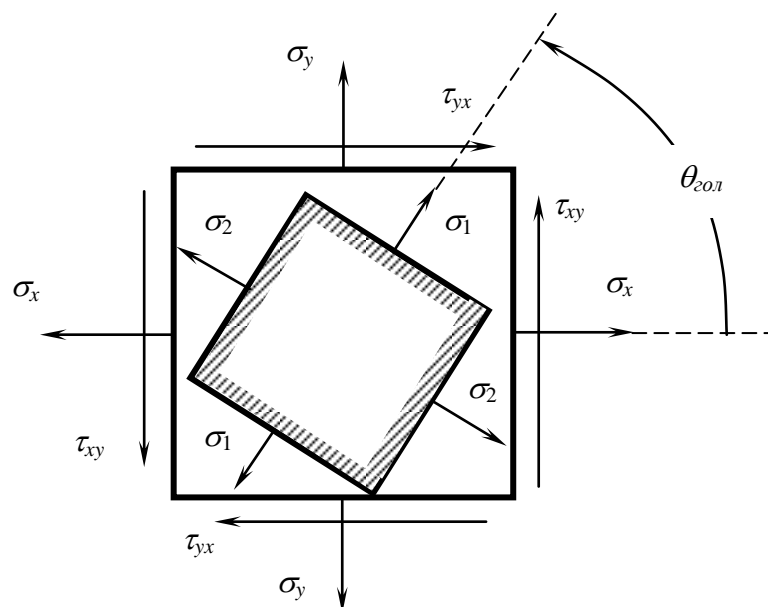


Рисунок 7.2 - Головні напруження та головні площадки.

Розглянемо елемент під дією тільки головних напружень (див. рисунок 7.3).

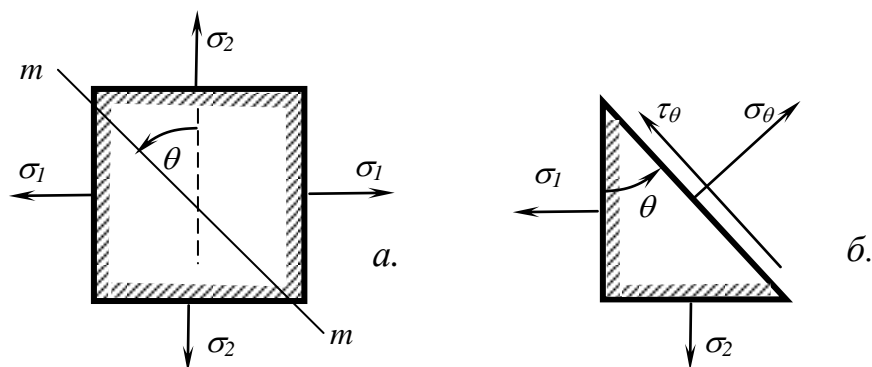


Рисунок 7.3 - Площинки з головними напруженнями (а); площинка з напруженнями для перерізу під кутом θ (б).

При відомих головних напруженнях на площинці під кутом θ напруження можна визначити за такими формулами:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta, \quad (7.1)$$

$$\tau_{\theta} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2} \sin 2\theta. \quad (7.2)$$

Напруження на суміжних площадках можна визначити додавши до кута θ кут $\pi/2$, тобто отримаємо:

$$\sigma_{\theta+\pi/2} = \sigma_1 \cos^2(\theta + \pi/2) + \sigma_2 \sin^2(\theta + \pi/2), \quad (7.3)$$

$$\tau_{\theta+\pi/2} = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{2} \sin 2(\theta + \pi/2). \quad (7.4)$$

Значить можна визначити всі напруження, що діють на гранях елемента, повернутого під кутом θ відносно елемента з головними площадками (див. рисунок 7.4).

Приведені формули дозволяють розв'язувати пряму задачу аналізу напруженого стану.

Даними формулами можна користуватися тільки з врахуванням знаку напружень, що визначається за спеціальними правилами.

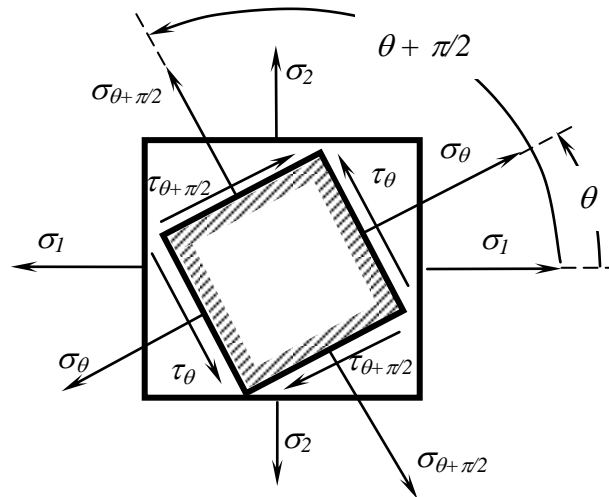


Рисунок 7.4 - Напруження на гранях елемента, повернутого на кут θ відносно елемента з головними площадками

Правила знаків для напружень. Нормальні напруження мають додатне значення, якщо вони діють на розтяг, і мають від'ємне значення, якщо вони діють на стискання (див. рисунок 7.5).

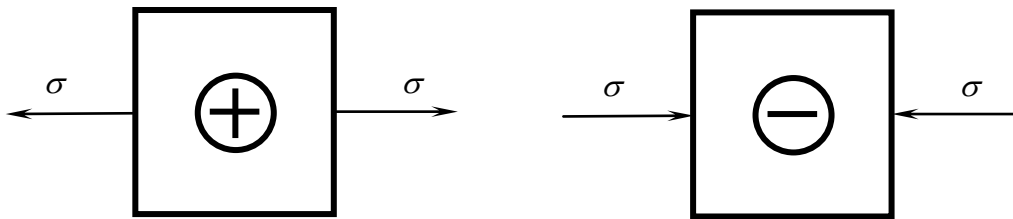


Рисунок 7.5 - Правило знаків для нормальних напружень.

Дотичні напруження мають додатне значення, якщо намагаються повернути елемент за годинниковою стрілкою, і мають від'ємне значення, якщо намагаються повернути елемент проти годинникової стрілки (див. рисунок 7.6).



Рисунок 7.6 - Правило знаків для дотичних напружень.

Задача аналізу напруженого стану у постановці оберненої задачі зустрічається частіше і тому є більш цікавою.

Нехай відомі напруження плоского напруженого стану на певній площадці, що подані на рисунку 7.1. Головні напруження для заданого довільного плоского напруженого стану визначаються за формулами:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (7.5)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}. \quad (7.6)$$

Окрім значень головних напружень є необхідність у визначенні положень *головних площадок*, тобто площадок, на яких вони діють. Положення головних площадок визначається кутом $\theta_{гол}$, який обчислюється за формулою:

$$tg 2\theta_{гол} = \frac{-2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y}. \quad (7.7)$$

Функція, обернена до тангенсу, арктангенс в межах зміни кута повороту від 0 до 2π дає два значення, що відрізняються між собою на величину π . Після ділення його на два отримаємо два кути, що відрізняються на кут $\pi/2$. Ці кути визначають положення двох взаємно перпендикулярних площадок, які і є головними площадками (див. рисунок 7.7).

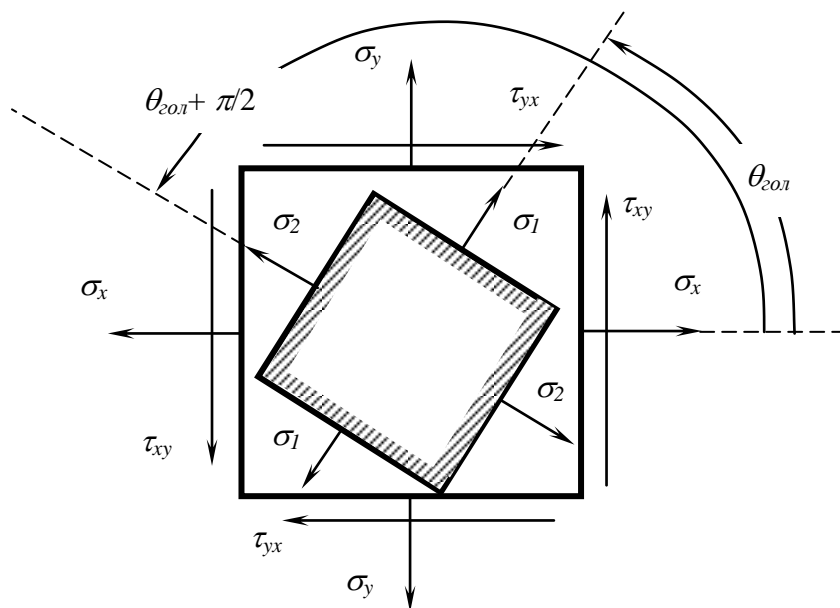


Рисунок 7.7 - Положення головних площадок.

В певних випадках кути, отримані за формулою (7.7), мають від'ємні значення. Для визначення напрямків відкладання кутів повороту існує правило знаків.

Правило знаків для кутів повороту. Кут повороту має додатне значення, якщо він відкладається проти годинникової стрілки, і має від'ємне значення, якщо відкладається за годинниковою стрілкою (див рисунок 7.8).

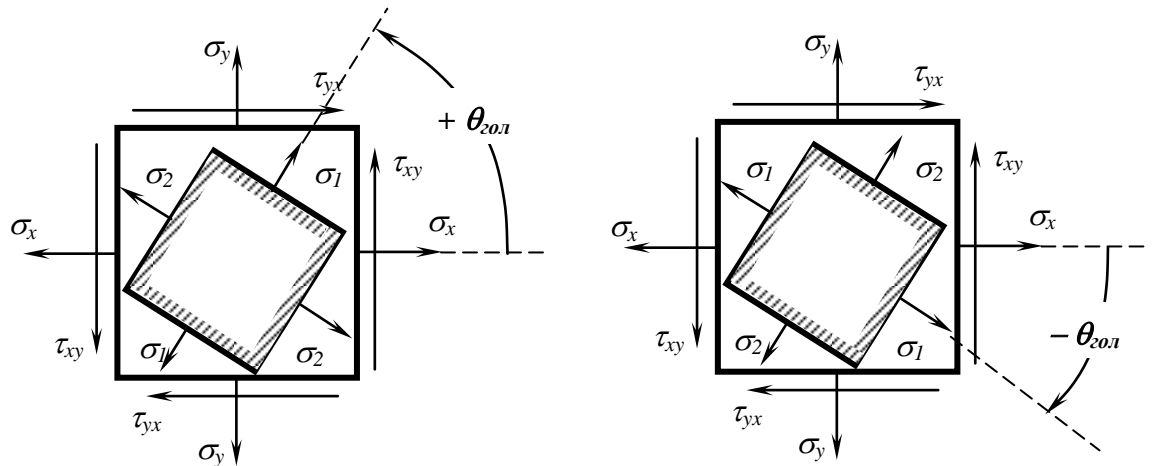


Рисунок 7.8 - Правило знаків для кутів повороту.

Таким чином, спираючись на математичний апарат, що був поданий для розв'язання прямої і оберненої задачі, можна проводити аналіз будь-якого плоского напруженого стану. Але в деяких випадках необхідно визначати напруження на гранях елемента, повернутого на певний кут θ , лише тільки за відомими напруженнями деякого напруженого стану (див. рисунок 7.9).

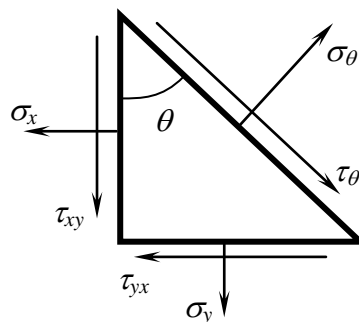


Рисунок 7.9 - Напруження на площадці, що повернута відносно вихідної на кут θ .

В цьому випадку напруження на площадці, повернутої на кут θ , визначаються за формулами:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta, \quad (7.8)$$

$$\tau_{\theta} = (\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\sin^2 \theta - \cos^2 \theta). \quad (7.9)$$

Дані формули можна переписати у вигляді:

$$\sigma_{\theta} = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} + \frac{(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta}{2} - \tau_{xy} \sin 2\theta, \quad (7.10)$$

$$\tau_{\theta} = \frac{(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta}{2} + \tau_{xy} \cos 2\theta. \quad (7.11)$$

Для кута θ так само виконується правило знаків, тому знак кута θ треба враховувати при використанні формул (7.8) – (7.11).

Максимальні дотичні напруження виникають на площадках, що орієнтовані під кутом θ_k відносно вихідного елемента.

$$\operatorname{ctg} 2\theta_k = \frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y}. \quad (7.12)$$

При цьому величина максимальних дотичних напружень визначається за формулою:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \quad (7.13)$$

Величина нормальних напружень на цих площадках дорівнює:

$$\sigma_{\theta_k} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}. \quad (7.14)$$

7.2 Коло Мора.

Співвідношення для напружень $\sigma_{\theta}, \tau_{\theta}$ [див. (7.1), (7.2)], що виникають на похилих площинах при двоосному напруженому стані матеріалу, зручно представити в іншому вигляді. Введемо позначення:

$$\sigma_{сеп} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, \quad (7.15)$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}. \quad (7.16)$$

Тоді з рівняння (7.8) і (7.9) можна одержати:

$$(\sigma_\theta - \sigma_{сеп})^2 + \tau_\theta^2 = \tau_{max}^2. \quad (7.17)$$

Це рівняння являє собою рівняння кола (кола Мора). Координати точок, що лежать на колі, однозначно визначають нормальні і дотичні напруження на довільних похилих площадках.

Розглянемо побудову кола Мора для плоского напруженого стану. Побудова кола Мора починається з побудови осей $\sigma_\theta, \tau_\theta$, вибору зручного масштабу і визначення центра кола C (див. рисунок 7.10).

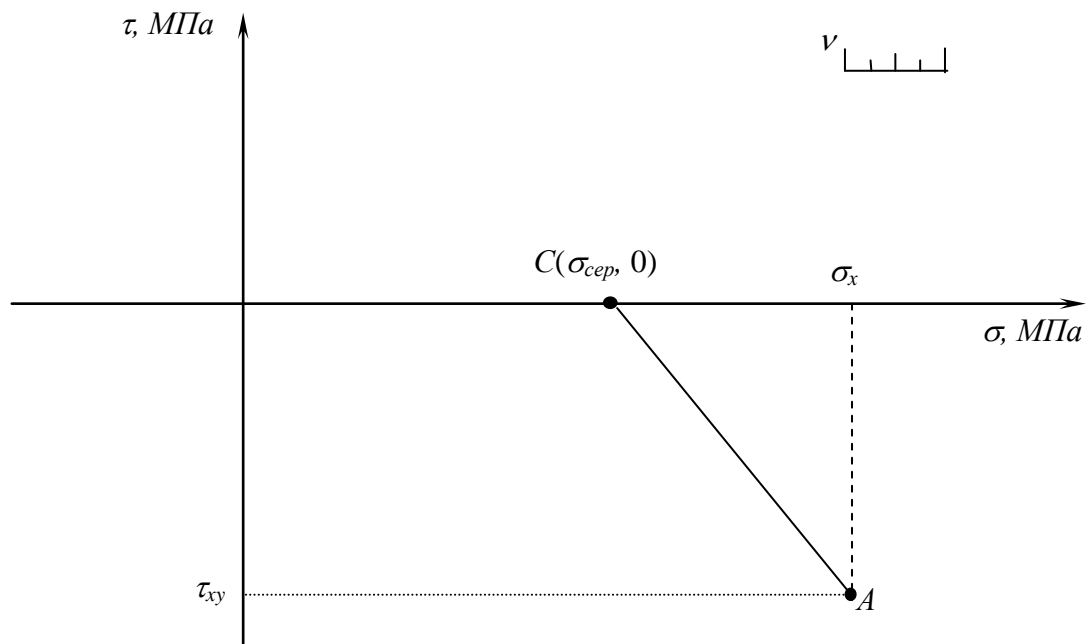


Рисунок 7.10 - Побудова кола Мора.

Потім визначається положення точки A , що характеризує напружений стан на грані x елемента ($\theta = 0$). Далі проводиться коло радіусом CA . Точки на цьому колі визначають нормальне і дотичне напруження на похилих площадках.

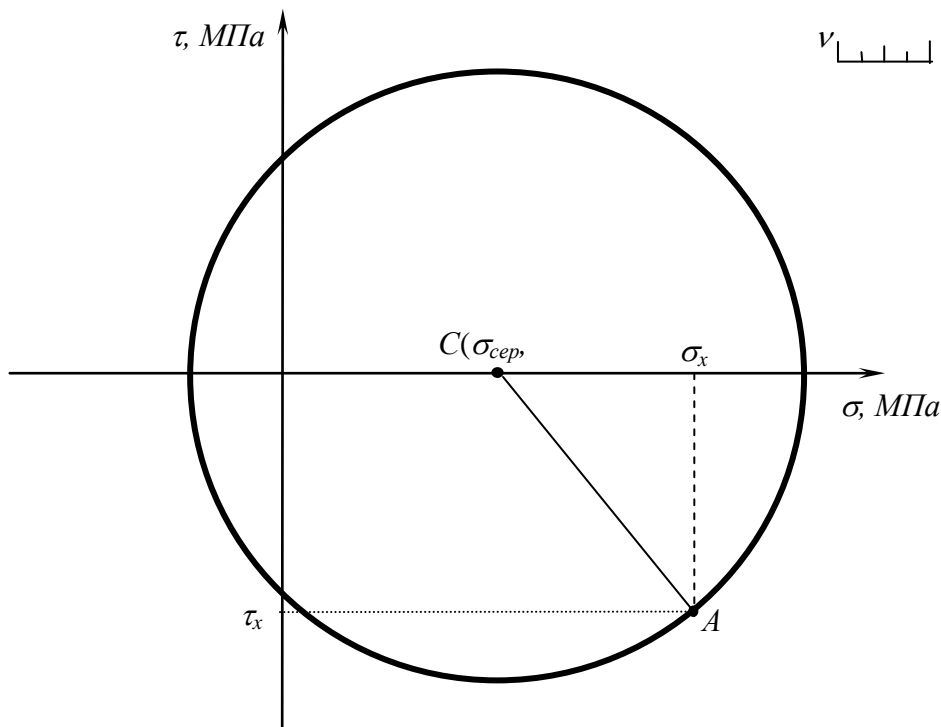


Рисунок 7.11 - Коло Мора.

Використовуючи коло Мора, можна визначити значення головних напружень, максимальних дотичних напружень, а також положення площадок, на яких вони діють.

Отже, коло Мора дозволяє розв'язати обидві задачі аналізу напруженого стану.

Розглянемо розв'язок прямої задачі за допомогою кола Мора. Нехай заданий напружений стан, поданий на рисунку 7.3. Проводимо вісі абсцис і ординат, при цьому вибравши зручний для нас масштаб цих осей. На вісі абсцис відкладемо точку A з координатами $(\sigma_1, 0)$, точку B з координатами $(\sigma_2, 0)$ та точку C з координатами $(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, 0)$. Через ці три точки проведемо коло Мора радіусом CA (див. рисунок 7.12). Відкладаємо від відрізка CA кут, рівний 2θ , враховуючи його знак. Тобто, якщо кут додатній, то його відкладаємо проти годинникової стрілки, якщо від'ємний, то за годинниковою стрілкою. Результатом цього побудування є відрізок CD . Точка D має координати у вибраному масштабі, які співпадають зі значеннями напружень, – абсциса

відповідає нормальному напруженню, а ордината відповідає дотичному напруженню. Проводячи координатні лінії, отримаємо відповідні відрізки на осях координат. Помножуючи величини цих відрізків на масштаб, одержимо значення напружень $\sigma_\theta, \tau_\theta$. Діаметрально протилежна точці D точка E на колі Мора має координати, що відповідають напруженням на суміжній грані елемента, тобто $\sigma_{\theta+\pi/2}, \tau_{\theta+\pi/2}$ (див. рисунок 7.12). Таким чином, пряма задача розв'язана.

Для розв'язку оберненої задачі коло Мора можна використати таким чином. Нехай заданий напружений стан, який зображений на рисунку 7.1. В цьому випадку коло Мора будується як показано на рисунку 7.10. Точки перетину кола з віссю абсцис дадуть значення головних напружень, а кути між відрізком CA та відрізками CD та CE дадуть значення кутів головних площадок, помножених на два (див. рисунок 7.13).

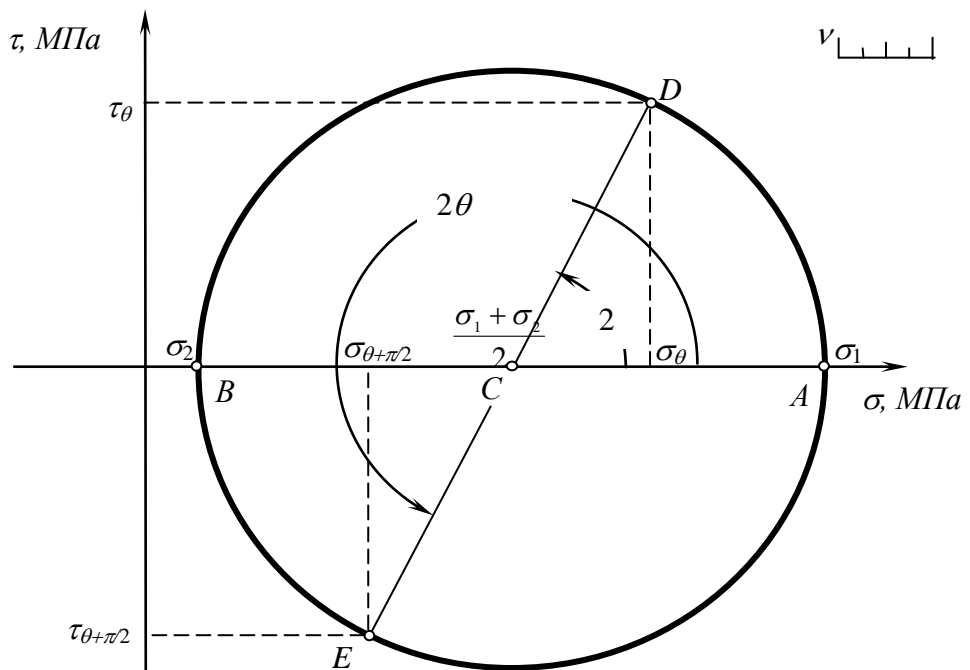


Рисунок 7.12 - Розв'язок прямої задачі аналізу напруженого стану за допомогою кола Мора

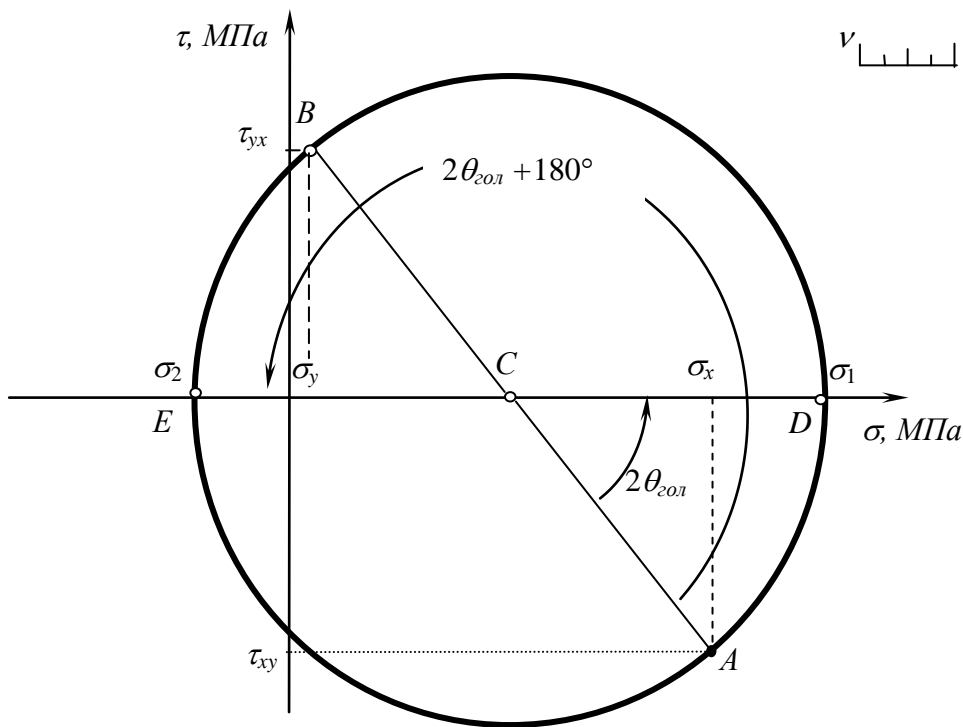


Рисунок 7.13 - Розв'язок оберненої задачі за допомогою круга Мора.

7.3 Просторовий напружений стан. Узагальнений закон Гука.

Уявимо собі елемент об'єму, на гранях якого виникають напруження $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ (рисунок 7.14).

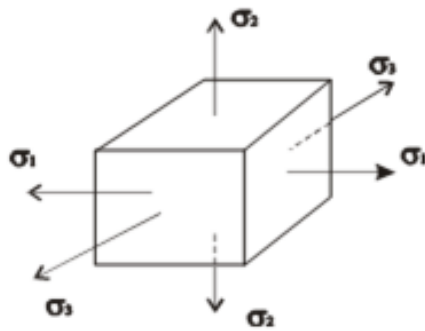


Рисунок 7.14 - Просторовий напружений стан.

Напружений стан, у якому знаходиться елемент, називається трьохвісним або просторовим.

Направимо вісь X в напрямку дії нормального напруження σ_1 , вісь Y – в напрямку σ_2 , вісь Z – в напрямку σ_3 . Розсічемо елемент похилою площиною і відкинемо праву частину. Залишиться п'ятигранний елемент, який повинен знаходитись у статичній рівновазі.

На гранях цього елемента діють напруження $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_\theta, \tau_\theta$. Для визначення σ_θ і τ_θ необхідно скласти рівняння рівноваги елемента відносно осей X і Y . Ці рівняння будуть включати тільки напруження σ_1 і σ_2 , тому що сили уздовж осі Z мають нульові проєкції. Таким чином, рівняння для σ_θ і τ_θ для трьохвісного напруженого стану будуть ідентичні рівнянням для двохвісного напруженого стану. Площинки перпендикулярні осям, будуть **головними площадками**, тому що на них відсутні дотичні напруження, а напруження $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – **головні напруження**. Максимальні дотичні напруження виникають на площадках, що нахилені до осей координат під кутом 45° . Їхні значення визначаються по формулах, які аналогічні для двохвісного напруженого стану:

$$(\tau_{\max})_z = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \quad (7.18)$$

$$(\tau_{\max})_x = \frac{\sigma_y - \sigma_z}{2} \quad (7.19)$$

$$(\tau_{\max})_y = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \quad (7.20)$$

Визначимо відносні лінійні деформації $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ ребер елементарного кубика, що знаходиться у стані всестороннього розтягу, у напрямі кожного з головних напружень (рисунок 7.14).

Використовуючи спосіб суперпозиції, зобразимо відносну лінійну деформацію ϵ_1 у напрямі головного напруження σ_1 як суму деформацій, викликаних дією напружень σ_1, σ_2 і σ_3 , взятих окремо, тобто як суму деформацій при трьох незалежних від себе лінійних напружених станах.

Остаточно будемо мати:

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)], \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)], \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)].\end{aligned}\quad (7.21)$$

Формулами (7.21) виражається узагальнений закон Гука.

Об'ємне розширення θ виражається так:

$$\theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (7.22)$$

Використовуючи формули (7.21), одержимо

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (7.23)$$

Формули (7.22) і (7.23) для об'ємного розширення виражають так званий об'ємний закон Гука. Отже, сума головних напружень є одним з інваріантів напруженого стану.

Якщо одне із головних напружень дорівнює нулеві, то одержимо закон Гука при плоскому напруженому стані.

Нехай $\sigma_3=0$, тоді матимемо

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_2); \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu\sigma_1); \\ \varepsilon_3 &= -\frac{\mu}{E} (\sigma_1 + \mu\sigma_2).\end{aligned}\quad (7.24)$$

Отримані формули (7.21) і (7.22) записані для головних площадок і напружень. Для не головних площадок (дотичні напруження не дорівнюють нулю) формули, які зв'язують напруження σ_x , σ_y , σ_z , і відповідні подовження, будуть мати аналогічний вигляд. Слід зазначити, що при малих деформаціях дотичні напруження, що діють на неголовних площадках, викликають тільки зсув прямокутного елемента без зміни його довжини. Отже, деформації подовження і зсуву можна розглядати як незалежні.

Тоді для плоскої задачі ε_x , ε_y можна визначити за формулами

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y); \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x).\end{aligned}\tag{7.25}$$

Звідки знаходимо напруження:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x - \mu\varepsilon_y); \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y - \mu\varepsilon_x).\end{aligned}\tag{7.26}$$

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Пряма задача аналізу напруженого стану полягає в:	знаходженні напружень на площадках, повернутих на кут θ відносно площадок з відомими напруженнями	
		знаходженні головних напружень	
		знаходженні напружень на площадках, повернутих на кут θ відносно головних площадок	
2	Обернена задача аналізу напруженого стану полягає в:	знаходженні напружень на площадках, повернутих на кут θ відносно площадок з відомими напруженнями	
		знаходженні головних напружень	
		знаходженні напружень на площадках, повернутих на кут θ відносно головних площадок	
3	Нормальні напруження вважають додатніми, якщо вони:	діють на розтяг	
		діють на стискання	
		намагаються повернути елемент за годинниковою стрілкою	
4	Дотичні напруження вважають додатніми, якщо вони:	діють на розтяг	
		діють на стискання	
		намагаються повернути елемент за годинниковою стрілкою	
5	Максимальні дотичні напруження знаходяться за формулою:	$\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$	
		$\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$	
		$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$	

6	Яким чином обирається масштаб для побудови кола Мора?	довільно	
		1 см = 100 МПа	
		1 см = 1 МПа	
7	Як позначається на колі Мора точка, що характеризує напружений стан на площадці з нормаллю в напрямку осі x ?	A	
		C	
		X	
8	Як позначається на колі Мора точка, що відповідає максимальному головному напруженню	A	
		M	
		I	
9	Для об'ємного напруж відносні деформації в напрямку найбільшого головного напруження визначають за формулою:	залишаються після зняття навантаження	
		зникають після зняття навантаження	
		не виникають під час навантаження	
10	Під яким кутом до поперечного перерізу знаходиться площадка з максимальними дотичними напруженнями:	$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \frac{1}{E} (\boldsymbol{\sigma}_1 - \mu \boldsymbol{\sigma}_2)$	
		$\boldsymbol{\varepsilon}_1 = \frac{1}{E} [\boldsymbol{\sigma}_1 - \mu(\boldsymbol{\sigma}_2 + \boldsymbol{\sigma}_3)]$	
		$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\varepsilon}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_3$	

РОЗДІЛ 8

ТЕОРІЇ МІЦНОСТІ.

- 8.1. Коефіцієнт запасу міцності.
- 8.2. Допустимі напруження.
- 8.3. Класичні теорії міцності.

8.1 Коефіцієнт запасу міцності.

Механічні випробування матеріалів дозволяють визначити ті напруження, при яких дослідний зразок з даного матеріалу руйнується або в ньому виникають пластичні деформації. Ці напруження називають **граничними σ_{gr}** (небезпечними). Виникнення пластичних деформацій недопустимо і розглядається як порушення міцності деталі чи конструктивного елемента.

В якості граничних напружень для трьох груп матеріалів (пластичних, крихких, крихко-пластичних) при статичному навантаженні приймаються :

1. Для пластичних матеріалів – **фізична або умовна границя текучості**, практично однакова при стиску та розтягу $\sigma_{GP} = \sigma_T(\sigma_{0,2})$.
2. Для крихко-пластичних матеріалів – **умовна границя текучості** $\sigma_{GP} = \sigma_{0,2}$, при розтягу і стиску різні.
3. Для крихких матеріалів – **границя міцності** $\sigma_{GP} = \sigma_B$, при розтягу і стиску різні.

Для забезпечення міцності елементів конструкцій необхідно так вибрати їхні розміри і матеріал, щоб виникаючі в них при експлуатаційних навантаженнях напруження були меншими за граничні. Це необхідно через такі обставини:

1. Діючі навантаження, а отже і напруження не можуть бути визначені зовсім точно;

2. Розрахункові методики, по яким проектується конструкція, мають ряд спрощуючих гіпотез, внаслідок чого розрахункові напруження визначаються лише приблизно;

3. Можливі відхилення дійсних механічних характеристик матеріалу від прийнятих при розрахунку;

4. Елементи конструкцій відрізняються по ступенях відповідальності.

Коефіцієнт запасу міцності – відношення граничного напруження до найбільшого розрахункового напруження, що діє в елементі конструкції :

$$n = \frac{\sigma_{ГР}}{\sigma} \quad (8.1)$$

Очевидно, що $n > 1$, і чим він більший, тим більший запас міцності має конструкція. З іншого боку, чим більше n , тим більше витрати матеріалу, неекономічна і важча конструкція. Тому в залежності від призначення конструкції встановлюють значення мінімально необхідного коефіцієнта запасу міцності. Цей коефіцієнт позначають $[n]$ і називають необхідним коефіцієнтом міцності.

Міцність елемента конструкції вважається забезпеченою, якщо розрахунковий коефіцієнт запасу міцності більше або дорівнює необхідному коефіцієнту міцності. **Це умова міцності :**

$$n \geq [n] \quad (8.2)$$

8.2 Допустимі напруження.

Умову міцності можна записати в такому вигляді :

$$n = \frac{\sigma_{ГР}}{\sigma} \geq [n] \quad \text{або} \quad \sigma \leq \frac{\sigma_{ГР}}{[n]} \quad (8.3).$$

Праву частину нерівності називають допустимим напруженням і визначають :

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{ГР}}{[n]} \quad (8.4)$$

Таким чином, *допустиме напруження* дорівнює відношенню граничного напруження до необхідного коефіцієнта запасу міцності.

Якщо граничні напруження $\sigma_{ГР}$ при розтягу і стиску різні, то допустимі напруження позначаються $[\sigma_p]$, $[\sigma_c]$.

Використовуючи визначення допустимого напруження, умову міцності можна записати так :

$$\sigma \leq [\sigma]. \quad (8.5)$$

Міцність конструкції забезпечена, якщо виникаюче в ній найбільше напруження не перевищує допустимого.

Таблиця 8.1 – Допустимі напруження і коефіцієнти запасу міцності при статичних навантаженнях.

Матеріал	Допустиме напруження	Коефіцієнт запасу міцності
Пластичний	$[\sigma] = [\sigma_p] = [\sigma_c] = \frac{\sigma_T}{[n]}$ чи $\frac{\sigma_{0,2}}{[n]}$	$[n]=1.4-2.0$
Крихко-пластичний	$[\sigma_p] = \frac{\sigma_{0,2P}}{[n]}$ $[\sigma_c] = \frac{\sigma_{0,2C}}{[n]}$	$[n]=1.6-2.5$
Крихкий	$[\sigma_p] = \frac{\sigma_{BP}}{[n]}$ $[\sigma_c] = \frac{\sigma_{BC}}{[n]}$	$[n]=2.5-5.0$

Таблиця 8.2 – Значення допустимих напружень для деяких матеріалів

Матеріал	Допустимі напруження $[\sigma]$, МПа
Ст2	140-160
Ст3	140-170
Ст5	175-210
45	180-210

Розрізняють три категорії напружень.

1. **Граничні напруження** – це напруження, при досягненні яких виявляються ознаки руйнування або пластичні деформації. Залежать від властивостей матеріалу та виду деформації.

2. **Допустимі напруження** – це найбільші напруження, які можна допустити в конструкції за умови безпечної, надійної, довговічної роботи. Залежать від властивостей матеріалу, виду деформації, необхідного коефіцієнта запасу міцності.

3. **Розрахункові (діючі) напруження** – це напруження, які розраховуються або виникають в елементі конструкції під дією навантаження. Залежать від діючих на елемент конструкції навантажень та розмірів елемента.

8.3 Класичні теорії міцності.

Важливою задачею інженерного розрахунку є оцінка міцності деталі по відомому напруженому стану.

У випадку лінійного (одновісного) напруженого стану, тобто при чистому розтягу або стиску міцність матеріалу оцінюється шляхом порівняння розрахункового напруження з допустимим :

$$\sigma \leq [\sigma] \quad (8.6)$$

Однак, різні точки конструкції знаходяться в різних напружених станах. Крім цього, у більшості випадків механічні характеристики матеріалів визначені тільки для одновісного розтягу чи стиску. Отже, маючи обмежені експериментальні дані про властивості матеріалів, необхідно мати можливість визначити його міцність в умовах будь-якого напруженого стану. Для цього використовуються теорії міцності. Суть їх полягає в тому, що для будь-якого складного напруженого стану необхідно визначити еквівалентний йому рівно небезпечний одновісний напружений стан (тобто обчислити $\sigma_{ЕКВ}$ для одновісного напруженого стану) і порівняти потім з $[\sigma]$ (рисунок 8.1).

Розглянемо класичні теорії міцності.

Перша. Теорія найбільших нормальних напружень. У якості σ_{EKB} приймають величину найбільшого головного напруження σ_1 і не враховують двох інших головних напружень. Ця теорія міцності використовується для одновісного напруженого стану.

$$\sigma_{EKB} = \sigma_1 \leq [\sigma] \quad (8.7)$$

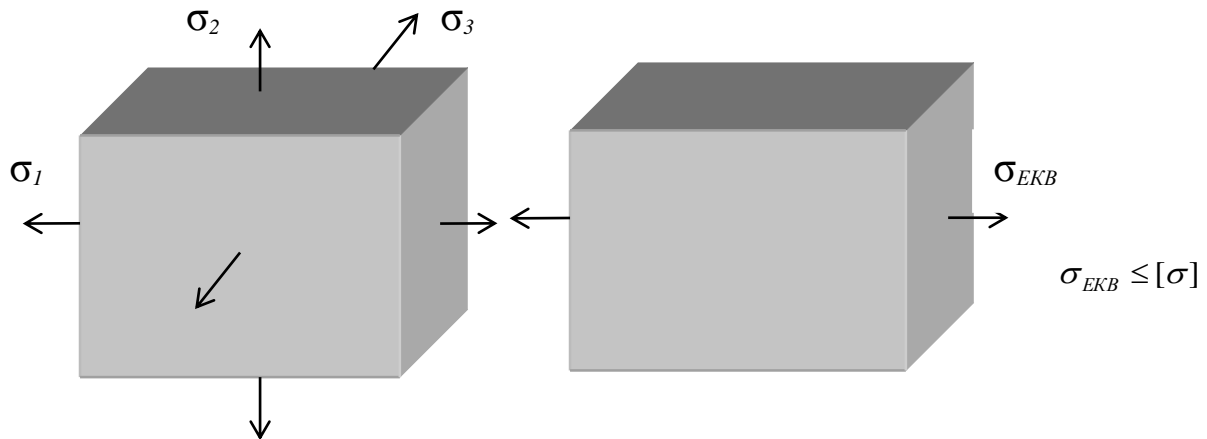


Рисунок 8.1 - Визначення еквівалентного небезпечного одновісного напруженого стану.

Небезпечний стан настає тоді, коли будь-яке головне напруження досягає небезпечного значення.

Дана теорія міцності в даний час практично не використовується, так як вона підтверджується експериментально лише для деяких дуже крихких матеріалів (камінь, цегла, кераміка).

Друга. Теорія найбільших лінійних деформацій. В якості граничного стану матеріалу використовується найбільш можлива лінійна деформація. Ця гіпотеза практично не застосовується, тому що має ряд істотних недоліків.

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{GP}}{[n]} \text{ або } \sigma_{EKB} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma] \quad (8.8)$$

Дана теорія рідко застосовується в інженерній практиці, так як знаходить експериментальне підтвердження лише для деяких крихких матеріалів (легований чавун, високоміцна сталь).

Третя. Теорія найбільших дотичних напружень. Відповідно до цієї гіпотези, два напружених стани рівно небезпечні, якщо максимальні дотичні напруження в них однакові і граничний стан настає тоді, коли найбільше дотичне напруження досягає максимального значення.

$$\sigma_{\text{ЕКВІІІ}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \quad (8.9)$$

$$\tau_{\text{МАХ}} \leq [\tau] \quad (8.10)$$

Ця теорія добре підтверджується дослідями для матеріалів, які однаково працюють на стиск та розтяг. Недолік її в тому, що вона не враховує середнього по величині головного напруження σ_2 , яке як показує дослід, також впливає на міцність матеріалів, хоча і не значно. Ця теорія для пластичних матеріалів дає задовільні результати. Однак, для крихких матеріалів має місце значне відхилення від експериментальних даних.

Четверта. Теорія міцності Мора. Відповідно до цієї теорії, два напружених стани рівно небезпечні, якщо виконується співвідношення :

$$\sigma_{\text{ЕКВІV}} = \sigma_1 - \nu\sigma_3 \quad (8.11),$$

де $\nu = \frac{\sigma_{\text{ВР}}}{\sigma_{\text{ВС}}}$ для крихких матеріалів;

$\nu = \frac{\sigma_{0,2P}}{\sigma_{0,2C}}$ для крихко-пластичних матеріалів;

$\nu = 1$ для пластичних матеріалів.

Гіпотеза міцності Мора є загально визнаною в даний час.

П'ята. Енергетична теорія міцності. Відповідно до цієї гіпотези, два напружених стани рівно небезпечні, якщо питома потенційна енергія зміни форми для них однакова і небезпечний стан настає тоді, коли питома потенціальна енергія формозміни досягає свого значення.

$$\sigma_{\text{ЕКВV}} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (8.12)$$

Ця теорія міцності також дає гарні результати для пластичних матеріалів і трохи гірші для крихких і крихко-пластичних.

Тест для самоперевірки

1	Яка фізична величина приймається як граничне напруження для пластичних матеріалів?	умовна границя текучості - σ_T	
		границя міцності - σ_B	
		границя пропорційності - $\sigma_{ПЦ}$	
2	Коефіцієнт запасу міцності - це:	відношення границі міцності до граничного напруження	
		відношення граничного напруження до найбільшого розрахункового напруження	
		відношення границі міцності до найбільшого розрахункового напруження	
3	Коефіцієнт запасу міцності може бути:	від'ємним	
		від 0 до 2	
		більше 1	
4	Допустиме напруження дорівнює:	відношенню граничного напруження до коефіцієнта запасу міцності $[\sigma] = \frac{\sigma_{ГР}}{n}$	
		відношенню граничного напруження до необхідного коефіцієнта запасу міцності $[\sigma] = \frac{\sigma_{ГР}}{[n]}$	
		відношенню граничного напруження до границі міцності $[\sigma] = \frac{\sigma_{ГР}}{\sigma_B}$	
5	Для крихких матеріалів при розтягу і стисканні:	граничні напруження однакові	
		граничні напруження при розтягу більші	
		граничні напруження при розтягу менші	
6	Теорії міцності призначені для:	спрощення розрахунків	
		приведення плоского напруженого стану до лінійного	
		приведення будь-якого напруженого стану до лінійного	
7	Згідно теорії найбільших нормальних напружень:	$\sigma_{ЕКВ} = \sigma_1 \leq [\sigma]$	
		$\sigma_{ЕКВ} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$	
		$\sigma_{ЕКВ} = \sigma_1 - \nu \cdot \sigma_3 \leq [\sigma]$	
8	Згідно теорії найбільших дотичних напружень:	$\sigma_{ЕКВ} = \sigma_1 \leq [\sigma]$	
		$\sigma_{ЕКВ} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$	
		$\sigma_{ЕКВ} = \sigma_1 - \nu \cdot \sigma_3 \leq [\sigma]$	
9	Згідно теорії міцності Мора:	$\sigma_{ЕКВ} = \sigma_1 \leq [\sigma]$	
		$\sigma_{ЕКВ} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$	
		$\sigma_{ЕКВ} = \sigma_1 - \nu \cdot \sigma_3 \leq [\sigma]$	
10	Чому дорівнює ν для пластичних матеріалів	0	
		1	
		-1	

РОЗДІЛ 9

ЗСУВ. ЗІМ'ЯТТЯ.

- 9.1. Напруження і деформації зсуву.
- 9.2. Закон Гука при зсуві. Модуль Юнга другого роду.
- 9.3. Енергія деформації при чистому зсуві.

9.1 Напруження і деформації зсуву.

Зсув або зріз виникає тоді, коли зовнішні сили зміщують два паралельних плоских перерізу стержня одне відносно іншого при незмінній відстані між ними (рисунок 9.1).

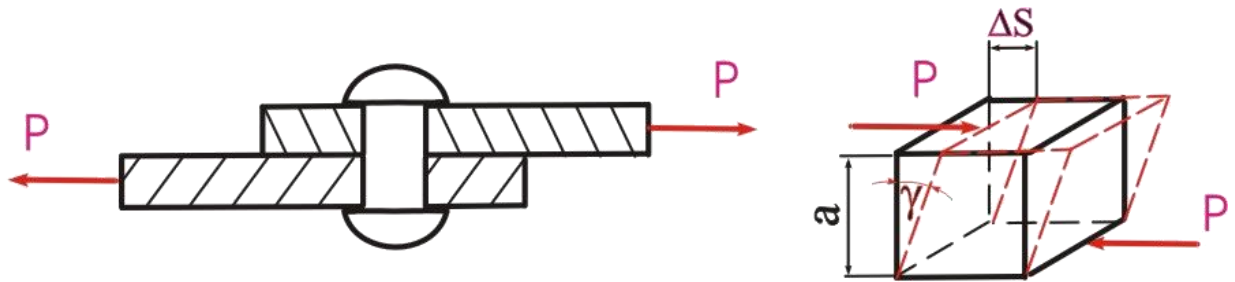


Рисунок 9.1 - Зсув.

Величина зміщення ΔS називається абсолютним зсувом. Відношення абсолютного зсуву до відстані a між площинами, що зміщуються, називається відносним зсувом. Внаслідок малості кута γ при пружних деформаціях його тангенс приймають рівним куту перекосу елемента, що розглядається. Відповідно відносний зсув :

$$\gamma = \frac{\Delta S}{a} \quad (9.1)$$

Якщо на брус діють дві рівні сили P , близько розташовані одна до одної, перпендикулярні до вісі бруса і направлені в протилежну сторону, як це буває при розрізанні прутків ножицями, то при достатній величині сил відбувається зріз.

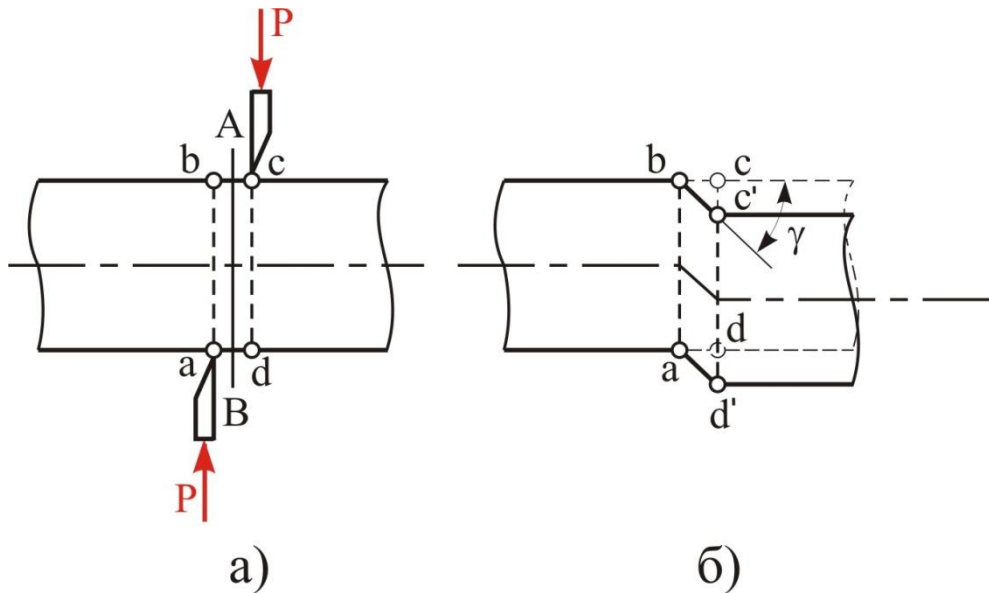


Рисунок 9.2 - Зріз.

На рисунку 9.2, б показаний зсув, який відбувається в паралелепіпеді до зрізу; величина cc' , на яку переріз cd здвинувся відносно сусіднього перерізу ab називається абсолютним здвигом.

Деталі, які використовуються для з'єднання окремих елементів машин або будівельних конструкцій (заклепки, штифти, шпонки тощо), у багатьох випадках сприймають навантаження F , що перпендикулярні до їхньої поздовжньої осі.

При розтягу (стиску) деталей, які з'єднуються, у поперечному перерізі з'єднуючого елемента виникає поперечна сила Q , тобто деталі працюють на зсув. При розрахунках таку деформацію також називають **зрізом**.

В якості прикладу розглянемо розрахунок болтового з'єднання :

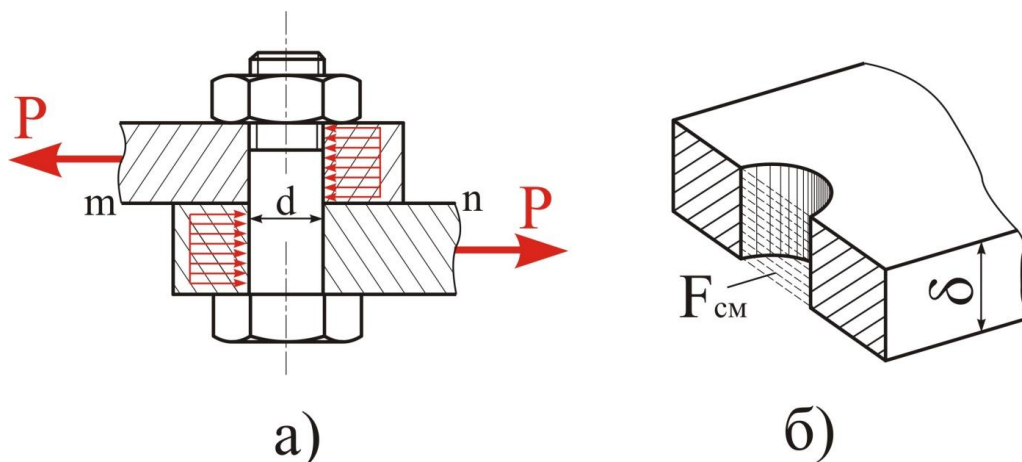


Рисунок 9.3 - Болтове з'єднання.

Сили P намагаються здвинути листи відносно один одного. Цьому перешкоджає болт, на який зі сторони кожного листа передаються розподілені по контактній поверхні сили, рівнодіючі яких дорівнюють P . Зусилля намагаються зрізати болт в площині розділу листів $m-n$, так як в цьому перерізі діє максимальна поперечна сила $Q = P$.

Практичні розрахунки на зріз з'єднуючих деталей носять умовний характер і ґрунтуються на наступних допущеннях:

1. У поперечному перерізі виникає тільки один внутрішній силовий фактор – поперечна сила Q .

2. Дотичні напруження τ , що виникають у поперечному перерізі від дії сили Q , розподілені по його площі рівномірно (допущення).

3. У випадку якщо з'єднання здійснене декількома однаковими стандартними деталями (наприклад, заклепками) допускається, що усі вони навантажені однаково.

Руйнування з'єднуючих елементів відбувається в результаті їхнього зрізу по площині, які співпадає з поверхнею спряження деталей, що з'єднуються. Тому говорять, що з'єднуючий елемент працює *на зріз*.

Виникаючі дотичні напруження називають *напруженнями зрізу* і позначаються $\tau_{зр}$.

$$\tau_{зр} = \frac{Q}{i \cdot A_{зр}} \quad (9.2)$$

де Q – поперечна сила.

i – кількість одночасно працюючих з'єднуючих елементів (болтів, штифтів, заклепок, тощо);

$A_{зр}$ - площа зрізу одного елемента.

Якщо $i=1$ $\tau = \frac{Q}{A} = \frac{P}{\pi d^2 / 4}$

Умова міцності з'єднання на зріз:

$$\tau_{зр} \leq [\tau]_{зр} \quad (9.3)$$

де

$[\tau]_{зр}$ – допустиме напруження на зріз. В разі відсутності експериментального значення, приймають:

$$\tau_{зр} = 0,3\sigma_T \quad (9.4)$$

Умова міцності з'єднання на зріз перетворюється для $i=1$:

$$\frac{4P}{\pi d^2} \leq [\tau] \quad (9.5)$$

Знаходимо необхідний діаметр болта :

$$d \geq \sqrt{\frac{4P}{\pi[\tau]}} \quad (9.6)$$

Формула (9.6) використовується для перевірного розрахунку.

Для проектного розрахунку цю формулу можна переписати у виді:

$$A_{зр} \geq \frac{F}{i \cdot 0,3 \cdot \sigma_T} \quad (9.7)$$

Розрахунок на зріз забезпечує міцність з'єднуючих елементів (у розглянутому випадку – штифта), але не гарантує надійність з'єднання. Якщо товщина елементів, які з'єднуються, недостатня, то тиск на стінки отворів неприпустимо великий і вони зминаються (рисунок 9.3, б).

Тиск, що виникає між поверхнями отворів і з'єднуючих деталей називають **напруженнями зминання** $\sigma_{зм}$.

Розрахунок з'єднання, при якому вибираються розміри з'єднувальних елементів, за умови відсутності значних деформацій стінок отворів, називають *розрахунком на міцність при зминанні*.

Умова міцності при зминанні:

$$\sigma_{зм} = \frac{P}{i \cdot A_{зм}} \leq [\sigma]_{зм} \quad (9.8)$$

$A_{зм}$ – розрахункова площа зминання (для циліндричного отвору $A_{зм} = d \cdot \delta$)

$[\sigma]_{зм}$ – допустиме напруження на зминання:

для маловуглецевої сталі

$$[\sigma]_{зм} = 100 \dots 120 \text{ МПа}$$

для середньовуглецевої сталі

$$[\sigma]_{зм} = 140 \dots 170 \text{ МПа}$$

для чавунного лиття

$$[\sigma]_{зм} = 60 \dots 80 \text{ МПа}$$

Якщо з'єднувальні деталі виготовлені з різних матеріалів, то при призначенні $[\sigma]_{зм}$ орієнтуються на матеріал, міцність якого менша.

На основі формули (9.8) отримаємо:

$$d \geq \frac{P}{\delta \cdot [\sigma_{см}]} \quad (9.9)$$

Щоб задовольнити умови міцності на зріз та зминання, з двох знайдених діаметрів необхідно взяти найбільший, округлив його до стандартного значення.

На зріз прийнято розраховувати і деякі зварні з'єднання (рисунок 9.4).

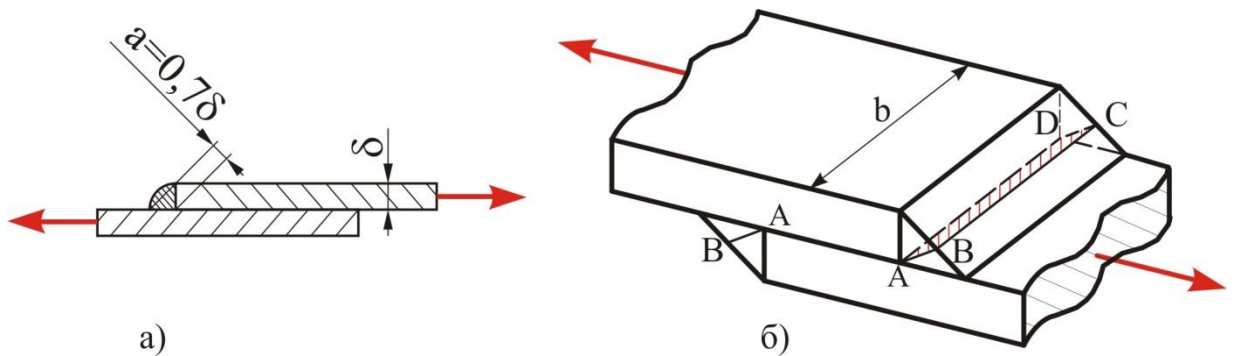


Рисунок 9.4 - Зварні з'єднання.

9.2 Закон Гука при зсуві. Модуль Юнга другого роду.

Для визначення залежності між навантаженням і деформацією при зсуві проводять дослідження матеріалу на кручення. При даному дослідженні

будуються діаграми зсуву $\tau = f(\gamma)$ (графік залежності між дотичним напруженням і відносним зсувом).

Для пластичних матеріалів діаграма зсуву аналогічна діаграмі розтягу.

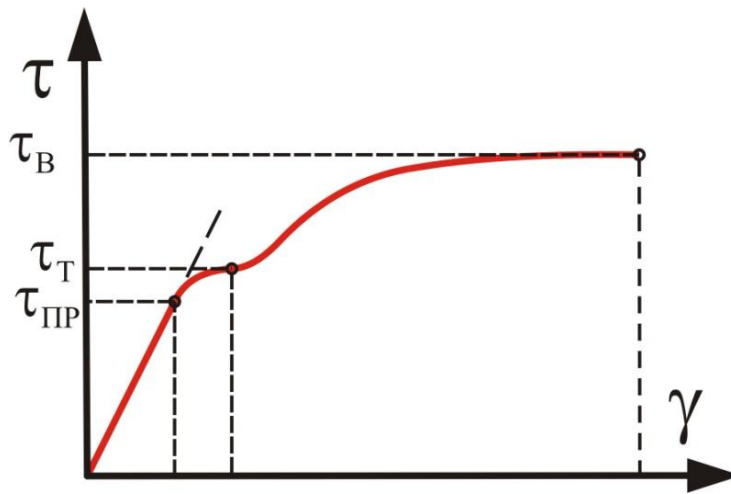


Рисунок 9.5 - Діаграма зсуву.

При розгляді деформації зразка в межах пружності видно лінійні залежності між відносним зсувом γ і дотичним напруженням - закон Гука при зсуві:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (9.10)$$

де G - коефіцієнт пропорційності, який називається *модулем пружності при зсуві* або *модулем пружності другого роду*.

Між величиною модуля пружності E і модулем пружності при зсуві G для одного і того ж матеріалу існує залежність:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (9.11)$$

При значенні коефіцієнта Пуассона $\mu = 0,33 \div 0,25$ отримаємо :

$$G = (0,375 \div 0,4)E$$

Уявимо собі брус, який навантажено впоперек до вісі парою сил F з безкінечно малим плечем (рисунок 9.6).

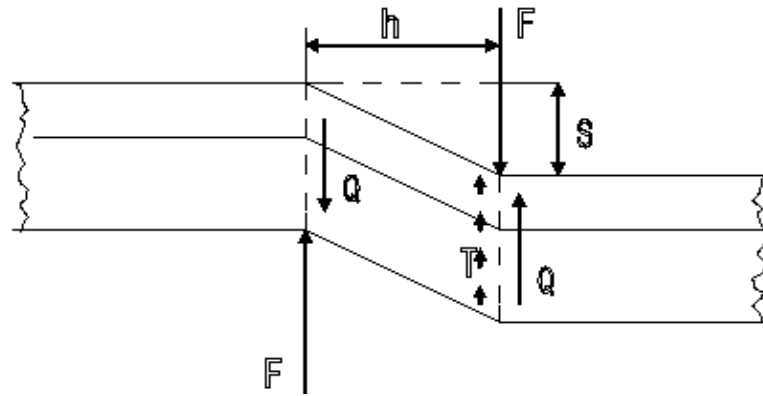


Рисунок 9.6 - Зсув.

В поперечному перерізі виникає тільки один внутрішній силовий фактор поперечна (перерізуюча) сила Q і діють тільки дотичні напруження τ . Вважають, що дотичні напруження розподілені по поперечному перерізу *рівномірно*. При цьому дотичне напруження визначають за формулою:

$$\tau = \frac{Q}{A} \quad (9.12)$$

де A - площа поперечного перерізу.

Під дією зовнішньої сили F частина бруса зсувається на величину ΔS . Експериментально встановлено, що до певної величини сили Q між нею і абсолютним зсувом ΔS існує лінійна залежність, яка виражається формулою *закону Гука для зсуву*:

$$\Delta S = \frac{Q \cdot h}{G \cdot A} \quad (9.13)$$

де

h – відстань між площинами зсуву;

A – площа однієї грані.

Враховуючи, що $Q = \tau \cdot A$; а також беручи до уваги малість деформацій, будемо мати:

$$\frac{\Delta S}{h} = \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma \quad (9.14)$$

Тоді формулі закону Гука для зсуву можна надати такого вигляду:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (9.15)$$

Звернемо увагу на те, що будова формули повністю аналогічна будові формули закону Гука при дії поздовжньої сили.

9.3 Енергія деформації при чистому зсуві.

При деформації зсуву у тілі накопичується потенціальна енергія, величина якої може бути визначена подібно до того, як вона визначається при дії поздовжньої сили, тобто як площа трикутника діаграми $Q-\Delta S$.

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta S \quad (9.16)$$

Відносячи цю енергію до одиниці об'єму тіла, одержимо питому потенціальну енергію деформації зсуву

$$u = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q \cdot \Delta S}{A \cdot h} = \frac{\tau \cdot \gamma}{2} \quad (9.17)$$

Використовуючи формулу закону Гука, цю енергію можна виразити гак:

$$u = \frac{\tau^2}{2G} \quad (9.18)$$

Зауважимо, що при чистому зсуві об'єм елементарного кубика матеріалу не змінюється.

Тест для самоперевірки

1	Зсув – це такий вид деформації, при якому зовнішні сили:	діють назустріч одна одній вздовж осі стержня	
		діють назустріч одна одній паралельно осі стержня на відстані h	
		діють назустріч одна одній паралельно осі стержня на незначній відстані	
2	При зсуві в поперечному перерізі стержня виникають :	нормальні напруження	
		нормальні і дотичні напруження	
		дотичні напруження	
3	Напруження що виникають при зсуві не залежать:	від площі перерізу стержня	
		від відстані між прикладеними зовнішніми силами	
		від величини прикладених зовнішніх сил	
4	Закон Гука при зсуві записується у вигляді:	$\sigma = E \cdot \varepsilon$	
		$\varepsilon = \mu \cdot \varepsilon'$	
		$\tau = G \cdot \gamma$	
5	Модуль Юнга і модуль пружності при зсуві пов'язані формулою:	$C = \frac{E \cdot A}{l}$	
		$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$	
		$E \cdot J_x \cdot v'' = M_x$	
6	Деформація зм'яття виникає:	по всій довжині стержня	
		лише на поверхні стержня	
		на стінках отвору	
7	Напруження зм'яття по площі розподілено:	рівномірно	
		нерівномірно	
		нерівномірно, але в розрахунках приймаємо його рівномірним	
8	При розрахунку міцності на зм'яття враховують властивості	матеріала, міцність якого менша	
		обох матеріалів	
		матеріала, міцність якого більша	
9	Умова міцності при зм'ятті записується у вигляді:	$\frac{4 \cdot P}{\pi \cdot d^2} \leq [\tau]$	
		$\frac{P}{\delta \cdot d} \leq [\sigma]$	
		$2 \frac{P}{A} \leq [\sigma]$	
10	Для конструкційних сталей співвідношення між G та E складає:	$G = (0,1 \dots 0,3) E$	
		$G = (0,375 \dots 0,4) E$	
		$G = (0,5 \dots 0,55) E$	

РОЗДІЛ 10

КРУЧЕННЯ.

10.1. Напруження і деформація при крученні.

10.2. Епюри крутних моментів.

10.3. Енергія деформації при крученні.

10.1 Напруження і деформація при крученні.

Кручення - це такий вид деформації бруса, при якому в його поперечних перерізах виникає тільки один внутрішній силовий фактор - **крутний момент** $M_{кр}$.

Деформація кручення виникає при навантаженні бруса парами сил, площини дії яких перпендикулярні до його поздовжньої осі. Моменти цих зовнішніх сил називають **моментами закручування**.

Методами опору матеріалів задача по визначенню напружень і переміщень при крученні вирішується тільки для стержня круглого суцільного чи кільцевого поперечного перерізу. При крученні стержня в його поперечних перерізах виникають тільки дотичні напруження:

$$\tau_{кр} = \frac{M_{кр} \cdot \rho}{J_p}, \quad (10.1)$$

де

ρ – радіус точки, в якій визначається напруження;

J_p – полярний момент інерції поперечного перерізу стержня.

З формули (10.1) випливає, що величина дотичних напружень змінюється прямо пропорційно відстані від осі симетрії перерізу (рисунок 10.1).

При $\rho = r$ (r – радіус перерізу стержня) одержуємо:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр} \cdot r}{J_p}.$$

Величину J_p/r називають **полярним моментом опору** і позначають W_p .

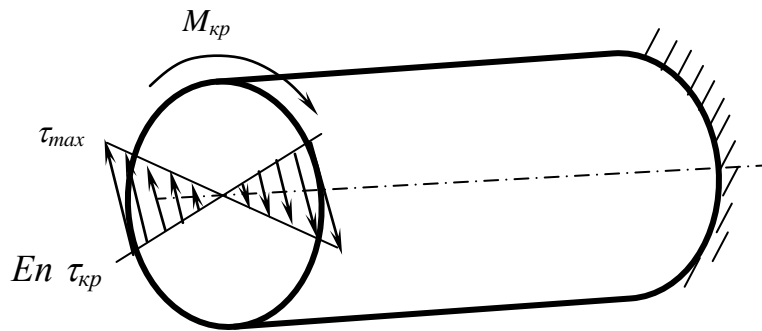


Рисунок 10.1 - Епюра розподілу дотичних напружень при крученні.

Таким чином:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p}. \quad (10.2)$$

Для кола

$$W_p \approx 0,2 d^3; \quad (10.3)$$

для кільця

$$W_p = 0,2 d^3 \left[1 - \left(\frac{d_o}{d} \right)^4 \right]. \quad (10.4)$$

Під дією крутних моментів, стержень закручується на кут φ .

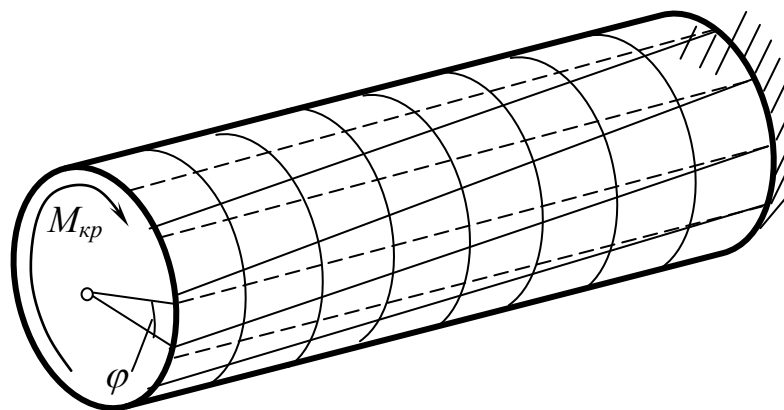


Рисунок 10.2 - Деформація стержня при крученні.

Кут закручування визначається за формулою:

$$\varphi = \frac{M_{кр} \cdot l}{G \cdot J_p}, \quad (10.5)$$

де l – довжина ділянки стержня, де діє $M_{кр}$;

G – модуль зсуву.

Міцність стержня, що працює на кручення, вважають забезпеченою, якщо найбільші дотичні напруження не перевищують допустимих:

$$\tau_{\max} \leq [\tau] \quad (10.6)$$

або:

$$\frac{M_{кр}}{W_p} \leq [\tau]. \quad (10.7)$$

Допустиме дотичне напруження $[\tau]$ дорівнює:

$$[\tau] = \frac{\tau_T}{[n]} \text{ – для пластичних матеріалів;}$$

$$[\tau] = \frac{\tau_B}{[n]} \text{ – для крихких матеріалів.}$$

τ_T і τ_B – границі текучості і міцності при крученні (механічні характеристики матеріалів).

При відсутності експериментальних даних по τ_T і τ_B при розрахунках приймають:

$$[\tau] \approx 0,6[\sigma]_p \text{ – для сталі;}$$

$$[\tau] \approx (1,0 - 1,2)[\sigma]_p \text{ – для чавуну.}$$

Крім розрахунків на міцність при крученні проводять розрахунок на жорсткість. При цьому повинна виконуватися умова:

$$\varphi_0 = \frac{M_{кр}}{G \cdot J_p} \leq [\varphi_0] \quad (10.8)$$

де

φ_0 – відносний кут закручування (кут закручування одиниці довжини);

$[\varphi_0]$ – допустимий відносний кут закручування орієнтовно
 $[\varphi_0] = (4,4 \div 17,5) \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}$.

10.2 Епюри крутних моментів.

Задачі розрахунку на міцність стержня круглого та кільцевого перерізів при його крученні розв'язуються у випадках перевірки міцності деталей машин, що передають крутні моменти, тобто, здебільшого валів. Розрахунок є проектним, тобто результатом розв'язку задачі є визначення діаметру поперечного перерізу стержня. Крім розрахунку на міцність виконується розрахунок крутної деформації – кута закручування між опорами.

Стержень знаходиться в рівновазі, якщо алгебраїчна сума всіх моментів закручування дорівнює нулю. Під рівновагою також розуміється рівномірне обертання.

Розглянемо стержень, навантажений моментами закручування (див. рисунок 10.3).

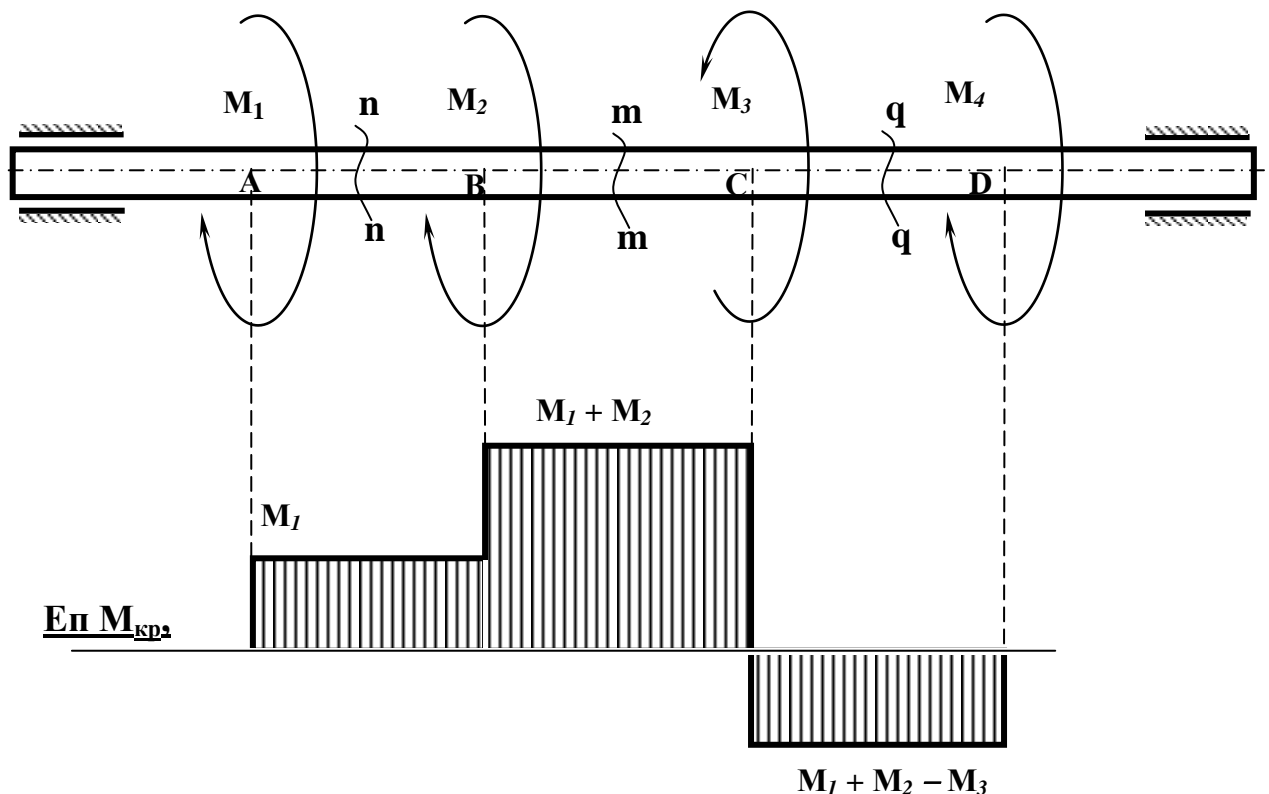


Рисунок 10.3 - Епюра крутних моментів.

Умова збереження рівноваги для всього стержня має вигляд:

$$M_1 + M_2 - M_3 + M_4 = 0. \quad (10.9)$$

Крутний момент у довільному перерізі стержня визначається методом перерізів; він чисельно дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх моментів закручування, які прикладені до залишеної частини стержня, і має зворотний напрямок. Графік, що показує закон зміни крутних моментів по довжині стержня, називається **епюрою крутних моментів**. Побудуємо епюру крутних моментів для розглянутого стержня.

Проведемо переріз $n - n$ і відкинемо праву частину (див. рис. 10.4.).

Згідно з умовою рівноваги запишемо:

$$M^{AB}_{кр} = M_1.$$

Побудуємо епюру крутних моментів на ділянці AB у вигляді горизонтальної прямої лінії.

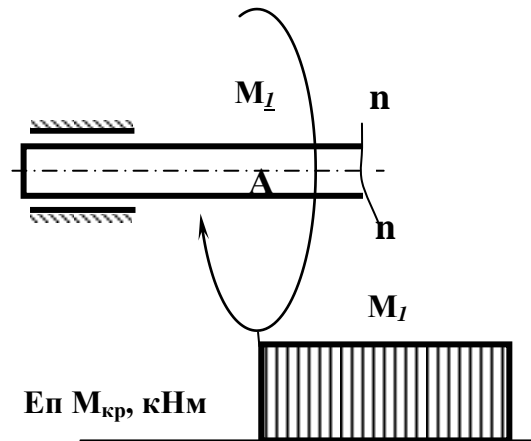


Рис. 10.4.

Проведемо переріз $t - t$ і відкинемо праву частину (див. рисунок 10.5.).

Згідно з умовою рівноваги запишемо: $M^{BC}_{кр} = M_1 + M_2$.

Побудуємо епюру крутних моментів на ділянці BC у вигляді горизонтальної прямої лінії (див. рисунок 10.5.).

Проведемо переріз $q - q$ і відкинемо праву частину (див. рисунок 10.6.).

Згідно з умовою рівноваги запишемо:

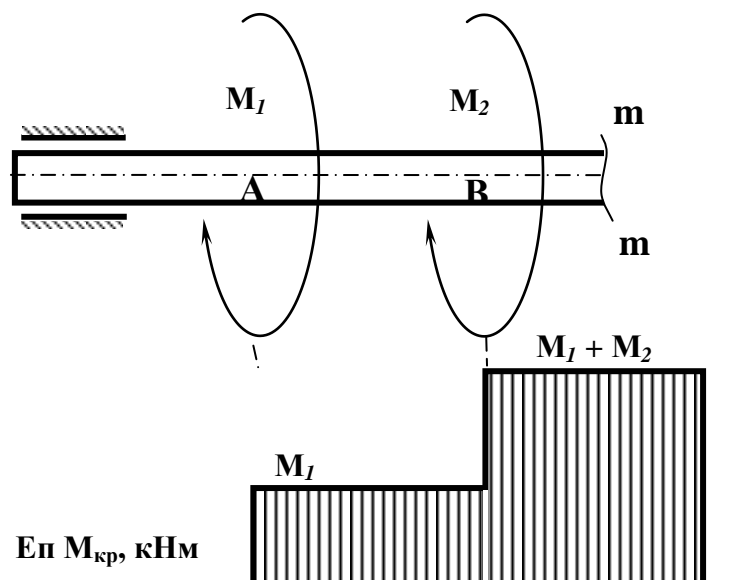


Рис. 10.5.

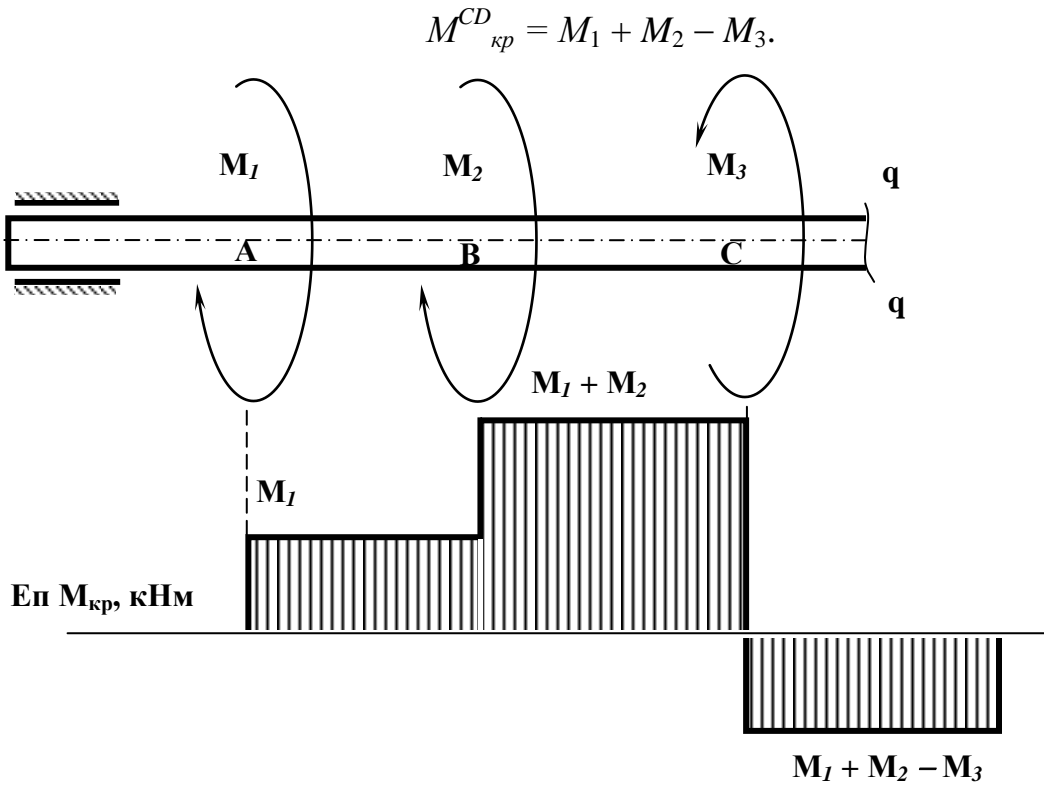


Рисунок 10.6 - Епюра крутних моментів.

Побудуємо епюру крутних моментів на ділянці CD у вигляді горизонтальної прямої лінії (див. рис. 10.6).

Правильно побудована епюра має такі ознаки:

1. Епюра має вигляд горизонтальних прямих ліній.
2. Значення епюри на кінцях стержня дорівнюють прикладеним там моментам.
3. В місцях прикладення моменту епюра відчуває скачок на величину прикладеного моменту.

10.3 Енергія деформації при крученні.

Величина потенціальної енергії деформації кручення визначається, подібно до потенціальної енергії деформації осьової сили і зсуву, як площа трикутника діаграми закону Гука при крученні:

$$U = \frac{1}{2} \cdot M_{кр} \cdot \varphi \quad (10.10)$$

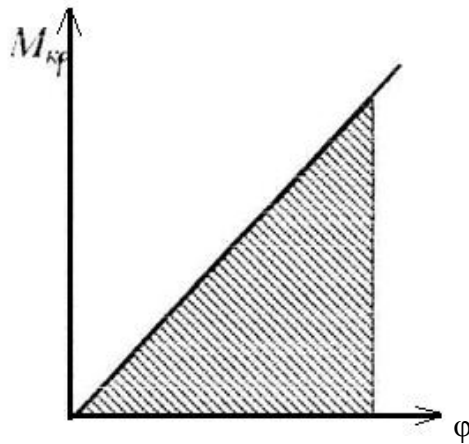


Рисунок 10.7 - Закон Гука при крученні.

Підставляючи в останню формулу значення кута закручування, можна величину потенціальної енергії деформації при крученні круглого стержня довжиною l виразити так :

$$U = \frac{M_{кр}^2 \cdot l}{2G \cdot J_p} \quad (10.11)$$

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповідей	Код
1	Який вид деформації називається крученням? Це такий вид деформації, при якому в поперечному перерізі стержня:	виникає тільки крутний момент	
		виникають крутний момент і поздовжня сила	
		виникають крутний момент і поперечні сила	
2	За яким методом визначаються внутрішні зусилля при крученні:	за методом Мора	
		за методом Ейлера	
		за методом перерізів	
3	Яка формула описує закон Гука при крученні:	$\sigma = E \cdot \varepsilon$	
		$\tau = G \cdot \gamma$	
		$\tau = E \cdot \gamma$	
4	Повний кут закручування круглого стержня сталого поперечного перерізу можна визначити за формулою:	$\varphi = \frac{M \cdot l^2}{E \cdot J_p}$	
		$\varphi = \frac{M \cdot l^2}{G \cdot J_p}$	
		$\varphi = \frac{M \cdot l}{G \cdot J_p}$	
5	Які напруження діють у поперечному перерізі стержня при чистому крученні?	σ	
		τ	
		σ і τ	
6	Як розподляються напруження в поперечному перерізі?	не змінюються	
		змінюються за лінійним законом	
		змінюються за параболічним законом	
7	Який напружений стан виникає у довільній точці скрученого стержня круглого перерізу?	лінійний	
		плоский	
		об'ємний	
8	Міцність стержня круглого перерізу визначається за формулою:	$\frac{M_{\max}}{J_p} \leq [\tau]$	
		$\frac{M_{\max}}{W_p} \leq [\tau]$	
		$\frac{M_{\max}}{J_p} \leq [\sigma]$	
9	Які перерізи закрученого стержня вважають найбільш небезпечними?	де діє максимальний зовнішній момент	
		де діє максимальний крутний момент	
		де діють максимальні дотичні напруження	
10	В якій точці перерізу виникають найбільші напруження при чистому крученні?	в центрі перерізу	
		біля поверхні стержня	
		на відстані половини радіусу від центру перерізу	

РОЗДІЛ 11

ЗГИН.

- 11.1. Основні поняття про згин.
- 11.2. Нормальне та дотичне напруження.
- 11.3. Формула Журавського.
- 11.4. Епюри поперечних сил і згинаючих моментів

11.1 Основні поняття про згин.

Задачі розрахунку на міцність стержневих елементів конструкцій, що згинаються, є типовими для багатьох галузей будівництва та машинобудування. Деформація згину є однією з найпоширеніших.

Згин – це такий вид деформації стержня, при якому в його поперечних перерізах виникають згинальні моменти. Коли одночасно зі згинальними моментами виникають поперечні сили, то згин називають **поперечним**. Якщо поперечні сили відсутні, то згин називають **чистим**.

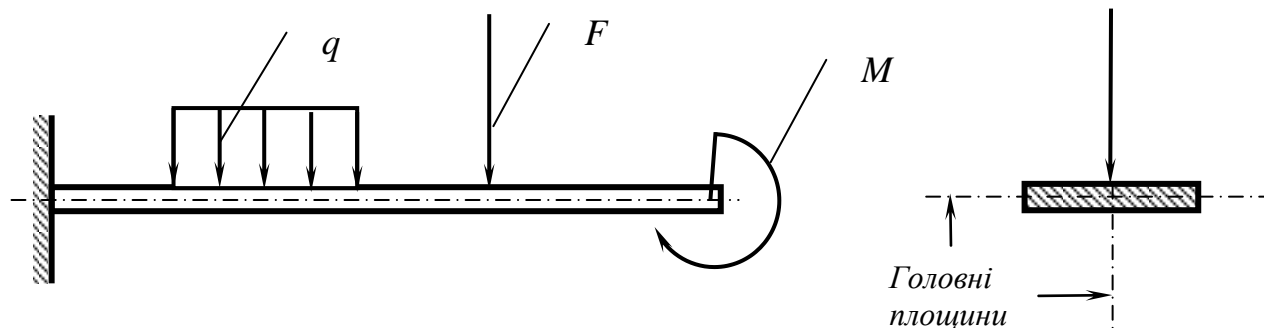


Рисунок 11.1 - Прямий згин стержня (силова площина збігається з головною площиною),

де F – зосереджена сила; q – інтенсивність розподіленого навантаження;
 M – зосереджений момент зовнішніх сил

Якщо всі зовнішні навантаження лежать в одній площині (сіловій), то згин називають **плоским**.

Головними площинами стержня називають площини, що проходять через головні центральні вісі поперечного перерізу. Якщо силова площина збігається з головними площинами, то має місце **прямий згин** стержня. При прямому згині деформація відбувається в силівій площині. У цій площині буде лежати вісь зігнутого стержня. Якщо силова площина не збігається з головними площинами, то згин називають **косим**.

Для визначення внутрішніх силових факторів, що діють у брусі, застосуємо до стержня, показаного на рисунку 11.1., метод перерізів (рис. 11.2).

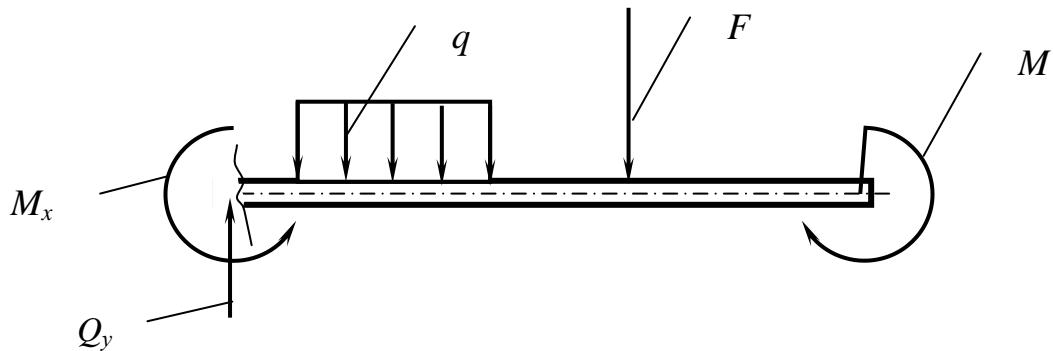


Рисунок 11.2 - Визначення внутрішніх силових факторів методом перерізу

Проведемо переріз і відкинемо одну з частин бруса. Якщо розглядати умови рівноваги частини, що залишилася, то в перерізі при прямому згині повинні діяти два внутрішніх силових фактори – поперечна сила Q_y та згинальний момент M_x .

При згині стержень деформується так, що одна частина його волокон розтягується, а інша – стискується. На межі між областями розтягу і стиску є волокна, що лише згинаються. Ці волокна називаються **нейтральними**. Сукупність волокон, які не змінюють своєї довжини, називається **нейтральним шаром**. Кожний поперечний переріз балки перетинається з нейтральним шаром по прямій, яка називається **нейтральною лінією перерізу**.

Поперечна сила Q_y і згинальний момент M_x визначаються за формулами:

$$Q_y = \int_A \tau_{zy} dA, \quad (11.1)$$

$$M_x = \int_A \sigma_z \cdot y \, dA. \quad (11.2)$$

Отже, у поперечному перерізі діють нормальні σ_z і дотичні τ_{zy} напруження.

Поперечною силою Q_y називається рівнодійна внутрішніх дотичних сил. Сила Q_y у будь-якому поперечному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі всіх зовнішніх поперечних сил, що діють на частину бруса, що залишилася, і має протилежний знак.

Згинальним моментом M_x називається сумарний момент внутрішніх нормальних сил, узятий відносно нейтральної осі перерізу. Момент M_x у будь-якому поперечному перерізі чисельно дорівнює алгебраїчній сумі моментів від усіх зовнішніх навантажень відносно перетину, які діють на частину бруса, що залишилася, і має протилежний знак.

Таким чином, по відомих зовнішніх навантаженнях, використовуючи метод перерізу, визначають поперечну силу і згинальний момент, а потім знаходять нормальні і дотичні напруження.

Стержень, що працює на прямий згин, називають **балкою**. Для проведення розрахунків реальну балку заміняють розрахунковою схемою, у якій балку зображують лінією. Вважається, що ця лінія проходить через центри ваги поперечних перерізів.

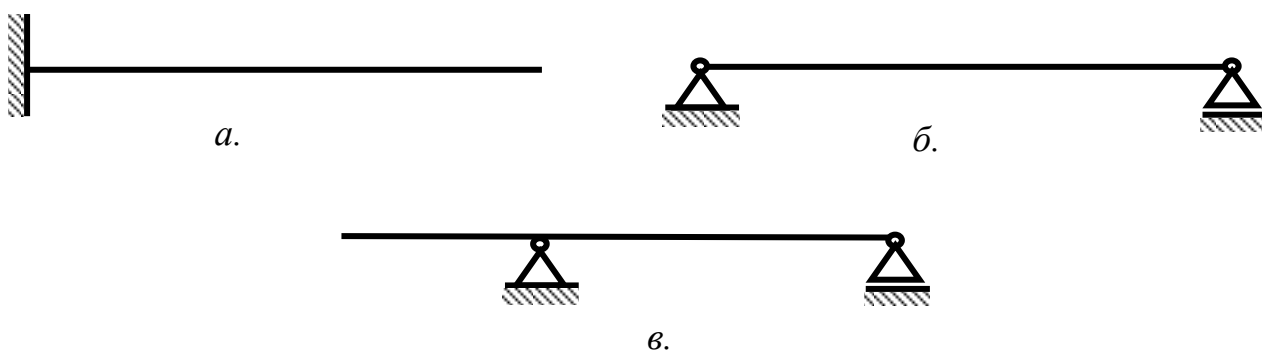


Рисунок 11.3 - Приклади розрахункових схем балок:

a – консольна балка (консоль); $б$ – двохопорна балка; $в$ – двохопорна балка із однією консоллю.

Методом перерізу обчислюють Q_y і M_x . Для наочного представлення характеру розподілу внутрішніх силових факторів (Q_y , M_x) по довжині балки і для визначення небезпечних перерізів у балці будують графіки – **епюри поперечних сил і згинальних моментів**. Їх будують під розрахунковою схемою.

Правила знаків при побудові епюр поперечних сил і згинальних моментів (рис. 11.4):

- поперечна сила вважається додатньою, якщо вона намагається повернути частину балки, що розглядається за годинниковою стрілкою;
- момент вважається додатнім, якщо деформація балки відбувається опуклістю вниз.

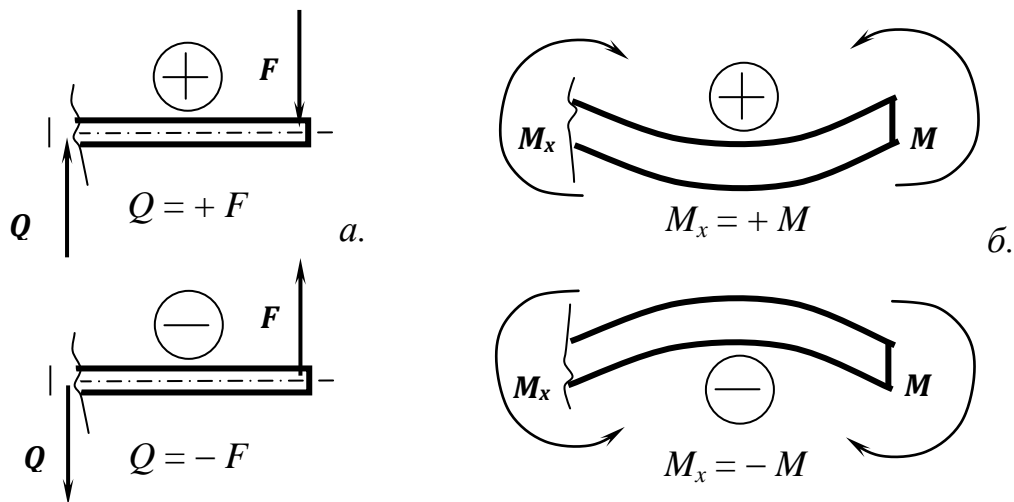


Рисунок 11.4. Правила знаків при згині:

a – для поперечної сили; *б* – для згинального моменту.

11.2 Нормальне та дотичне напруження.

Визначимо величину нормальних напружень, що виникають при чистому згині бруса.

Якщо до двохопорної балки прикласти однакові пари сил \mathbf{M} (рисунок 11.5,а), то в довільних перерізах такої балки $\mathbf{Q}=0$, а $\mathbf{M}=\text{const}$.

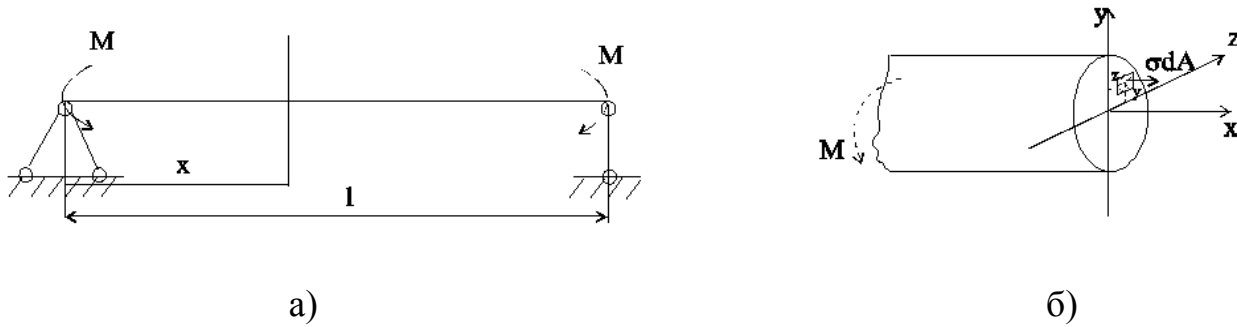


Рис.11.5 Балка під дією двох моментів.

Виділимо в поперечному перерізі балки x елементарну площадку dA , на яку діє нормальне зусилля σdA (рисунок 11.5,б), тобто розглянемо статичну сторону задачі. Із шести рівнянь рівноваги залишається тільки три:

$$\int_A \sigma_x dA = 0; \quad \int_A \sigma_y dA = 0; \quad \int_A \sigma_z dA = M. \quad (11.3)$$

Останнє рівняння дає інтегральний зв'язок між нормальним напруженням σ у перерізі балки і прикладеним до неї моментом.

Розглядаючи геометричний бік задачі, одержимо

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho}, \quad (11.4)$$

де y – координата точки перерізу, ρ - кривизна нейтральної лінії, ε - лінійна деформація.

Закон Гука буде виражати фізичний бік задачі

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}. \quad (11.5)$$

Сумісно розв'язуючи систему рівнянь (11.3), (11.4) і (11.5) матимемо:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_z} \text{ (закон Гука при згині);} \quad (11.6)$$

$$\sigma = \frac{My}{I_z} \text{ (нормальне напруження при чистому згині).}$$

Тут EI_z – жорсткість при згині.

Екстремальні нормальні напруження при згині балки виникають у крайніх точках її перерізу, найбільш віддалених від нейтральної осі:

$$\sigma_{\max} = \frac{My_{\max}}{I_z}. \quad (11.7)$$

Величина $\frac{I_z}{y_{\max}} = W_z$ (*осьовий момент опору перерізу балки при згині*).

Тоді

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W_z}. \quad (11.8)$$

При чистому згині підтверджується гіпотеза плоских перерізів, і тому одержані результати (11.8) є точними з точки зору теорії пружності.

Ми розглянули нормальні напруження, що виникають при чистому та поперечному згині балки. Далі ми розглянемо дотичні напруження, які виникають лише при поперечному згині. Виявляється, що у переважній більшості випадків дотичні напруження грають другорядну роль, і міцність балки залежить, в першу чергу, від величини максимальних нормальних напружень, що виникають у її небезпечному перерізі.

При розрахунках на міцність методом допустимих напружень вважають, що міцність балки буде забезпечена, коли задовольняється умова $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$.

Підставляючи σ_{\max} за формулою (11.8), одержимо умову міцності балки з перерізом, симетричним відносно нейтральної осі:

$$\frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma]. \quad (11.9)$$

З цієї умови випливає формула для підбору поперечного перерізу такої балки

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]}. \quad (11.10)$$

За одержаним значенням осьового моменту опору підбираємо відповідний стандартний профіль.

Для перерізів, несиметричних відносно нейтральної осі, визначається менший з двох моментів опору перерізу. У випадку балок, виготовлених з

матеріалів, що неоднаково працюють на розтяг і стиск, перевірку міцності треба вести окремо для розтягнутих і стиснутих волокон.

Дотичні напруження при згині. При поперечному згині бруса в його перерізах, крім згинального моменту, діє поперечна сила, що намагається зсунути переріз один відносно одного. У цьому випадку, крім нормальних напружень від згинального моменту, у перерізах бруса виникають дотичні напруження. На основі закону парності дотичних напружень останні виникають і в поздовжніх перерізах бруса. Виникнення дотичних напружень супроводжується появою кутових деформацій зсуву. Внаслідок цього поперечні перерізи бруса при згині його не залишаються плоскими. Однак, як показали теоретичні та експериментальні дослідження поперечного згину, викривлення поперечних перерізів істотно не впливають на величину нормальних напружень. Тому при поперечному згині користуються формулами, одержаними для чистого згину.

З розглянутого нами характеру розподілу напружень по поперечному перерізу бруса випливає, що максимальні нормальні напруження мають місце в точках, найбільш віддалених від нейтральної осі, а дотичні напруження діють на нейтральній осі. Таким чином, будь-яка точка перерізу може бути небезпечна, або по перевищенню $[\sigma]$ або по перевищенню $[\tau]$. Як правило, оцінку міцності балки проводять роздільно по перевищенню $[\sigma]$ і $[\tau]$.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{J_z} y_{\max} \leq [\sigma]. \quad (11.11)$$

$[\sigma]$ – допустиме напруження на розтяг (стиск). Для пластичних матеріалів $[\sigma_p] \approx [\sigma_c]$.

Таким чином,

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_z} \leq [\sigma]. \quad (11.12)$$

Для кола осьовий момент опору визначається за формулою:

$$W_z \approx 0,1d^3, \quad (11.13)$$

де d – діаметр перерізу.

Для прямокутника момент опору визначається за формулою:

$$W_z = \frac{bh^2}{6}, \quad (11.14)$$

де b – ширина перерізу, h – висота перерізу.

11.3 Формула Журавського.

Введемо два припущення про характер розподілу дотичних напружень у поперечному перерізі прямокутної балки з відношенням $\frac{h}{b} > 2$:

дотичні напруження – τ скрізь паралельні поперечній силі Q ;

в усіх точках перерізу на даному рівні ($y=\text{const}$) τ однакові (тобто τ постійні по ширині і залежать тільки від відстані точки до центральної лінії).

Формула для визначення дотичних напружень при поперечному згині отримана Д.І.Журавським у вигляді

$$\tau = \frac{QS_{\text{відр}}}{bJ}, \quad (11.15)$$

де $S_{\text{відр}}$ – статичний момент відрізаної площі перерізу відносно точок з ординатою y ; b – ширина поперечного перерізу балки в точках з ординатою y , для яких визначається дотичне напруження τ ; J – осьовий момент інерції перерізу; Q – поперечна сила у перерізі.

Формула Журавського підтверджується для вузького прямокутного перерізу точним розв'язком теорії пружності. Однак її застосовують також до перерізів іншої форми, якщо можна припустити, що дотичні напруження розподіляються рівномірно вздовж деякої лінії, проведеної у перерізі.

Слід застосовувати формулу Журавського для визначення дотичних напружень і побудови їх епюр для деяких форм поперечних перерізів: прямокутного, круглого, двотаврового.

Максимальні дотичні напруження не повинні перевищувати допустимої величини $[\tau]$.

11.4 Епюри поперечних сил і згинаючих моментів.

Розглянемо балку, на яку діють різні зовнішні силові фактори (рисунок 11.6).

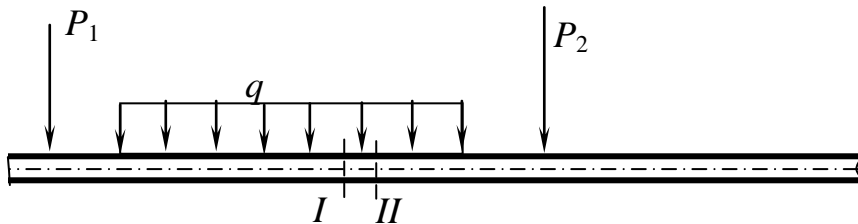


Рисунок 11.6 - Балка, на яку діють зовнішні силові фактори.

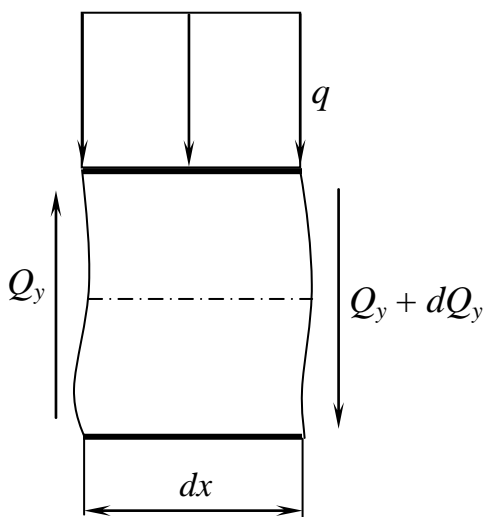


Рис. 11.7.

Двома перерізами I і II виділимо з балки нескінченно малий елемент. На нього будуть діяти зовнішні і внутрішні силові фактори.

Складемо проекцію всіх сил на вертикальну вісь:

$$Q_y + q \cdot dx - (Q_y + dQ_y) = 0. \quad (11.16)$$

Тоді:

$$\frac{dQ_y}{dx} = q. \quad (11.17)$$

Таким чином, похідна від поперечної сили по довжині балки дорівнює інтенсивності розподіленого навантаження.

Якщо скласти суму моментів для виділеного елемента відносно точки K , можна одержати:

$$\frac{dM_z}{dx} = Q_y. \quad (11.18)$$

Таким чином, похідна від згинального моменту по довжині балки дорівнює поперечній силі.

Поєднуючи залежності (11.17) і (11.18), можна одержати

$$\frac{d^2 M_z}{dx^2} = q. \quad (11.19)$$

Таким чином, інтенсивність розподіленого навантаження дорівнює другій похідній від згинального моменту по довжині балки.

Отримані диференціальні залежності допомагають будувати і контролювати правильність побудови епюр поперечних сил і згинальних моментів.

Епюри внутрішніх силових факторів будуються у такій послідовності:

1. Креслиться розрахункова схема балки, на якій позначаються значення зовнішніх зусиль та геометричні розміри.

2. На схемі позначаються напрямки реакцій опор та характерні точки. Характерні точки знаходяться в місцях прикладення зусиль і по краях балки.

3. Визначаються значення реакцій опор. Ця процедура необхідна для всіх балок окрім консольної, для неї реакції жорсткого защемлення визначати не обов'язково. Визначені реакції перевіряються за додатково складеним рівнянням рівноваги. Якщо перевірка збігається, значення реакцій позначаються на розрахунковій схемі.

4. Балка розбивається на ділянки між характерними точками і з кожної характерної точки опускається характерна лінія.

5. Почергово розглядаючи кожну ділянку застосовуючи для неї метод перерізів і враховуючи правило знаків, виводиться закон розподілу поперечних сил. Визначаються значення по краях ділянки і будується епюра поперечних сил. Епюра перевіряється за поданими нижче *ознаками правильної побудованої епюри поперечних сил.*

6. Почергово розглядаючи кожну ділянку, застосовуючи для неї метод перерізів і враховуючи правило знаків, виводиться закон розподілу згинального моменту. Визначаються значення по краях ділянки і будується епюра згинальних

моментів. Епюра перевіряється за поданими нижче *ознаками правильної побудованої епюри згинальних моментів*.

7. Побудовані епюри перевіряються на виконання диференціальної залежності між розподілом поперечних сил та розподілом згинальних моментів. Якщо всі перевірки збігаються, можна вважати епюри побудованими правильно.

Правильно побудована епюра поперечних сил має такі ознаки:

1. На ділянках, де прикладені тільки зосереджені моменти, епюра поперечних сил дорівнює нулю.

2. В місцях, де прикладені зосереджені моменти, епюра поперечних сил не змінює свій характер.

3. На ділянках, де прикладені тільки зосереджені сили, епюра поперечних сил має вигляд горизонтальної прямої лінії.

4. В місцях, де прикладені зосереджені сили, епюра поперечних сил зазнає перепаду на величину прикладеної зосередженої сили.

5. На ділянках, де прикладене рівномірно розподілене навантаження, епюра поперечних сил має вигляд похилої прямої лінії.

6. В місцях, де рівномірно розподілене навантаження змінює інтенсивність, епюра поперечних сил зазнає перелом.

7. По краях балки епюра поперечних сил має значення прикладених до них зосереджених сил. Якщо зосереджені сили не прикладені, епюра по краях балки повинна мати нульові значення.

Правильно побудована епюра згинальних моментів має такі ознаки:

1. На ділянках, де прикладені тільки зосереджені пари сил, епюра згинальних моментів має вигляд прямої горизонтальної лінії.

2. В місцях, де прикладені зосереджені пари сил, епюра згинальних моментів зазнає перепаду на величину прикладеної зосередженої пари сил.

3. На ділянках, де прикладені тільки зосереджені сили, епюра згинальних моментів має вигляд похилої прямої лінії.

4. В місцях, де прикладені зосереджені сили, еюра згинальних моментів зазнає перелому.

5. На ділянках, де прикладене рівномірно розподілене навантаження, еюра згинальних моментів має вигляд квадратичної параболи, що випукла назустріч дії рівномірно розподіленого навантаження.

6. По краях балки еюра згинальних моментів має значення прикладених до них зосереджених пар сил. Якщо зосереджені пари сил не прикладені, еюра згинальних моментів по краях балки повинна мати нульові значення.

7. В місцях, де знаходиться шарнір, еюра моментів переходить через ноль.

Диференціальні залежності між еюрами поперечних сил та згинальних моментів.

1. На ділянці, де еюра поперечних сил має додатні значення, еюра згинальних моментів зростає.

2. На ділянці, де еюра поперечних сил має від'ємні значення, еюра згинальних моментів спадає.

3. В місці, де еюра поперечних сил переходить через нуль, змінюючи при цьому знак “мінус” на “плюс”, еюра згинальних моментів має мінімум.

4. В місці, де еюра поперечних сил переходить через нуль, змінюючи при цьому знак “плюс” на “мінус”, еюра згинальних моментів має максимум.

Розглянемо побудову еюр згинаючих моментів і поперечних сил для балок з різним навантаженням.

Нехай консольна балка закріплена одним кінцем жорстко, а на другому кінці прикладена зосереджена сила P (рисунок 11.8). Для консольних балок завжди будемо брати вільний кінець за початок координат.

В даному разі маємо одну ділянку. Для ділянки $0 \leq x \leq \ell$ маємо

$$M(x) = -P \cdot x, \quad (11.20)$$

$$Q(x) = P. \quad (11.21)$$

Значення згинаючого моменту

$$M(0)=0, \quad M(\ell)=-P \cdot \ell.$$

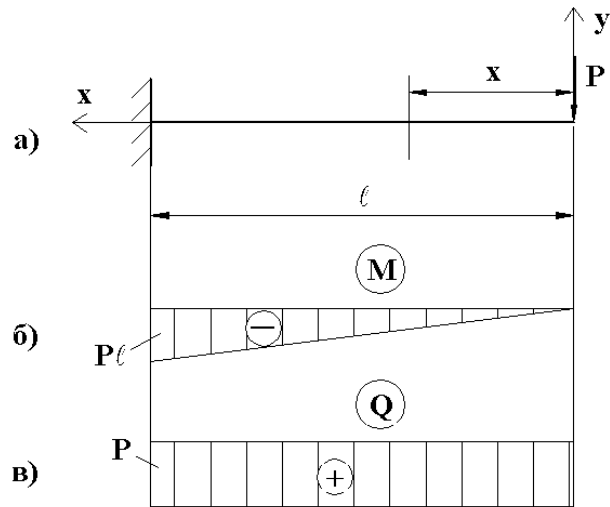
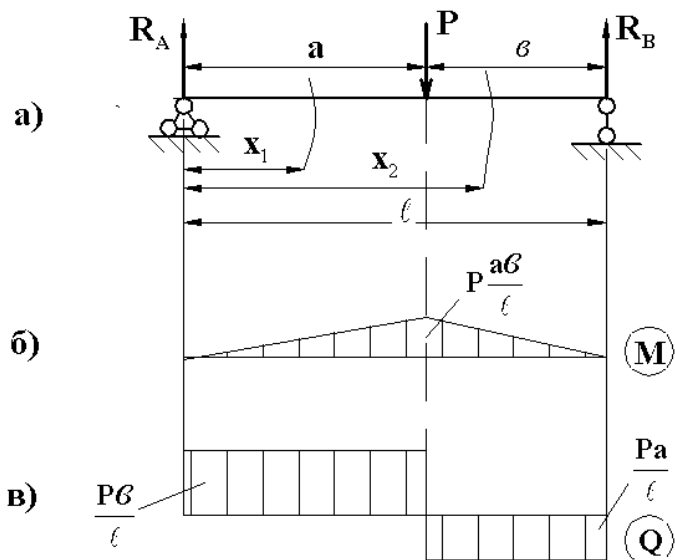


Рисунок 11.8 - Консольна балка навантажена зосередженою силою

Поперечна сила всюди стала і дорівнює P .

Епюри M і Q побудовані на рис.11.8,б і в.

Розглянемо балку на двох опорах, навантажену зосередженою силою P (рис.11.9,а). Спочатку з умов рівноваги визначимо опорні реакції



$$\sum M_A = 0:$$

$$P \cdot a - R_B \cdot \ell = 0,$$

$$R_B = P \cdot \frac{a}{\ell};$$

$$\sum M_B = 0:$$

$$R_B \cdot \ell - P \cdot b = 0,$$

$$R_A = \frac{P \cdot a}{\ell}.$$

Рисунок 11.9 - Балка на двох опорах навантажена зосередженою силою

Сила P розділяє прольот балки на дві ділянки. Для лівої ділянки при $0 \leq x_1 \leq a$ маємо

$$M(x_1) = R_a \cdot x_1 = \frac{Pb}{\ell} x_1, \quad (11.22)$$

$$Q(x_1) = R_a = \frac{Pb}{\ell}. \quad (11.23)$$

Значення згинаючого моменту у характерних точках

$$M(0)=0, \quad M(a) = \frac{P \cdot ab}{\ell}.$$

Для правої ділянки при $a \leq x_2 \leq \ell$

$$M(x_2) = R_a \cdot x_2 - P(x_2 - a),$$

$$Q(x_2) = R_a - P = \frac{Pb}{\ell} - P = -\frac{Pa}{\ell}.$$

Для характерних точок маємо

$$M(a) = \frac{P \cdot ab}{\ell}, \quad M(\ell)=0.$$

За одержаними значеннями Q і M побудовані їх епюри на рис.11.9 б,в. Тут згинаючі моменти змінюються за законами прямої лінії, а поперечні сили є сталими і на відповідних ділянках відрізняються тільки знаком. Ординати епюр Q і M відкладаються від нульових ліній.

Далі розглянемо навантаження інтенсивності q , рівномірно розподілене по довжині прольоту балки (рис.11.10).

Внаслідок симетрії реакції опор будуть рівні між собою $R_A = R_B = \frac{q\ell}{2}$.

Для $0 \leq x \leq \ell$ обчислимо згинаючий момент і поперечну силу

$$M(x) = R_a \cdot x - qx \cdot \frac{x}{2} = \frac{q\ell}{2} \cdot x - \frac{qx^2}{2}, \quad (11.24)$$

$$Q(x) = R_a - q \cdot x = q \frac{\ell}{2} - qx. \quad (11.25)$$

Отже, згинаючий момент змінюється за законом квадратної параболи. Поперечна сила змінюється по довжині балки за законом прямої лінії. Характерні значення поперечної сили

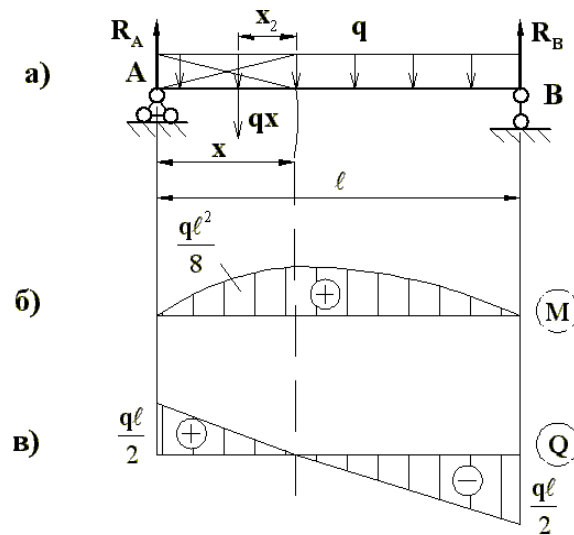


Рисунок 11.10 - Балка на двох опорах навантажена розподіленим навантаженням.

$$Q(0) = \frac{q\ell}{2}, \quad Q(\ell) = -\frac{q\ell}{2}.$$

Для визначення екстремального значення моменту знаходимо похідну від $M(x)$ по абсцисі x перерізу

$$\frac{dM(x)}{dx} = \frac{q\ell}{2} - qx = 0.$$

У перерізі $\bar{x} = \frac{\ell}{2}$, в якому $Q=0$, згинаючий момент має максимальне значення

$$M_{\max} = \frac{q\ell^2}{8}.$$

Епюри M і Q побудовані на рис.11.10 б,в.

Далі запишемо перший і другий інтеграли диференційного рівняння:

$$\frac{d^2M(x)}{dx^2} = \frac{dQ^*(x)}{dx} = \frac{dQ(x)}{dx} + \frac{dm(x)}{dx} = q^*(x).$$

Графічне зображення першого і другого інтегралів дають епюри для поперечних сил (рис.11.10,в) і згинаючих моментів (рис.11.10,б).

Для розглядуваної балки (рис.11.10,а) маємо: $m(x)=0$, тоді $q^*(x)=-q(x)=-q$, $Q^*(x)=Q(x)$, а диференціальне рівняння має вигляд

$$\frac{d^2M(x)}{dx^2} = -q.$$

Перший інтеграл $\frac{dM(x)}{dx} = -qx + C_1 = Q(x)$.

Другий інтеграл $M(x) = -q\frac{x^2}{2} + C_1x + C_2$. Для знаходження довільних сталих будемо мати дві граничні умови: при $x=0$ і при $x=\ell$ момент $M=0$. Враховуючи граничні умови, знаходимо $C_1 = \frac{q\ell}{2}$; $C_2 = 0$.

Тоді $\frac{dM(x)}{dx} = Q(x) = -qx + \frac{q\ell}{2}$;

$$M(x) = -\frac{qx^2}{2} + \frac{q\ell}{2}x.$$

Розглянемо навантаження інтенсивності q , рівномірно розподілене по всій довжині консолі (рис.11.11). Тут маємо одну ділянку, абсциса перерізу змінюється: $0 \leq x \leq \ell$, тобто приймаємо початок осі x на вільному кінці консолі.

Тоді для згинаючого моменту і поперечної сили будемо мати

$$M(x) = -\frac{qx^2}{2}, \quad (11.26)$$

$$Q(x) = qx. \quad (11.27)$$

В даному випадку епюра $M(x)$ буде квадратною параболою, дотичною до осі x в кінці консолі, а $Q(x)$ – прямою. Характерні значення $M(x)$ і $Q(x)$:

$$M(0) = 0, \quad M(\ell) = -\frac{q\ell^2}{2};$$

$$Q(0) = 0, \quad Q(\ell) = q\ell.$$

Епюри M і Q наведено на рисунку 11.11. Знаки M і Q всюди на епюрах не мають фізичного смислу, тому в розрахунках момент і поперечні сили беруть за абсолютними значеннями.

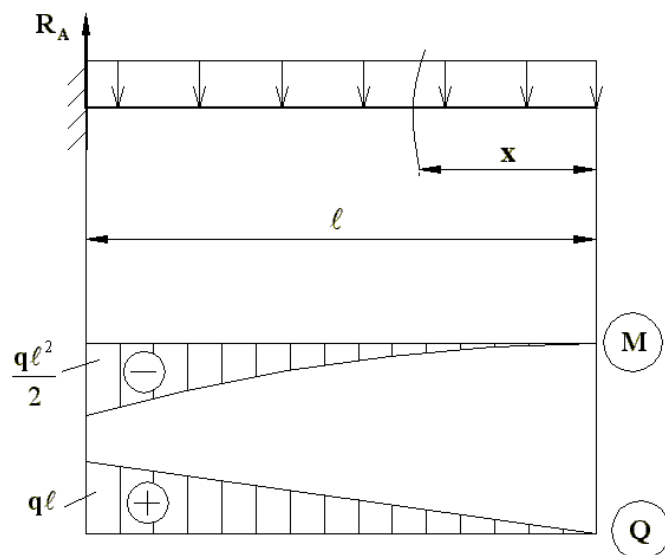


Рисунок 11.11 - Консольна балка навантажена розподіленим навантаженням.

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Чистий згин, це який вид деформації, при якому в поперечному перерізі стержня виникає:	поперечна сила	
		згинаючий момент	
		поздовжня сила	
2	Поперечний згин, це який вид деформації, при якому в поперечному перерізі стержня виникає:	поперечна сила	
		згинаючий момент	
		поперечна сила і згинаючий момент	
3	При плоскому згинанні силова площина і одна з головних площин:	співпадають	
		перпендикулярні	
		складають 45°	
4	Що називають нейтральною лінією перерізу балки:	лінію перетину силової площини з площиною поперечного перерізу балки	
		лінію перетину нейтрального шару з площиною поперечного перерізу	
		лінію перетину силової площини з нейтральним шаром	
5	Що називають нейтральним шаром:	шар балки, який збігається з силовою площиною	
		шар балки який не оримує при згині ні розтягу ні стискання	
		шар балки, в якому не виникають дотичні напруження	
6	Нормальні напруження в поперечному перерізі стержня при чистому згинанні визначаються за формулою:	$\sigma = \frac{M}{J_z} z$	
		$\sigma = \frac{M}{J_p} z$	
		$\sigma = \frac{M}{J_z} y$	
7	Максимальні нормальні напруження у поперечному перерізі виникають:	в точках, що належать нейтральній осі	
		в точках, що найбільш віддалені від нейтральної осі	
		в точках, що найбільш віддалені від силової площини	
8	Яка форма поперечного перерізу балки вважається найбільш раціональною за витратою матеріалу при згині?	кругла	
		двотаврова	
		прямокутна	
9	Який напружений стан балки при чистому згині?	лінійний	
		плоский	
		об'ємний	
10	Формула Журавського описує розподіл:	нормальних напружень	
		дотичних напружень	
		нормальних і дотичних напружень	

РОЗДІЛ 12

ПЕРЕМІЩЕННЯ ПРИ ЗГИНІ.

- 12.1. Диференційне рівняння зігнутої осі балки.
- 12.2. Метод початкових параметрів.
- 12.3. Принцип можливих переміщень.

12.1. Диференційне рівняння зігнутої осі балки.

Елементи машинобудівних і будівельних конструкцій, що працюють на згин, розраховуються не тільки на міцність, але і на жорсткість. Розрахунок на жорсткість полягає у визначенні переміщень поперечних перерізів елементів конструкцій і порівнянні цих переміщень із допустимими.

Розглянемо просту консоль, яка навантажена силою F (рисунок 12.1).

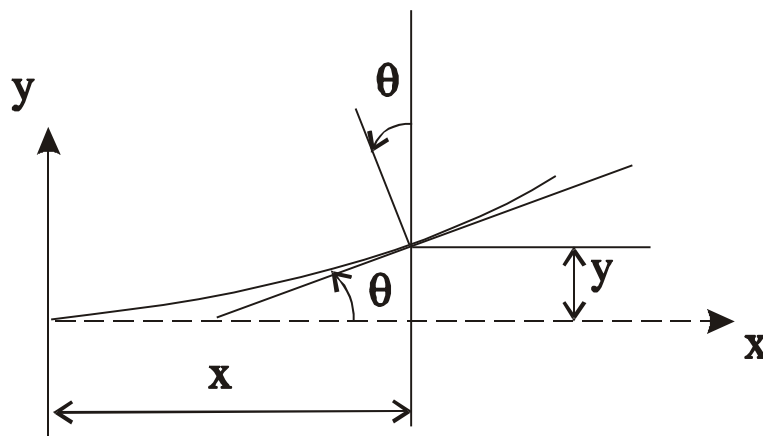


Рисунок 12.1 - Консоль завантажена зосередженою силою.

При деформації консолі центри ваги її поперечних перерізів переміщуються, а самі перерізи повертаються. Допущення про малість переміщень (уведене нами на початку курсу) дозволяє вважати, що напрямки лінійних переміщень перпендикулярні до осі недеформованої балки.

Ці переміщення (v) називають **прогинами**.

Максимальний прогин називають **стрілою прогину**.

Геометричне місце точок центрів ваги перерізів деформованої балки називають **пружною лінією**. Перерізи бруса при деформації повертаються на

кут θ . Відзначимо, що кут між дотичною до пружної лінії і віссю недеформованої балки також дорівнює θ .

Пружну лінію балки можна розглядати як графік деякої функції, що визначається характером навантаження балки, її розмірами і матеріалом. Цю функцію можна записати у виді.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EJ_x} \quad (12.1)$$

З курсу математики відомо що:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dz^2} \quad (12.2)$$

Таким чином:

$$\frac{d^2v}{dz^2} = \frac{M_x}{EJ_x} \quad (12.3)$$

Це рівняння називається *наближеним диференціальним рівнянням лінії*. Для балок постійного поперечного перерізу можна записати:

$$EJ_x \cdot v'' = M_x \quad (12.4)$$

Для визначення кутів повороту перерізів θ рівняння (12.4) необхідно інтегрувати один раз, а для визначення прогинів v – інтегрувати два рази.

$$EJ_x \cdot v' = EJ_x \cdot \text{tg } \theta = \int M_x dz + C_1 \quad (12.5)$$

$$EJ_x \cdot v = \iint (M_x dz) dz + C_1 z + C_2 \quad (12.6)$$

12.2. Метод початкових параметрів.

Якщо підставити в рівняння (12.5) і (12.6) вираз для згинаючого моменту (M_x) і визначити постійні інтегрування C_1 і C_2 , можна одержати аналітичні вирази для прогину і кута повороту будь-якого поперечного перерізу балки. Постійні інтегрування визначаються з граничних (початкових) умов у місцях

закріплення. Тому такий метод визначення прогинів і кутів повороту називається *методом початкових параметрів*. Цей метод застосовується для простих балок із простими зовнішніми навантаженнями. При простих навантаженнях інтегрування стає громіздким.

Розглянемо конкретний приклад (рисунок 12.2):



Рисунок 12.2 - Консоль завантажена зосередженою силою.

Початкові умови $z=l; v' = 0; v = 0$

$$EJ \cdot v'' = -P \cdot z \quad (12.7)$$

$$EJ \cdot v' = -\frac{P \cdot z^2}{2} + C_1 \quad (12.8)$$

$$EJ \cdot v = -\frac{P \cdot z^3}{6} + C_1 \cdot z + C_2 \quad (12.9)$$

$$\text{з (12.8):} \quad 0 = -\frac{P \cdot l^2}{2} + C_1 \Rightarrow C_1 = \frac{P \cdot l^2}{2}$$

$$\text{з (12.9):} \quad 0 = -\frac{P \cdot l^3}{6} + \frac{P \cdot l^3}{2} + C_2 \Rightarrow C_2 = \frac{P \cdot l^3}{6} - \frac{P \cdot l^3}{2} = -\frac{1}{3} P \cdot l^3$$

Максимальний кут повороту θ_{\max} (12.8) при $z=0$

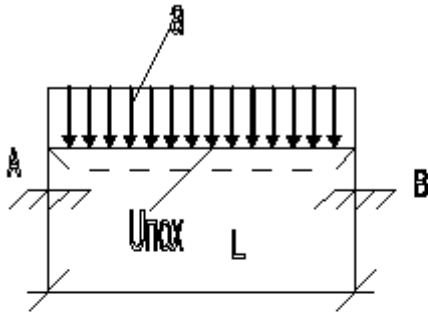
$$\theta_{\max} = \frac{P \cdot l^2}{2EJ}$$

Максимальний прогин v (12.9) при $z=0$

$$v_{\max} = -\frac{P \cdot l^3}{3EJ}$$

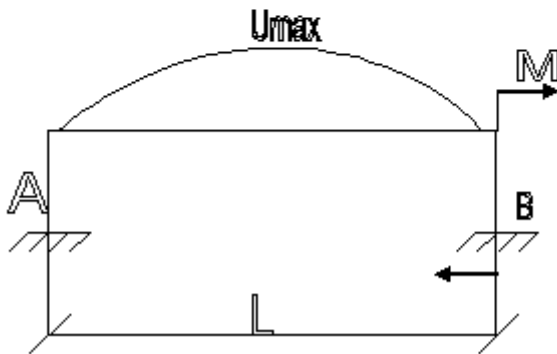
12.3. Принцип можливих переміщень

Максимальні переміщення (тобто максимальні прогини і максимальні кути повороту) перерізів балки для різних простих балок і простих навантажень приводяться в довідковій літературі. Наприклад (рисунок 12.3):



$$\varphi_A = \frac{q \cdot l^3}{24EJ} \quad (12.10)$$

$$v_{\max} = \frac{5q \cdot l^4}{384EJ} \quad (12.11)$$



$$\varphi_A = \frac{M \cdot l}{6EJ} \quad (12.12)$$

$$v_{\max} = \frac{M \cdot l^2}{16EJ} \quad (12.13)$$

Рисунок 12.3 - Приклади прогинів та кутів повороту перерізів.

Для визначення прогинів і кутів повороту перерізів балок при складному навантаженні застосовується принцип незалежності дії сил.

При цьому, складне навантаження розділяється на прості. Для кожного простого навантаження визначаються прогини і кути поворотів перерізів, а потім результати сумуються.

$$v_{\max}^{\Sigma} = v_{\max}(M) + v_{\max}(q) \quad (12.14)$$

$$\varphi_A^{\Sigma} = \varphi_A(M) + \varphi_A(q) \quad (12.15)$$

При розрахунку реальних брусів на жорсткість складають розрахункову схему й обчислюють максимальні прогини і кути повороту перерізів.

Отримані результати порівнюють із допустимими значеннями, які визначаються з експлуатаційних умов надійності і точності конструкції. Таким чином, умови жорсткості:

$$v_{\max} \leq [v] \quad (12.16)$$

$$\varphi_{\max} \leq [\varphi] \quad (12.17)$$

З розглянутого нами характеру розподілу напружень по поперечному перерізі бруса впливає, що максимальні нормальні напруження мають місце в точках найбільш віддалених від нейтральної осі, а дотичні напруження діють на нейтральній осі. Таким чином, будь-яка точка перерізу може бути небезпечна або по перевищенню $[\sigma]$ або по перевищенню $[\tau]$. Як правило, оцінку міцності балки проводять роздільно по перевищенню $[\sigma]$ і $[\tau]$.

Розрахунок балок із пластичних матеріалів.

Для таких балок

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{J_x} y_{\max} \leq [\sigma] \quad (12.18)$$

$[\sigma]$ – допустиме напруження на розтяг (стиск). Для пластичних матеріалів $[\sigma_p] \approx [\sigma_c]$.

Відношення J_x/y_{\max} позначається W_x і називається *моментом опору вигину*.

Таким чином,

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_x} \leq [\sigma] \quad (12.19)$$

Для кола $W_x \approx 0,1d^3$; для прямокутника $W_x = \frac{bh^2}{6}$.

Розрахунок балок з крихких матеріалів.

Як було розглянуто нами раніше, крихкі матеріали мають істотно різні допустимі напруження на стиск і розтяг. Наприклад, для сірого чавуна:

$$[\sigma_p] / [\sigma_c] = 3 - 4,5.$$

Таким чином, оцінки по нормальних допустимих напруженнях необхідно проводити роздільно для розтягнутих і стиснутих зон бруса.

$$\sigma_{p \max} = \frac{M_x^p \max}{W_x} \leq [\sigma_p] \quad (12.20)$$

$$\sigma_{c \max} = \frac{M_x^p \max}{W_x} \leq [\sigma_c] \quad (12.21)$$

Крихкі матеріали, як правило, руйнуються в напрямку дії дотичних напружень, тому перевірку міцності необхідно проводити також і по допустимих дотичних напруженнях. Розрахункова величина максимального дотичного напруження визначається по формулі Журавського і порівнюється з $[\tau]$.

$$\tau_{\text{розрах}} \leq [\tau] \quad (12.22)$$

Звичайно приймають $[\tau] = 0,6[\sigma]$, якщо відсутні експериментальні дані.

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Максимальний прогин балки- це:	прольотом балки	
		стрілою прогину	
		моментом опору	
2	В розрахунках прогинів балки використовують:	найбільший осьовий момент інерції	
		найменший осьовий момент інерції	
		відцентровий момен інерції	
3	Рівняння, що описує положення осі балки називається:	наближеним диференційним рівнянням лінії	
		точним рівнянням лінії	
		закон Гука	
4	Метод початкових параметрів передбачає:	визначення постійних інтегрування	
		запис початкових параметрів	
		обрахунок переміщень від одиничних сил	
5	Принцип можливих переміщень передбачає:	визначення постійних інтегрування	
		обрахунок переміщень від одиничних сил	
		обрахунок переміщень від кожного з навантажень та реакцій опор	
6	В розрахунках жорсткості балок при згині визначають:	середнє значення прогинів та кутів повороту	
		максимальне значення прогинів та кутів поворотів	
		середнє та максимальне значення прогину	
7	Міцність балки при згині визначається за формулою:	$v_{\max}^{\Sigma} = v_{\max}(M) + v_{\max}(q)$	
		$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{J_x} y_{\max} \leq [\sigma]$	
		$v_{\max} = -\frac{P \cdot l^3}{3EJ}$	
8	Механічні властивості пластичних та крихких матеріалів при згині	однакові	
		різні	
		не враховуються	
9	При згині консольної балки максимальне преміщення:	в місці закріплення	
		в середині конструкції	
		на вільному краю	
10	При згині двохопорної балки силою, що прикладена в середині балки максимальний кут повороту:	в точках опор	
		в половині прольоту	
		в точці прикладення сили	

РОЗДІЛ 13

СКЛАДНИЙ НАПРУЖЕНИЙ СТАН.

- 13.1. Напруження при складних деформаціях.
- 13.2. Згин і кручення.
- 13.3. Косий згин.
- 13.4. Позацентрове стискання бруса.

13.1 Напруження при складних деформаціях

Дотепер ми розглядали задачі, у яких брус випробував одну просту деформацію: розтяг або стиск, плоский згин. На практиці більшість елементів конструкцій під дією зовнішніх сил, випробують одночасно дві чи більш прості деформації, тобто складну деформацію. У загальному випадку вантаження бруса в поперечному перетині можуть діяти шість компонентів внутрішніх сил - N , Q_y , Q_z , M_y , M_z , $M_{кр}$, пов'язаних з чотирма простими де-формаціями стержня – розтягуванням (стискуванням), зсувом, крученням і згином. Реакцію бруса на складну деформацію називають *складним опором*. В опорі матеріалів при розрахунку бруса на складну деформацію використовують принцип незалежності дії сил. Суть цього принципу полягає в тому, що визначаються напруження для складових простих деформацій, а потім визначається еквівалентне напруження для складної деформації. Розглянемо різні види комбінацій деформацій стержня.

13.2 Згин і кручення

Коли в поперечному перетині бруса дорівнює нулю лише один внутрішній силовий чинник – поздовжня сила, такий вид деформації називають згином з крученням. Згину з крученням піддаються вали різних видів механічних передач (пасові, зубчасті і т. д.).

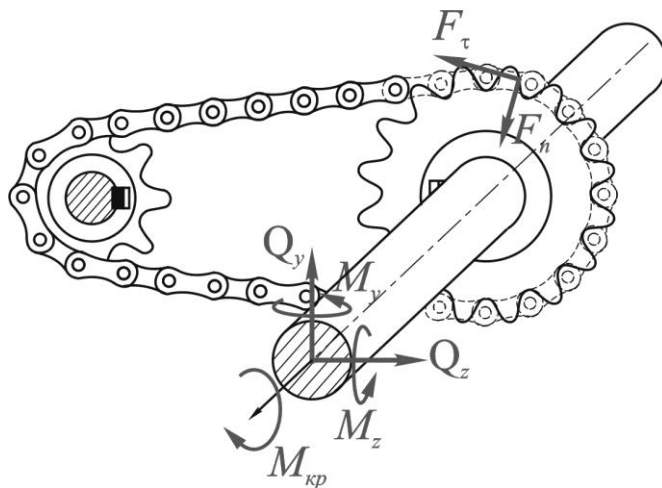


Рисунок 13.1 - Приклад згину з крученням.

Наприклад, дія ролика ланки ланцюга на зуб шестерні ланцюгової передачі (рис.13.1.) сприятиме виникненню в довільному поперечному перетині валу п'яти внутрішніх силових чинників: Q_y , Q_z , M_y , M_z , $M_{кр}$. В даному випадку можна сказати, що на валу виникає деформація згину з крученням.

При згині з крученням в поперечному перетині виникають нормальні напруження від згину в двох площинах, а також дотичні напруження від кручення і згину. Для розрахунку валу в першу чергу необхідно встановити небезпечні перетини. Для цього будують епюри згинаючих моментів і крутних моментів, заздалегідь розклавши навантаження на складові вздовж координатних осей (рис. 13.2).

Згин валу круглого і кільцевого поперечного перетину під дією згинаючих моментів M_y та M_z можна привести до прямого згину під дією результуючого (сумарного) згинаючого моменту (рис. 13.3, а)

$$M = \sqrt{M_y^2 + M_z^2} \quad (13.1)$$

Вектор моменту M в різних перетинах може мати різні напрями, через що навіть за відсутності розподілених навантажень епюра M може бути криволінійною. Але при побудові епюри M зазвичай дещо завищують значення сумарного згинаючого моменту, роблячи дані епюри прямолінійними. Обчислюються значення сумарних моментів лише для тих перетинів, де на

епюрах M_y та (або) M_z є переломи. Ці величини відкладають в масштабі по одну сторону від осі на епюрі M і з'єднують прямою лінією.

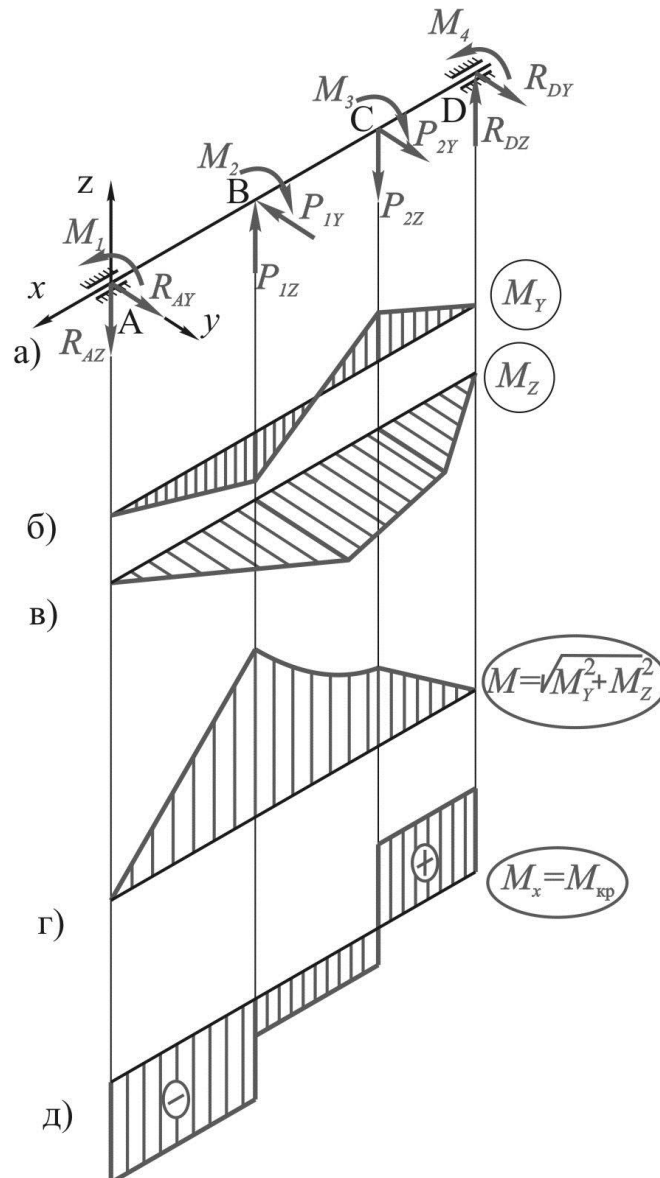


Рисунок 13.2 - Епюри моментів при згині з крученням

Після побудов епюр сумарних згинаючих моментів і крутних моментів визначають небезпечний перетин. Небезпечною точкою в перетині валу круглого або кільцевого поперечного перетину, очевидно, буде точка, найбільш віддалена від центру перетину (рис. 13.3, б). У даній точці одночасно і нормальне напруження від згину і дотичне напруження від кручення мають найбільші значення.

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W} = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2}}{W}; \quad (13.2)$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_{\rho}} \quad (13.3)$$

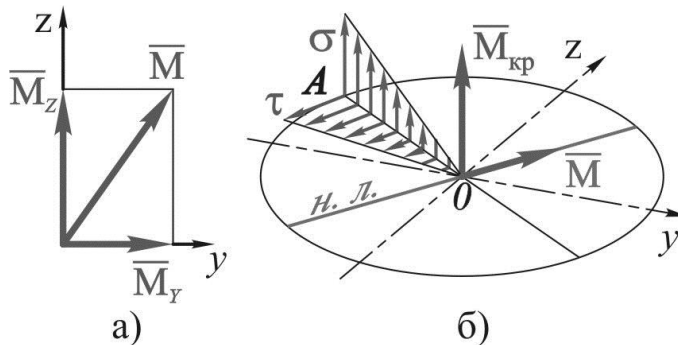


Рисунок 13.3 - Розклад на прості деформації.

В найбільш небезпечній точці виділимо елемент (рис. 13.4, а). По чотирьох гранях даного елемента діє дотичне напруження, а до двох з цих граней прикладене ще й нормальне напруження. Останні дві грані вільні від напружень. Таким чином, при згині з крученням елемент в небезпечній точці знаходиться в плоскому напруженому стані (рис. 13.4, б).

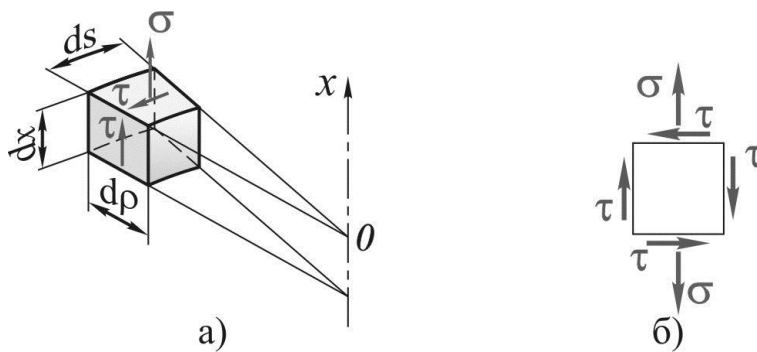


Рисунок 13.4 - Елемент стержня.

Відмітимо, що в даному випадку складного напруженого стану впливом дотичних напружень від поперечних сил нехтуємо, оскільки вони значно менші за дотичні напруження, викликані крученням. Для перевірки міцності елемента, виділеного в небезпечній точці, потрібно, вибравши відповідну теорію міцності, порівняти значення еквівалентного напруження з допустимим для даного матеріалу. Наприклад, по четвертій теорії міцності :

$$\sigma_{\text{экв IV}} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq [\sigma] \quad (13.4)$$

або, враховуючи $W_p = 2W$

$$\sigma_{\text{экв IV}} = \frac{\sqrt{M_y^2 + M_z^2 + 0,75M_{кр}^2}}{W} \leq [\sigma] \quad (13.5)$$

Вираз в чисельнику є приведеним моментом, дія якого еквівалентна спільній дії трьох моментів (згідно прийнятої теорії міцності).

$$M_{\text{пр}} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2 + 0,75M_{кр}^2} \quad (13.6)$$

Тепер умову міцності можна замінити простою формулою :

$$\sigma_{\text{экв IV}} = \frac{M_{\text{пр}}}{W} \leq [\sigma] \quad (13.7)$$

При проектувальному розрахунку валів круглого поперечного перетину користуються залежністю, яка отримана з умови міцності :

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{пр}}}{\pi[\sigma]}} \approx \sqrt[3]{\frac{10M_{\text{пр}}}{[\sigma]}} \quad (13.8)$$

13.3 Косий згин.

Складний згин викликається силами і моментами, розташованими в різній площині, що проходить через вісь балки (рис. 13.9)

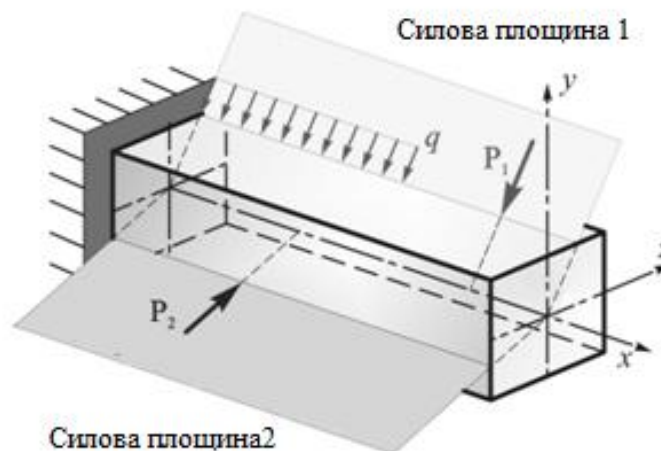


Рисунок 13.9 - Складний згин.

Такий згин також називають неплоским, оскільки зігнута вісь балки не є плоскою кривою. Якщо всі навантаження, що викликають згин, діють в одній площині, не співпадаючій ні з однією з головних площин, то згин називається косим (рис. 13.10).

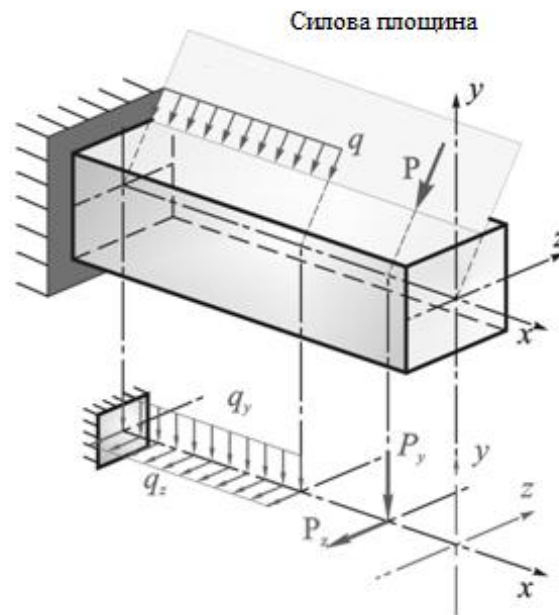


Рис. 13.10 - Косий згин.

Як в випадку плоского, так і в випадку косоного згину, найзручніше приводити згин до двох плоских. Для цього навантаження, що діють в довільній силевій площині, потрібно розкласти на складові, розташовані в головних площинах xu та xz , де y та z - головні осі інерції перетину.

При розрахунку на міцність при складному згині зазвичай нехтують впливом дотичних напружень, тому в перетині визначають тільки згинаючі моменти M_y та M_z . Нехай в довільному перетині діють згинаючі моменти M_y та M_z (рис. 13.11, а). Обчислимо напруження в деякій точці з координатами y та z довільного поперечного перетину. Згинаючі моменти вважатимемо позитивними, якщо вони викликають в точках першого квадранта розтягуючі напруження.

Нормальне напруження в точці від дії згинаючого моменту M_z :

$$\sigma(M_z) = \frac{M_z}{J_z} \cdot y \quad (13.12)$$

Нормальне напруження в точці від дії згинаючого моменту M_y :

$$\sigma(M_y) = \frac{M_y}{J_y} \cdot z \quad (13.13)$$

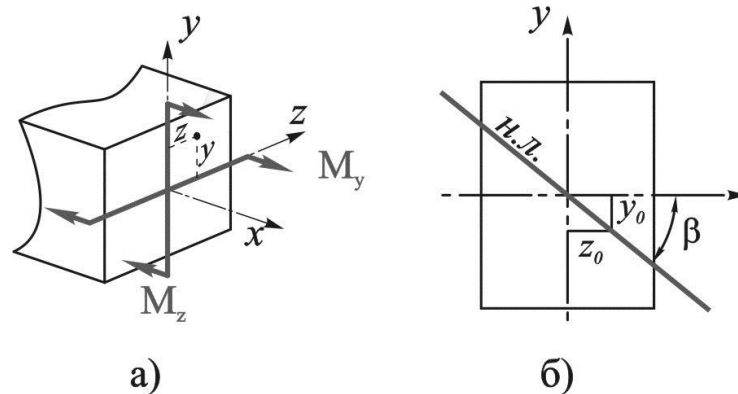


Рисунок 13.11 - Косий згин.

Виходячи з принципу суперпозицій нормальне напруження в точці від дії обох згинаючих моментів:

$$\sigma = \frac{M_z}{J_z} \cdot y + \frac{M_y}{J_y} \cdot z \quad (13.14)$$

Формула (13.14) дозволяє визначити нормальні напруження в будь-якій точці поперечного перетину при складному згині.

Рівняння нейтральної лінії при складному згині в будь-якому поперечному перетині отримаємо, прирівнюючи вирази (13.14) до нуля і виражаючи координати точок нейтральної лінії через y_0 та z_0 (рис. 13.11, б).

$$\sigma = \frac{M_z}{J_z} \cdot y_0 + \frac{M_y}{J_y} \cdot z_0 = 0 \quad (13.15)$$

Очевидно, що цим рівнянням є рівняння прямої, що проходить через початок координат (центр тяжіння перетину). Положення нейтральної лінії характеризується її кутовим коефіцієнтом:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{y_0}{z_0} = -\frac{M_y}{M_z} \frac{J_z}{J_y} \quad (13.16)$$

Перевірку міцності при складному згині слід проводити в тих перетинах, де згинаючі моменти M_y та M_z одночасно великі. Таких перетинів в загальному випадку складного згину може бути декілька.

Якщо небезпечний перетин відомий, то в ньому потрібно відшукати небезпечні точки. Небезпечними при складному згині будуть точки найбільш віддалені від нейтральної лінії.

У загальному випадку складного згину умова міцності приймає вигляд:

$$\sigma_{max} = \frac{M_z}{W_z} + \frac{M_y}{W_y} \leq [\sigma] \quad (13.17)$$

Підбір перетинів при складному згині – завдання складніше, ніж при простому плоскому згині. При його вирішенні необхідно спочатку задатися відношенням моментів опорів і знаходити перетини методом підбору.

Переміщення при складному згині визначають також виходячи з принципу незалежності дії сил:

$$v = \sqrt{v_y^2 + v_z^2} \quad (13.18)$$

де v_y - переміщення в площині yx , а v_z - в площині zx .

13.4 Позацентрове стискання бруса

Якщо на брус діють поздовжні стискуючі або розтягуючі сили, паралельні вісі бруса, але прикладені не в центрі ваги перетину, то такий опір бруса називають **позацентровим розтягуванням** або **позацентровим стискуванням**.

Нехай на брус довільного перетину діє одна сила P , паралельна вісі бруса і перетинає будь-який поперечний перетин в точці, з координатами y_p та z_p (рис.13.5, а). Відстань цієї точки до вісі x називається ексцентриситетом і позначається буквою e .

У будь-якому поперечному перетині при такому навантаженні діють внутрішні силові чинники: $N = P$; $M_y = P \cdot z_p$; $M_z = P \cdot y_p$.

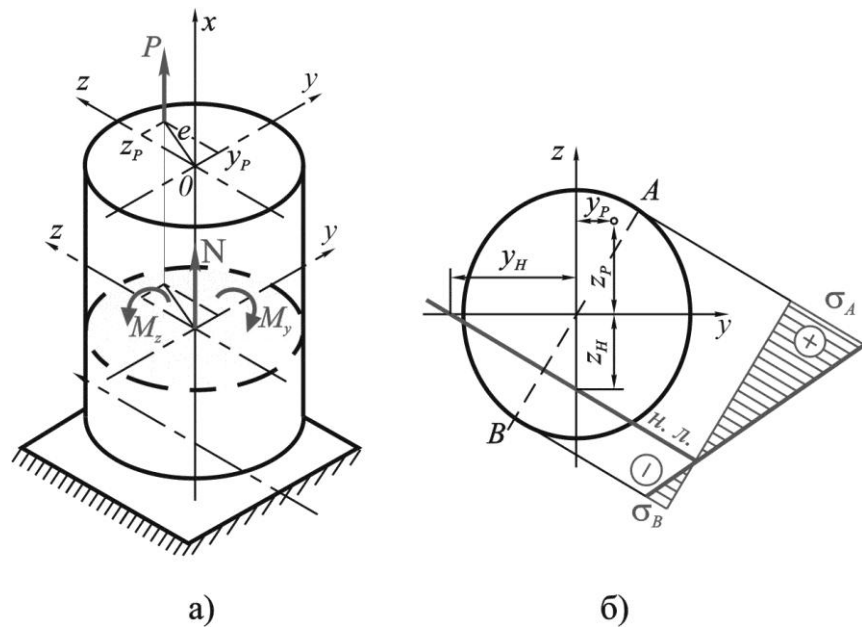


Рисунок 13.5 - Позацентровий розтяг.

Напруження в довільній точці перетину можна визначити :

$$\sigma = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot y_P}{J_z} \cdot y + \frac{P \cdot z_P}{J_y} \cdot z \quad (13.19)$$

Виражаючи осьові моменти через радіуси інерції, отримаємо :

$$\sigma = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_P}{i_z^2} \cdot y + \frac{z_P}{i_y^2} \cdot z \right) \quad (13.20)$$

Для визначення небезпечної точки перетину при складному профілі доцільно побудувати нейтральну лінію перетину. Небезпечною буде точка, найбільш віддалена від нейтральної лінії.

Рівняння нейтральної лінії прирівнюємо до нуля вираз (13.20), виражаючи координати нейтральної лінії через y_0 и z_0 :

$$\frac{y_P}{i_z^2} \cdot y_0 + \frac{z_P}{i_y^2} \cdot z_0 = -1 \quad (13.21)$$

Підставляючи по черзі $y_0 = 0$ та $z_0 = 0$, знайдемо відрізки y_H та z_H , які відсікаються нейтральною лінією на осях y та z (рис.13.5, а)

$$z_H = -\frac{i_y^2}{z_P}; y_H = -\frac{i_z^2}{y_P}. \quad (13.22)$$

Провівши до нейтральної лінії дотичні до контура перетину, знайдемо найбільш напружені точки А і В. Напряження в цих точках і умови міцності мають вигляд :

$$\sigma_{\max} = \sigma_A = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_P}{i_z^2} \cdot y_A + \frac{z_P}{i_y^2} \cdot z_A \right) \leq [\sigma_+] \quad (13.23)$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_B = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{y_P}{i_z^2} \cdot y_B + \frac{z_P}{i_y^2} \cdot z_B \right) \leq [\sigma_-] \quad (13.24)$$

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Складним опором називаються деформації, при яких виникають:	два і більше внутрішніх зусиль	
		дві і більше лінійних деформації	
		дві і більше кутових деформацій	
2	Косий згин виникає тоді, коли зовнішнє навантаження знаходиться:	в вертикальній площині	
		в різних площинах	
		в горизонтальній площині	
3	Небезпечним перерізом при просторовому згинанні буде переріз, в якому:	моменти в вертикальній і горизонтальній площинах будуть максимальні	
		момент в вертикальній площині максимальний, а в горизонтальній мінімальний	
		момент в горизонтальній площині максимальний, а в вертикальній мінімальний	
4	Нейтральна лінія при просторовому згинанні проходить через:	вертикальну вісь перерізу	
		горизонтальну вісь перерізу	
		центр ваги перерізу	
5	Для якої форми поперечного перерізу косе згинання неможливе:	круглої	
		прямокутної	
		двотаврової	
6	Які внутрішні зусилля виникають при косому згині:	$Q_y, M_y, M_{кр}, N$	
		Q_y, Q_z, M_y, M_z	
		Q_y, M_y, M_z, N	
7	Умова міцності при косому згині має вигляд:	$\sigma = \frac{M_z}{W_z} y + \frac{M_y}{W_y} z \leq [\sigma]$	
		$\sigma = \frac{M_z}{J_z} y + \frac{M_y}{J_y} z \leq [\sigma]$	
		$\sigma = \frac{M_y}{J_z} y + \frac{M_z}{J_y} z \leq [\sigma]$	
8	Які епюри будуються при згинанні з крученням?	$M_z, M_{кр}$	
		$M_y, M_{кр}$	
		$M_\Sigma, M_{кр}$	
9	Як записується умова міцності при згинанні з крученням?	$\sigma = \frac{M_{кр}}{W_p} \leq [\sigma]$	
		$\sigma = \frac{M_{зг}}{W} \leq [\sigma]$	
		$\sigma = \frac{M_\Sigma}{W} \leq [\sigma]$	
10	При позацентровому стисканні нейтральна лінія:	проходить через лінію дії прикладеної сили	
		проходить через центр ваги перерізу	
		не проходить через центр ваги перерізу і лінію дії прикладеної сили	

РОЗДІЛ 14

СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНІ СИСТЕМИ.

- 14.1. Основні поняття та визначення.
- 14.2. Етапи розрахунку статично невизначуваної системи.
- 14.3. Розрахунок простих статично невизначуваних балок.
- 14.4. Багатопрогонові нерозрізні балки. Рівняння трьох моментів.

14.1 Основні поняття та визначення.

Як уже зазначалося, *статично невизначуваними* називаються системи, силові фактори в елементах яких тільки з рівнянь рівноваги визначити не можна. У таких системах зв'язків більше, ніж потрібно для рівноваги. Отже деякі зв'язки виявляються в цьому розумінні так би мовити *зайвими*, а зусиллі в них — *зайвими невідомими*. За числом зайвих зв'язків або зайвих невідомих зусиль установлюють ступінь статичної невизначуваності системи.

Приклад такої балки показаний на рис. 14.1, *a*.

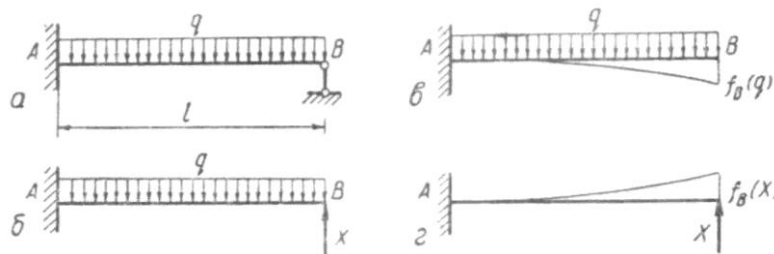


Рисунок 14.1 - Статично невизначена балка.

На опорах цієї балки виникають три опорні реакції: дві вертикальні і опорний момент у закріпленому лівому кінці балки. Для їх визначення можна використати лише дві умови рівноваги, отже, балка один раз статично невизначна.

Для розв'язання статично невизначуваної задачі треба, крім рівнянь статики, скласти ще стільки рівнянь переміщень, скільки разів задача статично невизначена. В даному випадку необхідно записати одне рівняння переміщень.

Для цього уявно відкидаємо опорний стержень на опорі B балки і замінюємо його невідомою реакцією X . Тоді ми одержимо статично визначену консоль, навантажену невідомою реакцією X і заданим навантаженням інтенсивністю q (рис. 14.1, б). Величина реакції X знаходиться з умови відсутності вертикального переміщення опорного перерізу B балки:

$$f_B(q) + f_B(X) = 0 \quad (14.1)$$

де $f_B(q)$ - прогин кінця консолі при дії розподіленого навантаження інтенсивності q ;

$f_B(X)$ - прогин кінця консолі при дії зосередженої сили X (рис. 14.1, в, г).

Виражаючи ці прогини, одержуємо рівняння переміщень :

$$\frac{q \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot J} - \frac{X \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot J} = 0 \quad (14.2)$$

з якого визначається реактивна сила X :

$$X = \frac{3}{8} q \cdot l \quad (14.3)$$

Далі задача розв'язується як статично визначена.

14.2 Етапи розрахунку статично невизначуваної системи.

Розглянемо етапи розрахунку статично невизначуваної системи.

1. Визначаємо ступінь статичної невизначеності, тобто кількість зайвих зв'язків або зайвих зусиль.

2. Усуваючи зайві зв'язки, заміняємо вихідну систему статично визначеною, яку називають основною системою. Вибір зайвих зв'язків залежить від бажання того, хто робить розрахунок. Тому для однієї й тієї самої статично невизначеної вихідної системи можливі різні варіанти основних систем. Однак треба стежити за тим, щоб кожна з них була геометрично незмінюваною. Раціональний вибір системи спрощує розрахунок.

Отже, *основною системою називається будь-який із статично визначуваних варіантів розглядуваної системи, здобутої звільненням її від зайвих зв'язків.*

3. Завантажуємо основну систему заданим навантаженням і зайвими невідомими зусиллями, що замінюють дію усунених зв'язків. Така система називається *еквівалентною системою.*

4. Для того щоб основна система була еквівалентною вихідній системі, невідомі зусилля треба добирати так, щоб деформація основної системи не відрізнялася від деформації вихідної статично невизначеної. Для цього прирівнюють до нуля переміщення точок прикладання невідоми зусиль у напрямі їх дії. Із добутих таким чином рівнянь знаходять значення зайвих невідомих.

Визначати переміщення відповідних точок основної системи можна будь-яким способом, проте найкраще загальними методами (наприклад методом Мора).

Знайшовши зайві невідомі зусилля, визначаємо реакції, будуємо епюри внутрішніх силових факторів, а також добираємо перерізи та перевіряємо міцність звичайними способами.

Наведена схема розрахунку має назву *методу сил*, оскільки як основні відомі тут вибирають зусилля зайвих зв'язків.

14.3 Розрахунок простих статично невизначуваних балок

Як приклад розрахуємо балку, один кінець якої закріплений, а інший обпирається на шарнірно-рухому опору (рис. 14.2, *a*).

Затискання лівого кінця, еквівалентне трьом стрижням, дає три реакції шарнірно-рухома опора — одну реакцію. Всього треба визначити чотири реакції. Отже, балка один раз статично невизначена. Для побудови основної системи слід усунути один зв'язок.

Як зайвий зв'язок виберемо шарнірно-рухомому опору. Основна система, добута внаслідок усунення зайвого зв'язка, становить консоль.

Навантажуюємо основну систему заданим розподіленим навантаженням, а замість відкинutoї опори прикладаємо невідому реакцію $R_B = X_1$ (рис. 14.2, б). Надалі зайві зв'язки позначатимемо літерою X незалежно від того, сила це чи момент.

Повне переміщення точки B основної системи (від заданого навантаження й зайвого невідомого зусилля) у напрямі X , тобто у напрямі усуненого зв'язка, має дорівнювати нулю, оскільки в точці B вихідна система не має прогину. Отже, додаткове рівняння переміщень запишеться так:

$$\Delta_1 = 0 \quad (14.4)$$

Повний прогин Δ_1 можна визначити як суму прогинів від зовнішнього навантаження (рис. 14.2, в) та невідомої реакції $\Delta_{11} = \frac{X_1 \cdot l^2}{3 \cdot E \cdot J}$ (рис. 14.2, з). Тоді рівняння (14.4) запишеться у вигляді :

$$\Delta_1 = \Delta_{1p} + \Delta_{11} = 0 \quad \text{або} \quad -\frac{q \cdot l^4}{8 \cdot E \cdot J} + \frac{X_1 \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot J} = 0$$

Звідги шукана реакція :

$$X_1 = \frac{3}{8} q \cdot l.$$

Тепер з рівнянь статки легко знайти решту реакцій, а потім звичайним способом побудувати епюри згинальних моментів і поперечних сил. На рис. 14.3 наведено епюри Q та M , а також значення реакцій опор. Перевіряють міцність або добирають перерізи також звичайним способом.

Вигляд основної системи залежить від того, які зв'язки (зусилля) вибрані як зайві. Так взявши як зайве зусилля опорний момент M_A , дістанемо основну систему, замінивши затиснення шарнірно-нерухомою опорою. При цьому основна система, крім заданого навантаження, навантажуюється невідомим моментом M_A , який визначається на підставі рівняння переміщень (14.2). Під Δ_1 у цьому разі слід розуміти повний кут повороту перерізу A .

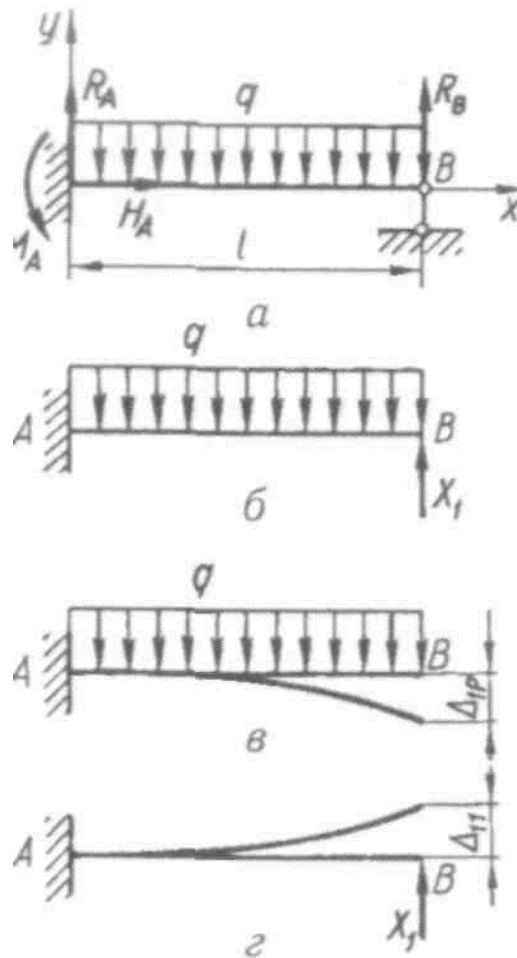


Рисунок 14.2 - Статично невизначена балка.

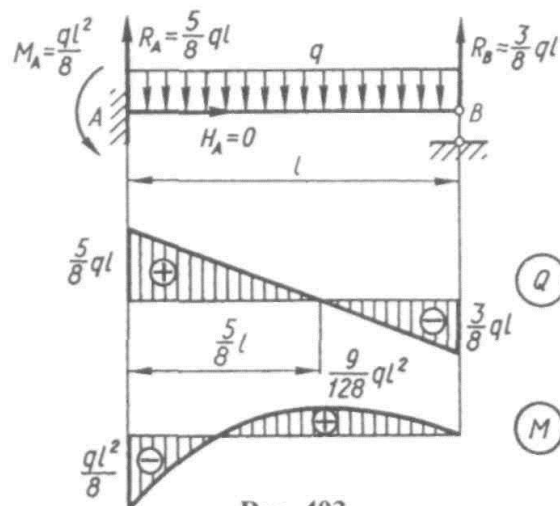


Рисунок 14.3 - Епюри моменту та поперечної сили.

Зазначимо, що при побудові основної системи як зайві зв'язки не можна брати елементи, реакції яких визначаються безпосередньо з рівнянь рівноваги, наприклад горизонтальну реакцію H_A опори на рис. 14.3.

14.4 Багатопрогонові нерозрізні балки. Рівняння трьох моментів

Нерозрізними називають балки, що опираються на більше ніж дві опори й не мають проміжних шарнірів. Такі балки належать до статично невизначених.

На рисунку 14.4 зображено балку, що опирається на m шарнірних опор. Одна з опор виконується шарнірно-нерухомою для сприймання осьового навантаження, решта — шарнірно-рухомими, що дає змогу балці вільно змінювати свою довжину зі зміною температури.

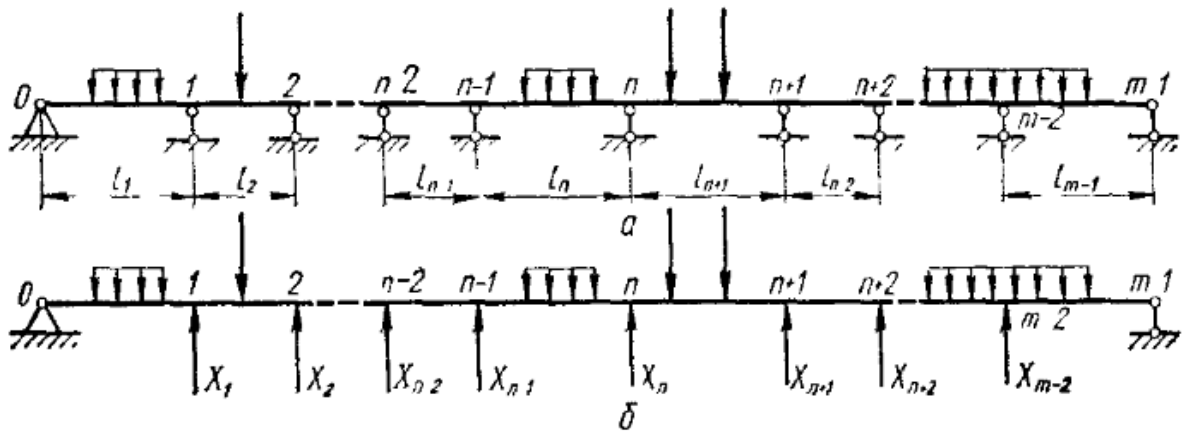


Рисунок 14.4 - Багатопрогонова нерозрізна балка.

Опори нумерують зліва направо, позначаючи крайню ліву номером 0; номер прогону визначається номером правої опори, що належить йому.

При обпиранні на m шарнірних опор маємо стільки ж вертикальних реакцій. Оскільки умов рівноваги можна скласти тільки дві, то така система ($m - 2$) разів статично невизначувана.

Як видно, кількість зайвих зв'язків, а отже, і зайвих реакцій дорівнює кількості проміжних опор, іноді крайня опора виконується у вигляді затиснення. У цьому разі ступінь статичної невизначуваності збільшується на одиницю порівняно з шарнірною опорою.

Для утворення основної системи можна звільнитися від усіх проміжних опор, замінивши їх дію невідомими реакціями X_1, X_2, \dots, X_{m-2} , прикладеними до основної системи додатково до заданого навантаження (рис. 14.4). Додаткові рівняння переміщень $\Delta_1 = 0; \Delta_2 = 0; \dots; \Delta_{m-2} = 0$ виражають умови рівності нулю прогинів у точках прикріплення проміжних опор. Однак такий спосіб розрахунку громіздкий, оскільки в кожне рівняння входять усі шукані невідомі зусилля. Значно вигідніше будувати основну систему встановленням шарнірів у перерізах над усіма проміжними опорами (рис. 14.5). Зайвими невідомими в цьому разі будуть згинальні моменти в опорних перерізах балки.

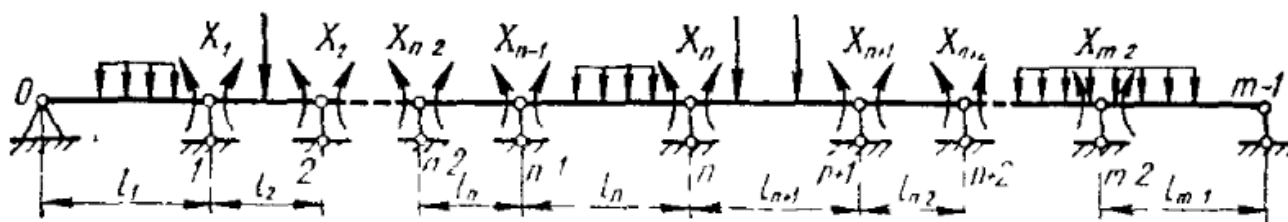


Рисунок 14.5 - Встановлення шарнірів над проміжними опорами.

Отже, еквівалентна система становить ряд простих шарнірно обпертих балок, навантажених заданим навантаженням та невідомими згинальними моментами прикладеними в перерізах, де поставлено шарніри. Напрями моментів для певності вибрано додатними. При такому виборі основної системи дія заданого навантаження поширюється тільки на той прогін, де воно прикладено; вплив його на інші прогони визначається опорними згинальними моментами M_i .

Складемо тепер додаткові рівняння переміщень. Вони виражають рівність нулю переміщень опорних перерізів у напрямках дії невідомих моментів M_i .

Дійсно, кожна двохопорна балка основної системи під дією заданого навантаження та опорних моментів деформується незалежно від інших. Це означає, що торці двох суміжних балочок, що примикають до однієї опори наприклад n -ї (рис. 14.6), можуть повернутися на деякі кути $\Delta_{n \text{ лів}}$ та $\Delta_{n \text{ пр}}$. Оскільки у вихідній статично невизначуваній системі кожна пара таких перерізів

становить один переріз, то з умов суцільності їх взаємний кут повороту має дорівнювати нулю.

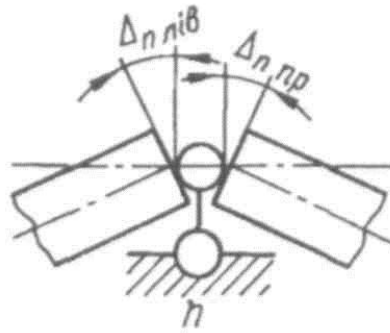


Рисунок 14.6 - Проміжна опора.

Звідси для кожної проміжної опори :

$$(14.5)$$

Оскільки основна система складається з окремих, не зв'язаних між собою двохопорних балочок, то для розкриття умови слід розглянути лише два прогони основної системи, що примикають до n -ї опори (рис. 14.7).

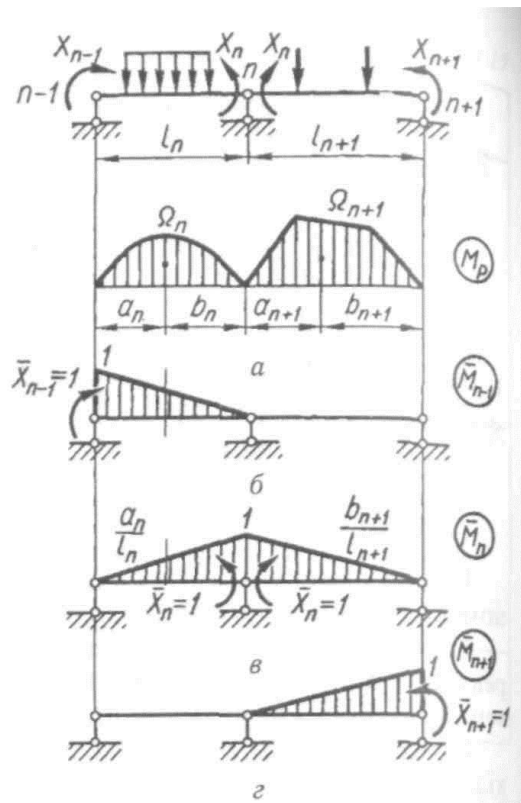


Рисунок 14.7 - Багатопрогонова нерозрізна балка.

Запишемо умову у канонічному вигляді:

$$\delta_{n,n-1} X_{n-1} + \delta_{n,n} X_n + \delta_{n,n+1} X_{n+1} + \Delta_{nP} = 0 \quad (14.6)$$

Розв'язавши рівняння отримаємо :

$$M_{n-1} \frac{l_n}{J_n} + 2M_n \left(\frac{l_n}{J_n} + \frac{l_{n+1}}{J_{n+1}} \right) + M_{n+1} \frac{l_{n+1}}{J_{n+1}} = -6 \left(\frac{\Omega_n a_n}{Jl} + \frac{\Omega_{n+1} b_{n+1}}{Jl} \right) \quad (14.7)$$

Рівняння (14.7) називається **рівнянням трьох моментів**. Складаємо їх стільки, скільки вводимо шарнірів, утворюючи основну систему. Щоб записати ці рівняння, досить у формулі (14.7) надати індексу n послідовно значень 1, 2, 3 і т. д., що відповідають номерам проміжних опор. Кожне з таких рівнянь містить не більше ніж три невідомих опорних моменти M_{n-1} , M_n , M_{n+1} , а перше та останнє рівняння — тільки по два невідомих моменти. Розв'язати систему легко методом послідовного виключення невідомих.

Для балки постійного поперечного перерізу ($J = \text{const}$) рівняння трьох моментів спрощується так:

$$M_{n-1} l_n + 2M_n (l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} l_{n+1} = -6 \left(\frac{\Omega_n a_n}{l_n} + \frac{\Omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}} \right) \quad (14.8)$$

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Статично невизначуваними є системи, силові фактори в яких:	невідомі	
		не можуть бути визначені з рівнянь статичної рівноваги	
		не виникають	
2	Зайвими називають зв'язки:	які в розрахунках слід відкинути	
		які необхідно визначити з рівнянь переміщень	
		які замінюються на одиничну силу	
3	Основною системою називають:	будь-який із статично визначуваних варіантів розглядуваної системи, збудутої звільненням її від зайвих зв'язків	
		такий варіант системи, що є геометрично еквівалентним вихідній системі	

		систему, що завантажена заданими навантаженнями та зайвими невідомими зусиллями, що замінюють дію усунених зв'язків	
4	Еквівалентна система – це:	будь-який із статично визначуваних варіантів розглядуваної системи, збудутої звільненням її від зайвих зв'язків	
		такий варіант системи, що є геометрично еквівалентним вихідній системі	
		система, що завантажена заданими навантаженнями та зайвими невідомими зусиллями, що замінюють дію усунених зв'язків	
5	Ступінь статичної невизначуваності - це:	різниця між кількістю невідомих реакцій і кількістю рівнянь статичної рівноваги	
		кількість невідомих реакцій	
		кількість опор, які необхідно відкинути, щоб задача була статично визначуваною	
6	Повне переміщення точки визначається:	як переміщення від всіх прикладених зовнішніх зусиль	
		як сума переміщень від зовнішніх зусиль та зусиль, що замінюють дію усунутих зв'язків	
		як сума переміщень в вертикальному напрямку	
7	Чи залежить вигляд основної системи від того, які реакції були обрані зайвими?	не залежить, тому що система має відповідати вихідній	
		залежить	
		не залежить, тому що усунені зв'язки замінюємо на зусилля	
8	Нерозрізними називають балки:	що опираються на більше ніж три опори	
		що опираються більше ніж на дві опори і не мають проміжних шарнірів	
		до яких не може бути застосований метод перерізів	
9	Для розгляду багатопрогонової нерозрізної балки:	дію проміжних опор замінюють на сили	
		проміжні опори замінюють на шарніри і прикладають моменти	
		її необхідно привести до консольної балки	
10	Для визначення невідомих реакцій в багатопрогоновій нерозрізній балці використовують:	рівняння методу сил	
		диференційне рівняння зігнутої вісі балки	
		рівняння трьох моментів	

РОЗДІЛ 15**СТІЙКІСТЬ СТЕРЖНІВ.**

- 15.1. Поняття про стійку та нестійку пружну рівновагу.
- 15.2. Формула Ейлера для визначення критичної сили стиснутого стержня.
- 15.3. Вплив умов закріплення кінців стержня на значення критичної сили.
- 15.4. Поняття про втрату стійкості при напруженнях, що перевищують границю пропорційності.

15.1. Поняття про стійку та нестійку пружну рівновагу.

До другої половини XIX століття єдиним критерієм міцності інженерних споруд приймалася величина діючих напружень, тобто вважалося, що якщо напруження не перевершує деякої межі, залежної від механічних властивостей матеріалу, то споруді не загрожує небезпека. З появою конструкцій, до складу яких входять довгі стиснуті стержні, послідували ряд аварій, що змусили переглянути такий підхід. Виявилось, що вони сталися внаслідок недостатньої стійкості конструкцій. Так, наприклад, в результаті втрати стійкості під впливом поривів вітру в 1940 р. в США звалився Такомський висячий міст. Тоді загинули 250 чоловік.

Виконуючи розрахунки на міцність та жорсткість при різних деформаціях, вважалося, що під час деформації будь-якої системи має місце лише одна наперед відома форма рівноваги. Насправді у деформованому стані рівновага між зовнішніми та спричиненими ними внутрішніми силами пружності може бути не тільки стійкою, а й нестійкою.

Небезпеку втрати стійкості наочно можна представити на прикладі подовжнього стискування дерев'яної лінійки. При додаванні певної осьової стискаючої сили, яка при розрахунку на чисте стискування не повинна привести до руйнування, в дійсності відбувається руйнування лінійки.

Причиною руйнування лінійки стало те, що при певному навантаженні лінійка втратила можливість зберігати прямолінійну форму і викривилася, що

викликало появу в поперечному перетині згинаючих моментів, і як наслідок, додаткове напруження від вигину, лінійка втратила стійкість.

Тому для надійної конструкції необхідно виконання розглянутих раніше умов міцності; так само необхідно, щоб всі її елементи були стійкі.

Пружна рівновага буде **стійкою**, якщо деформоване тіло при будь-якому малому відхиленні від стану рівноваги намагається повернутися до початкового стану й повертається до нього після припинення зовнішнього впливу, який порушив початковий стан рівноваги (рисунок 15.1).

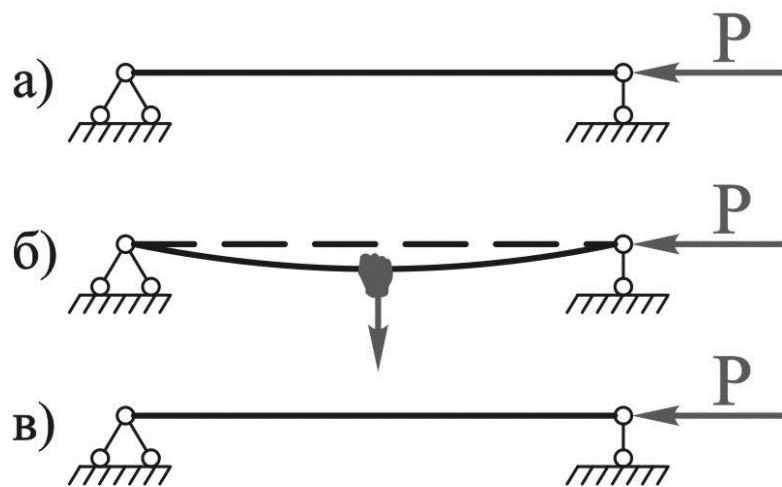


Рисунок 15.1 - Стійка рівновага.

Пружна рівновага **нестійка**, якщо деформоване тіло, виведене з неї будь-якою зовнішньою дією, продовжує деформуватися в напрямі наданого йому відхиленні й після припинення зовнішньої дії у вихідний стан не повертається (рисунок 15.2).

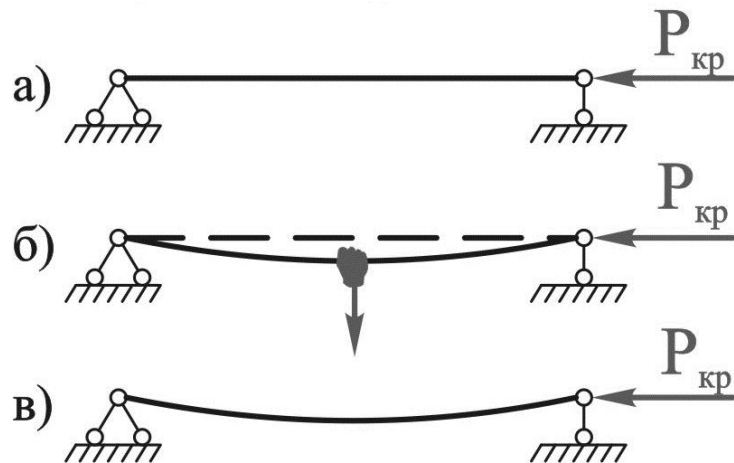


Рисунок 15.2 - Нестійка рівновага.

Між цими двома станами рівноваги існує перехідний стан, який зветься **критичним**, при якому деформоване тіло перебуває у байдужій рівновазі: воно може зберегти вихідну форму, але може й втратити її внаслідок навіть дуже незначного впливу.

Навантаження, перевищення якого спричинює втрату стійкості вихідної форми тіла, називають **критичним** і позначають $P_{кр}$.

Можна стверджувати, що досягнення навантаженнями критичних значень рівнозначне руйнуванню конструкції.

Особлива небезпека руйнування внаслідок втрати стійкості полягає в тому, що, як правило, воно відбувається раптово при низьких значеннях напружень, коли міцність елемента ще далеко не вичерпана. Отже, при розрахунку на стійкість критичне навантаження подібне руйнівальному при розрахунку на міцність.

Для забезпечення певного запасу стійкості необхідно, щоб задовольнялася умова :

$$P \leq [P], \quad (15.1)$$

де $[P] = P_{кр} / n_{ст}$

де P — діюче навантаження; $n_{ст}$ — коефіцієнт запасу стійкості.

Отже, щоб розрахувати стиснуті стержні на стійкість, треба вивчити способи визначення критичних навантажень. Розглянемо приклад втрати стійкості при стисканні довгого тонкого стержня, або так зване поздовжнє згинання.

15.2. Формула Ейлера для визначення критичної сили стиснутого стержня.

Задачу на знаходження величини критичної сили чи критичного навантаження для стержня вперше розв'язав Ейлер. Це розв'язання стосується того випадку, коли втрата стійкості відбувається у межах пружності. При цьому

не має значення, чи діє сила строго по осі стержня, чи є початковий ексцентриситет або невелике викривлення.

Припустимо, що під дією сили P , яка дещо перевищує критичну силу $P_{кр}$ стержень з шарнірно закріпленими кінцями (рисунок 15.3) трохи зігнувся. Віднесемо викривлену вісь стержня до прямокутної системи координат, вибравши початок координат у точці O .

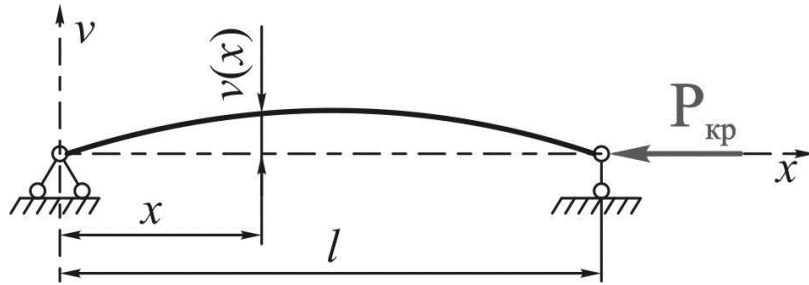


Рисунок 15.3 - Визначення критичної сили стиснутого стержня.

Припустимо, що критична сила $P_{кр}$ не спричинює в стержні напружень, які перевищують границю пропорційності, і що розглядаються лише малі відхилення від прямолінійної форми.

Тоді для визначення поздовжньої сили можна скористатися наближеним диференціальним рівнянням пружної лінії:

$$EJ_{\min} \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = \pm M(x) \quad (15.2)$$

J_{\min} - найменший момент інерції перерізу стержня. Враховується найменша жорсткість стержня, оскільки, очевидно, що прогин відбудеться перпендикулярно до осі найменшої жорсткості

На відміну від поперечного згинання при поздовжньому в правій частині цього рівняння слід ставити знак «мінус», оскільки абсолютне значення згинального моменту $|M(x)| = |Pw|$, а знак прогину завжди протилежний знаку другої похідної, тобто знаки моменту $M(x)$ та другої похідної $d^2 w / dx^2$ протилежні при будь-якому напрямі w .

Рівняння (15.2) перепишемо у вигляді

$$EJ_{\min} \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = -Pw \quad (15.3)$$

Ввівши позначення $\frac{P}{EJ_{\min}} = k^2$, отримаємо $\frac{d^2 w}{dx^2} + k^2 w = 0$.

Рішенням цього однорідного лінійного диференційного рівняння є гармонійна функція $w = A \sin kx + B \cos kx$.

Сталі інтегрування A та B мають добиратися так, щоб задовольнялися граничні умови $w(x)|_{x=0} = 0$; $w(x)|_{x=l} = 0$.

З першої граничної умови випливає, що $B = 0$, тобто $w(x) = A \sin kx$. Із другої умови знайдемо $A \sin kl = 0$.

Розглянемо два випадки.

- $A = 0$ - прогин буде тотожно дорівнювати нулю.
- $\sin kl = 0$.

Нас цікавить значення сили P , при якому стає можливою друга форма рівноваги — криволінійна. Корінь цього рівняння kl може мати нескінченну кількість значень: $0; \pi; 2\pi; \dots; n\pi$. Звідси :

$$P = \frac{n^2 \pi^2 EJ_{\min}}{l^2} \quad (15.4)$$

Отримане рівняння є формулою, що вперше була виведена Ейлером.

Практично нас цікавить найменше значення поздовжньої стискальної сили, при якому стає можливим поздовжнє згинання. Найменше значення критичної сили P дістанемо при $n = 1$ та $kl = n$:

$$P = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l^2} \quad (15.5)$$

15.3. Вплив умов закріплення кінців стержня на значення критичної сили.

Як було показано, після втрати стійкості на довжині стержня укладається тільки одна півхвиля ($n = 1$). Розглянемо інші приклади закріплення кінців стержня.

1. Стержень завдовжки l закріплений одним краєм та стиснутий по-довжньою силою, прикладеною до вільного кінця (рисунок 15.4). Порівнюючи стержні з жорстким закріпленням та шарнірним закріпленням, бачимо, що зігнута вісь стержня, закріпленого одним кінцем, перебуває в тих самих умовах, що і верхня половина стержня завдовжки $2l$ з шарнірно закріпленими кінцями. Отже, критична сила для стержня з одним закріпленим, а іншим вільним кінцем така сама, як і для стержня з шарнірно обпертими кінцями при довжині $L = 2l$,

тобто
$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{\min}}{(2l)^2} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{\min}}{4l^2}$$

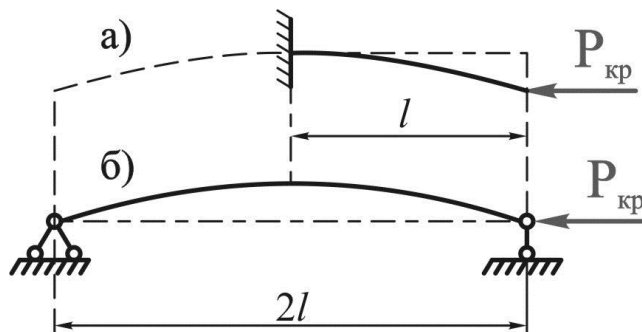


Рисунок 15.4 - Один край стержня вільний, а інший жорстко закріплений.

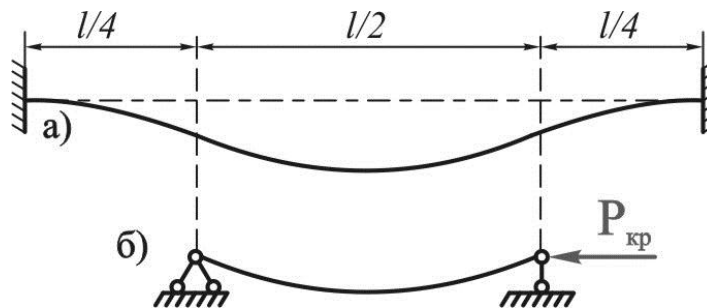


Рисунок 15.5 - Стержень жорстко закріплений з двох сторін.

2. Стержень завдовжки l , в якого обидва края жорстко закріплені (рисунок 15.4). Після втрати стійкості стержня внаслідок симетрії його середня частина завдовжки $l/2$ працює в тих самих умовах, що і стержень при шарнірно обпертих

краях. При цьому утворюються дві півхвилі: середня завдовжки $L = l / 2$ та дві крайні половинки півхвилі завдовжки $l/4$.

Критичну силу в цьому разі знаходимо при $L = l/2$

$$P_{кр} = \frac{4\pi^2 E \cdot I_{\min}}{l^2} \quad (15.6)$$

3. Стержень завдовжки l закріплений одним краєм та шарнірно обпертий на іншому. Після втрати стійкості права частина CB стержня має вигляд півхвилі синусоїди.

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{\min}}{(0,7l)^2} \quad (15.7)$$

Можна об'єднати всі формули до однієї:

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{\min}}{(\mu \cdot l)^2} \quad (15.8)$$

Різні схеми закріплення можна звести до основного випадку за допомогою так званої зведеної довжини μl .

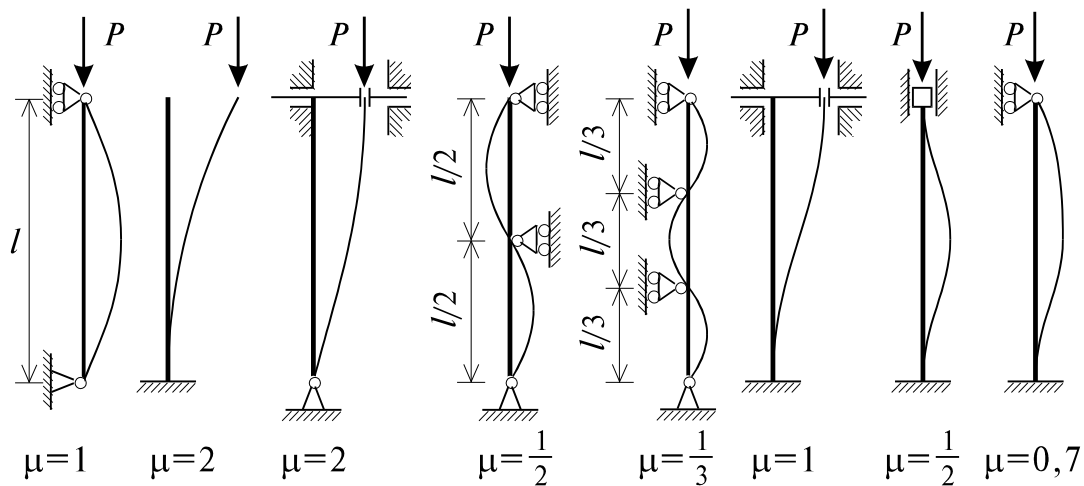


Рисунок 15.6 - Приведена довжина в залежності від схеми закріплення.

15.4. Поняття про втрату стійкості при напруженнях, що перевищують границю пропорційності.

Виведення формули Ейлера ґрунтується на застосуванні диференціального рівняння пружної лінії. Тому скористатися цією формулою можна лише тоді, коли справедливий закон Гука, тобто доки критичне напруження (напруження стискання, що відповідає критичній силі) не перевищує границі пропорційності:

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{A} \leq \sigma_{пц} \quad (15.9)$$

$$\sigma_{кр} = \frac{P_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 E \cdot I_{\min}}{A \cdot (\nu \cdot l)^2} = \frac{\pi^2 E}{(\nu \cdot l / i)^2} \quad (15.10)$$

$i^2 = I_{\min} / A$ – квадрат найменшого з головних радіусів інерції.

$\lambda = \nu l / i$ називають *гнучкістю стержня*.

Відповідно $\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$, тобто критичне напруження стержня залежить тільки від пружних властивостей матеріалу (модуля пружності E) та гнучкості стержня λ . Граничне значення гнучкості для конструкції з визначеного матеріалу

можна знайти з рівняння $\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{кр}}}$.

Практичний розрахунок на стійкість проводиться як на звичайний стиск, проте із зменшеним допустимим напруженням. Це зменшення основного допустимого напруження визначається коефіцієнтом ϕ , меншим за одиницю, який залежить від матеріалу і гнучкості стержня.

Розглянемо основні типи задач, які розв'язуються при розрахунках стержнів на стійкість.

Для стержня заданої довжини і відомого поперечного перерізу знайти величину критичної сили. Для цього спочатку визначаємо гнучкість стержня.

Якщо вона більше 100 (для м'якої сталі), використовуємо для знаходження критичної сили формулу Ейлера

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2}, \quad (15.11)$$

де μl – зведена довжина; μ - залежить від характеру закріплення країв.

Формула Ейлера справедлива тільки в границях пружності – для стержнів великої гнучкості (приблизно для $\lambda > 100$): $\lambda = \frac{\mu l}{i}$; $i_{\min} = \sqrt{\frac{I}{A}}$.

Якщо гнучкість $\lambda < 100$, для визначення $P_{кр}$ використовуємо формулу Ясинського.

За заданою площею перерізу i довжиною знайти допустиме навантаження. Цю задачу можна розв'язати як попередню. Спочатку знаходимо критичну силу i , задавшись запасом стійкості, знаходимо допустиме навантаження. Можна для розв'язання цієї задачі скористатися таблицями коефіцієнтів ϕ . Спочатку знаходимо гнучкість стержня, потім за таблицями шукаємо коефіцієнт ϕ i , помноживши його на основне допустиме напруження, знаходимо зменшене допустиме напруження, яке враховує стійкість. Помноживши цю останню величину на площу поперечного перерізу, знаходимо допустиме навантаження.

Підібрати переріз стиснутого стержня. Замість двох формул Ейлера і Ясинського, кожна з яких придатна для відповідних інтервалів гнучкостей, зручно мати одну формулу, котра придатна для будь-якої гнучкості стержня.

Ця практична формула має вигляд

$$\sigma = \frac{P}{\phi A} \leq [\sigma], \quad (15.12)$$

де $[\sigma]$ – основне допустиме напруження; ϕ - коефіцієнт зменшення основного допустимого напруження ($0 < \phi < 1$); A - площа.

Щоб підібрати переріз, тут доводиться задаватися або площею, або коефіцієнтом ϕ_0 , а потім, підбравши площу, уточнити нове значення ϕ і зіставити його з початковим ϕ_0 . Після кількох наближень можна добитись того,

щоб наступне значення мало чим відрізнялось від попереднього значення φ , або, інакше кажучи, щоб справжнє напруження було близьким до допустимого при позовжньому згині.

Тест на самоперевірку

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Мінімальне навантаження, що призводить до втрати стійкості вихідної форми рівноваги стержня називають:	граничним	
		допустимим	
		критичним	
2	В задачах на стійкість використовують:	метод перерізів	
		метод Мора	
		формулу Ейлера	
3	Чи впливають умови закріплення стержня на значення критичної сили?	так, впливають	
		ні, вони впливають тільки на форму стержня	
		ні, оскільки ми повинні привести схему до еквівалентної	
4	Яке значення коефіцієнта форми μ відповідає консольній балці?	1	
		2	
		$\frac{1}{2}$	
5	Яка формула використовується для визначення граничної гнучкості стержня:	$C = \frac{E \cdot A}{l}$	
		$\lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_{кр}}}$	
		$P_{кр} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{\min}}{(\mu \cdot l)^2}$	
6	Чи розглядається стійкість за межами межі пропорційності матеріалу?	так, стійкість розглядається до межі текучості	
		так, тільки за умови забезпечення міцності на стиск	
		ні, оскільки остаточні деформації неприпустимі	
7	За якою формулою розраховується гнучкість стержня?	$C = \frac{E \cdot A}{l}$	
		$\lambda = \frac{\nu \cdot l}{i}$	
		$k^2 = \frac{P}{E \cdot J_{\min}}$	
8	Чи враховують в розрахунках на стійкість стискування стержня?	не враховують	
		враховують завжди	
		враховують, коли гнучкість стержня більше 100	

9	Коефіцієнт запасу стійкості показує:	в скільки разів необхідно зменшити критичну силу, щоб отримати значення допустимої сили	
		в скільки разів діюча сила менше ніж критичне навантаження	
		співвідношення між діючою силою і допустимою	
10	Який момент інерції враховується в розрахунках на жорсткість?	мінімальний осьовий	
		полярний	
		відцентровий	

ЧАСТИНА 2

ДЕТАЛІ МАШИН

РОЗДІЛ 16

МАШИНИ ТА ЇХ ЕЛЕМЕНТИ.

- 16.1 Машини та механізми.
- 16.2 Загальні відомості про деталі машин.
- 16.3 Загальні критерії працездатності деталей машин.

16.1 Машини та механізми.

Машина – це механічний пристрій з узгоджено працюючими частинами, який здійснює певні механічні рухи для перетворення енергії, матеріалів та інформації.

В залежності від основного призначення розрізняють такі види машин:

1) **енергетичні машини** перетворюють будь-який вид енергії в механічну і навпаки (двигуни, динамо-машини, компресори, газові турбіни, реактивний двигун і ін.);

2) **робочі машини**, у тому числі:

технологічні – змінюють властивості, форму і розмір тіл (верстати, преси, прокатні стани, тощо);

транспортні – переміщують тіла (транспортери, крани, автомобілі, тепловози, літаки, тощо);

3) **інформаційні** – перетворюють інформацію (шифрувальні машини, комп'ютери).

Конструктивно машини складаються з механізмів.

Механізм – це механічний пристрій, який робить певні доцільні рухи з метою перетворення руху і його параметрів (кривошипно-повзучий, кулачковий).

Оскільки будь-яка машина складається з механізмів, то будь-яку машину можна назвати механізмом. Однак не кожний механізм може бути названий

машиною. Так, годинник, ваги, вимірювальні пристрої та інші механізми не призначені для перетворення одного виду енергії в інший, тому вони не можуть бути включені в категорію машин.

Механізми, в свою чергу, складаються з **деталей** та **вузлів**.

Деталі машин та механізмів – це складові частини, кожна з яких виготовлена з однорідного матеріалу без застосування монтажних та складальних операцій (гайка, шпонка, шуруп, болт, вал, зубчасте колесо, литий корпус, гвинт, шків). *Кількість деталей у складних машинах може сягати десятки та сотні тисяч (в автомобілі – не менше 15 тисяч) і мільйони (літаки).*

Деталі поєднуються в конструктивно відособлені одиниці, які називаються **вузлами** (редуктор, коробка передач, підшипник, муфта).

Окремі вузли можуть бути механізмами. Так, наприклад, зубчасте колесо на валу – це вузол, але не механізм. Коробка передач автомобіля є вузлом машини і є механізмом.

Рух механізму або деталі описується кінематичними параметрами - крутним моментом M , кутовою швидкістю ω , частотою обертання n , передавальним відношенням u .

Силовими параметрами роботи механізму є потужність N та сили, що виникають при роботі механізмів – окружна F_t , радіальна F_r та осьова F_x .

Одним з основних параметрів машини, механізму або вузла є коефіцієнт корисної дії (ККД) η , що визначається як відношення потужності на виході механізму (індекс 2) до потужності на вході (індекс 1).

Взаємозв'язок між цими параметрами розглянемо на прикладі циліндричної зубчастої передачі (рис. 16.1).

$$\text{Передавальне відношення: } u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2}{d_1} \quad (16.1)$$

$$\text{ККД: } \eta = \frac{N_2}{N_1} \quad (16.2)$$

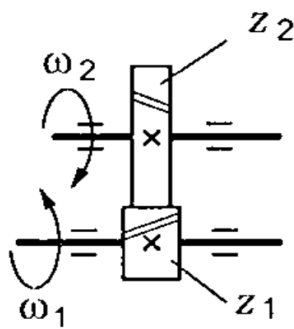


Рис. 16.1 Схема циліндричної зубчастої передачі

Потужність на валу:

$$N = M \cdot \omega = F_t \cdot v. \quad (16.3)$$

Момент на валу:

$$M = 9,55 \frac{N}{n}. \quad (16.4)$$

16.2 Загальні відомості про деталі машин.

В машинобудуванні розрізняють деталі і вузли **загального** і **спеціального** призначення.

Деталлями і вузлами **загального** призначення називають такі, які зустрічаються майже у всіх машинах з одними й тими ж функціями (болти, вали, зубчасті колеса, підшипники, муфти і ін.).

До деталей і вузлів **спеціального** призначення відносять такі, які зустрічаються тільки в одному або декількох типах машин, які призначені для виконання спеціальних функцій (шпинделі станків, поршні, шатуни, колінчасті вали, лопатки і диски турбін, рейки, крюки, блоки, ресори, маховики і ін.).

Все різноманіття деталей машин розділяють на групи:

1. З'єднувальні деталі й з'єднання:

- а) роз'ємні: різьбові, болтові, шпонкові, штифтові, гайкові, шліцьові та ін.;
- в) нероз'ємні: зварені, клейові, заклепувальні та ін.;

2. **Механічні передачі** – для передачі заданого руху або сили від одної деталі до іншої (зубчасті, черв'ячні, ланцюгові, ремінні передачі та ін.) та їх деталі;

3. Деталі й вузли передач, що **обслуговують** передачі та для передачі енергії при обертальному русі (вали, осі, втулки, муфти, підшипники, корпусні деталі та ін.);

4. Деталі **специфічні** для окремих машин (колеса, пружини, ресори, гусениці, гаки, циліндри, поршні й ін.). Пружини і ресори застосовуються для захисту від вібрацій та ударів, для акумулювання енергії (пружини в годинниках).

16.3 Загальні критерії працездатності деталей машин.

В відповідності з сучасними тенденціями до більшості машин, що проектуються пред'являють наступні загальні вимоги:

- висока продуктивність (високий коефіцієнт корисної дії);
- економічність виготовлення і експлуатації (використання недефіцитних і дешевих матеріалів);
- корозійна стійкість;
- автоматизація робочих циклів;
- компактність, надійність і довговічність (зниження маси деталей, наприклад в літакобудуванні);
- зручність і безпечність обслуговування;
- транспортабельність;
- відповідність зовнішнього вигляду вимогам технічної естетики.

При конструюванні і виготовленні машин необхідно дотримуватись Державних стандартів. На теперішній час в Україні діють Державні стандарти України (ДСТУ), Технічні умови України (ТУУ), Технічні умови (ТУ). Крім того, залишаються чинними деякі стандарти, прийняті за часів СРСР – Государственный Стандарт (ГОСТ), Отраслевой Стандарт (ОСТ), Республиканский стандарт (РСТ).

Застосування в машині стандартних деталей і вузлів зменшує кількість типорозмірів, забезпечує взаємозамінність, дозволяє швидко і дешево виготовляти нові машини, а в період експлуатації полегшує ремонт. Виготовлення стандартних деталей і вузлів машин відбувається в спеціалізованих цехах на заводах, що підвищує їх якість і знижує вартість.

Однією з головних вимог, яка ставиться до машин і їх деталей, є технологічність конструкції, яка значно впливає на вартість машин.

Технологічною називають таку конструкцію, яка відповідає мінімальними витратами при виготовленні і експлуатації, та забезпечується швидке і високоякісне виготовлення деталей.

Технологічність конструкції характеризується:

- застосуванням в новій машині деталей з мінімальною механічною обробкою, при цьому широко використовується штамповка, точне лиття, фасонний прокат, зварка;
- уніфікацією даної конструкції являється застосування однакових деталей в різноманітних вузлах машини; тобто максимально можлива заміна деталей різної форми і типорозмірів однаковими, а також застосування однакових діаметрів та розмірів, класів точності, шорсткості, способи технологій, що зміцнюють поверхні деталей (закалювання, азотування, наклеп);
- максимальним застосуванням стандартних конструкційних елементів деталей (різьб, канавок, фасок і ін.), а також стандартних квалітетів і посадок;
- застосуванням в новій машині деталей і вузлів раніше засвоєних у виробництві;
- спрощення конструкцій, виготовлення яких не вимагає спеціального обладнання або кваліфікації робочого.

Деталі машин повинні задовольняти також таким основним вимогам:

- 1) **надійності;**
- 2) **економічності.**

Надійність – це властивість деталі (або виробу) зберігати свої експлуатаційні показники протягом заданого терміну служби. *Термін служби*

виражається для автомобіля в кілометрах, трактора в гектарах обробленої землі, редуктора в годинах.

Економічність деталі визначається її вартістю, а також вартістю експлуатації, ремонту, обслуговування й т.п., забезпечує мінімальні затрати.

У більшості випадків вимоги надійності й економічності суперечливі. Розглянемо більш докладно критерії, що визначають надійність.

Надійність деталей залежить від геометричних, міцнісних, динамічних та інших параметрів, визначається рядом критеріїв, основними з яких є:

- міцність;
- твердість;
- зносостійкість;
- теплостійкість;
- вібростійкість.

Міцність – здатність деталі опиратися руйнуванню або виникненню пластичних деформацій протягом гарантійного строку роботи, визначається здатністю деталі витримувати виникаючі внутрішні напруження без істотних деформацій. Під порушенням міцності розуміють не тільки руйнування, але й виникнення пластичних деформацій.

Найбільш поширеним методом оцінки міцності деталей машин є порівняння робочих (розрахункових) напружень, що виникають у деталях машин під дією навантажень, з допустимими напруженнями.

Напруження в деталях (нормальні й дотичні) визначаються навантаженнями на деталь, які можуть бути постійними й змінними в часі.

Розрізняють статичну втрату міцності та руйнування від втомленості деталі. Втрата міцності відбувається тоді, коли робочі напруження перевищують границю текучості для пластичних матеріалів або границю міцності для крихких. Це пов'язано з випадковим перевантаженням або дефектами деталей. Руйнування від втомленості викликані тривалою дією змінних напружень.

Міцність визначається розрахунком небезпечного перерізу, в якому визначаються максимальні дотичні та нормальні напруження.

Для визначення граничного значення напруження при змінних навантаженнях використовуються результати спеціальних випробувань матеріалів на динамічну міцність (витривалість).

Для визначення напружень у деталях і перевірки їхньої міцності застосовують відповідні формули з науки про **опір матеріалів**.

В розрахунках на міцність перше значення має правильне визначення допустимих напружень, які залежать від багатьох факторів. До них відносяться:

- вибраний матеріал і спосіб отримання заготовки (лиття і ін.) ; міцність та довговічність деталі можна підвищити, якщо використовувати матеріали з високими фізико-механічними властивостями, але, **наприклад**, застосування високоякісних легованих сталей має високу вартість та дефіцитне.
- поверхнева обробка (термообробка); іноді працездатність визначається міцністю робочого поверхневого шару;
- ступінь відповідальності деталі і її режим роботи;
- конфігурація деталі і її розміри (для деталей, які працюють на згин, раціонально використовувати трубчастий або двотавровий переріз замість суцільного круглого або прямокутного);
- шорсткість поверхонь і ін.

Жорсткість – здатність деталей опиратися зміні форми під дією навантажень, тобто пружній деформації в процесі експлуатації. Жорсткість визначається власною жорсткістю деталей (залежить від розмірів і матеріалу) і контактною жорсткістю (міцністю) поверхневих шарів матеріалу деталей у місцях їхнього контакту. Визначення власної жорсткості проводиться методами опору матеріалів, а контактна жорсткість (тобто контактне зближення деталей) визначається або по теорії Герца, або експериментально. Жорсткість визначається розрахунком по допустимому значенню переміщення (лінійного або кутового).

Для деяких деталей жорсткість є основним критерієм при визначенні розмірів. **Наприклад**, жорсткість валів визначає роботу підшипників, а також зубчатих, черв'ячних і інших передач.

Норми жорсткості встановлюють на основі досвіду експлуатації машин. Ці норми зазначені в довідковій літературі.

Зносостійкість – здатність деталей опиратися зміні розмірів та стану поверхні у процесі роботи (тертя поверхневого шару деталей). Більшість деталей виходять із ладу через зношування. Розділяють наступні види зношування:

а) **механічне** - це в основному абразивне зношування твердими сторонніми частками (пісок, пил) між деталями, що труться;

б) **молекулярно-механічне** зношування проявляється, коли має місце зчеплення деталей, що сполучаються, на молекулярному рівні;

в) **корозійно-механічне** зношування відбувається, коли продукти корозії стираються механічним шляхом.

Всі ці види зношування можуть існувати одночасно. Ступінь зношування поверхонь, зокрема, залежить від величини тиску в зоні контакту, від шляху контактування, від величини мікронерівностей, від відхилень форми контактуючих поверхонь.

Одним з основних методів підвищення зносостійкості є забезпечення рідинного тертя, для чого необхідно мати товщину масляного шару, що перевищує суму мікронерівностей і відхилень форми поверхонь.

Знос залежить від властивостей вибраного матеріалу, термообробки і шорсткості поверхонь, від величини тиску або контактних напружень, від швидкості ковзання і умов змащення, від режиму роботи, захисту від попадання абразивних частин і ін. Знос зменшує міцність деталі, змінює характер з'єднання (зазори). При роботі з'являється шум – характерна ознака.

В більшості випадків розрахунки деталей на зносостійкість ведуться по допустимим тискам, встановленими практикою (розрахунок підшипників кочення і ін.). Використання в конструкціях ущільнюючих засобів захищає деталі від попадання пилу, збільшуючи їх зносостійкість.

Характерною рисою підвищеного зносу є наростання шуму при роботі машин.

Теплостійкість – здатність деталей опиратися зміні форми й розмірів при зміні їхньої температури. Робота машин супроводжується внутрішнім тепловиділенням (або за рахунок внутрішніх джерел тепла або за рахунок тертя). Крім цього, машини й механізми можуть працювати в умовах зовнішніх підвищених або знижених температур, при цьому можуть виникати шкідливі явища.

Перегрів деталей під час роботи – явище небезпечне, так як при цьому знижується їх міцність, погіршуються властивості змащення, а зменшення зазорів в рухомих з'єднаннях призводять до заїдання і поломки. Для забезпечення нормального теплового режиму роботи проводять теплові розрахунки (розрахунки черв'ячних передач, підшипників кочення і ін.) та при необхідності застосовується водяне охолодження, циркуляційне змащення.

Вібростійкість – це здатність конструкцій працювати в потрібному режимі без неприпустимих резонансних коливань.

Розрахунки (або випробування) машин на коливання проводять не для окремих деталей, а для конструкцій.

До аналізу вібростійкості конструкції відносять також аналіз джерел шуму й вживання заходів по доведенню рівня шуму до санітарних норм.

Вібрації знижують якість роботи машин, викликають перемінні напруження в деталях. Особливо небезпечні є резонансні коливання. Розрахунки на вібростійкість розглядаються в курсі “Теорія коливань” і виконуються для машини в цілому.

Застосовують два види розрахунку: **проектний** та **перевірочний**.

Проектним розрахунком називають визначення розмірів деталей по формулах, відповідним головним критеріям працездатності (міцність, жорсткість, зносостійкість і ін.). Ці розрахунки приймають в тих випадках, коли розміри конструкції раніше невідомі. Проектні розрахунки основані на ряді допущень і виконуються як попередні з подальшим уточненням.

Перевірочним розрахунком називається визначення фактичних характеристик головних критерій працездатності деталей і порівняння їх з допустимим значенням. При перевірочному розрахунку визначають фактичні напруження і коефіцієнт запасу міцності, дійсні згини і кути нахилу перерізів, температуру і ін.

Перевірочний розрахунок є уточненим; його виконують коли форма і розміри деталі відомі з проектного розрахунку або прийняті конструктивно.

Розрахунок і конструювання пов'язані. Конструюванням називається творчий процес побудови механізму або машини на кресленнях на основі проектних і перевірочних розрахунків. При розробці конструкції машини розглядають різноманітні варіанти для одержання оптимальної конструкції, забезпечуючи потрібні характеристики машини при найменшій вартості виготовлення і експлуатації.

Конструювання вимагає всебічного аналізу статичного матеріалу, відображаючи практику експлуатації машин даного типу, врахування специфічних факторів і параметрів проекційної машини, а також всіх вимог сучасного машинобудування.

Тест на самоперевірку

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Машини, що змінюють властивості, форму і розмір тіл називають:	робочими	
		технологічними	
		енергетичними	
2	Машини, що перетворюють механічну енергію в інший вид енергії або навпаки називають:	робочими	
		технологічними	
		енергетичними	
3	Які основні параметри руху?	Потужність	
		Потужність і кутова швидкість	
		Кутова швидкість та коефіцієнт корисної дії	
4	Крюк, ковш відносяться до деталей	спеціального призначення	
		загального призначення	
		перетворення руху	
5	Момент на валу механізму можна визначити за формулою:	$F_t = \frac{N}{V}$	
		$M = \frac{N}{\omega}$	
		$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_{\rho}}$	
6	До якої групи деталей машин відносять вали?	Передавальні деталі	
		Напрямні та підтримуючі деталі	
		З'єднувальні деталі	
7	Стан технічного об'єкта конструкції, при якому він здатний виконувати задані функції відповідно до встановлених параметрів називається:	Безпечним станом	
		Надійністю	
		Працездатністю	
8	Здатність деталей опиратись зміні розмірів та стану поверхні у процесі роботи називається:	Надійністю	
		Працездатністю	
		Зносостійкістю	
9	Здатність деталей опиратись зміні форми та розмірів при зміні їхньої температури називається:	Теплостійкістю	
		Працездатністю	
		Зносостійкістю	
10	Для забезпечення найменшого зношування деталей шорсткість поверхні деталей, поверхні яких рухаються одна відносно одної повинна бути:	Мінімально можлива	
		В заданому діапазоні	
		Максимальною	

РОЗДІЛ 17

МАШИНОБУДІВНІ МАТЕРІАЛИ.

- 17.1 Чорні сплави.
- 17.2 Кольорові сплави.
- 17.3 Неметалеві матеріали.

17.1 Чорні сплави.

Вибір матеріалів для деталей машин визначається:

1. Необхідністю забезпечення необхідної **надійності**;
2. Економічними факторами (міцність та довговічність деталі можна підвищити, якщо використовувати матеріали з високими фізико-механічними властивостями, але, **наприклад**, застосування високоякісних легованих сталей має високу вартість та є дефіцитним).

Так, **наприклад**:

- деталі, розміри яких визначаються умовами міцності, виконуються з матеріалів з високими міцністними характеристиками;
- деталі, до яких пред'являються підвищені вимоги по твердості, виготовляють із матеріалів з високим модулем пружності;
- деталі, піддані контактним напруженням і зношуванню, виготовляють зі сталі з високою поверхневою твердістю при високих контактних напруженнях, або із чавуну й неметалевих матеріалів при низьких контактних напруженнях;
- деталі, що працюють при високих температурах, виготовляють із жароміцних і жаростійких сталей.

Всі машинобудівні матеріали поділяються на дві великі групи: **метали** та **неметали**.

Металами називають матеріали, які мають велику електропровідність та теплопровідність, непрозорі, мають металічний блиск, здатні до значних пластичних деформацій, що дає змогу обробляти їх під тиском (прокатування,

кування, штамповка). Вони добре зварюються, працюють при низьких та високих температурах. Чисті метали у звичайному структурному стані мають недостатню міцність і не забезпечують потрібних властивостей, тому у промисловості частіше використовують сплави. Їх отримують сплавленням чи спіканням порошків двох або більше металів.

Метали, що застосовуються в машинобудуванні, діляться на дві групи:

- чорні метали й сплави (чавуни й сталі);
- кольорові метали й сплави (мідь, алюміній, цинк, нікель).

Наприклад, якщо твердість заліза в умовних одиницях становить 50-80, то при сплавленні його з вуглецем отримують чавун твердістю 230-410, а при сплавленні заліза з вуглецем та хромом отримують інструментальну сталь, твердість якої 450-700.

За вмістом вуглецю в чорних сплавах їх поділяють на дві групи – чавуни і сталі.

Чавун – сплав заліза з вуглецем, у якому вуглецю $> 2.14\%$. Його виплавляють у доменних печах. Принцип одержання полягає у відновленні заліза, насичені його вуглецем та іншими домішками – марганцем, сіркою, фосфором. Вихідними матеріалами є залізні руди (рудна речовина, з'єднання заліза з киснем, та пуста порода, пісок, глина), які містять різну кількість заліза у вигляді хімічних сполук (руда чорного кольору – магнітний залізняк 56-72% заліза, бурий залізняк 25-60% заліза, червоний залізняк 40-65% заліза), паливо і флюси.

Паливом слугує кокс, використовують деревне вугілля. Флюс використовують для перетворення в шлак пустої породи і золи палива, застосовують вапняк. Також в доменну піч подають велику кількість повітря, необхідного для горіння палива.

Чавун має гарні технологічні властивості, високі ливарні якості, корозійну стійкість, жаростійкість й невисоку вартість.

Недолік чавуну - низька зварюваність і неможливість обробки тиском.

Основні види чавуну:

Білий чавун отримують при високих швидкостях охолодження, через високу твердість та крихкість практично не використовують для виготовлення конструктивних елементів. Перероблюють на сталь та сірі чавуни.

Сірий чавун (ГОСТ 1412-85) отримують після термічної обробки білого чавуну і повільному охолодженні. *Позначається* літерами та цифрою, наприклад, СЧ 10, цифра 10 означає межу міцності при розтягу $\sigma_b = 100$ МПа. Основна частина вуглецю знаходиться в вільному стані в вигляді пластинчатих включень графіту, тому легко обробляються на металорізальних станках. *Приклад застосування:* відливають циліндрові групи двигунів пожежних автомобілів і мотопомп, блоки висувних пожежних драбин, шарів клапану пожежного гідранта, поршневі кільця мотопомп, корпус і кришка центробіжного насосу, нижня частина корпусів карбюраторів, корпуси коробок відбору потужностей і редукторів пожежних автомобілів, опорні частини залізобетонних балок, ферм, башмаки під колони.

Ковкий чавун (ДСТУ EN 1564:2009) отримують з білого чавуну термічною обробкою. *Позначається* літерами та цифрами, наприклад, КЧ 35-10 (цифра 35 означає - $\sigma_b = 350$ МПа, цифра 10 - відносне видовження у відсотках - $\delta = 10$ %). *Приклад застосування:* крюки, скоби, ролики конвеєрів; виготовляють задній міст, ступиці коліс, корпус коробки відбору потужностей, картер рульової передачі, з'єднувальні деталі газопровідних та водогінних систем.

Високоміцний чавун (ДСТУ 3925-99) отримують з сірого чавуну модифікацією магнієм. *Позначається* літерами і цифрами, наприклад, ВЧ80-2 (цифра 80 означає - $\sigma_b = 800$ МПа, цифра 2 - відносне видовження $\delta = 2\%$). Витримує більші зовнішні навантаження без руйнування, ніж звичайний чавун. Високоміцний чавун ефективно замінює сталь. З нього виготовляють зубчасті колеса, прокатні валки, колінчасті вали двигунів.

Існують також спеціальні види чавунів.

Антифрикційний чавун (ГОСТ 1585-85).

позначається АЧС-1:

АЧ – група чавуну (антифрикційний чавун);

С – вид графітних включень подібний до чавунів (С - сірого , В - високоміцного, К – ковкого);

1 – номер марки.

Загалом 10 марок – АЧС-1, АЧС-2, АЧС-3, АЧС-4, АЧС-5, АЧС-6, АЧВ-1, АЧВ-2, АЧК-1, АЧК-2.

Легований чавун зі спеціальними властивостями (ГОСТ 7769-82). Позначається літерою Ч, після якої літери легуючих компонентів та приблизна масова доля компоненту. Літера Ш в кінці позначення вказує, що графіт має кулеподібну форму.

Легуючі компоненти в даному випадку позначаються такими літерами: Х – хром, С – кремній, Г – марганець, Н – нікель, Д – мідь, М – молібден, Т – титан, П – фосфор, Ю - алюміній.

Наприклад: ЧН11Г7Ш – чавун легований, 11% нікелю, 7% марганцю з графітом кулеподібної форми.

Залежно від складу може бути жаростійким, зносостійким, мало магнітним, корозійностійким, холодостійким.

Залежно від призначення виплавляють ливарний та переробний чавуни. Ливарний використовують для виробництва чавунних виливків, переробні для виробництва сталі.

Сталь - сплав заліза з вуглецем, у якому вуглецю < 2.14%.

Сталь - найбільше широко застосовуваний конструкційний матеріал. Для отримання сталі використовують білий чавун та сталевий лом. Процес отримання сталі з чавуну полягає в зменшенні кількості вуглецю та домішок. Сталь отримують в конверторах (бесемєрівських, томасівських), мартенівських та електричних (дугових, індукційних) печах.

Сталі класифікують:

- за хімічним складом;
- за якістю;

➤ за призначенням.

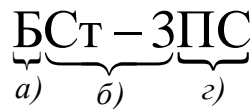
За хімічним складом. За вмістом вуглецю маловуглецеві (до 0,3%), середньовуглецеві (від 0,3 до 0,7%), високовуглецеві (понад 0,7%). В легованих сталях за сумарним вмістом легуючих компонентів: низьколеговані (до 2,5%), середньолеговані (від 2,5 до 10%), високолеговані (понад 10%).

За якістю або за вмістом шкідливих домішок:

Група	S, %	P, %
Звичайної якості	< 0,06	< 0,07
Якісні	< 0,04	< 0,035
Високоякісні	< 0,025	< 0,025
Особливо високоякісні	< 0,015	< 0,025

Звичайні – будівельні сталі, використовують у мостобудуванні у вигляді зварних, клепаних чи болтових конструкцій (швелери, балки, труби, листи).

Вуглецеві сталі **звичайної якості** (ГОСТ 380-2005) позначаються за таким правилом:



а) Спосіб контролю:

«А» - за механічними властивостями (механічна обробка);

«Б» - за хімічним складом (зварювання);

«В» - за механічними властивостями і хімічним складом (комплексна обробка).

б) Порядковий номер відповідає вмісту в сталі вуглецю, чим вище номер, тим більше зміст вуглецю.

в) Спосіб розкислення:

«КП» - кипляча сталь (вилучений кисень), добавка - марганець (Mn);

«ПС» - напівспокійна сталь (Mn й Al);

«СП» - спокійна сталь (Al й Si).

З нумерацією зростає твердість, межа міцності, знижується пластичність, збільшується кількість вуглецю. Зі сталі Ст3, Ст4 роблять крюки пожежних драбин, пожежні багри, вал електродимососа, Ст5, Ст7 – пожежні ломи.

Вуглецеві **якісні** конструкційні сталі (ГОСТ 1050-88) позначають лише цифрами від 05 до 60 (цифри від 05 до 60 показують середній вміст вуглецю в сотих частках відсотків). Деякі види сталей можуть мати позначення «кп» або «пс», що означають спосіб розкислення. Літера «Ю» після цифр означає

легуювання алюмінієм, літера «А» в кінці позначення означає, що сталь високоякісна.

За призначенням: конструкційна, інструментальна, з особливими фізичними властивостями.

Конструкційні сталі використовуються для виготовлення конструкцій, деталей вузлів машин та механізмів.

Інструментальні сталі використовують для виготовлення різального, штампувального та вимірювального інструменту.

Вуглецеві **інструментальні** (ГОСТ 1435-99) маркують літерою У і цифрою, яка вказує вміст вуглецю у десятих частках відсотків У7, У10, У13. Використовують для виготовлення ударних, ріжучих та вимірювальних інструментів.

Із збільшенням вмісту вуглецю зростає міцність і твердість, але знижується пластичність та зварюваність. Зі сталі У7 виготовляють пожежні сокири.

Для зміни характеристик сталей при плавці в розплав вводять спеціальні легуючі добавки й одержують леговані сталі. За вмістом цих домішок розрізняють сталі:

- низьколеговані (до 2,5%);
- середньолеговані (2,5-10%);
- високолеговані (більше 10 %);

Ці добавки позначаються в марці сталі буквами, а їхній вміст цифрами.

Наприклад, В - вольфрам; Н - нікель; Х - хром; Г - марганець; Т - титан; Ю - алюміній й ін.

Наприклад:

40Х- конструкційна якісна легована сталь зі вмістом вуглецю 0.4% і хрому < 1%.

12Х2Н4А-конструкційна високолегована зі вмістом вуглецю 0.12%, хрому 2%, нікелю 4% , А-високої якості.

15X13H7C2A – конструкційна високолегована зі вмістом вуглецю 0.15%, хрому – 13%, нікелю – 7%, кремнію – 2%, із зниженим вмістом сірки та фосфору.

Сталі з особливими фізичними властивостями або спеціального призначення позначаються відповідною літерою на початку (Р – швидкоріжуча, Ш – кулькопідшипникові, Е – магнітна, А – із підвищеними різальними властивостями, тощо).

В пожежно-рятувальній техніці використовують сталі:

➤ **Хромову** сталь для виготовлення шпинделя і його опорної гайки в пожежному гідранті. Зі сталі 15Х виготовляють поршневі пальці двигунів пожежних мотопомп і двигунів пожежних автомобілів, 40Х – впускні клапани двигунів, напіввісі, шліцові частини карданних валів пожежних автомобілів, 20Х – ведений вал відбору потужностей та інші деталі.

➤ **Хромонікелеву** сталь для виготовлення зубчастих передач ручного аварійно-рятувального інструменту.

➤ **Нікель-алюмінієву** сталь використовують для виготовлення постійного магніту магнето пожежної мотопомпи.

17.2 Кольорові сплави.

Кольорові метали (наприклад, мідь, алюміній, олово, цинк, свинець, хром) через їхню високу вартість дуже рідко застосовують у машинобудуванні для виготовлення деталей. В більшості випадків на основі кольорових металів виготовляють сплави з необхідними характеристиками, які використовують для покриття металевих поверхонь з метою захисту від корозії, підвищення твердості, зносостійкості, жаростійкості.

На основі міді виготовляють латуні й бронзи.

Мідь застосовують для виготовлення запобіжних мембран вуглекислотних та пінних вогнегасників, частини спринклерної головки 2-СП.

Латунь (ГОСТ 17711-93) - це сплав міді із цинком плюс добавки. Позначення, наприклад: ЛМцС58-2-2 (сплав містить 58% міді, 2% марганцю, 2% свинцю, інше - цинк). Латуні характеризуються гарним опором корозії, високою електропровідністю, особливо гарними технологічними властивостями.

З латуні виготовляють сітки фільтрів механізму подачі кисню ізолюючих протигазів, в автодрабині латунні кільця забезпечують проведення електричного струму автоматики та бакенного механізму, пластини замка спринклерного зрошувача СВ і дефлектора дренчерної головки ДЛ. Латунь не піддається дії морської води і застосовується для деяких деталей морських пожежних кораблів.

Бронзи (ГОСТ 5017-74, ГОСТ 613-79, ГОСТ 18175-78, ГОСТ 493-79) - це сплав міді з іншими металами (олово, алюміній) крім цинку. Наприклад, БрАЖ9-4 (сплав містить 9% алюмінію, 4% заліза, інше мідь). Бронзи мають високі антифрикційні властивості.

Бабіти (ГОСТ 1209 - 78) - сплави на основі м'яких металів: олова й свинцю. Являють собою антифрикційні підшипникові матеріали низької твердості, які добре приробляються. Позначення, наприклад, Б83 (сплав містить 83% олова).

Алюмінієві сплави розділяють на:

ливарні (ДСТУ 2839-94), **наприклад**, АЛ8, АЛ13 (цифра позначає умовний номер сплаву), призначені для виготовлення відливок;

деформовані (ГОСТ 4784-97)– отримують вироби прокатуванням, пресуванням, куванням, штампуванням.

Основними ливарними алюмінієвими сплавами є **силуміни** – сплави алюмінію із кремнієм (до ~ 20%). Зі сплаву АЛ-2 відливають карбюратори двигунів внутрішнього згорання, зі сплаву АЛ-5 виготовляють корпуси і робочі колеса центробіжних пожежних насосів, зі сплаві АЛ-6 та АЛ-9 корпуси розгалужень і водозабірних колонок.

З деформованих алюмінієвих сплавів найбільше застосування знаходить **дюралюміній** – сплав алюмінію, міді, магнію, марганцю. З дюралюмінію виготовляють кожух ацетиленового генератора, корпуси ізолюючих протигазів КП.

Вироби та конструкції з алюмінієвих сплавів є антимагнітними, вогне- та сейсмостійкими, при ударі не дають іскор. Застосовують в агресивному середовищі.

З алюмінію виготовляють пожежні стволи, сопла вуглекислотних вогнегасників.

Для виготовлення деталей машин застосовують також магнієві, титанові, цинкові й інші сплави.

В останні роки усе більш широке застосування знаходять поліметалеві сплави (зокрема, біметали) і металокерамічні матеріали.

17.3 Неметалеві матеріали.

Всі неметалеві матеріали, які застосовуються в машинобудуванні, розділимо на дві групи:

- пластичні маси;
- інші різні матеріали.

Неметалеві матеріали, зокрема, пластмаси мають ряд істотних **переваг** перед металами. Так, **наприклад**:

- менша густина (в $\sim 5...7$ разів менше ніж у міді й в ~ 2 рази менше ніж в алюмінію);
- значно перевершує сталь по стійкості до атмосферної корозії, дії кислот, лугів, розчинників;
- мають низький коефіцієнт тертя й мають високу зносостійкість;
- мають низьку електропровідність;
- дозволяють одержувати деталі з досить тонкою й складною фактурою;

- доступність сировини й простота переробки.

Крім **переваг** неметалеві матеріали мають і **недоліки**:

- низька теплопровідність;
- низька твердість;
- недостатньо висока міцність;
- повзучість і схильність до старіння;
- деякі полімерні матеріали здатні виділяти шкідливі речовини.

Пластичні маси

Пластмаси являють собою матеріали на основі високомолекулярних органічних сполук, зокрема, смол. Ці матеріали в певній фазі свого виробництва мають пластичність, що дозволяє формувати вироби.

По природі смол пластмаси розділяють на **термореактивні** й **термопластичні**. Термореактивні (реактопласти) у процесі виробництва стають неплавкими й не допускають повторної переробки. Приклади шаруватих термореактивних пластмас:

текстоліт - $\sigma_{\text{в}}=100\text{МПа}$;

гетинакс - $\sigma_{\text{в}}=100\text{МПа}$;

асботекстоліт - $\sigma_{\text{в}}=80\text{МПа}$.

Використовується для виготовлення пресуванням шківів, ступиць коліс і інших деталей побутової техніки.

Термопластичні пластичні матеріали розм'якшуються при високих температурах і допускають повторне формування. Приклади термопластів:

органічне скло (люсайт) - $\sigma_{\text{в}}=65\text{МПа}$;

вініпласт - $\sigma_{\text{в}}=60\text{МПа}$;

фторопласт (тефлон) - $\sigma_{\text{в}}=15\text{МПа}$;

нейлон, капрон - $\sigma_{\text{в}}=40\dots100\text{Мпа}$.

Використовують для виготовлення захисних плівок, пасів, зубчатих коліс.

Інші неметалеві матеріали

У машинобудуванні застосовують широкий ряд різних неметалевих матеріалів. Відзначимо ті, що найбільше зустрічаються.

Гума - матеріал на основі натурального або синтетичного каучуку з додаванням сірки. Твердість і стійкість (наприклад, до нафтопродуктів) гум, що випускають, лежить у широкому діапазоні. Тверду гуму (~50% сірки) називають - ебоніт. Позначення гуми, **наприклад**:

МС - маслостійка;

МБС - маслобензостійка.

Виготовляють м'якою (для шин), пористою (для амортизаторів), жорсткою (для електротехнічних виробів). Використовують для виготовлення автопокришок, ременів, рукавів.

Графіт - має високу міцність, гарну електропровідність й теплопровідність, малий коефіцієнт тертя. Його застосовують, зокрема, для ковзних електричних контактів, вогнетривких виробів, для підшипникових втулок і вкладишів, а також для змащення поверхонь тертя.

Мінералокераміка (наприклад, корундовий матеріал-мікроліт) має високу зносостійкість і твердість, достатню механічну міцність при низькій вартості. Застосовують для виготовлення гальмових накладок, лопаток турбін і насосів й ін.

Досить широко застосовуються в машинобудуванні папір, картон, клеї, лакофарбові й ін. матеріали.

Тест на самоперевірку

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Всі машинобудівні матеріали поділяють на дві групи:	сталі та чавуни	
		метали і неметали	
		чорні та кольорові	
2	До кольорових металів відносять:	білий та сірий чавун	
		алюмінієві та мідні сплави	
		пластмаси та гуму	
3	Яка кількість вуглецю в чавуні?	До 2,14%	
		До 0,8%	
		Більше 2,14%	
4	Крюк, ковш відносяться до деталей	спеціального призначення	
		загального призначення	
		перетворення руху	
5	В конструкційних легованих сталях літерою П позначають:	фосфор	
		вольфрам	
		мідь	
6	Якість сталі підвищується:	підвищенням вмісту вуглецю	
		зменшенням вмісту сірки	
		збільшенням вмісту заліза	
7	Високолеговані сталі мають в своєму складі легуючих компонентів:	Не більше 5%	
		Не менше 5%	
		Не менше 10%	
8	Сплав на основі міді, в якому другим за вмістом компонентом є цинк називають:	Латунню	
		Бронзою	
		Баббітом	
9	До якої групи алюмінієвих сплавів відносяться силуміни?	Деформовані	
		Металокерамічні	
		Ливарні	
10	Неметалеві матеріали поділяються на	Пластичні маси та інші матеріали	
		Термореактивні та термопластичні	
		Гуми та графіти	

РОЗДІЛ 18

СИСТЕМА ДОПУСКІВ ТА ПОСАДОК.

- 18.1 Взаємозамінність деталей.
- 18.2 Характеристики та області застосування ЄСДП.
- 18.3 Якість поверхонь деталей машин.

18.1 Взаємозамінність деталей.

При експлуатації машин виникає необхідність заміни деталей та вузлів. Це можливо, якщо буде забезпечена взаємозамінність.

Взаємозамінність – це здатність незалежно виготовлених деталей без додаткової обробки займати своє місце в машині і забезпечувати надійну роботу. Взаємозамінними повинні бути будь-які деталі, починаючи від гладких простих до таких, як зубчасті колеса, різьбові вироби, черв'яки. Так, у редукторів можуть взаємно замінятися зубчасті колеса, вали тощо.

Взаємозамінність забезпечується класом стандартів **ЄДИНОЇ СИСТЕМИ ДОПУСКІВ та ПОСАДОК** (ЄСДП), яка розроблена на базі міжнародної системи якості (ISO), які почали вводитись з січня 1977 року.

Лінійні розміри являють основну частину числових геометричних характеристик, які застосовуються в техніці. Лінійні розміри регламентуються стандартами, де приведені ряди переважаючих (нормальних) чисел. Ці ряди складені по геометричній прогресії. Встановлено чотири основних (R5, R10, R20, R40) ряди та один додатковий R80. Числа ряду є заокругленими значеннями геометричної прогресії зі знаменниками рівними: $q_{R5}=1,6$, $q_{R10}=1,25$, $q_{R20}=1,12$, $q_{R40}=1,06$, $q_{R80}=1,025$.

Наприклад, для ряду R5 розміри в діапазоні від 1 до 10 дорівнюють: 1,0; 1,6; 2,5; 4,0; 6,3; 10. При цьому, обговорено, що розміри ряду R5 більш переважаючі, ніж розміри ряду R10, а розміру ряду R10 більш переважаючі, ніж розміри ряду R20. Є діапазони до 20000 мм.

При призначенні номінальних розмірів за рядами зменшуються витрати на виготовлення виробу, так як при цьому можливо застосувати стандартні ріжучі та контрольні інструменти.

Деталі машин не можуть бути виготовлені абсолютно точно і завжди мають деякі відхилення від номінальних розмірів. Для нормальної роботи машини такі відхилення повинні регламентуватися системою ЄСДП.

Номінальний розмір – розмір, який вимагається, **наприклад**, конструктор встановлює розмір вала, який вимагається за умовами його роботи (рис. 18.1). Такий розмір є загальним для «отвору» (деталі, що охоплює іншу) і «валу» (деталі, яка охоплюється іншою) та позначається D та d . Їх отримують з розрахунків або приймають з конструктивних міркувань і округляють до ближнього з рядів нормальних лінійних розмірів.

Дійсний розмір – розмір, який має деталь (з врахуванням похибки обробки розмір деталі, яка виготовлена по кресленню, відрізняється від номінального).

Граничні розміри – два допустимих розміри, між якими повинен знаходитись дійсний розмір (для взаємозамінності на кресленні вказуються два значення допустимого розміру). При конструюванні деталей граничні розміри задаються на кресленнях як величини відхилень від номінального розміру. Верхнім відхиленням називають різницю між найбільшими граничним і номінальним розмірами, а нижнім відхиленням – різницю між найменшим граничним та номінальним розмірами.

Допуск – різниця між найбільшим і найменшим граничним розмірами (позначається T_d та T_D для валу і отвору відповідно).

Поле допуску – зона між найбільшим та найменшим граничними розмірами.

Нульова лінія – лінія, яка обмежує номінальні діаметри вала чи отвору.

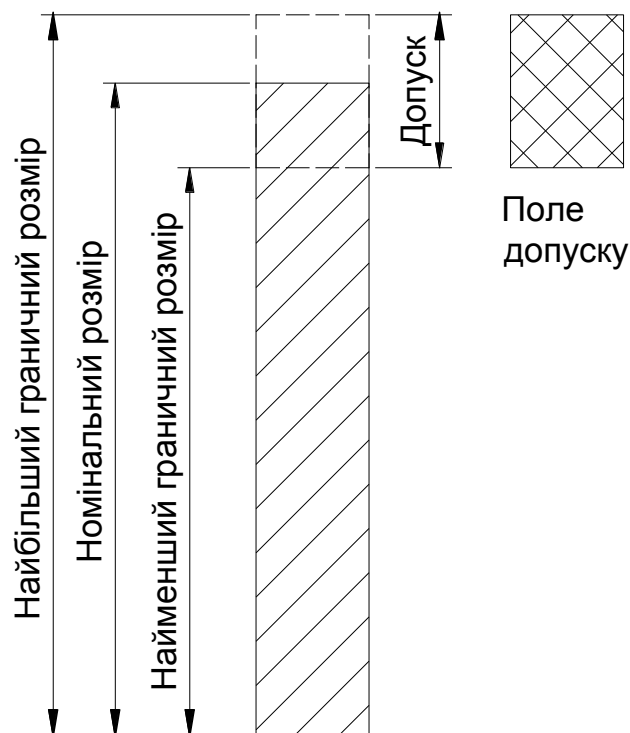


Рис. 18.1 – Схема поля допуску

Допуски встановлені у відповідності з 19-ма квалітетами точності (ступенями точності), які мають номери 01, 0, 1, 2,...17. Для кожного квалітету точності допуск має свою величину діапазону. Допуск позначається буквами IT. Найбільш точний 01, а найменш -17.

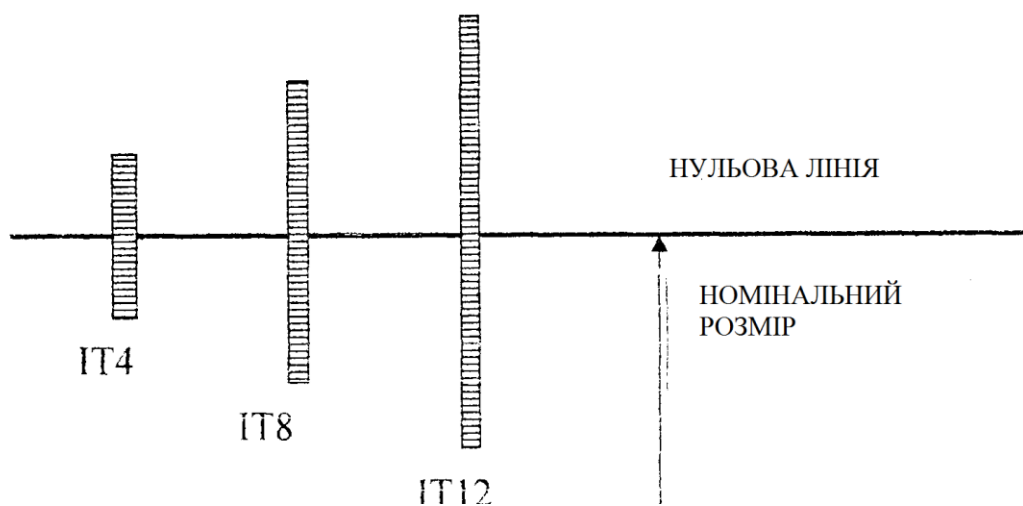


Рис. 18.2 – Співвідношення полів допусків різних квалітетів

Наприклад, IT8 – допуск по восьмому квалітету. Допуск на розмір в мікрометрах можна знайти по довіднику. При виготовленні деталей машин загального призначення найбільш широко використовуються допуски IT5, IT6, IT7. Чим більше номер квалітету, тим менше поле допуску на розмір деталі.

Квалітети 01...4 призначені для кінцевих мір довжини, калібрів, вимірювальних інструментів; 5...13 квалітети використовують для допусків розмірів деталей, що з'єднуються; квалітети 14...17 відповідають допускам для вільних розмірів.

Таким чином, допуск на розмір визначає ступінь точності виготовлення однієї деталі.

18.2 Характеристики та області застосування ЄСДП.

Коли існує збирання двох деталей, які входять одна в одну, то розрізняють поверхні, яка охоплює і яку охоплюють, якщо мова йде не про тіла обертання (з'єднання шпонки і шпонкової канавки), або отвір і вал.

Для з'єднання деталей машин в одних випадках необхідно забезпечити зазор між деталями (наприклад, для розміщення мастильних матеріалів), в інших випадках навпаки необхідно забезпечити щільне з'єднання. Ці вимоги до з'єднань деталей забезпечується **посадками**.

Під **посадкою** розуміють характер з'єднання двох деталей, тобто розуміють більшу або меншу свободу відносно переміщення двох деталей, що контактують, або міцність їх нерухомого з'єднання. Посадка характеризується величиною отриманих в з'єднанні зазорів чи натягів. Різні посадки здійснюються зміною положення поля допуску відносно нульової лінії (номінального розміру). Це положення (зміщення) поля допуску називаються відхиленнями.

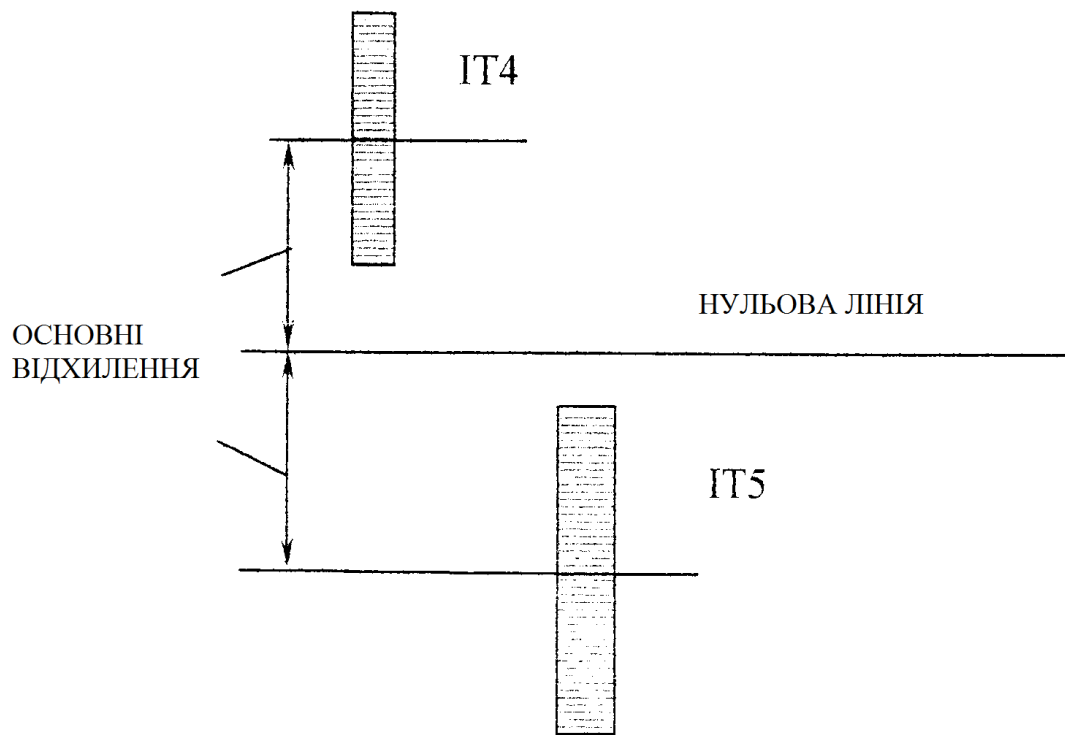


Рис. 18.3 - Поля допусків.

Поле допуску отвору позначаються великими буквами латинського алфавіту (A, B, C, D, ..H, Z, ZC), а валів малими буквами (a, b, c, ...h, ...z, zc).

Розташування полів допусків для отворів:

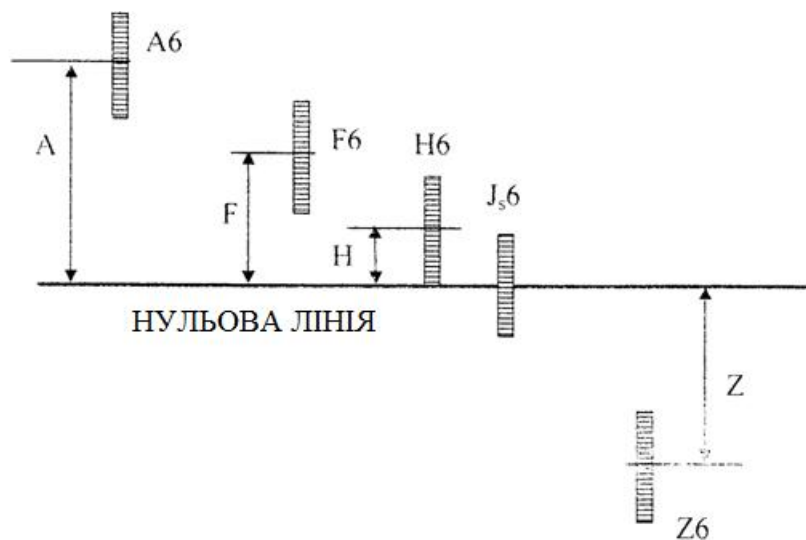


Рис. 18.4 - Поля допусків отворів.

Розрізняють такі види посадки:

- з зазором;

- перехідні;

- з натягом.

Посадка з зазором – посадка, при якій в з'єднанні забезпечується гарантований зазор. При такій посадці поле допуску отвору лежить вище поля допуску валу. Застосовуються в рухомих з'єднаннях (підшипники ковзання) та нерухомих з'єднаннях, якщо необхідно забезпечити легке збирання та розбирання. Забезпечує вільне осьове і окружне переміщення одної деталі відносно іншої.

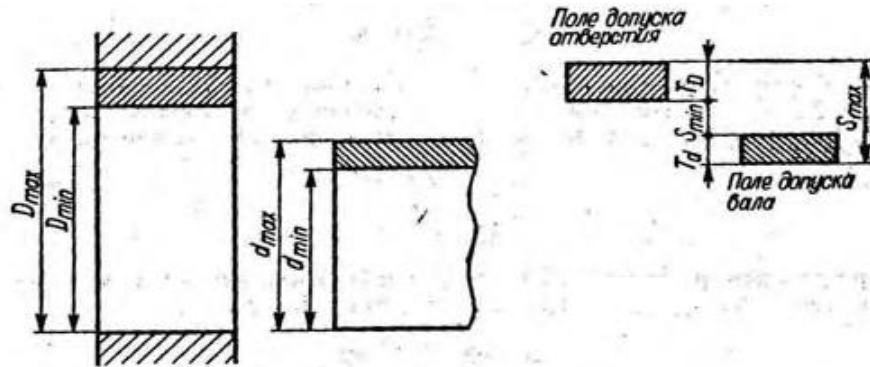


Рис. 18.5 – Схема утворення посадки з зазором

На рисунку показано розташування полів допусків для з'єднання, в якому забезпечений лінійний гарантований зазор 25 мкм. На кресленні з'єднання позначається $\text{Ø}50 \frac{H7}{f6}$. Є найбільший та найменший зазор, різниця між ними називається допуском зазору.

Посадка з натягом – посадка, при якій в з'єднанні забезпечується гарантований натяг. В тому випадку, коли різниця між отвором і валом буде від'ємною, що має місце, коли розмір вала більше розміру отвору, то ця від'ємна різниця називається натягом. З'єднання буде нерухоме без додаткових кріплень. В цьому випадку поле допуску отвору лежить нижче поля допуску валу. Є найбільший натяг та найменший, а їх різниця називається допуском натягу.

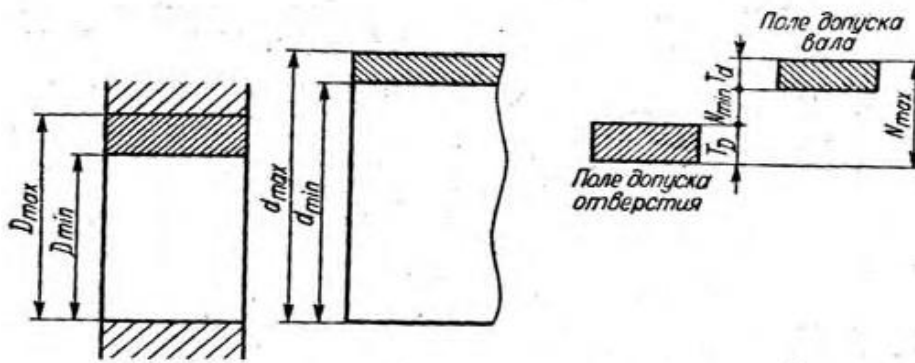


Рис. 18.6 – Схема утворення посадки з натягом

На рисунку показано розташування полів допусків для з'єднання, в якому забезпечений лінійний гарантований натяг 38 мкм. Позначення з'єднання на кресленні $\text{Ø}50 \frac{H6}{t6}$. Застосовують в нерухомих з'єднаннях.

Перехідні посадки – посадки, в яких при зборці деталей можна отримати як малі зазори, так і малі натяги. Для цих посадок поля допусків отворів і валу перекриваються. Застосовують в нерухомих з'єднаннях, які вимагають повторне збирання і розбирання з застосуванням додаткових кріплень таких як шпонок, різьбових деталей.

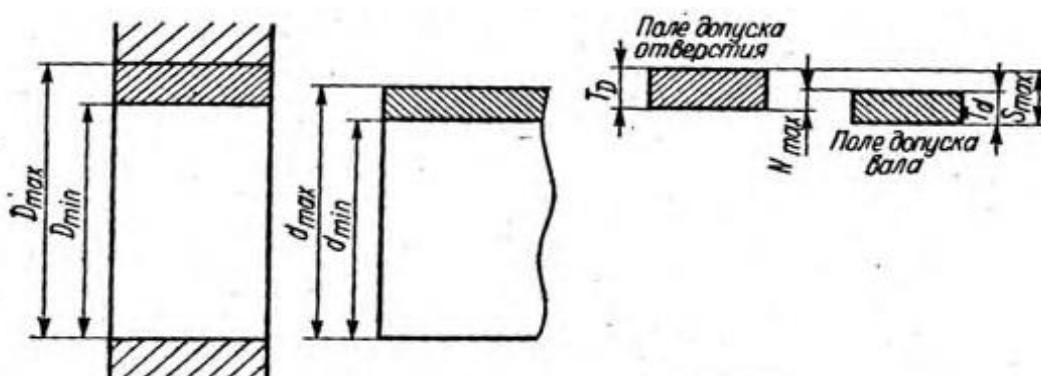


Рис. 18.7 – Схема утворення перехідної посадки

Посадки позначаються в вигляді дробу, в чисельнику поле допуску отвору, а в знаменнику поле допуску валу ($\text{Ø}10 \frac{H7}{k6}$).

Конкретні значення полів допусків для різних основних відхилень і квалітетів в прив'язці до номінальних розмірів приведені в довідниках.

З вищесказаного можна зробити висновок, що допуск посадки дорівнює допуску зазору чи натягу, в свою чергу допуск зазору чи натягу дорівнює сумі допусків валу і отвору.

Передбачено, що рухома або нерухома посадка може бути виконана за рахунок зміни розміру валу чи розміру отвору.

Існують дві системи створення потрібної посадки:

- система отвору;
- система валу.

В **системі отвору** залишаються постійними граничні розміри отвору, а посадка забезпечується зміною розміру валу. Переміщується поле допуску валу, змінюючись в залежності від посадки.

В **системі валу** фіксується розмір валу, а посадка, що вимагається, забезпечується зміною розміру отвору. Переміщується поле допуску отвору.

З практичної точки зору найбільш зручна система отвору, і вона в основному застосовується. Обробка отворів пов'язана з великими витратами для виготовлення інструмента.

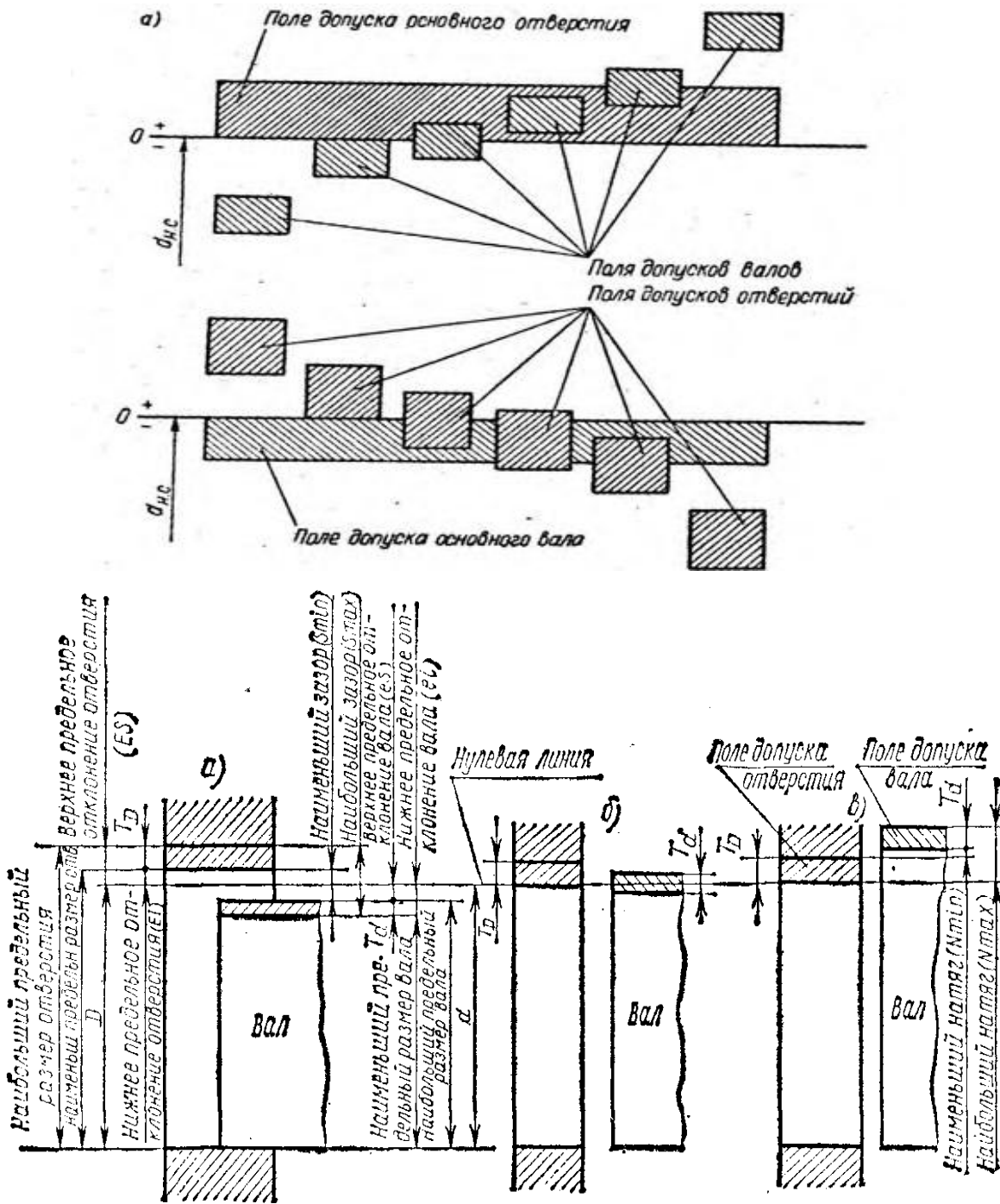


Рис. 18.8 – Схема утворення посадок в системі отвору (а) і валу (б)

Для зручності на кресленнях вказують номінальний розмір і його граничні відхилення. На кресленнях допуски на розміри проставляються після номінального розміру трьома способами: 18H7 (поле допуску отвору), 12e9 (поле допуску валу), числовими значеннями граничних відхилень $18^{+0,018}$, $12_{-0,075}^{-0,032}$,

умовними позначеннями полів допусків із зазначенням в дужках числових значень граничних відхилень $18H7(^{+0,018})$.

18.3 Якість поверхонь деталей машин.

При виготовленні деталі машин внаслідок різних технологічних процесів відрізняються від ідеальної форми, тобто не є ідеально гладкими, так як ріжучі кромки інструментів залишають сліди в вигляді нерівностей та гребінців, близько розташованих один біля одного.

При експлуатації машин зовнішнім впливам в першу чергу піддаються поверхні деталей, тому від їх якості залежить надійність, довговічність, втомна міцність, стабільність посадок деталей (зазори, натяги), корозійна стійкість та економічність машин.

У початковий період роботи контактуючих поверхонь деталей машин, тобто в процесі їх притирання (припрацювання), навіть при невеликому тиску можливий розрив масляної плівки в місцях виступаючих вершин шорсткостей; у результаті відбувається сухе тертя, пружне і пластичне деформування на цих ділянках, що приводить до інтенсивного зношування контактуючих поверхонь. **Таким чином**, після приробки параметр шорсткості поверхні буде відрізнятися від отриманого після механічної обробки.

Поверхню, що обмежує деталь і відокремлює її від навколишнього середовища, називають **реальною** поверхнею.

Номінальна поверхня — ідеальна поверхня, номінальна форма якої задана кресленням або іншою технічною документацією.

Якість поверхневого шару деталі визначається двома групами характеристик: **геометричними** характеристиками і **фізико-механічними** властивостями поверхневого шару.

Геометричні характеристики якості обробленої поверхні визначаються відхиленнями реальної поверхні від номінальної. Ці відхилення можна підрозділити на три різновиди:

- шорсткість,
- хвилястість,
- відхилення від правильної геометричної форми.

1) відхилення форми (**макронерівність**) $\frac{S}{R} > 1000$;

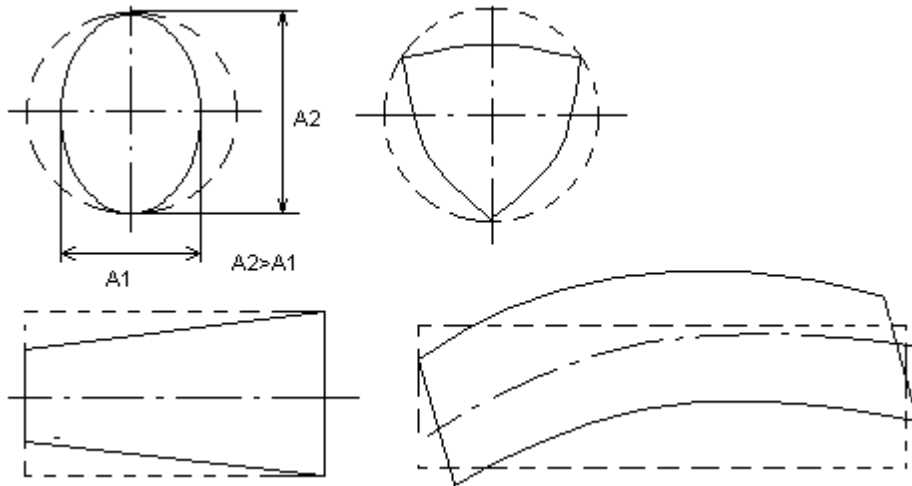


Рис. 18.9 – Схеми відхилень від форми

2) **хвилястість** $\frac{S}{R} = 50..1000$;

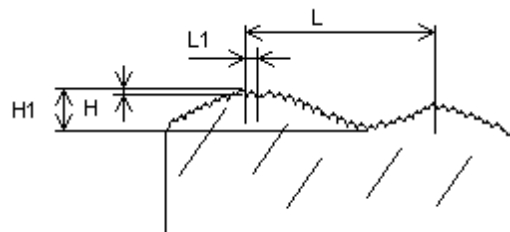


Рис. 18.10 – Схеми хвилястості і мікронерівностей

3) шорсткість (**мікронерівність**) $\frac{S}{R} < 50$;

Реальні поверхні мають, як правило, всі три види відхилень від ідеальної форми. Від величин цих відхилень залежать експлуатаційні параметри деталей машин.

Оптимальна шорсткість залежить від багатьох факторів, **зокрема**: висоти нерівності (R), кроку нерівності (S), форми нерівності, якості мастильних матеріалів, від конструкції і матеріалу деталі.

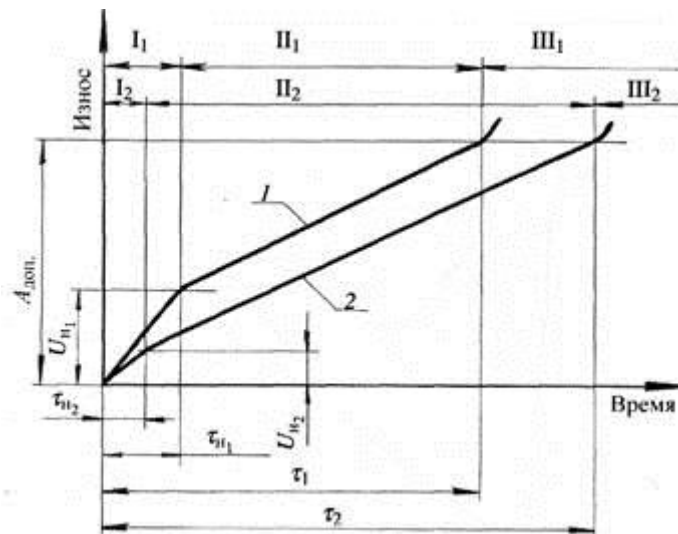


Рис. 18.11 – Залежність спрацювання поверхонь від тривалості роботи спряження

1 - більші значення шорсткості;

2- менші значення шорсткості.

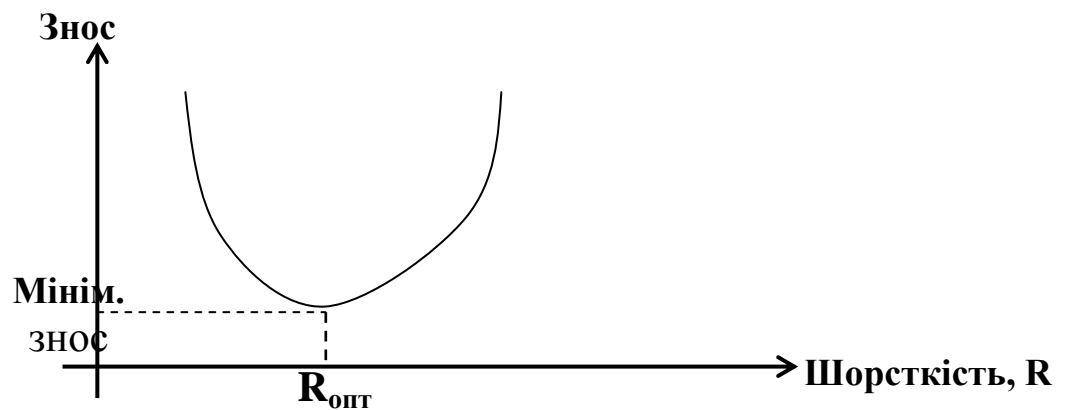






Рис. 18.12 – Вплив шорсткості поверхні на величину спрацювання

Умовні позначення відхилень від форми на кресленні

Група допусків	Вид допуску	Позначення
Допуски форми	Допуск прямолінійності	
	Допуск площинності	
	Допуск круглості	
	Допуск циліндричності	
	Допуск профілю поздовжнього перерізу	
Допуски розташування	Допуск паралельності	
	Допуск перпендикулярності	
	Допуск нахилу	
	Допуск співвісності	
	Допуск симетричності	
	Позиційний допуск	
	Допуск перетину вісей	

Сумарні допуски форм та розташування	Допуск биття в одному напрямку	
	Допуск биття по двох або трьох напрямках	
	Допуск форми заданого профілю	
	Допуск форми заданої поверхні	

На кресленнях рядом зі знаком виду відхилення вказується величина допуску на відхилення, тобто встановлені допуски форми найбільші допустимі відхилення форми. Суворі координати поверхонь деталей забезпечує правильну роботу вузлів і машин. Розміри на машинобудівних кресленнях проставляються в міліметрах.

Наприклад, вираз позначення на рис. 18.13 (а) означає, що максимальне допустиме відхилення від перпендикулярності відносно поверхні А повинно бути не більше 0,02 мм, а позначення на рис. 18.13 (б) - сумарний допуск на відхилення від паралельності і площини вказаної поверхні відносно основи максимально допустимий 0,1 мм.

Шорсткість – сукупність всіх нерівностей на поверхні, яка розглядається (ДСТУ 2413-94 та ГОСТ 2789-73). Шорсткість погіршує якісні показники роботи деталі. В рухомих з'єднаннях шорсткість призводить до передчасного зношування поверхонь через стирання гребінців. Зменшення шорсткості (підвищення гладкості поверхні) збільшує зносостійкість, міцність, корозійну стійкість, герметичність з'єднання (рис. 18.14).

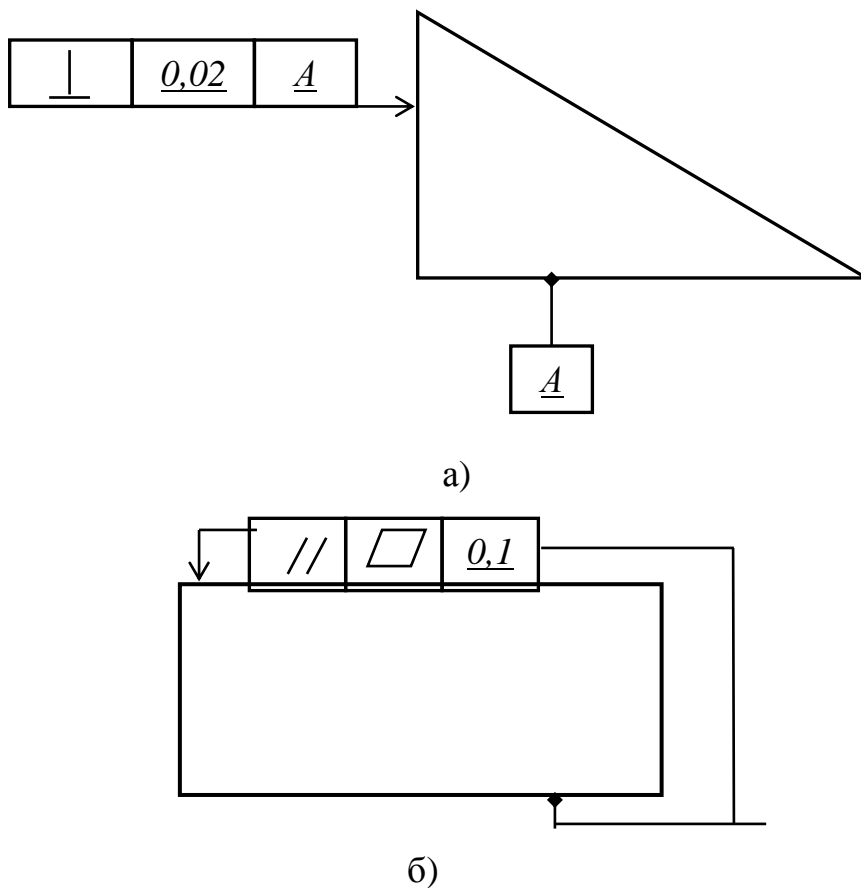


Рис. 18.13 - Приклади позначення допусків відхилення форми і розташування на кресленнях

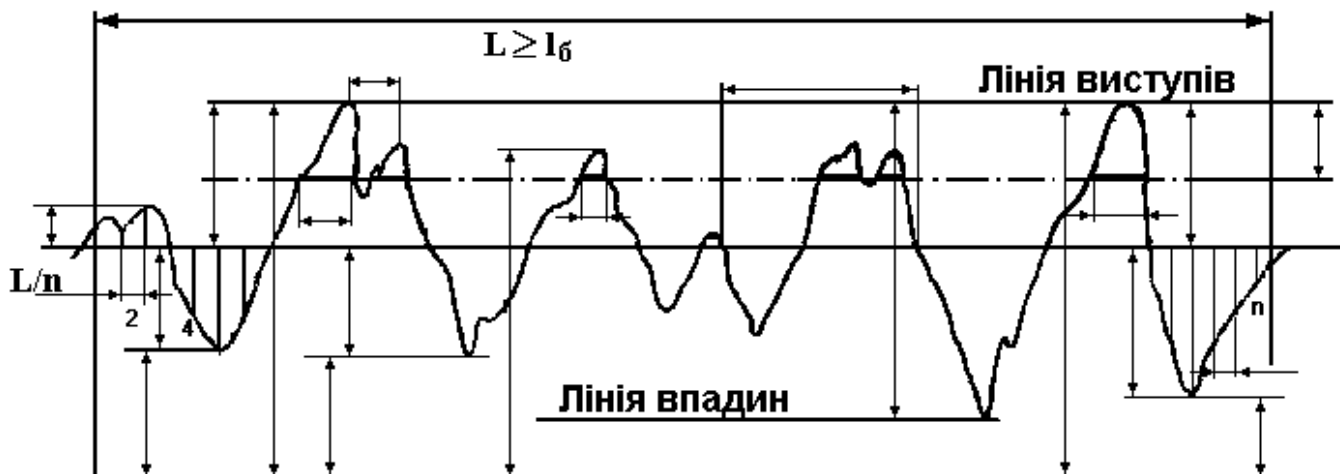


Рис. 18.14 - Параметри шорсткості поверхні

Шорсткість поверхні визначається по нерівностям профілю, який можна отримати шляхом перерізу реальної поверхні деталі вертикальною площиною.

В якості параметрів, які характеризують шорсткість, на практиці використовуються три параметри : R_a , R_z , R_{max} .

R_a – середня висота всіх нерівностей профілю на базовій довжині:

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|$$

R_z – сума середніх абсолютних значень висот п'яти найбільших виступів і глибин п'яти найбільших впадин на базовій довжині:

$$R_z = \frac{\sum_{i=1}^5 |y_{pi}| + \sum_{i=1}^5 |y_{vi}|}{5}$$

R_{max} – максимальна повна висота профілю.

Для всіх поверхонь нормують параметр R_a , так як він найбільш повно характеризує якість поверхні. Параметри R_z , R_{max} нормують тоді, коли необхідно обмежити повну висоту мікронерівності (наприклад, для деталей, які працюють в умовах різних динамічних навантажень або коли контроль R_a не можливий).

Шорсткість поверхонь (висота мікронерівності) – єдиний параметр в машинобудуванні, який вимірюється і задається в мікрометрах. Параметри шорсткості поверхні задаються в залежності від функціонального призначення та якості точності поверхні деталі.

Наприклад, неробочі контури деталей звичайно мають шорсткість $R_z=320..10$, а посадочні поверхні отворів і валів під нерухомі посадки $R_a=1,25$.

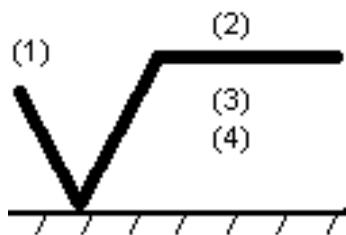
Параметр шорсткості поверхні залежить від багатьох факторів: методу обробки, режимів різання, геометричних параметрів і якості поверхонь різальної частини інструмента, пластичної і пружної деформації оброблюваного матеріалу, жорсткості системи верстат-притосування-інструмент-заготовка і зв'язаних з нею вимушених коливань і вібрацій при різанні й ін.

Установлено, що поверхні з меншою шорсткістю менше піддаються корозії. Кородуючі речовини збираються на дні западин нерівностей поверхні. Поширюючи в глиб металу, вони руйнують гребні шорсткості, утворюють нові, і т.д. Очевидно, чим менше висота нерівності, тим повільніше буде протікати

корозія. Тому в деяких відповідальних машинах, що працюють у несприятливих атмосферних умовах, полірують навіть ті поверхні деталей, що при звичайних умовах експлуатації можна було б не обробляти.


Позначення шорсткості на кресленнях.


На кресленнях повинні бути вказані шорсткості всіх поверхонь деталей. Шорсткість переважної більшості поверхонь позначається в правому верхньому куту креслення. Якщо шорсткість поверхні відрізняється від позначеної, то біля неї ставиться відповідна позначка.



- (1)- параметр шорсткості поверхні;
- (2)- вид обробки поверхні та інші вказівки;
- (3)- базова довжина;
- (4)- умовні позначення напрям нерівностей.

Якщо спосіб обробки і напрям нерівностей не обумовлені, шорсткість

позначається знаком  з цифрами над ним – основний знак, поверхня обробляється, але

 - поверхня утворюється шляхом зняття стружки, максимальне значення шорсткості 0,63 мкм по параметру R_a .

  - максимальне значення шорсткості по параметрам R_z , R_{max} .

При наявності класу шорсткості, його вибирають як можна нижче, враховуючи наступні умови: умови функціонування, види обробки, точність виготовлення, розташування поверхонь (клас шорсткості для отвору слід назначати нижче ніж для вала), властивостей матеріалу (для отримання вищого класу шорсткості твердість повинна бути HRC 30-35), умов міцності (для підвищення втомленої міцності навантажені деталі повинні мати чисту поверхню, тобто поліровану), нанесення покриттів.

Оцінку шорсткості поверхонь роблять при контролі і прийманні деталей, а також при виконанні досліджень у лабораторних умовах. Застосовувані методи оцінки можна розділити на прямі і непрямі. Для прямої оцінки шорсткості застосовують щупові (профілометри і профілографи) і оптичні (подвійний і інтерференційний мікроскопи) прилади. Для непрямой оцінки використовують еталони шорсткості й інтегральні методи.

Призначення класу шорсткості поверхні — відповідальна задача конструктора. Однак вплив шорсткості поверхні на експлуатаційні характеристики деталей вивчено ще недостатньо повно для того, щоб конструктор, знаючи умови їхньої роботи, міг завжди прийняти правильне рішення. Прагнення окремих конструкторів призначати надто високі класи варто вважати неприпустимим, тому що це приведе до ускладнення і подорожчання обробки. Нерідко це буває марним з погляду поліпшення експлуатаційних якостей деталей. Досвід по зносу поршневих кілець у двигунах показали, що оптимальна шорсткість поверхні ковзання відповідає 7-му класу. Невелика шорсткість (10—11-й класи) після короткого періоду роботи двигуна помітно збільшується. У різних галузях машинобудування конструктори користаються нормативами, отриманими на основі вивчення виробництва й експлуатації тих або інших машин. Так, **наприклад**, обробку доріжок кочення роликів конічних підшипників звичайно роблять по 9—10-му класам шорсткості, а поверхонь жолобів кулькових підшипників не нижче 10-го класу.

Твердість – це здатність матеріалу протидіяти механічному проникненню в нього стороннього тіла.

Після механічної обробки структура поверхневого шару деталі відрізняється від структури основної маси матеріалу, з якого вона виготовлена. Цей шар може мати більшу густину і твердість, містити збільшену кількість дефектів. В ряді випадків проходить зміна хімічного складу матеріалу від високої температури при обробці. Всі ці зміни в поверхневому шарі матеріалу впливають на строк служби деталі.

Наприклад, підвищення мікротвердості (наклеп) зменшує зминання і стирання поверхонь. Наявність в шарі залишкових напружень стискання зменшує знос, а залишкових напружень розтягу збільшує знос.

Якістю поверхневого шару деталей керують з допомогою різних фізико-механічних і хіміко-термічних методів. Основною характеристикою поверхневого шару, яка найбільш часто зустрічається, є твердість.

Методики визначення твердості поверхневого шару деталі.

Найчастіше використовуються три методики визначення твердості:

- 4) за методом Роквела (HR) (від 20 до 100 одиниць) ;
- 5) за методом Бринеля (HB) (від 8 до 450 одиниць);
- 6) за методом Віккерса (HV) (від 60 до 900 одиниць);

При випробуванні за методом Роквела в поверхню з визначеною силою вдавлюють алмазний конус (HRC_3) або стальну кульку (HRB) і вимірюють глибину відбитку.

При випробуваннях за методом Бринеля в поверхню вдавлюють стальну кульку і вимірюють діаметр відбитку.

При випробуваннях за методом Віккерса в поверхню вдавлюють чотирьохгранну алмазну піраміду і вимірюють площу поверхні отриманого відбитку.

Значення твердості, які отримані цими трьома методами, пов'язані між собою.

Наприклад, $56HRC=555HB=617HV$

Твердість, як механічна характеристика, пов'язана з межею міцністю матеріалу на стиск ($\sigma_b=0.345HB$).

Показники властивостей матеріалів і глибину h термічної, термохімічної і інших обробок вказують значеннями “від...до” (h 0.7...0.9; HRC 40...46).

Механічні параметри поверхневого шару деталі змінюють фізико-механічними і хіміко-термічними методами.

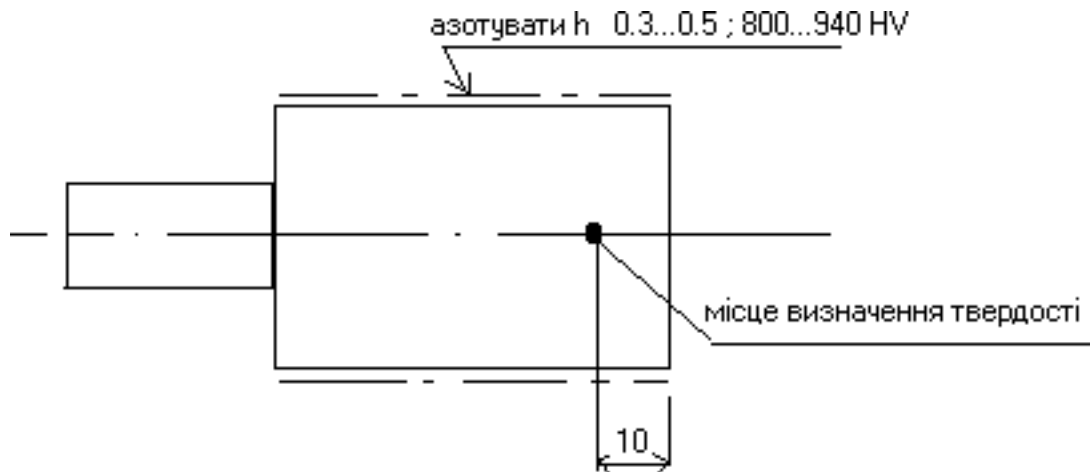


Рис 18.15 - Позначення твердості на кресленнях.

До фізико-механічних методів відносять:

- 1) дробоструйне зміцнення;
- 2) обкатування роликами або кульками;
- 3) гідро абразивна обробка ;
- 4) вигладжування алмазним інструментом;
- 5) зміцнення вибухом;
- 6) поверхневе закалювання.

При обробці поверхні **фізико-механічними** методами твердість поверхні збільшується на 20...50%, при цьому шорсткість поверхні залежить від виду зміцнення.

Хіміко-термічна обробка (термодифузійна) полягає в насиченні поверхневого шару різними хімічними елементами.

Широко застосовуються :

- 1) цементация – насичення поверхні вуглецем;
- 2) азотування – насичення азотом і вуглецем одночасно;
- 3) борування – насичення бором;
- 4) наплавка і напилення металів з заданими властивостями.

Застосування термодифузійної обробки поверхонь деталей підвищує їх зносостійкість від 1,5 до 5 раз, збільшує жаростійкість і твердість.

Таким чином, призначення технології виготовлення деталі (способу і режиму) можна отримати деталі з необхідними параметрами (зносостійкість, кислотостійкість, жаростійкість, твердість).

Покриття поверхні – плівки, які наносять на поверхні деталей для захисту їх від корозії, в якості декоративних, електроізоляційних, зносостійких.


Металеві і неметалеві неорганічні покриття.

Склад позначення покриття :

- 1) спосіб нанесення (Хім –хімічний, Ан –анодизаційний, Диф –дифузійний, Мет – металізаційний, електролітичний не позначається);
- 2) вид покриття (Кд –кадмієве, Н –нікелеве, Ц-цинкове);
- 3) технологічна ознака (Ч-чорне, из –електроізоляційне);
- 4) мінімальна товщина, мкм (товщину 1 мкм і менше не позначають);
- 5) ступінь блиску (м-матовий, зк-зеркальний);
- б) додаткова обробка (фос-фосфатування, хр-хроматування);

Наприклад, М30.Н18.Х.б. – хромове блискуче покриття товщиною до 1 мкм, нанесене електролітичним шляхом, з підшаром міді товщиною 30 і нікелю 18 мкм.

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Різниця між найбільшим та найменшим граничними розмірами називається:	допуском	
		полем допуску	
		посадкою	
2	В системі валу посадка забезпечується зміщенням поля допуску:	вала	
		отвора	
		вала і отвора	
3	Геометричні відхилення при співвідношенні кроку нерівності до висоти нерівності менше 50 називаються:	відхиленням форми	
		хвилястістю	
		шорсткістю	
4	Яке відхилення має позначення  ?	Допуск круглості	
		Допуск співвісності	
		Допуск циліндричності	
5	Який параметр шорсткості визначає по 10 точках?	Ra	
		Rz	
		Rmax	
6	Якість сталі підвищується:	підвищенням вмісту вуглецю	
		зменшенням вмісту сірки	
		збільшенням вмісту заліза	
7	Здатність матеріалу протидіяти механічному проникненню в нього стороннього тіла називається:	міцністю	
		твердістю	
		жорсткістю	
8	Твердість відносно м'яких матеріалів вимірюється за методом:	Роквела	
		Бринеля	
		Віккерса	
9	Розмір, який має деталь називається:	номінальним	
		дійсним	
		граничним	
10	В машинобудуванні для поверхонь деталей, що з'єднуються призначають квалітети точності	01...4	
		5...13	
		14...17	

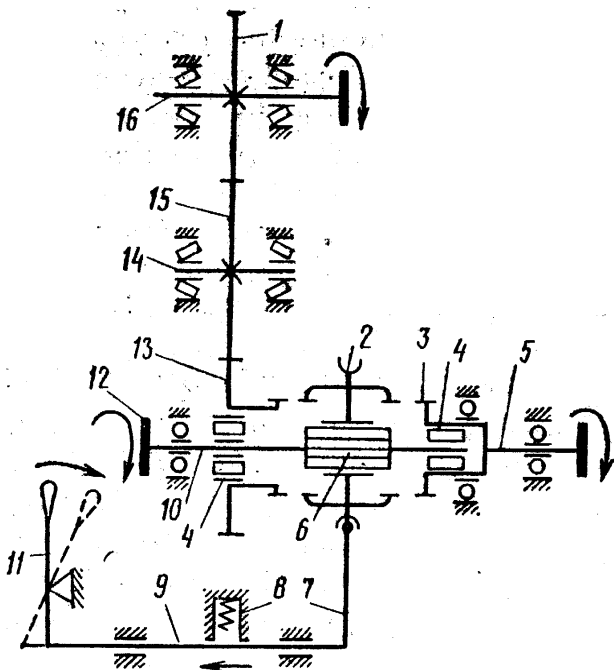
РОЗДІЛ 19

ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ.

- 19.1 Класифікація зубчастих передач.
- 19.2 Евольвентне зачеплення.
- 19.3 Геометричні та кінематичні параметри.
- 19.4 Сили в зубчастих передачах.

19.1 Класифікація зубчастих передач.

Механічні пристрої, які застосовують для передачі енергії від джерела до споживача зі зміною кутової швидкості або види руху називають **механічними передачами** або просто передачами. **Наприклад**, схема коробки відбору потужності КОМ-107. Від двигуна за допомогою коробки передач рух передається на муфту 12. Важіль 11 може бути в двох положеннях. В першому положенні рух передається через з'єднувальну муфту 2 на зубчастий вінець 3, що обертає ведений вал 5. В другому положенні важеля 11 від муфти 2 рух передається на косозубу шестерню 13, і через шестерні 15 та 1 на ведений вал 16.



**Рис. 19.1 – Схема приводу
коробки відбору потужності КОМ-107**

1—ведена шестерня; 2—з'єднувальна муфта; 3—зубчастий вінець; 4—підшипники; 5, 16—ведені вали; 6—шліци; 7—вилка; 8—фіксатор; 9—повзун; 10 — ведучий вал; 11—важіль; 12—фланцева муфта; 13—косозуба шестерня; 14 — ось; 15 — проміжна шестерня; 16— ведена шестерня

Необхідність введення передачі між двигуном та виробничою машиною пояснюється такими вимогами:

➤ Джерела енергії – двигуни – працюють в режимі великих кутових швидкостей, що забезпечує найбільшу швидкість, ККД і малі габарити. Кутові швидкості валів виробничих машин відрізняються від кутових швидкостей валу двигуна. Зміна швидкості виробничої машини, а відповідно і значення обертального моменту вигідно здійснювати з допомогою передачі, а не шляхом зміни кутової швидкості валу двигуна, так як при зменшенні кутової швидкості валу двигуна його потужність та ККД знижуються.

➤ Двигуни зазвичай передають обертальних рух, а робочі органи машини іноді вимагають інших видів рухів (зворотно-поступального, кочення, гвинтового). Також виникає необхідність передачі енергії до декількох машин, вали яких обертаються з неоднаковими кутовими швидкостями.

За способом передачі руху механічні передачі поділяються на передачі тертям (фрикційні, пасові, канатні) та передачі зачепленням (зубчасті, черв'ячні, гвинтові, ланцюгові), тобто передачі з безпосереднім контактом і передачі з проміжним гнучким ланцюгом.

Зубчасті передачі являють собою найбільш поширену групу передач в техніці: автомобілі, трактори, станки, годинники, літаки.

Їх застосовують для передачі окружних сил від частки ньютонів до тисячі кілоньютонів, для моментів до тисячі кілоньютон-метрів і потужностей до десятків тисяч кіловат, з діаметрами коліс від частки міліметра до десяти і більше метрів.

Зубчаста передача є механізмом, який з допомогою зубчастого зачеплення передає рух і перетворює його параметри (напрямок, кутові швидкості, крутні моменти) від одного вала до іншого. Основні види зубчастих передач зображені на рис 4.2.

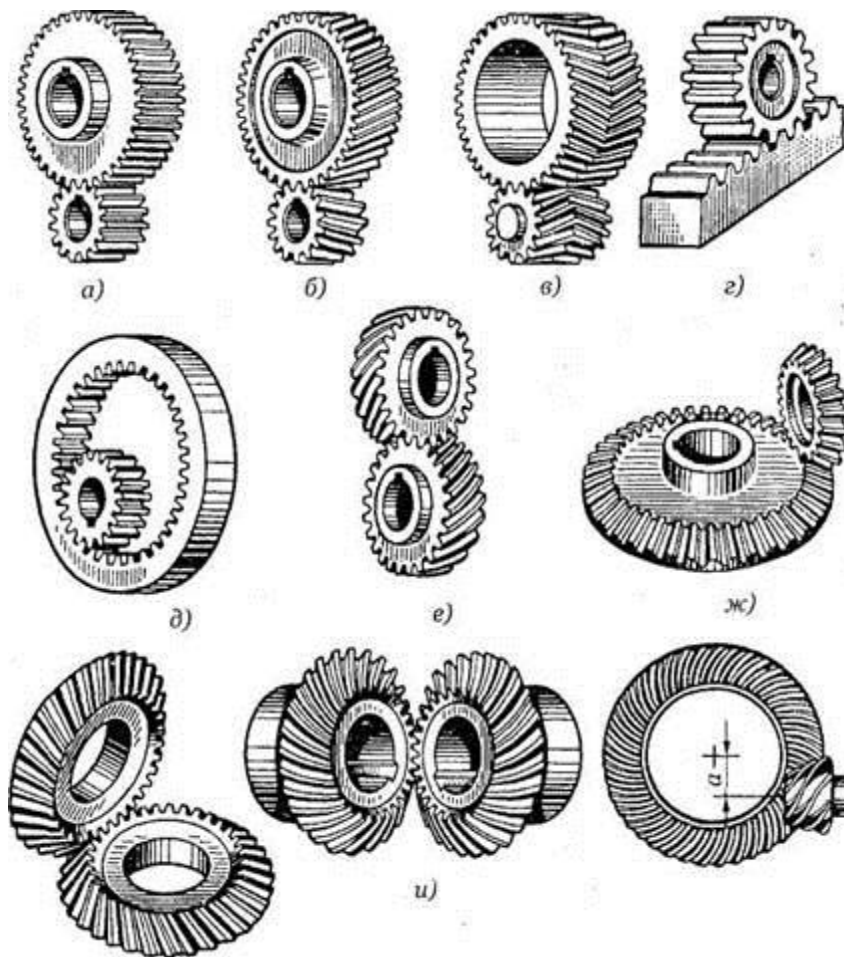


Рис. 19.2 – Основні види зубчастих передач: а, б, в – зовнішня циліндрична прямозуба, косо зуба та шевронна, г – передача шестерня-рейка, д – циліндрична передача з внутрішнім зачепленням, е – зубчаста гвинтова передача, ж, з, и – зубчасті конічні передачі прямозуба, косозуба, з криволінійним зубом, к – гепоїдна передача

Класифікація зубчастих передач:

За формою огинаючої коліс:

- циліндричні;
- конічні;
- глобоїдні.

За формою зубців (рис. 19.3):

- прямозубі;
- косозубі;

- з криволінійними зубцями.

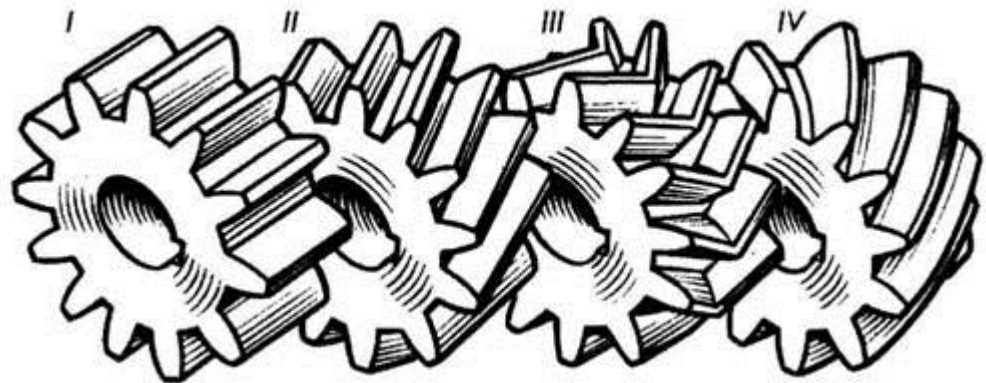


Рис. 19.3 – Форма зубців: I – прямі, II – косі, III – шевронні, IV – з криволінійними зубцями.

За конструктивною ознакою:

- **Відкриті** – не мають захисного кожуха або масляної ванни;
- **Напіввідкриті** – мають захисний кожух;
- **Закриті** – мають картер і кришку, які ізолюють передачу від зовнішнього середовища. Картер слугує масляною ванною передачі (рис. 19.4).

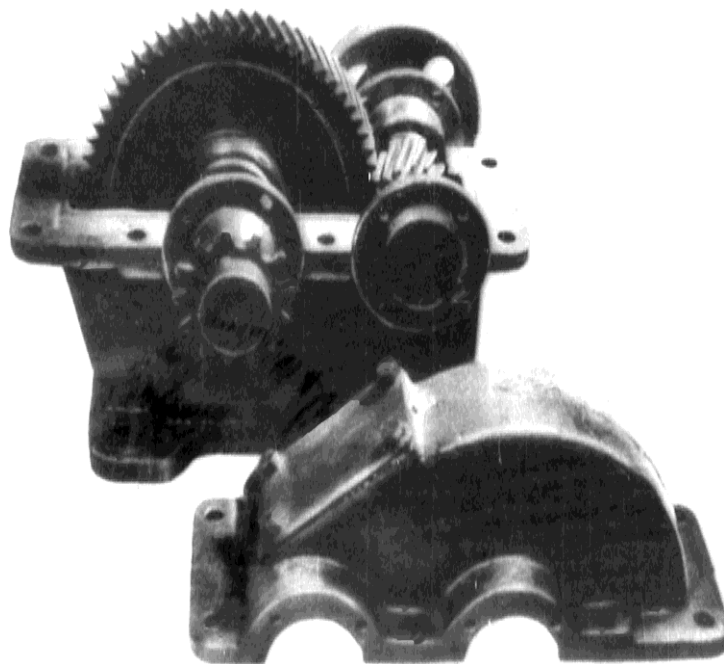


Рис. 19.4 – Зовнішній вигляд закритої зубчастої передачі (із знятою кришкою)

За окружною швидкістю :

- Тихохідні 3-4 м/с;
- Середньошвидкісні 4-15 м/с;

- Високошвидкісні >15 м/с.

За взаємним розташуванням вісей валів:

- При валах з паралельними осями – циліндричні (прямозубі, косозубі, шевронні).
- При валах з осями, що перетинаються – конічні (прямозубі, косозубі, з криволінійними зубцями).
- При валах з осями, що перехрещуються (гвинтові, гепоїдні).

Зубчасті передачі також поділяють на:

- Мультиплікатори (підвищують швидкість) та редуктори (понижують швидкість);
 - Зовнішнього та внутрішнього зачеплення. Найбільш поширені передачі з зовнішнім зачепленням;
 - За точністю виготовлення (12 ступенів точності);
 - За формою профілю зуба (евольвентні, круглі, тощо);
 - За кількістю ступенів – одно-, двох-, багатоступеневі

Зубчасті передачі поділяються на одноступінчасті, двохступінчасті, трьохступінчасті і т.д. в залежності від числа ступенів при зміні кутової швидкості між ведучим та веденим валами.

Конструкція, яка з допомогою зубчастих передач понижує число обертів (при цьому збільшується крутний момент) називається **редуктором**, а конструкція, в якій число обертів зростає, називають прискорювачем або **мультиплікатором**.

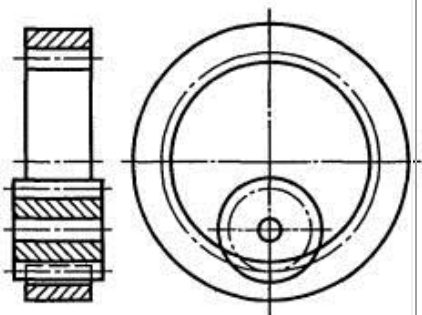
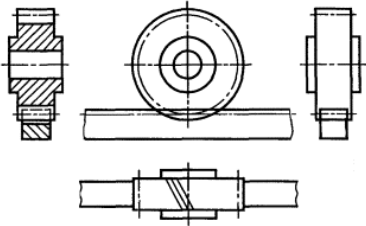
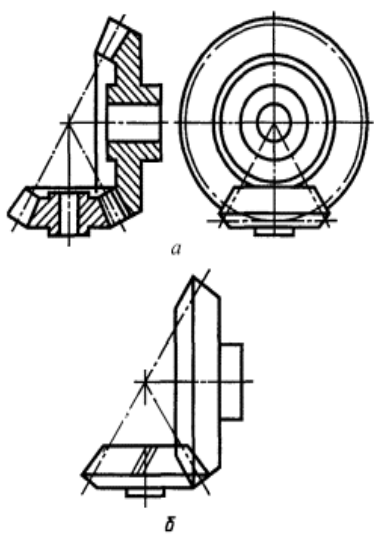
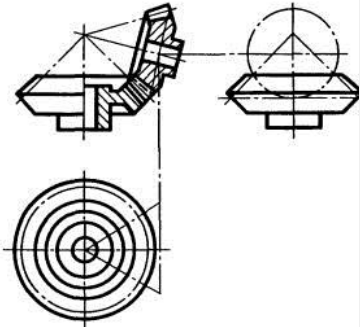
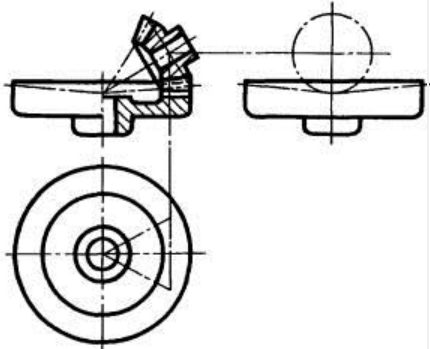
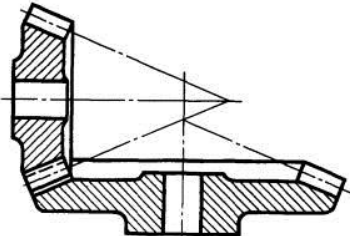
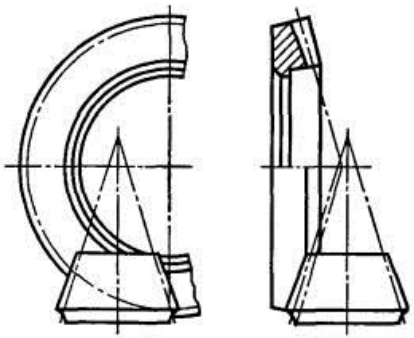
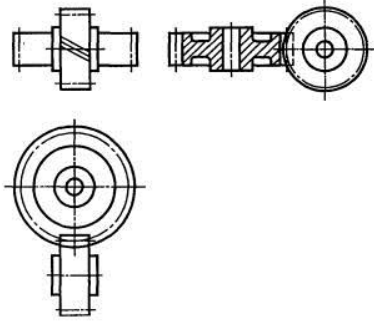
Циліндричні зубчасті передачі призначені для передачі руху між валами, вісі яких паралельні.

Умовні зображення зубчасті передачі на кінематичних схемах зведені в таблицю 19.1.

Таблиця 19.1

Умовні позначення зубчастих передач та їх деталей

Назва	Умовне позначення	Назва	Умовне позначення
Колесо зубчасте циліндричне		Колесо зубчасте циліндричне з внутрішніми зубцями	
Колесо зубчасте конічне		Колесо зубчасте пласке	
Колесо зубчасте черв'ячне		Черв'як циліндричний	
Черв'як глобоїдний		Рейка зубчаста	
Зірочка ланцюгової передачі		Зачеплення зовнішнє циліндричне зубчастими колесами	

Назва	Умовне позначення	Назва	Умовне позначення
Зачеплення внутрішнє циліндричне зубчастими колесами		Зачеплення рейкове	
Зачеплення зовнішнє конічне зубчастими колесами з перетином осей під прямим кутом		Зачеплення зовнішнє конічними зубчастими колесами з перетином осей під кутом, що відрізняється від прямого	
Зачеплення плоскоконічне		Зачеплення полоїдне	
Зачеплення гелоїдне		Зачеплення гвинтове циліндричними зубчастими колесами з перетином осей під прямим кутом	

Назва	Умовне позначення	Назва	Умовне позначення
Зачеплення гвинтове циліндричним і зубчастими колесами з перетином осей під кутом, що відрізняється від прямого		Зачеплення з циліндричним черв'яком	
Зачеплення з глободним черв'яком		Ланцюгова передача	

Передача руху між валами, вісі яких перетинаються, здійснюється конічними або циліндроконічними (змішана передача) зубчастими парами з прямими, косими або круговими зубами.

Передача руху між валами, вісі яких не перетинаються, здійснюється з допомогою черв'ячних, гвинтових, гепоїдних передач.

В зубчастих передачах колесо, яке має менше число зубців називається **шестернею**, а колесо з більшим числом зубців – **зубчастим колесом**. При однаковій кількості зубців ведуче колесо – шестерня, а ведене колесо – зубчасте колесо. При малому діаметрі зубчастих коліс останні виготовляються заодно з валом, а при більшому діаметрі насадними на вал з передачею крутного моменту шпонкою.

Переваги зубчастих передач:

1. Малі габарити;
2. Високий КПД (0.97-0.99) при високій точності виготовлення і монтажу, низькій шорсткості робочої поверхні зубців. При невиконанні вказаних умов ККД знижується на 20-40%.
3. Велика довговічність, компактність та висока надійність.
4. Можливість застосування в широкому діапазоні кінематичних та силових параметрів (до 50000 кВт і вище) при окружних швидкостях від 30 до 150 м/с. При великих швидкостях застосовують передачі з косими зубцями, які виготовлені з високою точністю.
5. Постійне передаточне відношення.
6. Простота виготовлення і обслуговування
7. Невеликі сили ваги та тиску на вали та їх опори.
8. Може бути виготовлена з самих різних матеріалів, металевих та неметалевих.

Недоліки зубчастих передач:

1. Шум при роботі зі значними швидкостями.
2. Мала відстань передачі руху.
3. Підвищена вартість виготовлення, складність виготовлення високоточних зубчастих коліс.
4. Жорсткі умови до монтажу передачі.
5. Жорсткі вимоги до мастильних складів.
6. При великих перевантаженнях можливе руйнування.

19.2 Евольвентне зачеплення.

Передача руху зубчастими колесами здійснюється за рахунок взаємного обкатування без проковзування двох поверхонь. Для циліндричних передач ці поверхні являють собою циліндри. Діаметри циліндрів d_{w1} та d_{w2} (рис. 19.5)

називають початковими (ділительними), кола, які дотичні одне до одного в полюсі зачепленні.

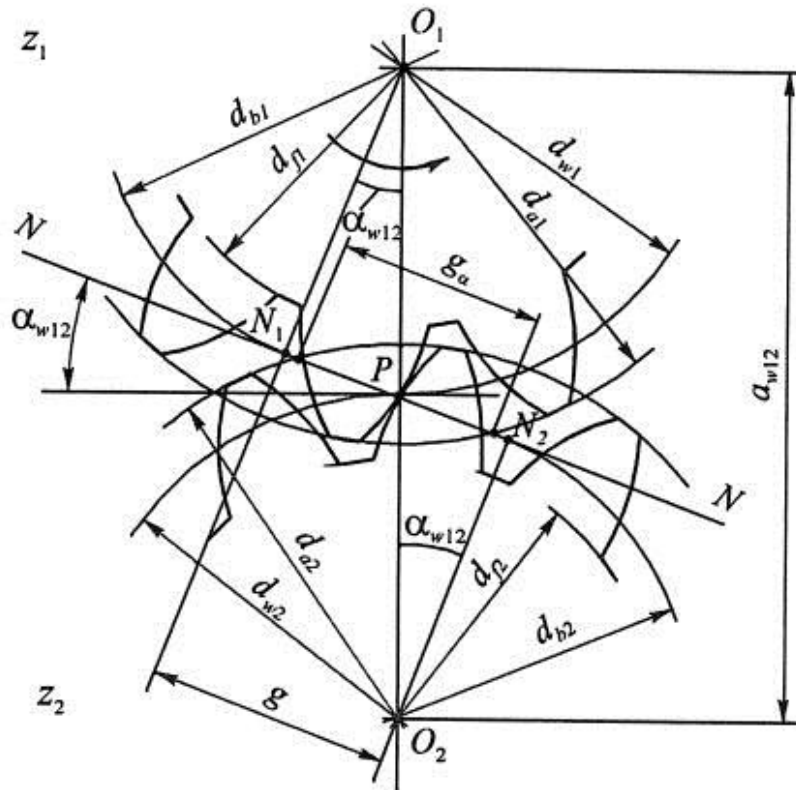


Рис. 19.5 – Евольвентне зачеплення двох зубчастих коліс

Для попередження проковзування поверхонь на них виконуються зубці. Для забезпечення міцності, високого ККД та довговічності коліс профіль зубців повинен забезпечувати малі швидкості ковзання на поверхнях контакту. Крім цього, профіль зубців повинен виготовлятися простим інструментом. Цим умовам найбільш повно задовольняє евольвентне зачеплення. Крім евольвентного зачеплення існують і застосовуються інші види зачеплень: зачеплення Новікова, циклоїдальне.

Евольвентою кола називається крива лінія, яка отримується таким способом: до краю нерозтяжної нитки, намотаної в один шар на бокову поверхню нерухомого кругового циліндра, прикріпити олівець і провести лінію по аркушу паперу, який лежить в площині розмотування нитки і перпендикулярно вісі циліндра. Профіль запропонований Ейлером в 1754 році. Зубці відносно легко можуть бути нарізані ріжучим інструментом – гребінкою з прямолінійними ріжучими кромками.

Коло, з якого починається евольвентна поверхня зуба, називається основним. Його позначають d_b .

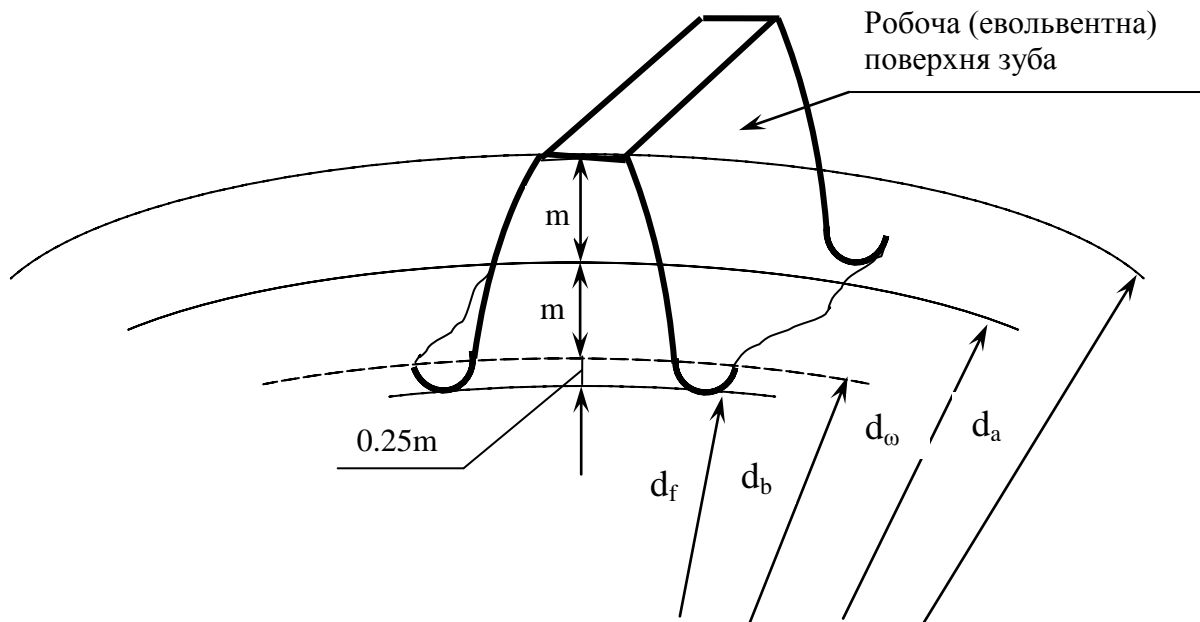


Рис. 19.6 - Геометрія зуба евольвентного профілю:

d_a – діаметр кола вершин зубців колеса – коло, що обмежує висоту зубців;

d_ω – діаметр початкового кола;

d_b – діаметр основного кола;

d_f – діаметр кола впадин зубців колеса – коло, що обмежує впадини зубців;

m – модуль зуба (відношення кроку зубців до числа π).

Частина профілю зуба, обмежена ділительним колом та колом виступів, називається верхом зуба.

h_a - висота верха зуба.

Частина профілю зуба, обмежена ділительним колом та колом впадин, називається ножкою зуба.

h_a - висота ножки зуба.

N_1N_2 – лінія, яка проходить через полюс зачеплення, дотична до основних кол шестерні і колеса, називається лінією зачеплення (рис. 19.5).

Точка P – полюс зачеплення.

Кут α_{w12} , утворюється лінією зачеплення і загальною дотичною, проведеною через полюс зачеплення до ділильних кіл шестерні і колеса, називається кутом зачеплення. Кут профілю зуборізального інструменту 20 градусів.

19.3 Геометричні та кінематичні параметри.

1. Зв'язуючим параметром є модуль зубців (m)-величина пропорційна кроку по початковому діаметру d_w .

$$m = \frac{P}{\pi} \quad (19.1)$$

Визначимо модуль через початковий діаметр і число зубців. Для цього запишемо довжину початкового кола через діаметр $L_w = \pi \times d_w$ та через добуток кроку (P) на число зубців (z) $L_w = P \times z$ і прирівняємо ліві частини.

$$\pi \times d_w = P \times z,$$

$$P = \frac{\pi \times d_w}{z},$$

Використовуючи першу формулу маємо $m = \frac{d_w}{z}$. (19.2)

Модулі зубчатих коліс стандартизовані по двом рядам. Перший ряд є переважачим : 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40.

2. Висота зуба $h=2,25 m$ або $h=h_a+h_f$. (19.3)

3. Початковий (ділильний) діаметр $d_w = m \times z$ (19.4)

4. Діаметр кола вершин зубців $d_a = d_w + 2m$ (19.5)

$$\text{або} \quad d_a = m \times z + 2m = m(2 + z).$$

5. Діаметр основного кола ділильного зв'язані залежністю :

$$d_b = m \times z \times \cos 20^\circ C \quad (19.6)$$

$$\text{або} \quad d_b = m(z - 2).$$

6. Діаметр кола впадин $d_f = d_w - 2,5m = m(z - 2,5)$. (19.7)

7. Міжосьова відстань – відстань між осями зубчастих коліс

$$a_w = \frac{d_{w1}}{2} + \frac{d_{w2}}{2} = 0,5m(z_1 + z_2). \quad (19.8)$$

8. Кінематичний параметр – передаточне відношення

$$U = \frac{w_1}{w_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (19.9)$$

Номінальне передаточне число зубчастих передач редукторів стандартизовані. 1-й ряд: 1; 1,25; 1,6; 2; 2,5; 3,15; 4; 5; 6,3; 8; 10; 12,5.

Мінімальне число зубців обмежується умовою виконання правильної евольвенти $z_{\min}=17$.

Міжосьова відстань також стандартизована.

19.4 Сили в зубчастих передачах.

При передачі крутного моменту зубчастим зачепленням між зубцями по контактній площадці діє розподілене навантаження q . З метою спрощення це навантаження замінюють зосередженою силою P_n (повна сила).

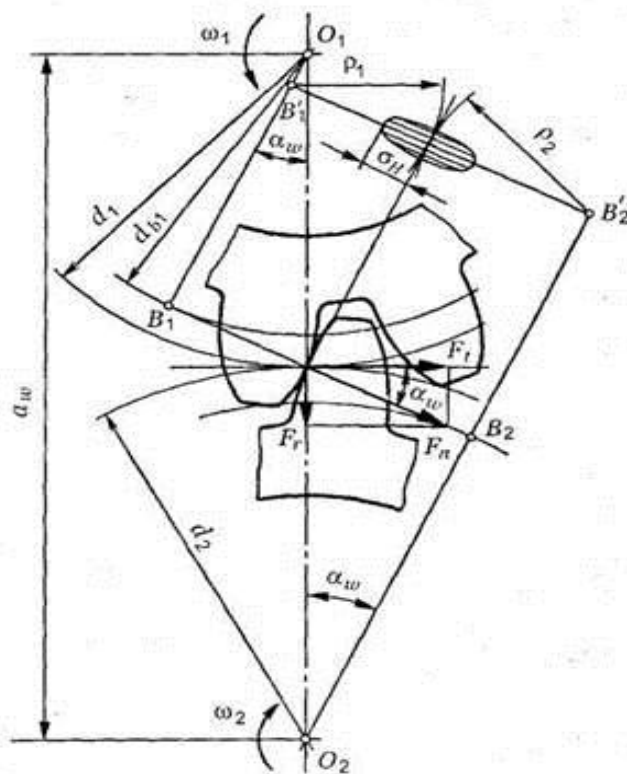


Рис. 19.7 - Сили в зубчастих передачах.

В евольвентному зачепленні повна сила F_n направлена вздовж прямої лінії дотичної до основних кіл.

Гострий кут між лінією зачеплення та прямою перпендикулярною до міжосьової лінії називається кутом зачеплення. Для стандартного евольвентного зачеплення дорівнює 20° . Лінія зачеплення перетинає міжосьову лінію в точці дотику початкових кіл – полюсі зачеплення.

Таким чином приймається, що повна сила в зачепленні перпендикулярна робочій поверхні зуба. Її напрямок співпадає з лінією зачеплення, а точка прикладання знаходиться в полюсі зачеплення.

На зубці шестерні та колеса діють однакові, але протилежні по напрямку повні сили. В зачепленні повну силу розкладають на складові.

Для прямозубої передачі маємо дві складові :

1. Окружну (F_t) направлену по дотичній до початкових кіл перпендикулярно лінії міжосьової відстані.

2. Радіальну (F_r) направлену по радіусу колеса.

В косозубій циліндричній передачі через те, що зуб не паралельний вісі колеса, виникає третя (осьова F_a) складова повної сили. Косозубі та шевронні передачі міцніше прямозубих, мають плавний хід внаслідок поступового входу зубців в зачеплення (не зразу по всій довжині) та працюють відносно безшумно навіть при великих швидкостях. Недоліком косозубих передач є наявність осьової сили, яка намагається здвинути колесо вздовж вісі вала. Застосування шевронних коліс убирає осьову силу. Ці колеса можуть передавати великі потужності при високих окружних швидкостях.

Зобразимо повну силу в тривимірній системі координат і визначимо її складові.

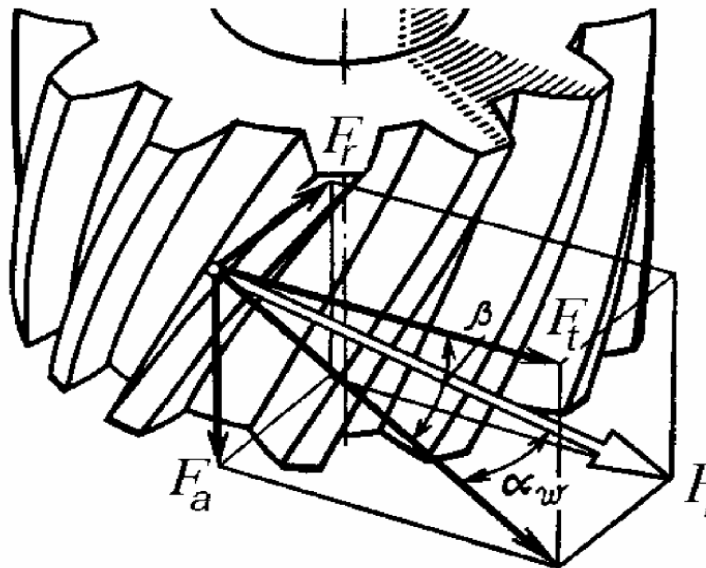


Рис. 19.8 - Складові повної сили в зубчастій передачі.

Із отриманих складових F_t , F_a , F_r тільки одна є потрібною, це F_t , яка створює крутний момент M .

Складові повної сили визначаються за формулами:

$$1. \quad \text{Окружна } F_{t1} = F_{t2} = \frac{2M_2}{d_2} \quad (19.10)$$

$$2. \quad \text{Осьова } F_{a1} = F_{a2} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (19.11)$$

$$3. \quad \text{Радіальна } F_{r1} = F_{r2} = \frac{F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta} \quad (19.12)$$

Для прямозубої циліндричної передачі, де кут нахилу зубців дорівнює нулю, будемо мати $\beta = 0$. Відповідно, в такій передачі осьова сила не виникає.

В шевронній передачі зубці нарізані з зустрічним кутом нахилу, тому осьові сили взаємно врівноважуються в самому колесі і на вісь не передаються.

В процесі роботи зубці піддаються :

- Змінним згинальним деформаціям;
- Зношуванню робочих поверхонь через тертя при значних контактних напруженнях.

Загальна методика розрахунку зубців стандартизована.

Розрахунок розглядається на прикладі курсової роботи на практичних заняттях.

При неточному розрахунку, великих перевантаженнях, порушенні правил нормальної експлуатації можлива поломка зубців, викришування, заїдання, і передчасне зношування робочих поверхонь зубців.

Поломка зубців призводить до виходу зі строю передачі, пошкодженню підшипників, валів. Причини: перевантаження, фактори, які викликають втомленість.

Викришування від втомленості поверхневих шарів зубців є найбільш поширеним видом пошкоджень. На робочих поверхнях з'являються поглиблення, і носять характер втомленості. Тому їх розраховують на контактну витривалість.

Заїдання є наслідком роздавлювання масляної плівки в зоні контакту зубців, зчеплення поверхневих часток матеріалу шестерні та колеса і залишаються на поверхні менш міцного зуба ямки.

Зношування виникає внаслідок стирання робочих поверхонь зубців внаслідок механічного, молекулярно-механічного і корозійно-механічного зношування.

Як висновок, можна сказати, що зубчасті передачі є основними передачами в техніці і слугують для перетворення параметрів руху. Розрізняються по видам передач та формі зубів.

Також методика розрахунку стандартизована. Її суть полягає в тому, щоб визначити мінімальне значення стандартного модуля, який забезпечує необхідну міцність та визначенні геометричних розмірів передачі.

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Поділ на передачі тертям та передачі зачепленням це поділ за:	формою зубців	
		способом передачі руху	
		конструктивною ознакою	
2	Середньошвидкісні передачі мають окружну швидкість:	до 10 м/с	
		від 4 до 15 м/с	
		від 10 до 20 м/с	
3	Передача з прямими зубцями не може бути реалізована в передачах з валами:	з паралельними осями	
		з осями, що перетинаються	
		з осями, що перехрещуються	
4	Перевагою зубчастих коліс є	мала відстань передачі руху	
		сталість передаточного відношення	
		невеликий шум при роботі	
5	Евольвентне зачеплення призначене для	заміни зачеплення тертям	
		заміни зачеплення коченням	
		заміни зачеплення жорстким зв'язком	
6	Чому дорівнює кут зачеплення:	підвищенням вмісту вуглецю	
		зменшенням вмісту сірки	
		збільшенням вмісту заліза	
7	В циліндричній прямозубій передачі можна виділити ___ складові сил:	дві	
		три	
		чотири	
8	Яка з складових сили відповідає за передачу крутного моменту від шестрені до колеса?	Осьова	
		Окружна	
		Радіальна	
9	Який основний недолік циліндричної косозубої передачі?	Складність виготовлення	
		Осьова складова сили	
		Тертя в зачепленні	
10	Який основний вид пошкоджень зубчастих коліс?	Злам зуба	
		Іржавіння	
		Викришування	

РОЗДІЛ 20

КОНІЧНІ ТА ЧЕРВ'ЯЧНІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ.

20.1 Конструкція. Призначення. ККД.

20.2 Сили в передачі.

20.1 Конструкція. Призначення. ККД.

Конічні зубчасті передачі (рис. 20.1) застосовують у тих випадках, коли вісі валів перетинаються під деяким кутом (як правило, $\alpha = 90^\circ$).

Передачі з міжосьовим кутом, відмінним від 90° , застосовують рідко внаслідок складності форм і технології виготовлення корпусних деталей, які несуть ці передачі, хоч для самих коліс міжосьовий кут не має значення. Незважаючи на те, що конічні колеса складніші ніж циліндричні у виготовленні і монтажі, вони мають достатньо широке використання в машинобудуванні, яке визначається умовами компоновання вузлів машин.



Рис. 20.1 – Зовнішній вигляд конічної зубчастої передачі

Прямозубі конічні зубчасті колеса доцільно застосовувати при невисоких колових швидкостях (до 2...3 м/с допустимо до 8 м/с). Зубці оброблюють на спеціальних верстатах для нарізування конічних коліс. В масовому і крупносерійному виробництві у зв'язку з можливістю компенсації при нарізуванні зубців наступних деформацій загартування конічні колеса не шліфують, а обмежуються притиркою. В конічних колесах для забезпечення при

складанні правильного контакту зубців передбачають можливість осьового регулювання зубчастих коліс.

Конічні передачі більш складні, ніж циліндричні у виготовленні та монтажі внаслідок наступних причин:

- для нарізування конічних коліс потребуються спеціальні верстати;
- необхідно витримувати допуски на кути;
- при монтажі треба забезпечувати збіг вершин конусів;
- складніше виконувати колеса тієї самої точності, що й циліндричні;
- перетинання валів ускладнює розташування опор (одне з конічних коліс розташовується, як правило, консольно, при цьому збільшується нерівномірність розподілення навантаження по довжині зубця);
- у конічному зачепленні діють осьові сили, що ускладнює конструкцію опор.

Навантажувальна спроможність конічної прямозубої передачі складає $\approx 0,85$ циліндричної.

Аналогом початкових та ділільних циліндрів є початкові та ділільні конуси. Початкові і ділільні конуси, як правило, у конічних коліс співпадають, внаслідок того, що для конічних коліс кутову корекцію практично не застосовують.

δ - кут ділільного конуса

$$\operatorname{tg}\delta = z_1/z_2; \quad (20.1)$$

z_1 та z_2 – кількість зубців коліс;

b – ширина вінця зубчатого колеса;

h_e – висота зубців на зовнішньому торці (найбільша висота зубців)

$$h_e = 2.2 m_{te}; \quad (20.2)$$

m_{te} – зовнішній окружний модуль на зовнішньому торці (стандартне значення);

m_{tm} – середній окружний модуль ;

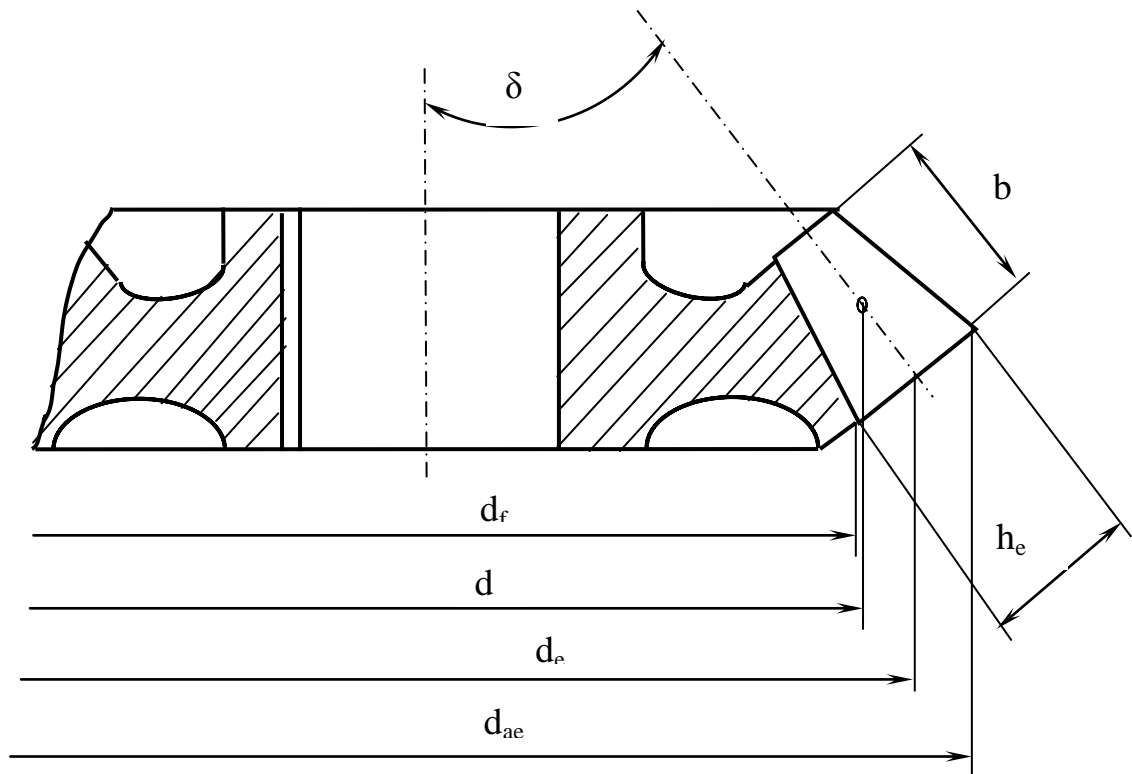


Рис. 20.2 – Геометричні параметри конічної передачі

d_e - діаметр зовнішнього ділительного кола (початкового)

$$d_e = m_{te} z; \quad (20.3)$$

d_{fe} - діаметр впадин зубців на зовнішньому торці

$$d_{fe} = d_e - 2.4 h_e \cos \delta; \quad (20.4)$$

d_{ae} - зовнішній діаметр вершин

$$d_{ae} = d_e + 2 h_e \cos \delta; \quad (20.5)$$

d_m - середній ділительний (початковий) діаметр шестерні та колеса.

В якості торцевих перерізів розглядають перерізи поверхнями додаткових конусів.

Конуси, утворюючі яких перпендикулярні до утворюючих ділительних конусів, мають назву додаткові конуси.

Переріз зубця додатковим конусом має назву торцевий переріз

Розміри по зовнішньому торцю зручніші для замірів, їх вказують на кресленнях. Розміри у середньому перерізі використовують у силових розрахунках.

Коефіцієнт корисної дії конічних передач залежить від багатьох чинників. В першу чергу від точності виготовлення та збирання. При доброму змащенні і виконанні необхідних вимог по точності коефіцієнт корисної діє передачі складає 0,95-0,98.

Черв'ячна передача являє собою кінематичну пару, яка складається з черв'яка та черв'ячного колеса. Вона призначена для передачі обертального руху між валами, вісі яких перехрещуються, зазвичай кут схрещування осей складає $\theta = 90^\circ$.

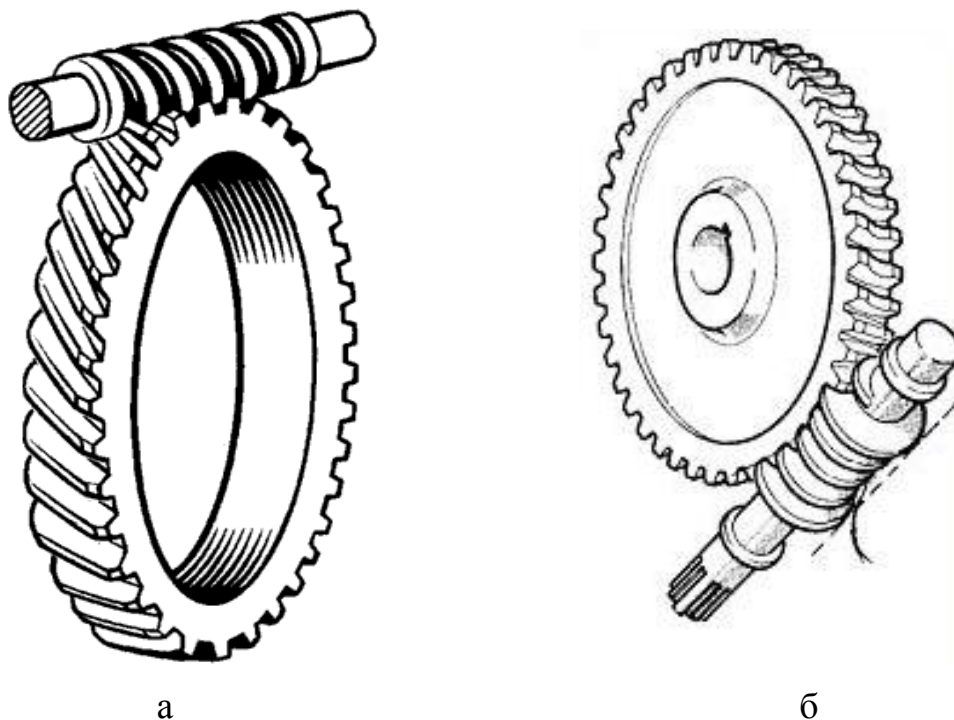


Рис. 20.3 – Зовнішній вигляд черв'ячних передач циліндричної (а) та глобоїдної (б)

У більшості випадків ведучим є черв'як, тобто короткий гвинт із трапецієподібним чи близьким до нього різьбленням. Для облягання тіла черв'яка вінець черв'ячного колеса має зубці дугоподібної форми, що збільшує довжину контактних ліній у зоні зачеплення. Параметрам черв'яка приписується індекс 1, а параметрам колеса індекс 2. Черв'ячна передача - це зубчастогвинтова передача, рух у якій здійснюється за принципом гвинтової пари.

Зубці черв'ячних коліс мають дугову форму. Це забезпечує облягання тіла черв'яка і збільшує довжину контактних ліній.

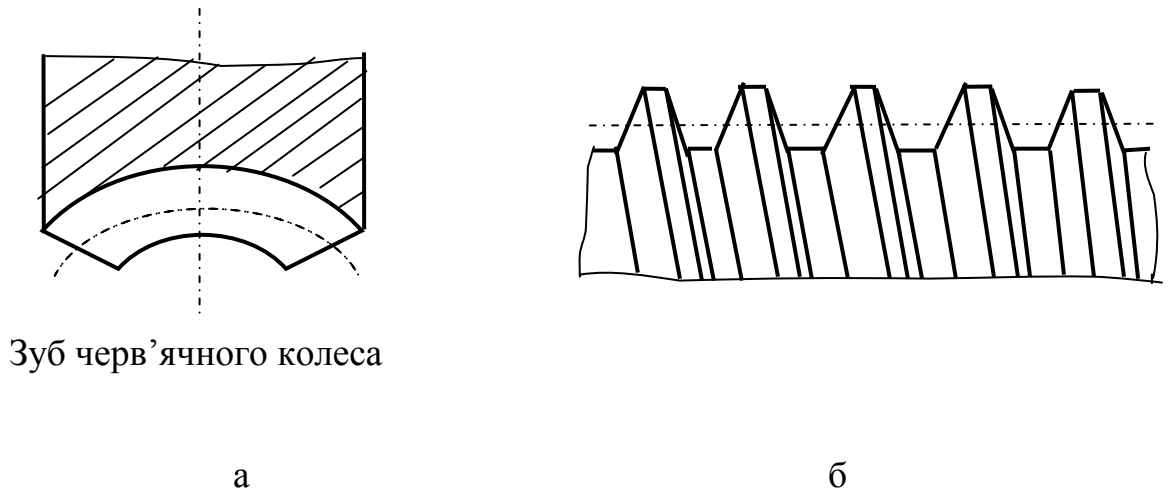


Рис. 20.4 – Вигляд зубця черв'ячного колеса (а) та зубців черв'яка (б)

Залежно від форми зовнішньої поверхні черв'яка передачі бувають з циліндричним (а) чи з глобоїдним (б) черв'яком.

Глобоїдна передача має підвищений ККД, більш надійна і довговічна, але через складність виготовлення має обмежене застосування.

Черв'як являє собою гвинт. Різьба може бути нарізана на циліндрі (циліндричні черв'яки).

Профіль різьби може бути трапецієвидний, як показано на малюнку (Архімеда черв'як, в торцевому перерізі витки цього черв'яка окреслені спіраллю Архімеда) або робочі поверхні можуть бути окреслені евольвентою (евольвентні черв'яки можна розглядати як косозубе циліндричне колесо з великим кутом нахилу зуба до твірної циліндра і з малим числом зубців, профіль окреслений евольвентою).

У глобоїдних черв'яків різьба нарізана на поверхні глобоїда. В центральній осьовій площині черв'яка витки мають прямолінійний профіль. Передачу з таким черв'яком називають глобоїдною.

При однакових габаритах навантажувальна здатність глобоїдних передач значно вище, ніж з циліндричним черв'яком (сприймають навантаження в 4 рази більше). Однак такі передачі знаходять мале поширення в зв'язку зі складністю виготовлення і наладки, а також внаслідок значного тепловиділення.

Залежно від напрямку лінії витка черв'яка черв'ячні передачі бувають із правим і лівим напрямком лінії витка.

Залежно від кількості заходів різьблення черв'яка передачі бувають з однозаходним чи з багатозаходним черв'яком.

Залежно від розташування черв'яка щодо колеса передачі бувають з нижнім (а), бічним (б) і верхнім (в) черв'яками.

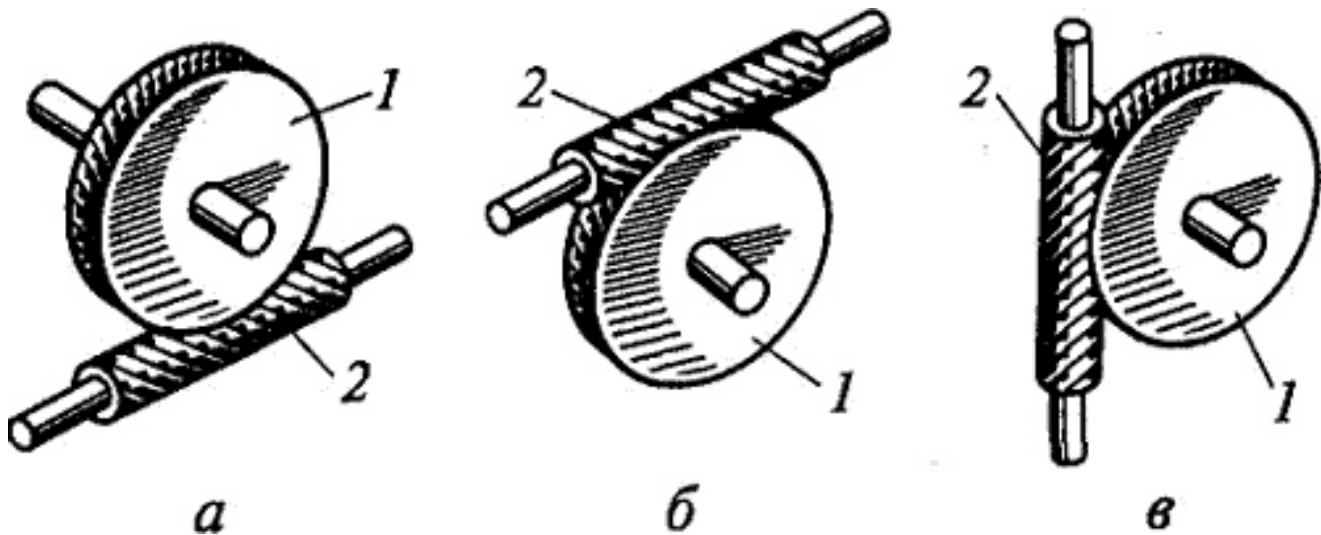


Рис. 20.5 - Схеми розташування черв'яка відносно колеса:

а) нижнє, б) бічне, в) верхнє.

Застосування черв'ячних передач :

Черв'ячні передачі застосовують при невеликих і середніх потужностях, що звичайно не перевищують 50 кВт. Застосування передач при великих потужностях неекономічне через порівняно низький ККД і вимагає спеціальних заходів для охолодження передачі, щоб уникнути сильного нагрівання.

Черв'ячні передачі широко застосовують у верстатах, підйомно-транспортних машинах, тролейбусах, автомобілях та іншій техніці. Об'єм застосування цих передач від інших передач зачепленням складає приблизно 10%.

Переваги черв'ячних передач:

1. Плавність і безшумність роботи.
2. Компактність і порівняно невелика маса конструкції.

3. Можливість одержання великих передаточних чисел (в окремих випадках у несилових передачах до 1000).

4. Можливість одержання самогальмівної передачі, що дозволяє передавати рух тільки від черв'яка до колеса. Самогальмування черв'ячної передачі дозволяє виконати механізм без гальмівного пристрою, який перешкоджає зворотному обертанню колеса.

Недоліки черв'ячних передач:

1. Обмеженість потужності, що передається (не вище 50-100 кВт).
2. Порівняно низький ККД (0,7-0,92) через ковзання витків черв'яка по зубцях колеса.
3. Значне виділення тепла в зоні зачеплення черв'яка з колесом.
4. Необхідність застосування для вінців черв'ячних коліс дефіцитних антифрикційних матеріалів (бронза) та висока вартість інструменту для нарізання зубців (черв'ячної фрези), а також шліфування черв'яка.
5. Підвищений знос та схильність до заїдання.

ККД ЧЕРВ'ЯЧНИХ ПЕРЕДАЧ

Черв'ячна передача є зубчасто-гвинтовою, тому в ній відбуваються втрати енергії, властиві будь-якій зубчастій передачі. Загальний ККД черв'ячної передачі

$$\eta = \eta_n \eta_p \eta_{z.z} \eta_{z.n} \quad (20.6)$$

де η_n - ККД що враховує втрати в одній парі підшипників: для підшипників кочення $\eta_n = 0,99 - 0,995$, для підшипників ковзання $\eta_n = 0,97 - 0,99$, η_p - ККД, що враховує гідравлічні втрати, пов'язані з перемішуванням і розбризкуванням мастила в корпусі перстачі, при середніх швидкостях його приймають рівним $\eta_p = 0,97 - 0,98$; $\eta_{z.z}$ - ККД, що враховує втрати в зубчастому зачепленні. Так, для бронзового зубця черв'ячного колеса, що легко приробляється до витків черв'яка, приймають $\eta_{z.z} = 0,97 - 0,98$; $\eta_{z.n}$ - ККД, що враховує втрати в гвинтовій парі, які складають головну частину усіх втрат передачі. Визначають за формулою, яка виведена для гвинтової пари:

$$\eta_{z.n} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \rho)} \quad (20.7)$$

де γ – дільний кут підйому лінії витка.

Кут тертя ρ залежить не тільки від матеріалу черв'яка і зубців колеса, шорсткості робочих поверхонь, якості змащення, але і від швидкості ковзання. Величина ρ значно знижується при збільшенні швидкості ковзання, оскільки при цьому в зоні зачеплення створюються сприятливі умови для утворення масляного клина.

МАТЕРІАЛИ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПАРИ

Оскільки в черв'ячному зачепленні переважає тертя ковзання, матеріали черв'ячної пари повинні мати низький коефіцієнт тертя, гарну зносостійкість і знижену схильність до заїдання. Для цього в черв'ячній передачі застосовують різнорідні матеріали при малій шорсткості дотичних поверхонь.

Черв'яки виготовляють із середньовуглецевих сталей марок 40, 45, 50 або легованих сталей марок 40Х із поверхневим загартуванням до твердості HRC 45... 55. При цьому необхідне шліфування і полірування робочих поверхонь витків. Зубчасті вінці черв'ячних коліс виготовляють переважно з бронзи, при цьому вибір марки матеріалу залежить від швидкості ковзання і тривалості роботи. А колісний центр зі сталі.

При малих швидкостях ковзання черв'ячні колеса можна виготовляти із сірих чавунів марок СЧ12-28, СЧ15-32 та інших.

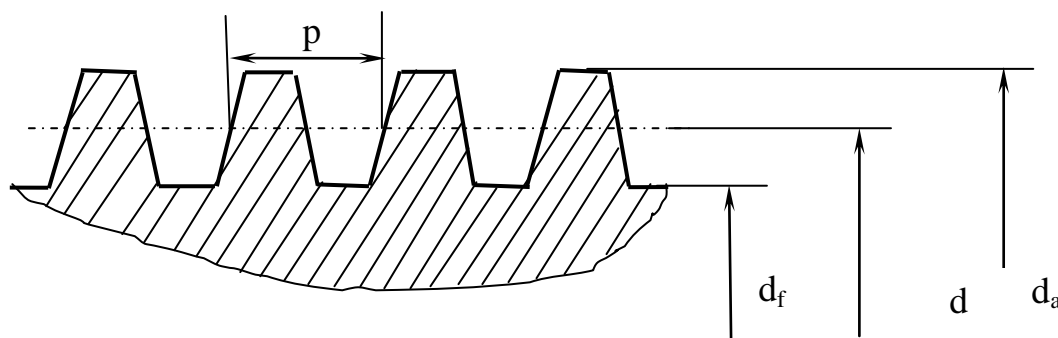


Рис. 20.6 – Геометрія передачі черв'яка

Відстань « p », виміряна між однойменними точками двох сусідніх витків профілю різьби черв'яка, називається кроком черв'яка і черв'ячного колеса. Відношення кроку до числа π (3.1415926) називають модулем « m ».

Геометричні розміри черв'яка і колеса визначають за формулами, аналогічними формулам для зубчастих коліс. У черв'ячній передачі розрахунковим є осьовий модуль черв'яка m , що дорівнює торцевому модулю черв'ячної колеса. Значення розрахункових модулів m вибирають за ГОСТ 19672—74 (1-й ряд, витяг):

1, 1.25; 1,6; 2; 2,5; 3,15. 4, 5, 6,3, 8.10,16; 20 мм

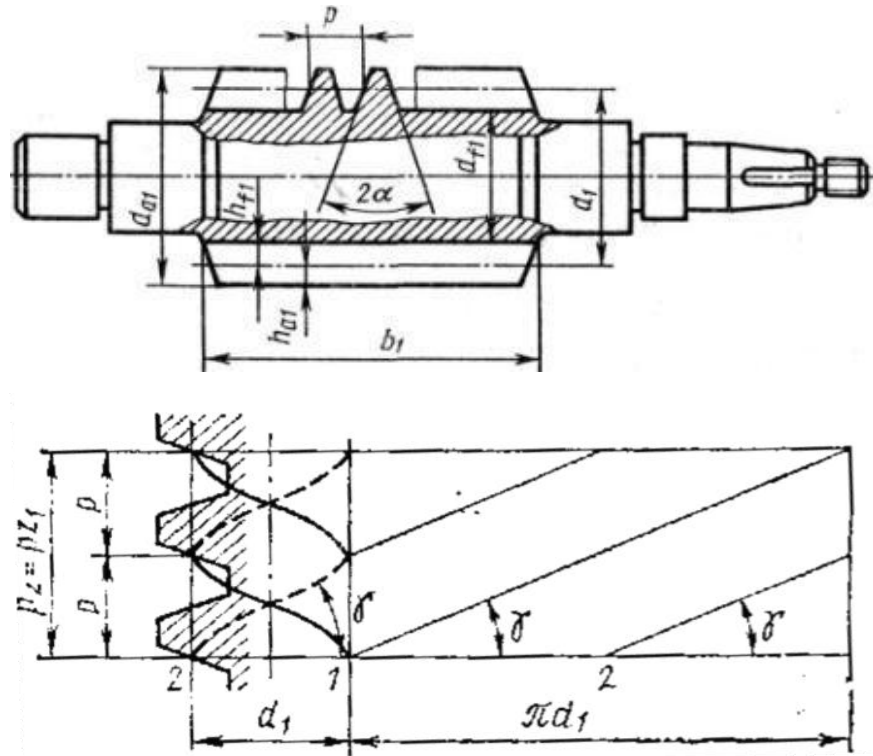


Рис. 20.7 - Профіль витка

Кут профілю витка в осьовому перерізі $2\alpha = 40^\circ$.

Крок черв'яка

$$p = \pi^* \cdot m, \quad (20.8)$$

звідки модуль

$$m = p / \pi \quad (20.9)$$

Циліндр, на твірній якого товщина витка і ширина впадини однакові, називають ділильним, і визначається за формулою

$$d_1 = q^* m \quad (20.10)$$

де q — число модулів у ділильному діаметрі черв'яка чи коефіцієнт діаметра черв'яка. Значення m та q стандартизовані.

Черв'як може мати одновиткову (однозаходну) або багатовиткову (багатозаходну) різьбу. Число заходів різьби z_1 . Застосовують черв'яки з $z_1 = 1, 2, 4$.

Хід витка

$$P_z = pz_1 \quad (20.11)$$

де z_1 - число заходів черв'яка.

Кут підйому лінії витка

$$\operatorname{tg} \gamma = z_1/q \quad (20.12)$$

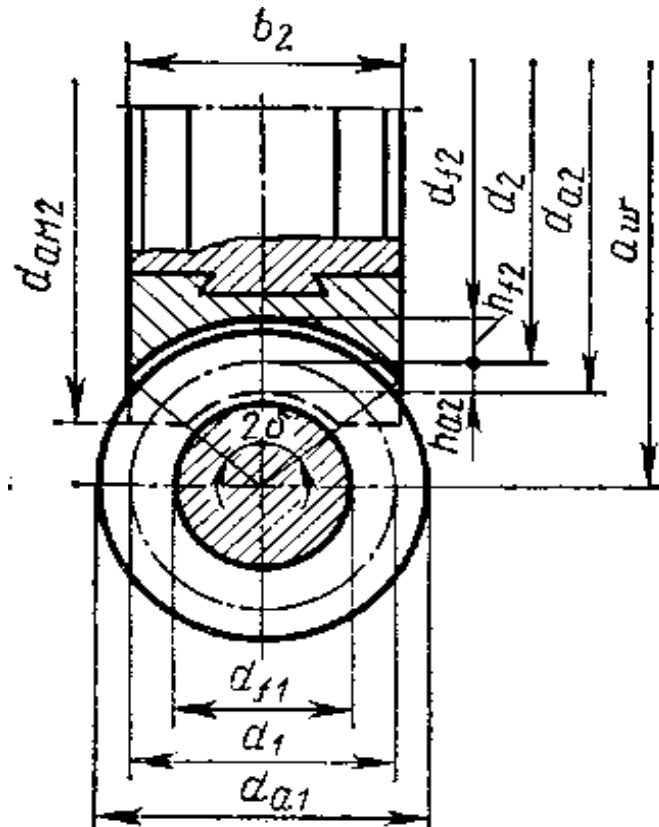


Рис. 20.8 - Діаметри черв'яка і колеса

Висота голівки витка черв'яка і зубця колеса $h_{a1} = h_{a2} = m$, висота ніжки

витка черв'яка і зубця колеса $h_{f1} = h_{f2} = 1,2m$

Діаметр вершин витків черв'яка

$$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1} = m(q+2) \quad (20.13)$$

Діаметр западин черв'яка

$$d_{f1} = d_1 - 2,4h_{f1} = m(q - 2,4) \quad (20.14)$$

Міжосьова відстань:

$$a_0 = 0,5 \cdot m \cdot (q+z_2). \quad (20.15)$$

Основні геометричні розміри вінця черв'ячного колеса визначають у його середньому перетині. До них відносяться:

Ділильний діаметр

$$d_2 = m \times z_2 \quad (20.16)$$

Діаметр вершин зубців

$$d_{a2} = d_2 + 2h_{a2} = m(z_2 + 2) \quad (20.17)$$

Діаметр западин колеса

$$d_{f2} = d_2 - 2,4h_{f2} = m(z_2 - 2,4) \quad (20.18)$$

Міжосьова відстань передачі

$$a_w = (d_1 + d_2) / 2 = m(q + z_2) / 2 \quad (20.19)$$

Найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{a\omega 2} \leq d_{a2} + 6m / (z_1 + 2) \quad (20.20)$$

Ширина вінця черв'ячного колеса залежить від діаметра вершин витка черв'яка:

$$\text{при } z_1 = 1 \dots 2 \quad b_2 \leq 0,75 d_{a1}$$

$$\text{при } z_1 = 4 \quad b_2 \leq 0,67 d_{a1}$$

ПЕРЕДАТОЧНЕ ВІДНОШЕННЯ

Передаточне число визначають з умови, що за один оберт черв'яка колесо повернеться на число зубців, яке рівне числу витків черв'яка.

Кутову швидкість черв'ячного колеса можна визначити за формулою:

$$\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{d_1}{d_2} \cdot \text{tg } \gamma = \omega_1 \frac{m \cdot q}{m \cdot z_2} \cdot \text{tg } \gamma = \omega_1 \cdot \frac{z_1}{z_2} \quad (20.21)$$

де z_1 - число витків черв'яка.

Передаточне відношення передачі

$$U = \omega_1 / \omega_2 \quad (20.22)$$

передаточне число передачі

$$u = z_2 / z_1 \quad (20.23)$$

На практиці в силових передачах застосовують черв'яки з числом витків $z_1 = 1 \dots 4$. Зі збільшенням z_1 зростають технологічні труднощі виготовлення черв'яка.

20.2 Сили в передачі.

При роботі конічної передачі виникаюче навантаження між зубцями навантаження розподілене по п'ятну контакту, причому не рівномірно. Найбільшу частину навантаження сприймає частина зуба, розташована ближче до зовнішнього торця. Для аналізу силового впливу в передачі розподілене навантаження замінюють зосередженою силою (F_n) та з метою спрощення вважають, що ця сила зосереджена посередині ширини вінця колеса.

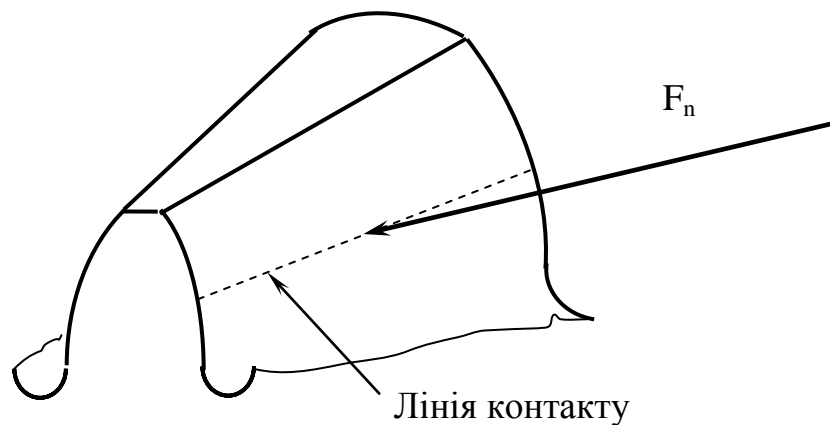


Рис. 20.9 - Повна сила, яка діє на поверхню зуба

Вектор повної сили F_n перпендикулярний робочій поверхні зуба. Цю повну силу розкладають на три складові в декартовій системі координат:

- а) осьову F_o ;
- б) радіальну F_r ;
- в) окружну F_t .

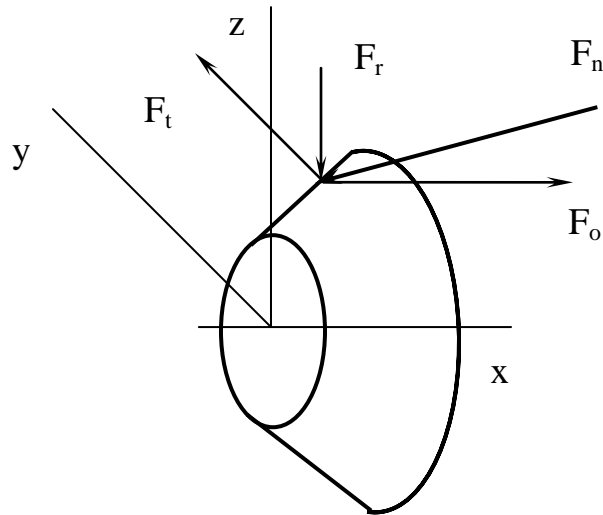


Рис. 20.10 - Складові повної сили

Корисною складовою є тільки сила F_t , яка рівна:

$$F_t = 2M_{кр}/d_m. \quad (20.24)$$

Сила F_r намагається роздвинути зубчасті колеса, а сила F_o змістити колеса вздовж вісі.

У приробленій черв'ячній передачі, сила черв'яка сприймається не одним, а декількома зубцями колеса, але для спрощення розрахунку силу взаємодії черв'яка і колеса F_n , приймають зосередженою і прикладеною у полюсі зачеплення Π по нормалі до робочої поверхні витка.

За правилом паралелепіпеда F_n розкладають у трьох взаємно перпендикулярних напрямках на складові F_t , F_r , F_a . Для чіткості зображення сил, черв'ячне зачеплення розсунуто. Окружна сила на черв'яку F_{t1} чисельно дорівнює осьовій силі на черв'ячному колесі F_{a2} .

$$F_{t1} = F_{a2} = 2T_1/d_1 \quad (20.25)$$

де T_1 - крутний момент на черв'яку.

Окружна сила на черв'ячному колесі F_{t2} чисельно дорівнює осьовій силі на черв'яку F_{a2} .

$$F_{t2} = F_{a1} = 2T_2/d_2, \quad (20.26)$$

де T_2 - крутний момент на черв'ячному колесі.

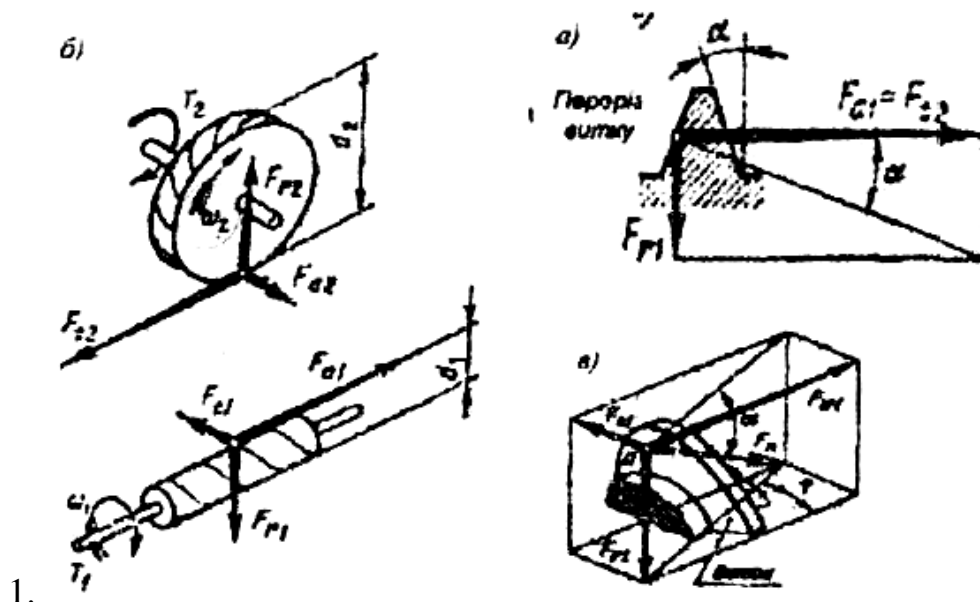


Рис. 20.11 - Сили в черв'ячній передачі:

- а) - розкладання сил зачеплення; б) - сили в перерізі витку черв'яка;
в) - сили на витку черв'яка.

Радіальна сила на черв'яку F_{r1} чисельно дорівнює радіальній силі на колесі F_{r2} .

$$F_{r2} = F_{r1} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha \quad (20.27)$$

Силу F_{n1} , діючу на черв'як, розкладемо на складові:

Розкладемо силу F_{n2} , діючу на черв'ячне колесо, на складові:

F_o – осьова сила;

F_r – радіальна;

F_t – окружна.

Видно, що:

$$F_{t1} = F_{o2} = 2 M_1 / d_1,$$

$$F_{t2} = F_{o1} = 2 M_2 / d_2,$$

$$F_{r1} = F_{r2}.$$

Можна також отримати:

$$F_{t1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \gamma,$$

$$F_r = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha,$$

де γ – кут підйому гвинтової лінії на черв'яку;

α – кут профілю різьби черв'яка в осьовому перерізі (зазвичай 20°).

Із формул відомо, що корисна сила на черв'яку перетворюється в корисну силу на колесі з великою втратою.

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Який основний неділк конічної передачі?	Складність виготовлення	
		Осьова складова сили	
		Низький ККД	
2	Черв'ячна передача має осі, що:	є паралельними	
		перетинаються	
		перехрещуються	
3	Передача моменту від черв'яка до черв'ячного колеса відбувається:	тертям	
		коченням	
		зачепленням	
4	Однією з переваг черв'ячного зачеплення є	відсутність «закусування»	
		високе передаточне відношення	
		значна відстань передачі моменту	
5	Застосовують черв'яки з такою кількістю заходів	2	
		3	
		5	
6	В черв'ячній передачі нормуються:	міжосьова відстань та кількість заходів черв'яка	
		розрахунковий модуль та коефіцієнт діаметра черв'яка	
		кут підйому лінії витка та хід витка	
7	Основні геометричні розміри вінця черв'ячного колеса визначаються:	на зовнішньому колі	
		в середньому перетині	
		на діаметрі западин	
8	ККД черв'ячного зачеплення не залежить від?	кута підйому лінії витка	
		матеріалу черв'яка та колеса	
		міжосьової відстані	
9	Яка формула для визначення міжосьової відстані в черв'ячній передачі:	$a_o = 0.5 \cdot m \cdot (q+z_2)$	
		$a_o = 0.5 \cdot m \cdot (z_1+z_2)$	
		$a_o = 1.5 \cdot m \cdot (z_1+z_2)$	
10	Яка перевага передачі з глобоїдним черв'яком?	Менша складність виготовлення	
		Менша міжосьова відстань	
		Більша навантажувальна здатність	

РОЗДІЛ 21

ГВИНТОВІ, ГЕПОЇДНІ, ПЛАНЕТАРНІ ТА ХВИЛЬОВІ ЗУБЧАСТІ ПЕРЕДАЧІ. ПЕРЕДАЧІ ПЕРЕТВОРЕННЯ РУХУ.

- 21.1 Гвинтові та гепоїдні передачі.
- 21.2 Хвильові передачі.
- 21.3 Фрикційні передачі.
- 21.4 Передачі перетворення руху (рейкова, кулачкова, "гвинт-гайка").
- 21.5 Передачі переривчастого руху.

21.1 Гвинтові та гепоїдні передачі.

Гвинтова зубчаста передача складається з косозубих циліндричних коліс, вісі яких перехрещуються. Зубці коліс мають евольвентний профіль. Основне застосування мають гвинтові передачі з кутом між осями, рівним 90.

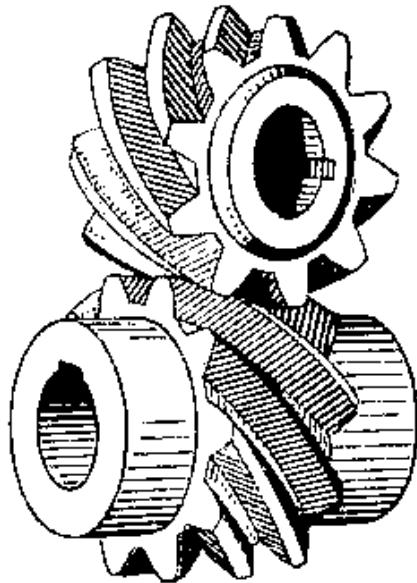


Рис. 21.1 – Зовнішній вигляд гвинтової зубчастої передачі

Для косозубого колеса крок між зубцями можливо виміряти в двох напрямках : перпендикулярно вісі колеса і перпендикулярно зубу колеса. Отримаємо окружний крок (p_t) та нормальний крок (p_n) відповідно. Якщо розділити значення цих кроків на число π , то отримаємо два значення модуля:

m_t – окружний (торцевий) модуль; його значення буде залежати від кута нахилу зубців;

m_n - нормальний модуль; його величина стандартизована і визначається ріжучим інструментом, з допомогою якого виготовляється зубчасте колесо.

$$m_t = m_n / \cos \beta \quad (21.1)$$

Діаметри ділительних кіл дорівнюють:

$$d_{\omega 1} = m_{t1} \cdot z_1 ; \quad (21.2)$$

$$d_{\omega 2} = m_{t2} \cdot z_2. \quad (21.3)$$

Міжосьова відстань: $a_{\omega} = 0.5(d_{\omega 1} + d_{\omega 2}) \quad (21.4)$

Передаточне відношення:

$$U = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1 = d_{\omega 2} \cdot \operatorname{tg} \beta_1 / d_{\omega 1}, \quad (21.5)$$

де

ω_1 та ω_2 – кутові швидкості ведучого і веденого зубчастих коліс;

z_1 та z_2 - число зубців коліс;

β_1 - кут нахилу зубців шестерні.

З формули випливає, що передаточне відношення передачі можна змінювати, змінюючи діаметри початкових кіл та кути нахилу зубців. У силових передачах при необхідності забезпечити високий ККД, кути нахилу вибирають рівними чи близькими.

СИЛИ В ПЕРЕДАЧІ

Крутний момент з шестерні на колесо передається зубчастим зачепленням. Розрахунок складових сил аналогічний розрахунку для циліндричних косозубих коліс. Однак через перпендикулярне розташування вісей валів, корисна окружна сила шестерні дорівнює осьовій силі колеса і навпаки. Таке перетворення сил призводить до втрат енергії, а відповідно до пониження ККД передачі.

ПЕРЕВАГИ І НЕДОЛІКИ ПЕРЕДАЧІ

Переваги: можливість передачі руху між валами вісі яких перехрещуються.

Недоліки передачі:

Початковий дотик зубців проходить в точці в умовах значних швидкостей ковзання, а в процесі роботи зона контакту мала, тому в ній виникає великий

тиск і контактні напруження, крім цього, через великі кути нахилу зубців швидкість ковзання п'ятна контакту по поверхні зубців велика, все це призводить до великих сил тертя між зубцями і значного зносу передачі.

Для боротьби з цим недоліком застосовують наступні заходи:

- застосовують спеціальні протизадирне (з присадками) змащення;
- зубчасті колеса виготовляють з різнорідних матеріалів, один з яких має меншу міцність (наприклад, бронза або пластмаса). Матеріали вибирають відповідно до умови найбільшого опору заїданню. Для виготовлення шестерні та колеса застосовують різнорідні матеріали. Наприклад, загартовану сталь – для шестерні, чавун, текстоліт, поліамід, бронзу – для колеса.

Гепоїдна (конічна гвинтова) передача (рис. 21.2) являє собою конічну зубчасту передачу, вісі валів в якій перехрещуються. Гепоїдні колеса виконують як правило з круговими зубцями. В гепоїдних передачах, на відміну від гвинтових забезпечується контакт, близький до лінійного з оптимальною формою і розмірами плями контакту. Вони аналогічні конічним передачам із криволінійними зубцями. При однаковому діаметрі колеса і передаточному числі діаметр шестерні в гепоїдних передачах має більше значення ніж в конічних.

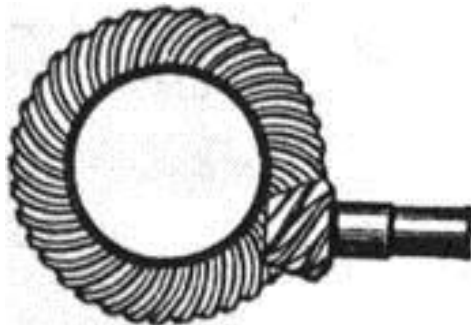


Рис. 21.2 – Зовнішній вигляд гепоїдної передачі

Переваги передачі:

- а) підвищена несуча здатність, тому що в зачепленні одночасно знаходяться декілька пар зубців;
- б) швидкість ковзання зубців значно менша, ніж в гвинтових зубчастих передачах;
- в) зубці добре приробляються;

г) плавність роботи.

Внаслідок цих переваг, передача знайшла застосування в транспортній техніці, приладобудуванні та інших машинах.

До **недоліків** передач відносять підвищену схильність до заїдання. Небезпека заїдання тим менша, чим менше гепоїдне зміщення. Засобом підвищення опору заїдання слугує протизадирне змащення. В гепоїдних передачах в порівнянні з передачами з конічними шестернями більш високо нагріваються деталі та видавлюється мастило, тому необхідне спеціальне мастило, яке має високу міцність плівки і потребує особливо ретельного обслуговування.

21.2 Хвильові передачі.

Хвильові зубчасті передачі (рис. 21.3) кінематично являють собою планетарні передачі з одним гнучким зубчастим колесом.

Найбільш поширена хвильова передача складається з водила 3, що обертається, гнучкого колеса 2 із зовнішніми зубцями та нерухомого твердого колеса 1 із внутрішніми зубцями.

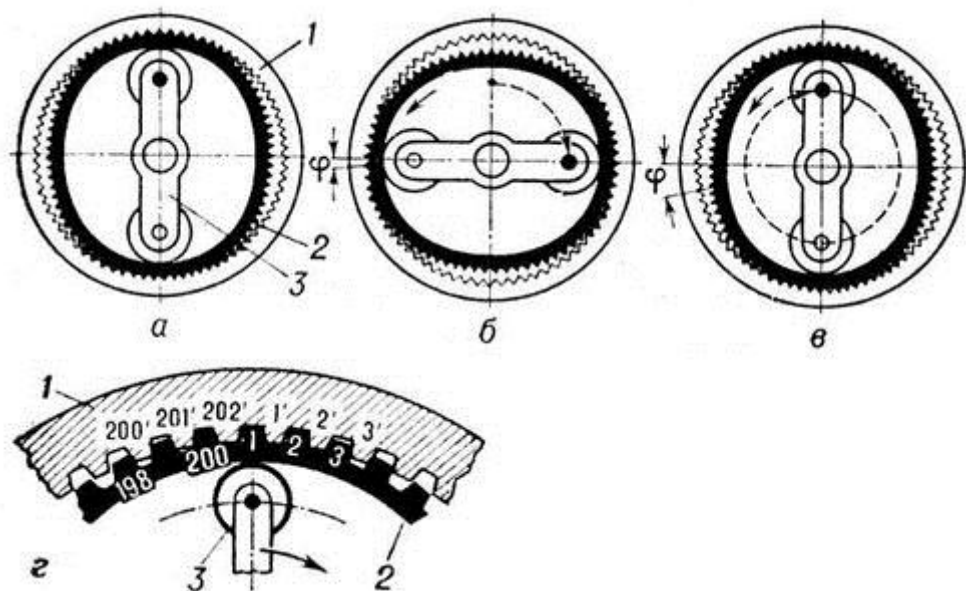


Рис. 21.3 – Принцип роботи хвильової передачі

Водило складається з овального кулачка і спеціального шарикопідшипника. Гнучке зубчасте колесо 2 виготовляють у вигляді стакану з тонкою стінкою, яка

легко деформується. Довжина стакана колеса близька до його діаметра. Тверде зубчасте колесо 1 з'єднане з корпусом.

Складання зачеплення здійснюють після деформування гнучкого колеса водилом. Деформований зубчастий вінець гнучкого колеса приймає овальну форму, утворюючи при цьому ніби два сателіти, зв'язаних гнучкою стінкою стакана. Гнучке колесо деформується так, що на кінцях великої осі овалу зубці зачіпляються на повну робочу висоту. На малій осі зубці не зачіпляються. Між цими ділянками зачеплення часткове. На рисунку видно, що хвильова передача може забезпечити одночасне зачеплення великого числа зубців.

У хвильовій передачі перетворення руху здійснюється за рахунок деформування зубчастого вінця гнучкого колеса. При обертанні водила хвиля деформації біжить по обводу гнучкого зубчастого вінця; при цьому вінець обкатується в зворотному напрямку по нерухомому твердому колесу, обертаючи стакан і вал. Тому передача називається хвильовою, а водило — хвильовим генератором.

Існує багато різновидів хвильових передач. Наприклад, для передачі руху через герметичну стінку в хімічній, авіаційній, космічній, атомній та інших галузях техніки застосовують герметичну хвильову передачу. В даному випадку гнучкий зубчастий вінець розташовано всередині стакана 1, герметичне з'єднаного з корпусом. Рух передається від генератора хвиль H до твердого колеса 2, з'єднаного з валом.

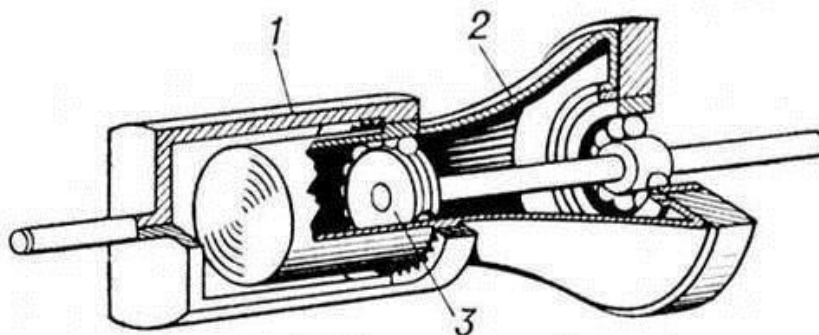


Рис. 21.4 - Схема хвильової передачі руху в герметичній об'ємній передачі

Хвильова зубчаста передача запатентована в 1959 р. і перебуває в стадії

інтенсивного дослідження.

Переваги:

1. Здатність передавати великі навантаження, оскільки в зачепленні одночасно знаходиться велике число зубців.
2. Можливість передачі руху в герметичний простір без застосування ущільнень
3. Велике передаточне число при малих габаритах і порівняно високому ККД. Для однієї ступені $U < 300$ при ККД $\eta = 0,8 - 0,9$.
4. Працюють з меншим шумом ніж планетарні, за мають високу деформуючу здатність.

Недоліки:

1. Складність виготовлення гнучкого колеса і генератора.
2. Обмеження кутової швидкості вала генератора при великих діаметрах коліс (щоб уникнути великих окружних швидкостей в ободу генератора).

Застосування:

1. Хвильові передачі застосовують у механізмах з великим передаточним числом, а також у пристроях з підвищеними вимогами до кінематичної точності і герметичності.

21.3 Фрикційні передачі.

Фрикційна передача - механізм який призначений для передачі обертового моменту з одного вала до іншого за рахунок сил тертя, які виникають між насадженими на вали котками.

Найпростіша фрикційна передача складається з двох коліс (котків), які притиснуті один до одного (рис. 21.5). Обертовий рух від ведучого котка до веденого передається силами тертя, які виникають в місцях контакту. Передача працюватиме у випадку коли сила, якою притискаються котки один до одного, буде більша за окружну силу передачі.

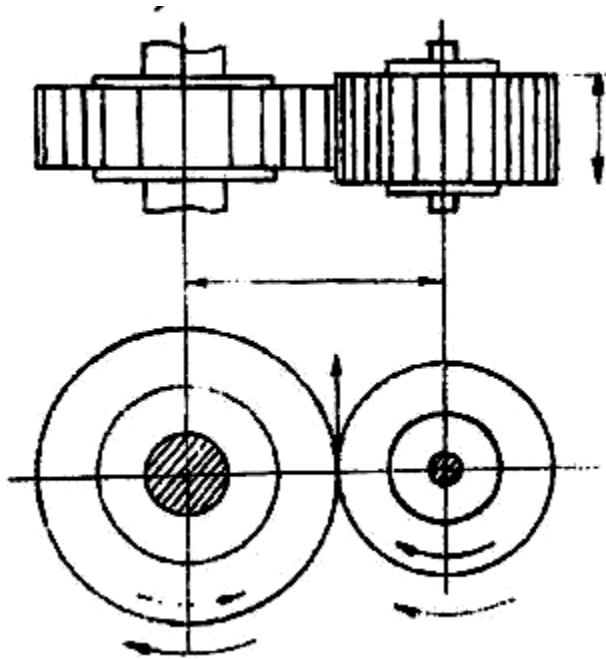


Рис. 21.5 – Схема циліндричної фрикційної передачі

Це умова працездатності передачі і виражається вона формулою:

$$F_{тр} \geq F_t, \quad (21.6)$$

де $F_{тр}$ - сила тертя; F_t – окружна сила

Порушення цієї умови призводить до буксування, а відповідно до недопустимого зносу котків.

Для забезпечення необхідної сили тертя $F_{тр}$ котки притискають один до другого силою F_r , яка набагато більша від колової F_t .

Матеріали тіл кочення мають високі зносостійкі характеристики та високу міцність робочих поверхонь і як можна більший коефіцієнт тертя ковзання, високий модуль пружності. Найчастіше використовують для виготовлення котків сталь ШХ15, яка може працювати як в масляній ванні так і всуху. Широкого застосування в силових передачах отримали котки виготовлені з чавуна

Для несилових передач котки виготовляють з неметалічних матеріалів (дерево, фібра), або з металічних, які покриті шкірою, гумою, прогумованою тканиною. Котки з неметалевих матеріалів працюють в суху.

Під час проектування передачі для ведучого котка призначають менш міцний матеріал, з метою запобігання утворення задирів та лисок у випадку буксування передачі.

Класифікація.

Фрикційні передачі відносяться до передач тертям з безпосереднім контактом.

В залежності від призначення розрізняють передачі з нерегульованим передаточним відношенням та з плавно регульованим передаточним відношенням. Останні називають варіаторами.

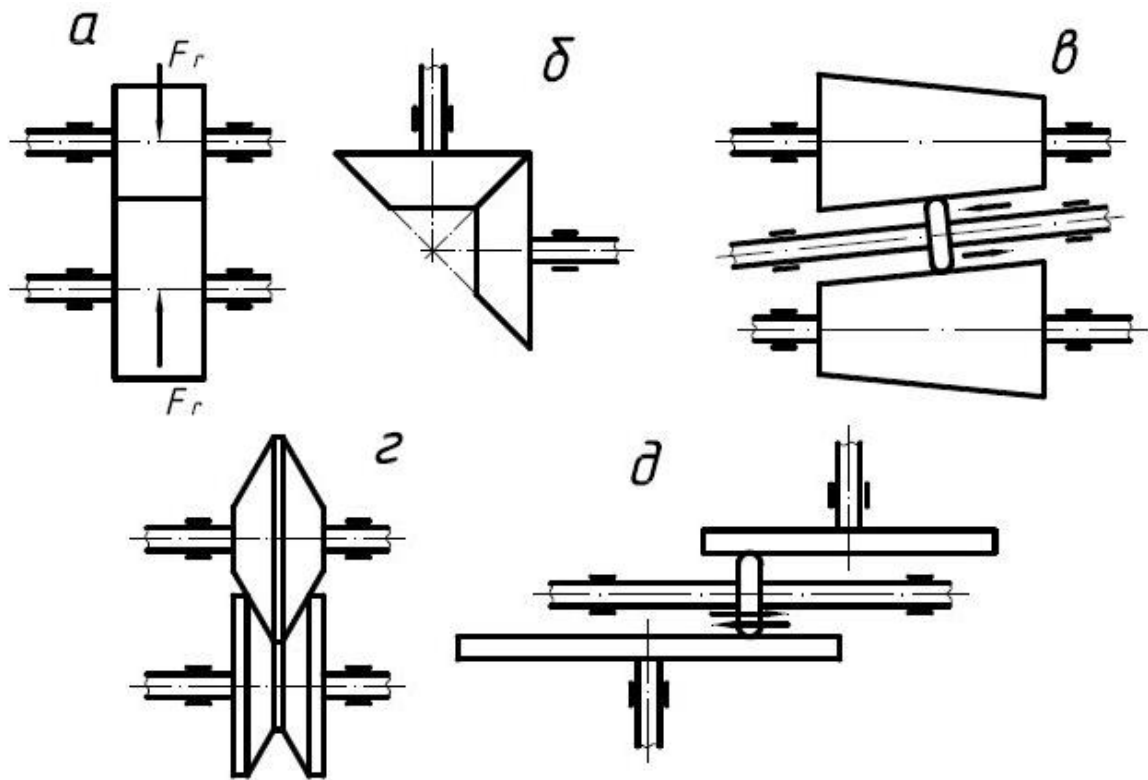


Рис. 21.6 – Фрикційні механізми: а – циліндрична з постійним передаточним відношенням, б – конічна з постійним передаточним відношенням, в – варіатор з конічними валками, г – фрикційний механізм з конічними валками та постійним передаточним відношенням, д – лобовий варіатор

В залежності від взаємного розташування валів розрізняють: циліндричні, конічні, лобові передачі.

В залежності від умов роботи, а відповідно і конструктивного виконання, фрикційні передачі бувають: відкриті - працюють насухо і закриті - працюють в

масляній ванні. У відкритих фрикційних передачах коефіцієнт тертя f , як правило, більший, тому притискна сила F_r котків менша.

Переваги та недоліки.

Переваги фрикційних передач: простота конструкції і обслуговування; рівномірність і безшумність роботи; можливість плавного регулювання передаточного відношення без зупинки механізму; можливість запобігання аваріям в разі перевантаження та поломки.

Недоліки: Велике і нерівномірне спрацювання робочих поверхонь котків під час буксування; великі навантаження на вали і підшипники; непостійність передаточного відношення в наслідок проковзування котків.

Застосування.

Застосування фрикційних передач визначається їх характеристиками. Найширше використання фрикційні передачі отримали як варіатори в металорізальних верстатах, текстильних, транспортних та інших машинах.

Основні геометричні, кінематичні та силові характеристики фрикційних передач.

Циліндрична фрикційна передача характеризується такими параметрами:

- передаточне відношення, яке визначають за формулами:

$$u = (1 - \varepsilon) \cdot \frac{D_1}{D_2} \quad (21.7)$$

де ε - коефіцієнт ковзання 0,005.... 0,03, D_1 і D_2 - діаметри ведучого і веденого котків.

Для силових передач рекомендують $u < 6$

$$a = \frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{D_1(u + 1)}{2} \quad \text{- міжосьова відстань}$$

де $D_1 = \frac{2a}{u + 1}$ - діаметр ведучого котка; $D_2 = D_1 \cdot u$ - діаметр веденого котка.

Окружна сила, що виникає на веденому котку може бути знайдена за формулою $F_t = \frac{2 \cdot T_2}{D_2}$, де T_2 - обертовий момент на веденому котку.

Сила, що притискає котки один до одного, визначена як $F = \frac{k \cdot F_t}{f}$, де k - коефіцієнт навантаження (запас зчеплення).

для силових передач $k = 1, 25 \dots 1, 50$;

для передач приладів $k = 3 \dots 5$.

21.4 Передачі перетворення руху (рейкова, кулачкова, "гвинт-гайка").

Рейкові передачі призначені для перетворення обертального руху в поступальний і навпаки.

Розрізняють наступні передачі :

колесо - рейка

черв'як - рейка

Розглянемо передачу "колесо-рейка". Зубці на рейці прямі чи косі трапецієвидного профілю, а зубці на колесі прямі чи косі евольвентного профілю.



Рис. 21.7 – Передача шестерня-рейка

При обертанні колеса рейка переміщується поступально, а при переміщенні рейки колесо обертається. За один оберт колеса рейка переміщується на відстань L .

$$L = \pi m_n \cdot z / \cos \beta, \quad (21.7)$$

де

m_n – модуль нормальний (визначений в напрямку перпендикулярному напрямку зуба);

z – число зубців на колесі;

β – кут нахилу зубців.

З формули випливає, що чим більше кут нахилу, тим більше переміщення рейки за один оберт колеса. Зі збільшенням кута β сила тертя в зачепленні зростає і ККД передачі падає. При $\beta = 0$ (тобто для прямозубої передачі) ККД максимальний, тому такі передачі застосовуються частіше всього.

В передачі “черв’як - рейка” замість зубчастого колеса застосовують циліндричний черв’як. В цій передачі за один оберт черв’яка рейка переміщується на відстань :

$$L = p \cdot z \cdot \cos \beta / \cos(\alpha - \beta), \quad (21.8)$$

де

p – крок черв’яка;

z – число заходів черв’яка;

α – кут між віссю черв’яка та напрямком руху рейки;

β – кут підйому гвинтової лінії черв’яка.

Таким чином, в цій передачі передаточне відношення можна змінювати, змінюючи кути α та β .

Передачі "гвинт-гайка".

Це передачі, в яких, в більшості випадків, обертальний рух гвинта перетворюється в поступальне переміщення гайки. При цьому гвинт і гайка можуть мати або один з названих рухів, або два рухи одночасно. Наприклад, в гвинтовому домкраті гвинт здійснює два рухи одночасно. Так, при обертанні гвинта в нерухомій гайці гвинт отримує поступове переміщення і піднімає вантаж.

Застосовують:

Для підняття вантажів (домкрати), створення великих зусиль (преси, натискувальні пристрої, тиски) і отримання точних переміщень (ходові гвинти станків, вимірювальні пристрої, ділильні та регулювальні пристрої).

Передачі “гвинт-гайка” поділяються на :

- Передачі ковзання

➤ **Передачі кочення.**

Передачі “гвинт-гайка” ковзання

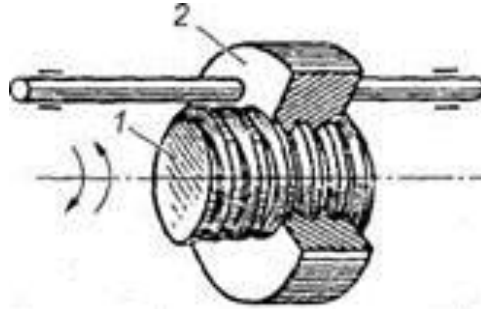


Рис. 21.8. – Передача гвинт-гайка

В передачі використовують:

- Трапецієвидну різьбу, якщо навантаження передається в обидві сторони;
- Упорну різьбу, якщо навантаження передається в одну сторону;
- Прямокутний чи трикутний профіль різьби, якщо необхідно забезпечити точне переміщення.

Залежно від призначення передачі гвинти бувають

1. **Вантажні.** Застосовуються для створення великих осьових сил. При навантаженні із змінним знаком гвинти мають трапецієподібне різьблення, при великому однобічному навантаженні - упорне різьблення. Гайки вантажних гвинтів цільні. У домкратах для великого виграшу в силі і забезпечення самогальмування застосовують однозаходне різьблення з малим кутом підйому γ .

2. **Ходові.** Застосовуються для переміщень у механізмах подачі. Для зменшення тертя вони мають переважно трапецієподібне багатозаходне різьблення. Для усунення «мертвого» ходу через знос різьблення гайки ходових гвинтів виконують роз'ємними.

3. **Установчі.** Застосовуються для точних переміщень і регулювань. Мають метричне різьблення. Для забезпечення безлюфтової передачі гайки роблять здвоєними. У механізмах точних переміщень, де важливо мати мале тертя і відсутність зазору в різьбленні, застосовують, шарико-гвинтові пари, у яких тертя ковзання замінене тертям кочення. ККД такої передачі досягає 0,95.

У передачі гвинт-гайка втрати виникають у різьбленні і в опорах. Втрати в різьбленні складають головну частину. Вони залежать від профілю різьблення, його заходності, матеріалів гвинтової кари, точності виготовлення і способу змащення.

$$\eta_{г.нор.} = \eta_{он} \eta_{в.н} = \eta_{он} \operatorname{tg} \gamma [\operatorname{tg}(\gamma + \rho)] \quad (21.9)$$

де $\eta_{он}$ — коефіцієнт, що враховує втрати в опорах, цей коефіцієнт залежить від конструкції гвинтового механізму і може коливатися в широких межах (для ходових гвинтів верстатів $\eta_{он} = 0,90—0,95$, для домкратів і пресів $\eta_{он} = 0,5—0,7$).

Передаточне відношення.

У передачі гвинт-гайка обертання гвинта (чи гайки) здійснюється за допомогою рукоятки. Поняття передаточного відношення у звичайному розумінні для передачі «гвинт-гайка» не існує тому що тут відбувається перетворення обертального руху на поступальне, і навпаки.

Введемо поняття про умовне передаточне відношення, що дорівнює відношенню переміщення рукоятки Δ_{ω} до переміщення гайки Δ , тобто

$$i = \Delta_{\omega} / \Delta_r \quad (21.10)$$

де R – радіус чи довжина рукоятки;

P_a - хід різьблення.

У передачі «гвинт – гайка» передаточне відношення велике, це дає великий виграш у силі.

21.5 Передачі переривчастого руху.

КУЛАЧКОВІ ПЕРЕДАЧІ

Широко застосовують два типи кулачкових передач:

- з дисковим кулачком;
- з циліндричним кулачком.

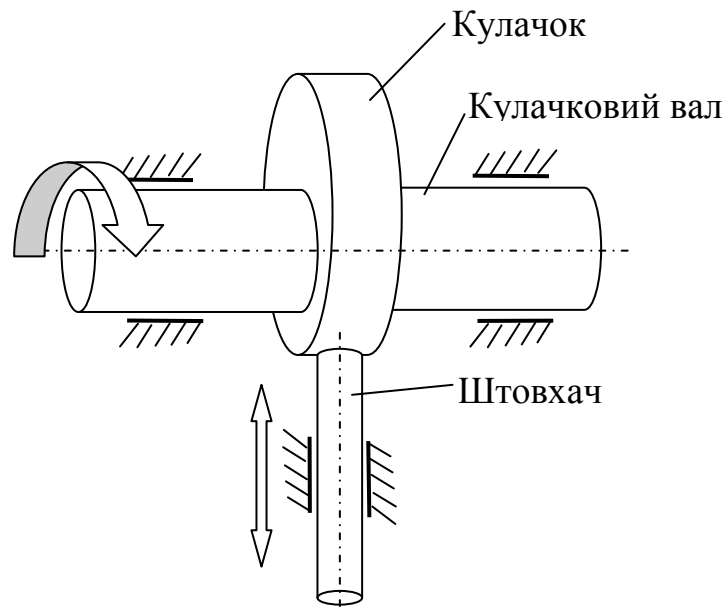


Рис. 21.9 - Схема дискової кулачкової передачі

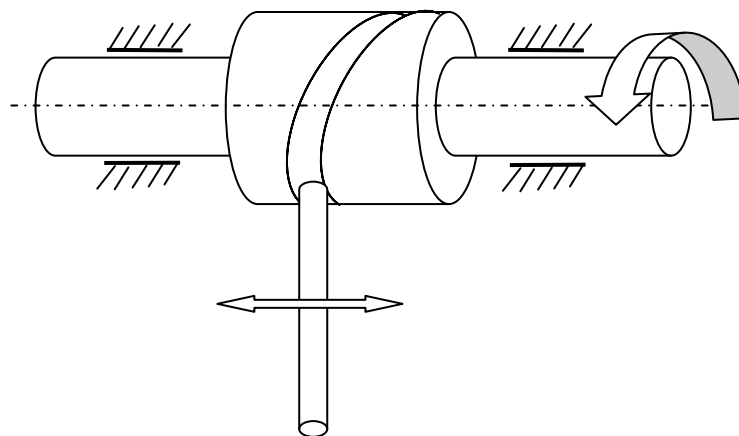


Рис 21.10 - Схема передачі з циліндричним кулачком

Кулачкові передачі перетворюють простий (рівномірний) обертальний рух в складний поступальний. Вони широко використовуються в системах управління механічного типу.

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	В гвинтовій передачі огинаюча зубців має форму:	гвинта	
		конуса	
		циліндра	
2	До якого типу передач відноситься гепоїдна передача?	Конічна	
		Черв'ячна	
		Циліндрична	
3	До переваг гепоїдної передачі відносять:	відсутність заїдання	
		підвищену навантажувальну здатність	
		незначне нагрівання	
4	Одним з елементів планетарної передачі є	черв'як	
		шестерня	
		води́ло	
5	Однією з переваг планетарної передачі є:	можливість складання швидкостей	
		вимоги до точності складання	
		постійне передаточне відношення	
6	В хвильовій передачі перетворення руху здійснюється за рахунок:	зачеплення	
		тертя	
		деформації	
7	Недоліком фрикційної передачі є:	значне радіальне зусилля	
		необхідність використання змащувальних матеріалів	
		сталість передаточного відношення	
8	Фрикційні передачі з змінним передаточним відношенням називають:	редуктором	
		варіатором	
		мультиплексором	
9	Яка з передач застосовується для перетворення обертального руху в поступальний?	Колесо-рейка	
		Кривошипно-шатунна	
		Черв'ячна	
10	Якого типу кулачків не існує?	Циліндричного	
		Конічного	
		Дискового	

РОЗДІЛ 22

ВАЛИ ТА ОСІ. МУФТИ.

22.1 Призначення, класифікація валів.

22.2 Конструкція, матеріали валів.

22.3 Призначення та класифікація муфт. Нероз'ємні, роз'ємні та керовані муфти.

22.1 Призначення, класифікація валів.

Деталь, на яку закріплюють рухомі та нерухомі деталі, що обертаються, або пристрої (наприклад, зубчасте колесо, підшипник, муфту) називають валом або віссю.

Вали – це деталі, які призначені для передачі крутного моменту вздовж своєї вісі. Вал завжди обертається і завжди передає крутний момент (вал редуктора або ремінної передачі), тобто відбувається згин та кручення, а в окремих випадках додатково розтяг і стиск.

Вісь – це деталь, яка не передає крутного моменту і працює тільки на згин. Вісі можуть бути рухомими (вісь залізничного вагону) і не рухомими (вісь блока).

Вали класифікують:

а) за призначенням:

- вали передач (несуть деталі передач, наприклад, зубчасті колеса, шків, зірочки, муфти та інше) (рис. 22.1);



Рис. 22.1 – Вал зубчастої передачі

- корінні вали (крім деталей передач несуть ще й робочі органи машини, наприклад , шатуни, диски турбін, затискні патрони стаканів) (рис. 22.2).



Рис. 22.2 – Корінні вали

б) за формою геометричної вісі:

- прямі;
- кривошипні та колінчасті (використовуються не тільки для передачі моменту, але для перетворення зворотно-поступального руху в обертальний(поршневі двигуни) або навпаки (насоси, станки)) (рис. 22.3);



Рис. 22.3 – Колінчастий вал

- гнучкі зі змінною формою геометричної вісі (спідометри, тобто для дистанційного виміру або управління) (рис. 22.4).



Рис. 22.4 – Гнучкий вал

в) за формою та конструктивними ознаками:

- гладкі (постійного поперечного перерізу) (рис. 22.5) ;



Рис. 22.5 – Гладкий вал

- ступінчасто-перемінного поперечного перерізу (вали більшості передач)
(рис. 22.6);



Рис. 22.6 – Ступінчастий вал

г) за типом перерізу:

- суцільні;
- пустотні (зменшують масу, але складні при виготовленні).

Вісі поділяються на такі, які обертаються (встановлені в підшипниках) і нерухомі (рис. 22.7).

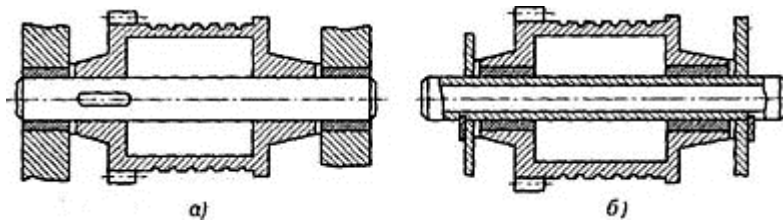


Рис. 22.7 – Вісі: та, що обертається (а), нерухома (б)

22.2 Конструкція, матеріали валів.

З'єднання валів та вісей з деталями передач здійснюється за допомогою шпонок, шліців, штифтів, посадок з гарантованим натягом та іншими методами (рис. 22.8).

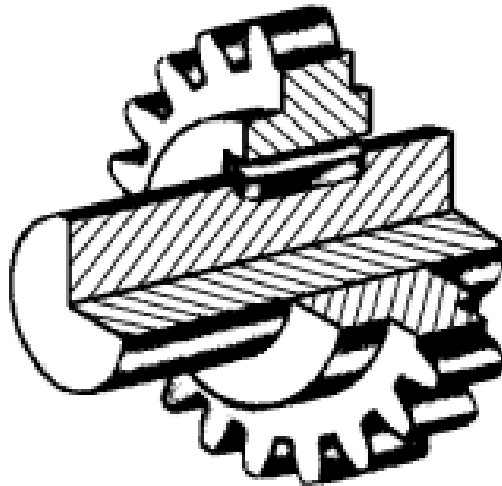


Рис. 22.8 – Шпонкове з'єднання шестерні з валом

Встановлені деталі утримуються від здвигу в осьовому напрямку з допомогою буртів, установочних кілець, стопорних гвинтів, розпорних втулок.

В місцях різкої зміни геометрії вала виникають підвищені місцеві напруження (концентрації напружень), які можуть призводити до появи тріщин в матеріалі. З метою підвищення витривалості валів впливу змінних навантажень перехідні ділянки валів конструктивно виконують з деконцентраторами (наприклад, галтелями та викружками) (рис. 22.9).

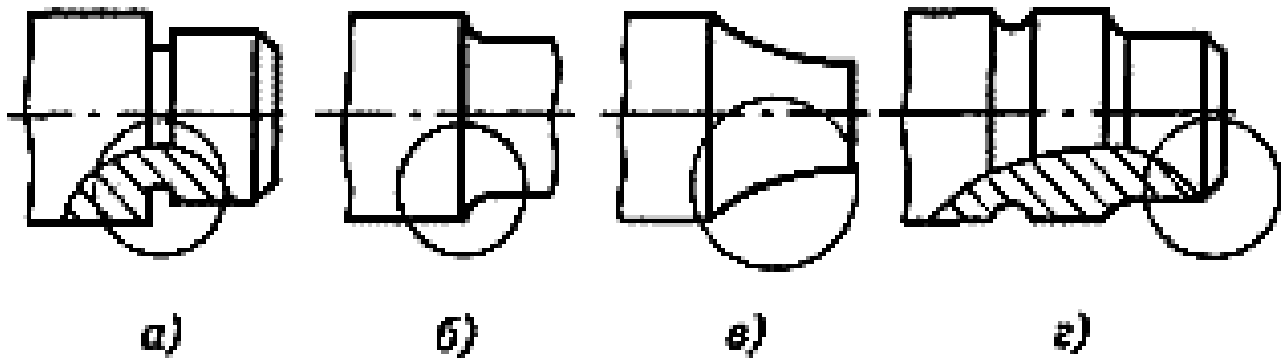


Рис. 22.9 – Деконцентратори напружень: а – канавка, б – галтель, в – галтель змінного радіусу, г – викружка (зліва) та фаска (справа)

Вали та вісі мають посадочні поверхні та цапфи.

Посадочні поверхні (головки та підступиці) виконуються під ступиці деталей, які кріпляться на валу. Вони можуть бути циліндричними та конічними.

Цапфи – це опорні ділянки валів та вісей. Розрізняють два види цапф:

а) шипи (кінцеві цапфи) та шийки (проміжні цапфи) – сприймають осьові та радіальні впливи (рис. 22.10); б) п'яти – сприймають осьові впливи.

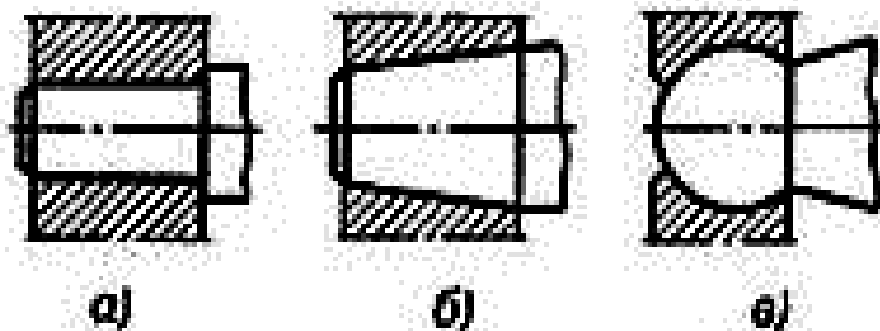


Рис. 22.10 - Кінцеві цапфи: 1 – циліндрична, 2 – конічна, 3- сферична

Опорами слугують підп'ятники упорні підшипники ковзання або кочення (рис. 22.11).

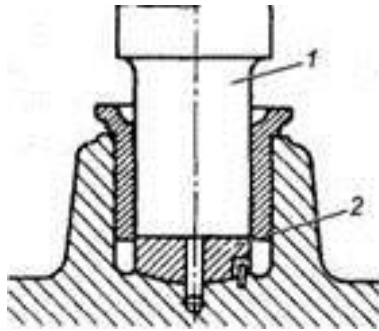


Рис. 22.11 – Конструкція осевої опори: 1 – п'ята, 2 – підп'ятник

Діаметр шипів менше діаметра валу, так як шип не сприймає кручення, діаметр шийки не може бути менше діаметра валу, тому що вона передає крутний момент, працює на кручення. Опорами шипів та шийок слугують радіальні та радіально-упорні підшипники кочення або підшипники ковзання (рис. 22.12).

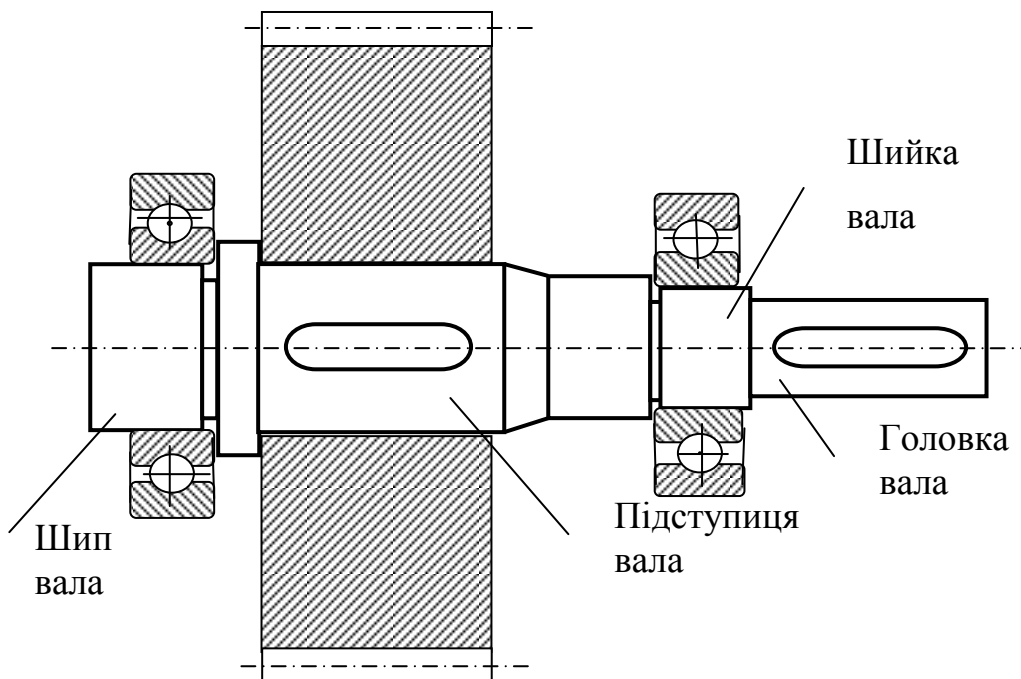


Рис. 22.12 – Опори валів

Вали та вісі виготовляють, в основному, з вуглецевих сталей марок Ст3, Ст4, Ст5, 30, 40, 45, 50 та легованих сталей 40Х, 40ХН, 30ХГСА та інших, а також з якісного сірого чавуна, високоміцного чавуна. Матеріали повинні бути міцними, добре оброблятися, мати високий модуль пружності.

В основному як заготовку використовують круглий прокат.

Посадочні поверхні валів та осей обробляються на токарних та шліфувальних станках до шорсткості 2.5 0.63

Посадочні поверхні під ступиці шестерень виконують циліндричними, а краї валів – циліндричними або конічними. Конічна форма полегшує установку та зняття деталей, підвищує надійність з'єднання, тому що можна створити любий натяг.

Перехідні ділянки між двома ступенями валу роблять для зниження концентрації напружень, а відповідно і для підвищення опору втомленості. Торці валів роблять з фасками для полегшення встановлення деталей.

РОЗРАХУНКИ ВАЛІВ ТА ВІСЕЙ

Вали та вісі в процесі роботи витримують значні статичні та динамічні навантаження, які можуть призводити до недопустимих пружних деформацій, а також втрати міцності (пластичної деформації) та від втомленості.

Тому вали та вісі розраховують на міцність та жорсткість. Розрахунки носять перевірочний характер. На вали діють поперечні та поздовжні сили, згинаючі та крутні моменти. Початковими даними для проектного визначення мінімального необхідного діаметру є : зовнішній крутний момент (основний зовнішній силовий фактор) і допустиме значення дотичного напруження для вибраного матеріалу. Мінімумально можливий діаметр валу, як правило, це діаметр головки вала, який визначається за формулою:

$$d = 1.72 \sqrt[3]{\frac{M_{кр}}{[\tau]}} \quad (\text{мм}), \quad (22.1)$$

де $M_{кр}$ – величина діючого крутного моменту, (Н м);

$[\tau]$ - величина допустимого дотичного напруження для матеріалу вала (Па).

Після визначення цього параметра проводять ескізу проробку конструкції, опираючись на конструкторські та технологічні рекомендації. Отримані геометричні розміри валу (поздовжні та поперечні) дозволяють провести розрахунок на статичну несучу здатність і на витривалість. При цьому вал вважається балкою на шарнірних

опорах, яка навантажена комплексом діючих навантажень. Результатом розрахунків є максимальне значення нормальних та дотичних напружень (σ_{\max} и τ_{\max}).

$$\sigma_{\max} = (M_{\text{н}} + M_{\text{кр}}) / W_{\text{н}}; \quad \tau_{\max} = M_{\text{кр}} / W_{\text{р}}; \quad (22.2)$$

де

$M_{\text{н}}$ – величина сумарного згинаючого моменту в небезпечному перерізі вала (Н·м);

$M_{\text{кр}}$ – величина крутного моменту в небезпечному перерізі вала (Н·м);

$W_{\text{н}}$ – момент опору згину небезпечного перерізу вала (м³);

$W_{\text{р}}$ – момент опору кручення небезпечного перерізу вала (м³).

Далі визначається розрахунковий коефіцієнт запасу міцності, який порівнюється з допустимим значенням:

$$n = n_{\sigma} n_{\tau} / \sqrt{(n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2)} \geq [n], \quad (22.3)$$

де

n_{σ} – коефіцієнт запасу міцності по нормальним напруженням;

n_{τ} – коефіцієнт запасу міцності по дотичним напруженням;

$[n]$ – допустимий коефіцієнт запасу міцності (приймається в діапазоні 1.1...2.5).

$$n_{\sigma} = \sigma_{-1} / (K_{\sigma} \times \sigma_{\max}); \quad n_{\tau} = \tau_{-1} / (K_{\tau} + \psi_{\tau}) / 0.5 \tau_{\max}, \quad (22.4)$$

де

σ_{-1} и τ_{-1} – границя витривалості матеріалу вала по нормальним та дотичним напруженням при симетричному циклі згину (механічні характеристики матеріалу);

K_{σ} та K_{τ} – коефіцієнти концентрації напружень (залежать від форми деталі, шорсткості поверхні та вибираються по довіднику);

ψ_{τ} – коефіцієнт чутливості матеріалу до асиметричного циклу навантаження.

Наприклад, для сталі 45 $\sigma_{\text{в}}=900\text{МПа}$; $\sigma_{-1}=380\text{МПа}$; $\tau_{-1}=230\text{МПа}$; $\psi_{\tau}=0.05$.

Розрахунок валів на жорсткість полягає в визначенні максимальних прогинів, кутів повороту та закручування поперечних перерізів вала.

Формули для розрахунків конкретної конструкції беруться з довідників по опору матеріалів. Розрахункові величини не повинні перевищувати допустимі значення, які наводяться в довідковій літературі (визначаються експериментально з умов надійної роботи передачі і підшипників).

Розрахунок вісей на міцність та жорсткість принципово не відрізняється від розрахунку валів. Необхідно також враховувати, що на вісь не діють крутні моменти.

22.3 Призначення та класифікація муфт. Нероз'ємні, роз'ємні та керовані муфти.

НЕРОЗ'ЄМНІ МУФТИ

Існує три основних різновиди жорстких муфт:

- втулкова муфта;
- фланцева муфта;
- поздовжньо-збірна муфта (поздовжньо - роз'ємна) ;

Загальний недолік жорстких муфт – високі вимоги до співвісності валів.

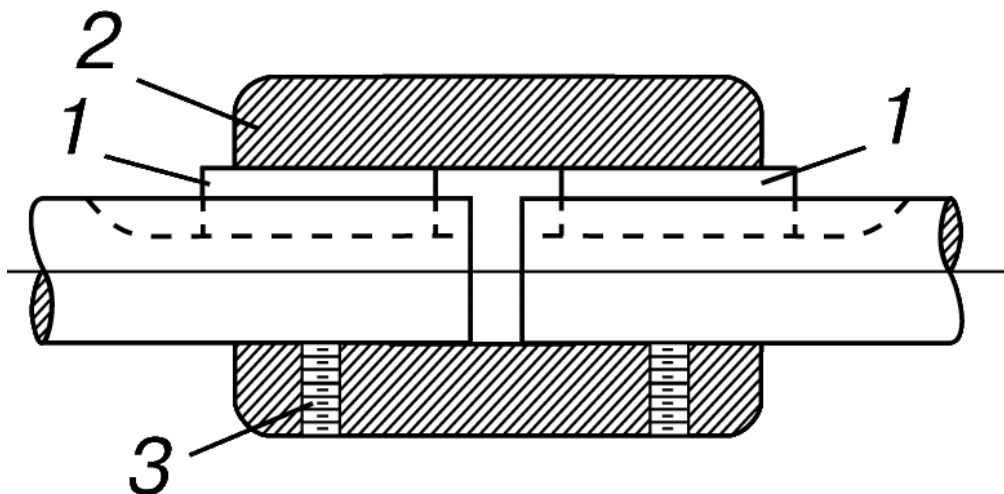


Рис. 22.13 - Конструкція втулкової муфти: 1 – шпонки, 2 – втулка, 3 – упорні гвинти

Втулкова муфта закріплюється на валах з допомогою шпонок або штифтів.

Фланцева муфта (рис. 22.14) складається з двох напівмуфт, які з'єднуються з валами шпонкою, шліцами, штифтом. Напівмуфти з'єднуються болтами, частина з яких встановлюється в отвори з-під розвертки без радіального зазору і працює на зріз. Напівмуфти виготовляються з чавуну або сталі.

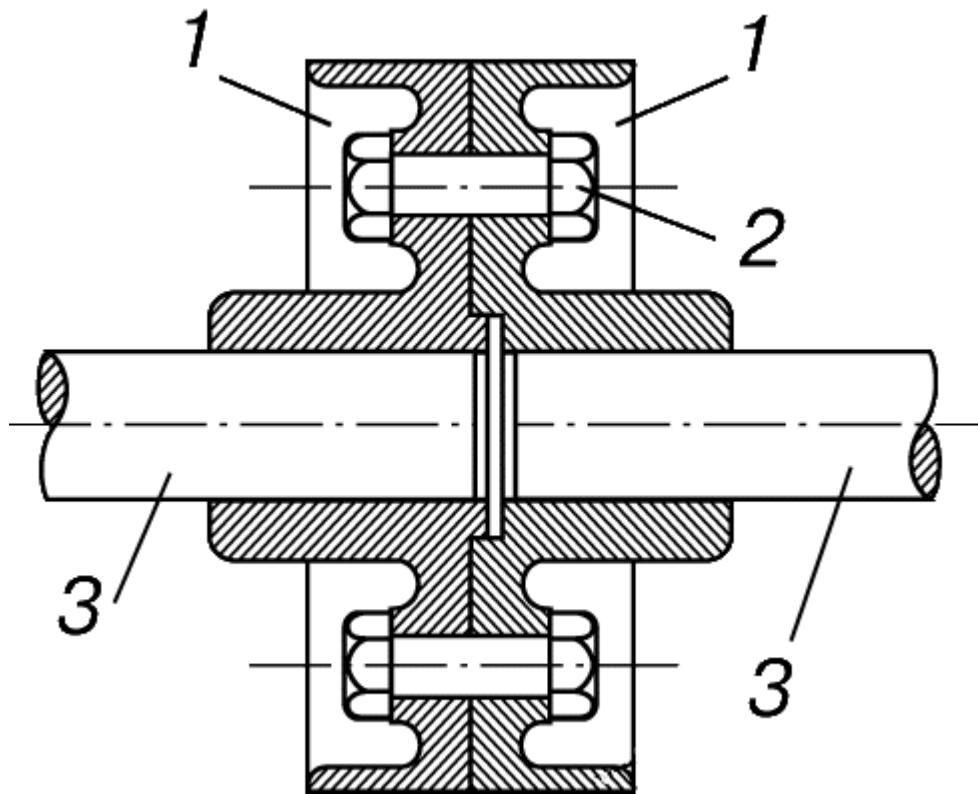


Рис. 22.14 - Конструкція фланцевої муфти: 1 – напівмуфти, 2 – болтове з'єднання, 3 – вали

Поздовжня збірна муфта (рис. 22.15) складається з двох половин, які охоплюють консольні частини валів. Напівмуфти стягуються болтами. Сили тертя, які виникають при затяжці, забезпечує передачу крутного моменту. Напівмуфти виготовляються з чавуна.

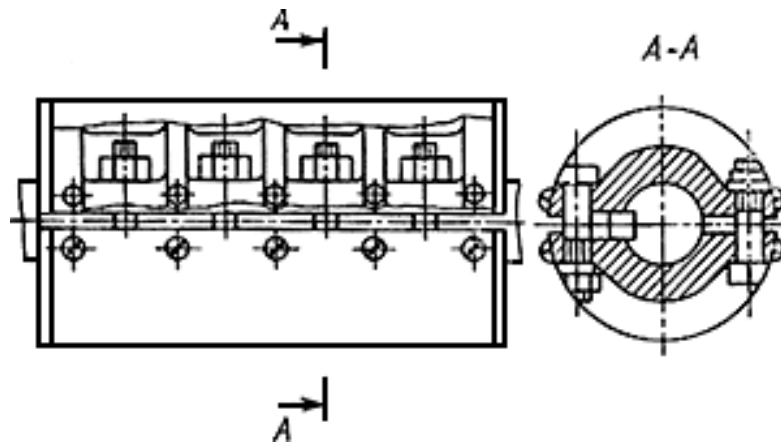


Рис. 22.15 – Конструкція поздовжньо-збірної муфти

Компенсуючі муфти (самовстановлювані) муфти застосовують для компенсації помилок відносно положення з'єднувальних валів.

До компенсуючих муфт відносяться:

1. кулачково-розширювальна (рис. 22.16);
2. кулачково-дискова (рис. 22.17);
3. зубчата муфта (рис. 22.18);
4. ланцюгова муфта (рис. 22.19);
5. хрестова шарнірна муфта (муфта Кардана – Гука) (рис. 22.20).

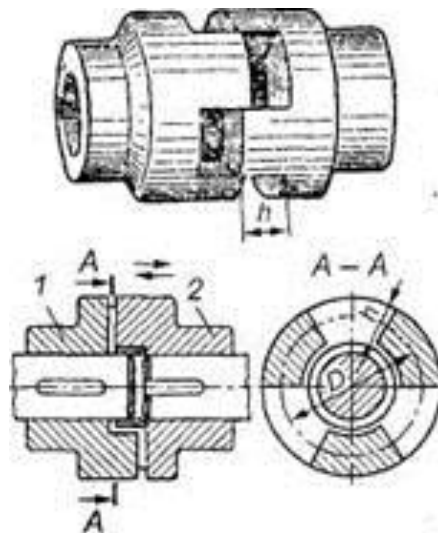


Рис. 22.16 – Конструкція кулачково-розширювальної муфти.

Кулачково-розширювальна муфта компенсує осьові переміщення, складається з двох напівмуфт, що можуть переміщуватись одна відносно одної в осьовому напрямку.

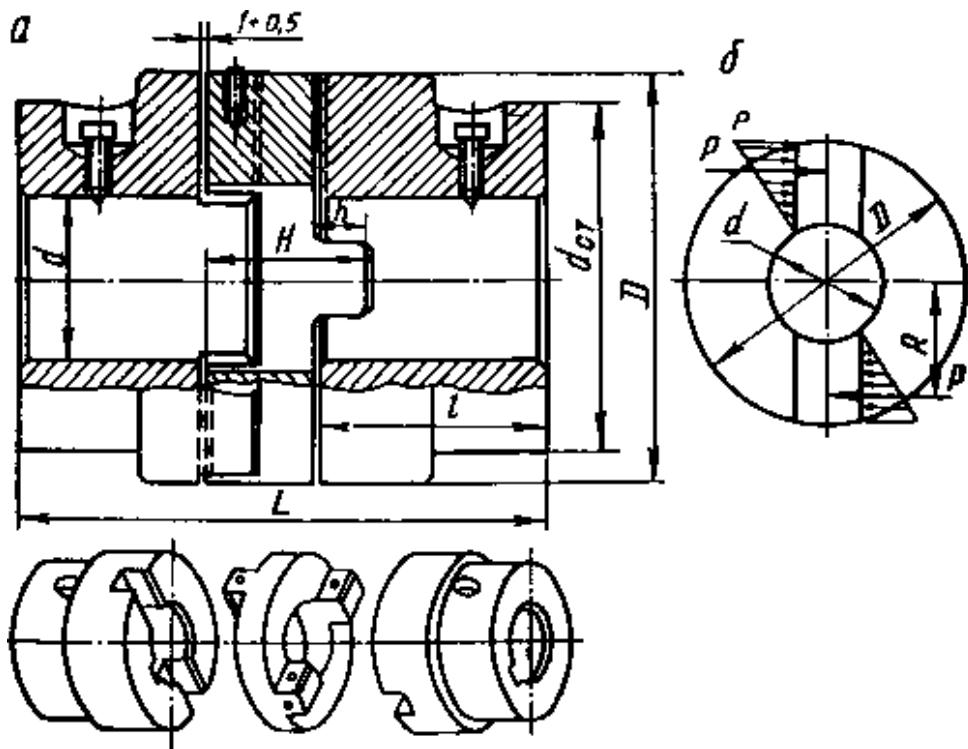


Рис. 22.17 – Конструкція кулачково-дискової муфти

Кулачково-дискова муфта (хрестова) призначена для з'єднання валів з поперечним зміщенням. Внаслідок осьових зазорів забезпечує компенсацію осьових та кутових зміщень. Складається з напівмуфт з пазами та диска (сухарь) з виступами розташованими хрестоподібно під кутом 90° .

При роботі диск (сухарь) описує своїм центром коло діаметром, який дорівнює зміщенню вісей.



Рис. 22.18 - Конструкція зубчастої муфти

Зубчаста муфта складається з двох втулок з зовнішніми зубцями та двох обойм з внутрішніми зубцями. Обойми стягуються гвинтами. Число зубців кожного вінця 30-80. Профіль зуба, як правило евольвентний. Муфти призначені для компенсації лінійних та кутових зміщень.



Рис. 22.19 – Конструкція ланцюгової муфти

Ланцюгова муфта має те ж призначення, що і зубчаста та по конструкції аналогічна - дві втулки з зірочками охоплюються ланцюгом.



Рис. 22.20 – Зовнішній вигляд шарнірної муфти

Шарнірні муфти призначені для передачі крутного моменту між валами з взаємним нахилом вісей до 45° . Муфта має два шарніра з двома

взаємноперпендикулярними осями. З'єднуючи дві муфти можна подвоїти граничний кут нахилу між валами або передавати рух між паралельними валами зі значним ексцентриситетом. Шарнірні напівмуфти виконують в вигляді вилок, повернутих одна відносно другої на 90^0 та з'єднаних проміжним тілом, яке зазвичай має форму хрестовини.

Пружні муфти застосовують в машинах працюючих із змінним навантаженням і частими вмиканнями, а також в тих випадках, коли співвісність валів неможлива.

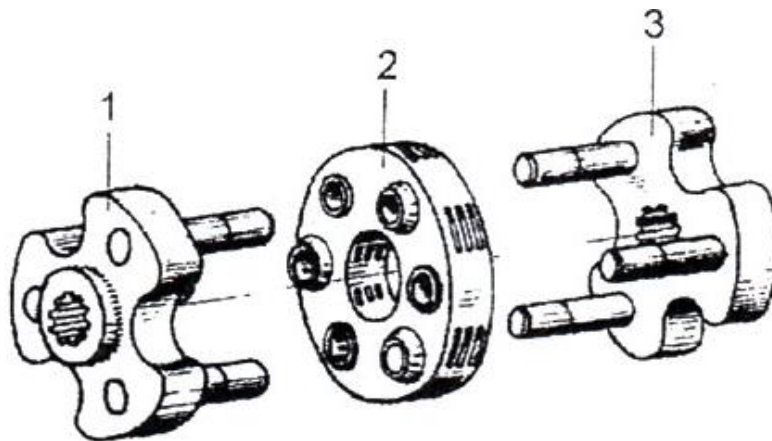


Рис. 22.21 – Конструкція пружної муфти

Пружна муфта складається з двох напівмуфт 1 і 3, з'єднаних пружним елементом 2.

Керовані муфти.

До керованих муфт відносять:

а) кулачкові і зубчаті (рис. 22.22) з напівмуфтами, що переміщуються або обоймами. Такі типи муфт являються синхронними, тобто частота обертів входу і виходу дорівнюють.

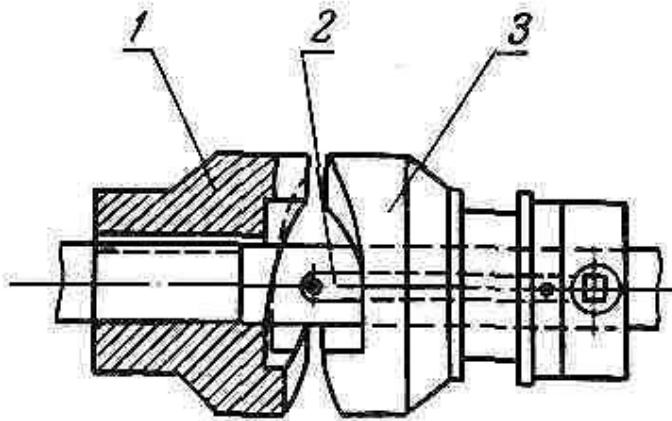


Рис. 22.22 – Конструкція кулачкової керованої муфти

б) асинхронні фрикційні муфти (рис. 22.23). Ці муфти забезпечують плавне зчеплення ведучого і веденого валів за рахунок сил тертя. При різких перевантаженнях муфти пробуксовують, захищаючи механізми від поломки.

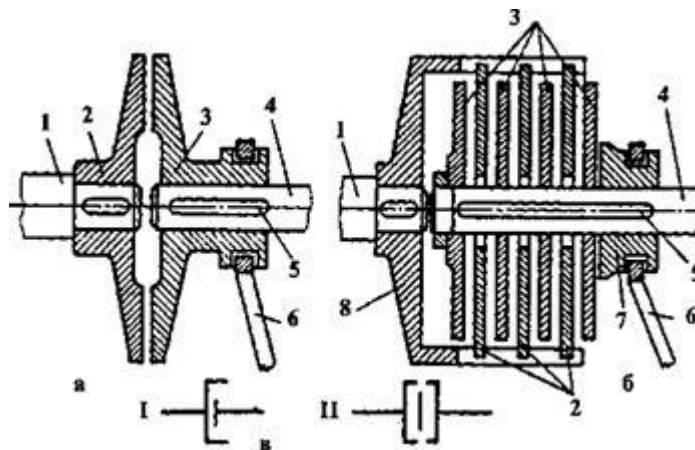


Рис. 22.23 – Конструкція фрикційних керованих муфт: а – однодискова, б – багатодискова, в – позначення на кінематичних схемах

Одна зчеплена напівмуфта посаджена на вал наглухо, а друга може переміщуватись по валу.

Самодіючі муфти.

Ці муфти забезпечують автоматичне з'єднання і роз'єднання валів при зміні заданого режиму роботи.

Відцентрової муфта (рис. 22.24).

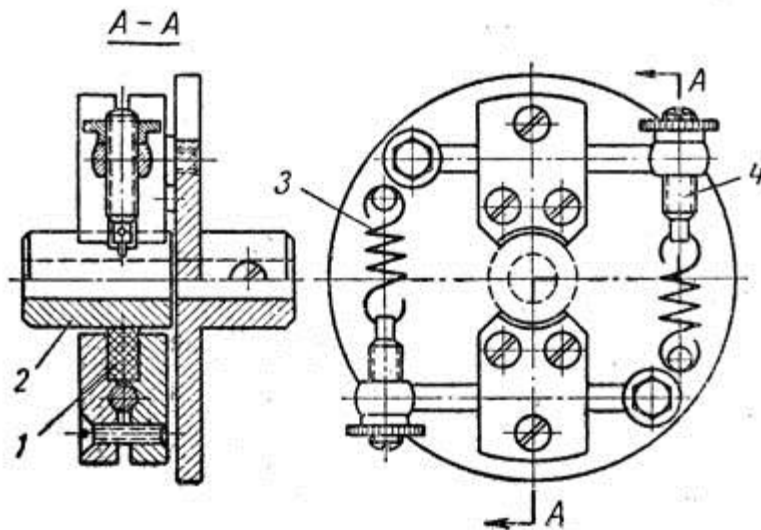


Рис. 22.24 – Конструкція відцентрової муфти

Зі збільшенням кутової швидкості під дією відцентрових сил фрикційні колодки переміщуються і муфта розмикається.

Муфта вільного руху (рис. 22.25). При різних частотах обертання ролики внаслідок тертя заклинюється між обоймою і зірочкою або ролики викочуються в широкі ділянки і муфта розмикається.

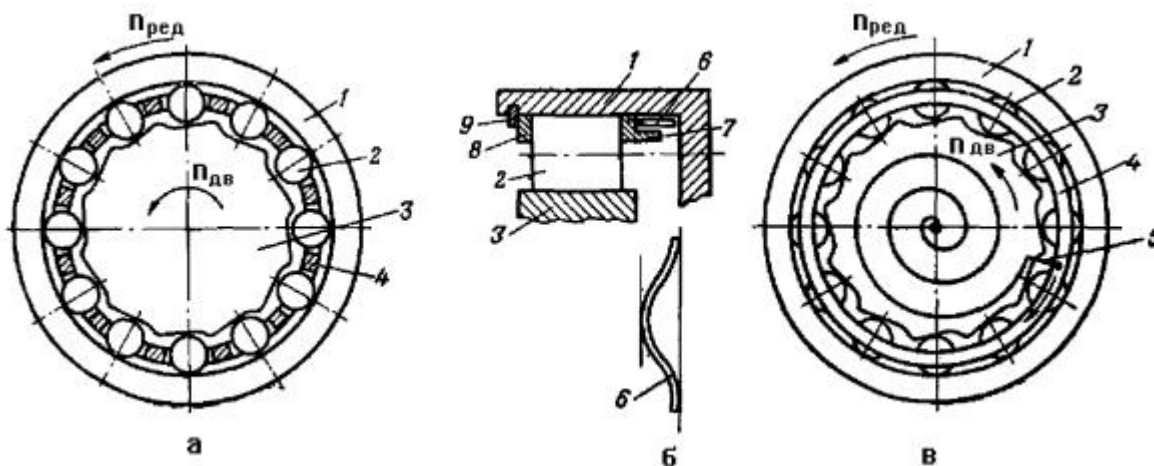


Рис. 22.25 - Роликова муфта вільного руху:

а- робота муфти; б, в- пристрої для безударного включення; 1- обойма; 2-ролики; 3- зірочка; 4-сепаратор; 5, 6- пружини; 7- втулка;8 - шайба; 9 - кільцевий замок

Роликова муфта вільного руху складається з зірочки 3, що з'єднана з головним валом, обойми 1, з'єднаної з вхідним валом редуктора, сепаратора 4 з роликами 2.

Принцип роботи такої муфти такий. При повороті головного валу зірочка 3 затисне ролики 2 між власними виступами та обоймою 1 і буде обертати обойму. Двигун при цьому передає обертання валу головного редуктора. Якщо кількість обертів двигуна на вході в муфту буде меншою за кількість обертів на виході, то ролики змістяться у низини зірочки и обойма буде рухатись самостійно.

Запобіжні муфти призначені для захисту механізму від перевантажень. В основному застосовуються наступні типи запобіжних муфт :

Фрикційні (дві напівмуфти постійно замкнуті і підтиснуті пружиною, при перевищенні моменту муфта пробуксовує) (рис. 22.26).

З запобіжним елементом пружинної дії (дві напівмуфти замикаються при перевищенні навантаження)

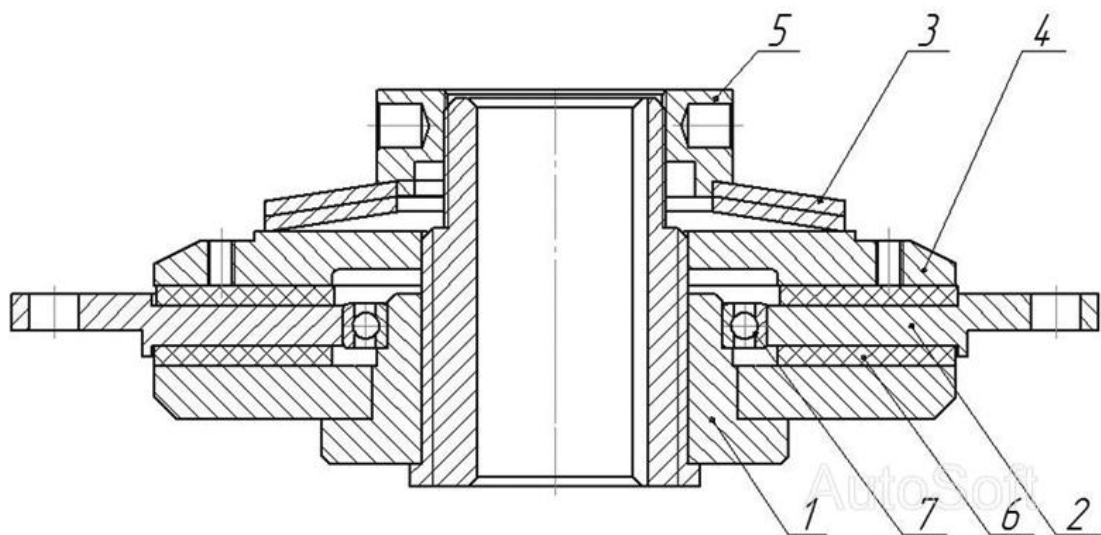


Рис. 22.26 – Конструкція запобіжної муфти: 1 – напівмуфта, 2 – диск, 3 – пружина, 4 – диск, 5- гайка, 6 - накладка фрикційна, 7 - підшипник

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	В чому полягає різниця між валом і віссю?	Конструктивні особливості	
		Наявність осьових навантажень	
		передача крутного моменту	
2	Деконцентратори напружень:	запобігають руйнуванню	
		полегшують збирання	
		полегшують виготовлення	
3	Опорна ділянка валу, що сприймає осьові і радіальні впливи і знаходиться на кінці валу називається:	шип	
		шийка	
		п'ята	
4	При розрахунках валів визначають	мінімальну довжину	
		мінімальний діаметр	
		максимальний момент	
5	Перевагою нероз'ємних муфт є:	простота	
		компенсація значних лінійних і кутових відхилень	
		забезпечення плавності роботи	
6	Муфти, в яких рухомі елементи можуть входити або виходити з зачеплення називають:	рухомими	
		керованими	
		самодіючими	
7	Муфти, що реагують на зміну режиму роботи називаються:	керованими	
		самодіючими	
		запобіжні	
8	До якого типу муфт відноситься муфта вільного руху	керованими	
		самодіючими	
		запобіжні	
9	Яка основна функція шарнірної муфти?	Компенсувати лінійні відхилення валів	
		Компенсувати кутові відхилення валів	
		Передавати момент між валами, вісі яких перетинаються	
10	Яка основна функція кулачково-дискової муфти?	Компенсація поперечного зміщення валів	
		Компенсація кутового зміщення валів	
		Компенсація осьового зміщення валів	

РОЗДІЛ 23

ПІДШИПНИКИ КОВЗАННЯ ТА КОЧЕННЯ.

23.1 Конструкція, основи розрахунків, маркування.

23.2 Види руйнування та критерії працездатності.

23.3 Розрахунок і підбір підшипника.

23.1 Конструкція, основи розрахунків, маркування.

Підшипники є опорами валів і осей, що обертаються. Вони сприймають навантаження, прикладені до валу і передають їх на корпус машини. Від якості підшипників залежить надійність машини.

Підшипники валів та осей поділяються на дві групи : підшипники ковзання та підшипники кочення або іншими словами опори ковзання та опори кочення.

Підшипники ковзання.

В підшипниках ковзання поверхня цапфи вала ковзає по поверхні підшипника. При цьому виникає тертя ковзання, яке призводить до підвищеного зносу та нагріву. Для зменшення тертя між поверхнями ковзання вводять змащення.

Крім осей і валів підшипники можуть підтримувати деталі, які обертаються навколо осей та валів.

Підшипниками ковзання називають з'єднання, в яких деталі працюють в умовах відносного ковзання поверхонь.

Підшипники ковзання поділяють на три групи :

Нероз'ємні, роз'ємні та які з самовстановлюємими вкладишами.

1. Нероз'ємні підшипники можуть бути виконані заодно з корпусом або можуть бути такими що знімаються (рис. 23.1). Їх відливають з сірого чавуна, розточують для роботи безпосередньо з валом, але можуть бути розточені і на більший діаметр для встановлення вкладиша – втулки. Перевага в простоті і дешевизні, але не має можливості компенсувати знос робочих поверхонь втулок і валів. Застосовують для опор тихохідних валів з невеликим навантаженням

(сільськогосподарські машини, транспортери). Бувають знімаються, тобто прикріплюються гвинтами до станини машини.

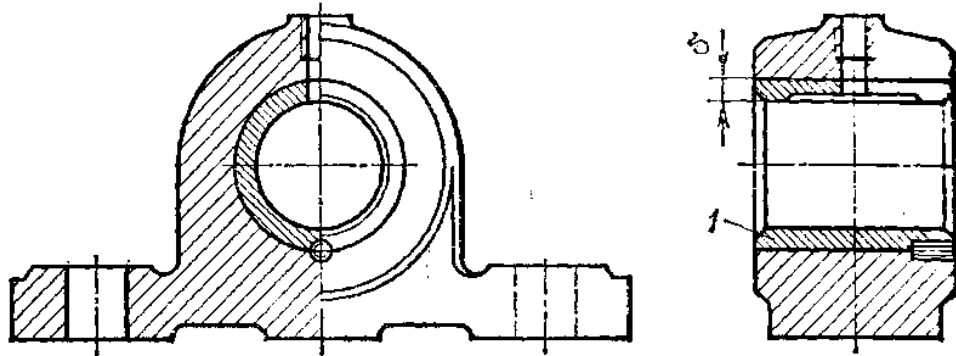


Рис. 23.1 – Конструкція нероз’ємного підшипника ковзання

2. Роз’ємні підшипники мають вкладиш з двох частин (втулка розрізана по твірним), які встановлюються в корпус і кришку (рис. 23.2). З’єднуються стяжними гвинтами. Знос робочих поверхонь можливо компенсувати піджиманням кришки до верхньої половини вкладиша. Застосовують для опор валів механічних передач (ремінних, ланцюгових, відкритих зубчастих, лебідок, транспортерів). Змащення поступає через отвір в кришці зі змащуючого резервуара або масляної ванни з допомогою змащуючого кільця.



Рис. 23.2 – Зовнішній вигляд роз’ємного підшипника ковзання

3. Вбудовані підшипники – встановлюються безпосередньо в корпусі машини. Такий пристрій характерний для підшипників деяких редукторів, метало ріжучих станків, електричних машин.

4. Підшипники, які самі встановлюються, мають вкладиш сферичної поверхні, що дозволяє їм повертатися (самовстановлюватися) для усунення впливу перекосів цапф вала (рис. 23.3). Застосовують при неможливості точної установки валі, наприклад при монтажі на різних основах і при великих пружних деформаціях валів.

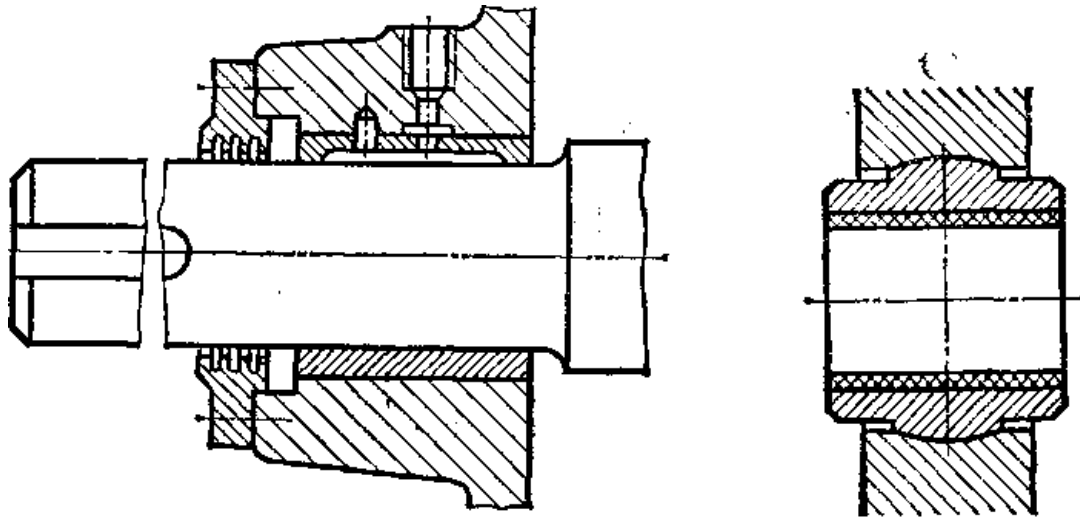


Рис. 23.3 – Конструкція підшипника, що самовстановлюється

Розглянуті підшипники відносяться до радіальних підшипників, які в основному сприймають радіальні навантаження. Осьові навантаження сприймають упорні підшипники – підп'ятник. Опорна частина підп'ятника виготовлена в вигляді кільця (рис. 23.4), з прорізаними по торцю змащувачими каналами. Це кільце опирається на корпус. Радіальне навантаження передається на втулку, яка вставлена у вкладиш, прикріплений гвинтами до корпусу. Дно закріплене штифтом.



Рис. 23.4 – Опорні частини підп'ятника

Вкладиші – основні деталі підшипників. Найбільш прості по конструкції нероз'ємні вкладиші – втулки, виготовлені з антифрикційного чавуна або бронзи (рис. 23.5). Товщина стінок 3-5 мм.



Рис. 23.5 – Втулки нероз’ємних підшипників ковзання

Роз’ємні вкладиші виготовляють з двох частин зі стиком в площині роз’ємну підшипника. Для підвищення міцності підшипників застосовують біметалічні вкладиші, в яких на сталю або чавунну основу нанесений шар антифрикційного матеріалу – бронзи, бабітів. Для розподілу змащення по довжині вкладиша на його внутрішній поверхні роблять канавки, їх розташовують в місцях підвода змащення. В масовому виробництві вкладиші штампують зі сталюї стрічки, на яку наносять антифрикційні матеріали. Їх виконують без буртиків, з одним або двома буртиками. Буртики сприймають осьове навантаження.



Рис. 23.6 – Роз’ємні вкладиші

Переваги підшипників ковзання :

1. Велика працездатність при великих кутових швидкостях валів та ударних навантаженнях, безшумність роботи, пом’якшують удари, поштовхи, вібрації внаслідок дії мастильного шару.
2. Установка валів з високою точністю.

3. Є можливість виготовляти роз'ємні конструкції.
4. Невеликі розміри в радіальному напрямку.
5. Мала чутливість до агресивності оточуючого середовища, в тому числі до забрудненості змащуючи матеріалів.

Недоліки підшипників ковзання:

1. Великі втрати на тертя особливо при пуску та при недостатності змащення.
2. Значні розміри в осьовому напрямку.
3. Необхідність застосування дорогих кольорових сплавів для вкладишів.
4. Постійний догляд і великі витрати на змащення.
5. Витрати на змащення.
6. небезпека перегріву.

Застосування :

В високошвидкісних машинах (центрифуги, шліфувальні станки), тобто тоді коли довговічність підшипників кочення різко скорочується, для валів, коли по умовам збирання вимагаються роз'ємні підшипники, при роботі в агресивному середовищі, тобто там, де підшипники кочення не працездатні, для валів, які сприймають ударні та вібраційні навантаження, при близько розташованих валах, тоді коли необхідні малі радіальні розміри підшипників, в тихохідних мало відповідальних механізмах та машинах. Шпинделі станків, газові турбіни, двигуни внутрішнього згорання, прокатні стани, дробилки каміння.

Матеріали :

Застосовують матеріали, які володіють високими антифрикційними властивостями, теплопровідністю, зносостійкістю, опору заїданню та крихкому руйнуванню. Корпус та кришку виготовляють із сірого чавуна. Вкладиш, найбільш відповідальну деталь, яка сприймає навантаження. Виготовляють з антифрикційного

чавуна, бронзи, сплавів на алюмінієвій основі, бабітів або неметалів (пластмаси, тверді породи дерев, металокераміки).

Мастильні матеріали :

Основними мастильними матеріалами підшипників є рідкі масла. Застосовують нафтові масла, а в особливих умовах – рослинні, тваринні, синтетичні. Для змащення підшипників, які потребують надійної герметичності або працюють в широкому діапазоні температур застосовують пластичний змащуючий матеріал консталін, солідол.

Види змащень різноманітні. Періодичне змащення, при якому рідкі мастила подаються до поверхні тертя через прес-масльонку під тиском з допомогою шприца, а пластичне змащення ковпачковою масльонкою, заповненою змащенням, яке видавлюється підкручуванням ковпачка. Фітільне змащування, при якому рідинне змащення подається до поверхні тертя фітілем. Змащення кільцем, при якому змащення подається до поверхні тертя кільцем, яке обертається під впливом цапфи. Крім вказаних методів існують циркуляційне змащення під тиском від насосів, змащення зануренням поверхні тертя в масляну ванну, змащення масляним туманом, розбризкування.

Підшипники кочення – опори, в яких тертя ковзання замінено тертям кочення, складаються в більшості випадків з двох кілець: внутрішнього, яке закріплюється на вал, зовнішнього, закріпленого в корпусі підшипника, з доріжками кочення, тіл кочення, сепаратора, який розділяє тіла кочення.

Переваги перед підшипниками ковзання :

1. Значно менші втрати при терті, а відповідно вищий ККД та менший нагрів.
2. Момент тертя при пусках в 10-20 раз менший ніж у підшипників ковзання.
3. Економія дефіцитних матеріалів, таких як бабіти, бронзи.
4. Менші габарити в осьовому напрямку.
5. Простота в обслуговуванні та заміні.
6. Менші витрати мастила.

7. Мала вартість внаслідок масового виготовлення стандартних підшипників, а також взаємозамінність.

Недоліки в порівнянні з підшипниками ковзання :

1. Обмежена можливість застосування при великих навантаженнях та високих кутових швидкостях цапф.
2. Непридатні для роботи при значних ударних та вібраційних навантаженнях.
3. Більші ніж у підшипників ковзання габаритні розміри в радіальному напрямку.
4. Не роз'ємність конструкції, що не дозволяє застосовувати підшипники кочення в деяких збірних одиницях (шийки колінчастих валів).

Кільця та тіла кочення виготовляють зі шарикопідшипникової сталі ШХ6, ШХ15 та інших легованих сталей, наприклад 12Х2Н4А. Сепаратори виготовляють зі сталей Ст1, Ст2, Ст8, а також з латуні, бронзи, пластмас.

Виготовляють з зовнішнім діаметром від 1 до 2600 мм. Поділяються на серії:

За радіальними розмірами - надлегкі, особливо легкі, легкі, середні, важкі.

За шириною – вузькі, нормальні, широкі, особливо широкі.

Класифікація підшипників кочення :

1. За напрямком навантаження, яке сприймається:

радіальні, сприймають радіальне навантаження;

радіально-упорні, сприймають радіальні та осьові навантаження;

упорні, сприймають осьові навантаження;

упорно-радіальні, сприймають осьові і радіальні навантаження.

2. За формою тіл кочення

кулькові

роликові (з циліндричними, конічними, бочкоподібними, голковими, витими роликами)

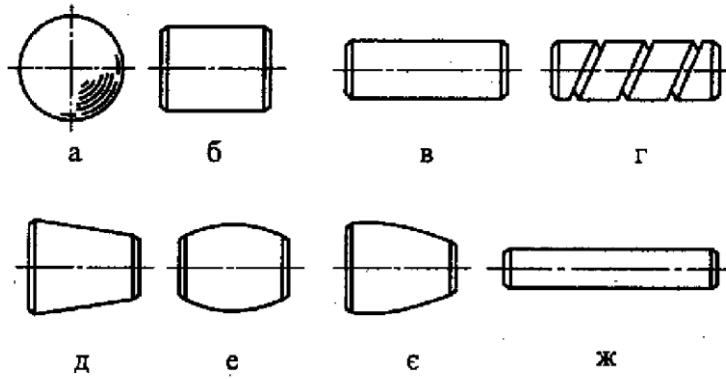


Рис. 23.7 - Форма тіл кочення: а – кульки, б, в – короткі та довгі ролики, г – виті ролики, д – конічні ролики, е – бочкоподібні ролики, є – конічні бочкоподібні, ж – голчасті ролики

3. **За кількістю рядів тіл кочення** – однорядні, двохрядні, чотирьохрядні.
4. **За здатністю компенсувати перекіс валу** – самоустановні (сферичні) та несамоустановні.

Основні типи.

Радіальні однорядні кулькові підшипники здатні сприймати радіальне та осьове навантаження. Витримують більші кутові швидкості та допускають перекіс коліс на 10° . Самі дешеві.

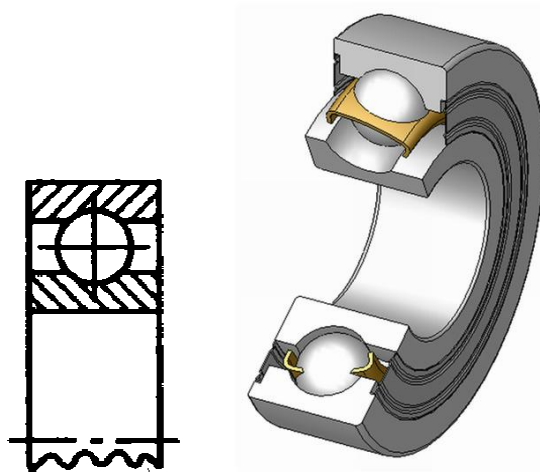


Рис. 23.8 - Кульковий радіальний однорядний

Радіально-упорні кулькові підшипники застосовують в підшипникових вузлах, сприймають одночасно осьові та радіальні навантаження. Вантажопід'ємність на 30-40 % більше ніж у радіальних однорядних кулькових підшипниках.

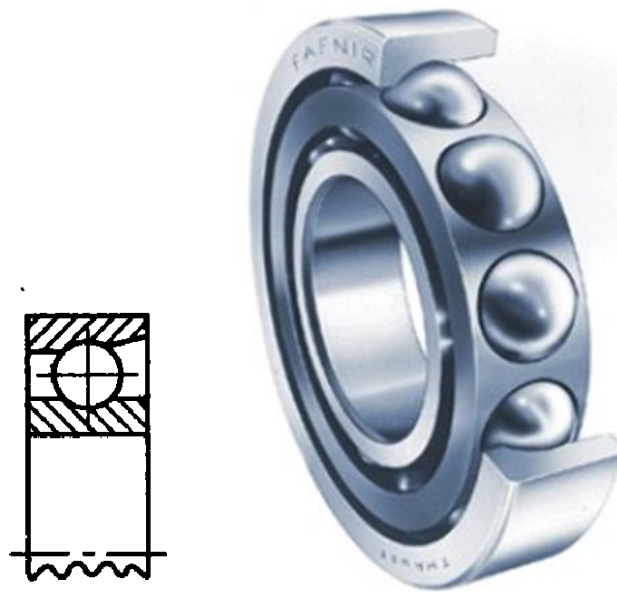


Рис. 23.9 - Кульковий радіально-упорний однорядний

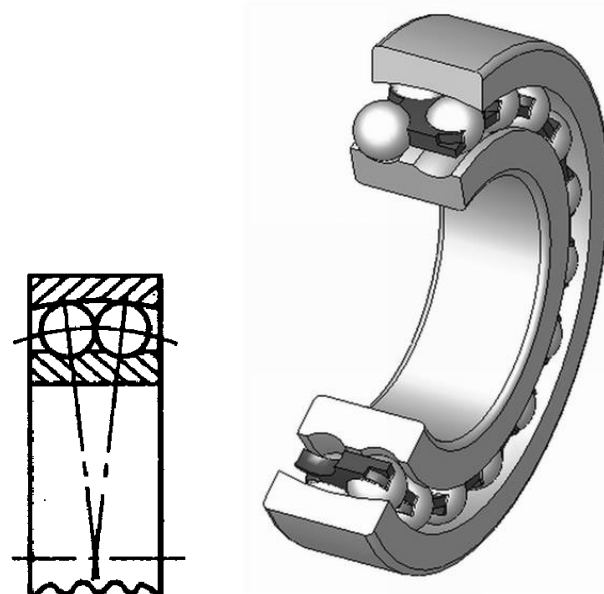


Рис. 23.10 - Кульковий радіальний двохрядний сферичний (самовстановлюється).

Кульковий радіальний двохрядний сферичний володіє підвищеною вантажопід'ємністю в порівнянні з однорядними. Допускається перекіс кілець до 2° , тому можуть застосовуватись для валів з пониженою жорсткістю.

Радіальні роликотідшипники з короткими і довгими циліндричними роликами сприймають тільки радіальне навантаження (якщо маються борти на кільцях, то можуть сприймати незначну осьову силу). Навантажувальна здатність більша ніж у

кулькових, але не допускають перекіс кілець, так як ролики працюють кромками і підшипники виходять зі строю.

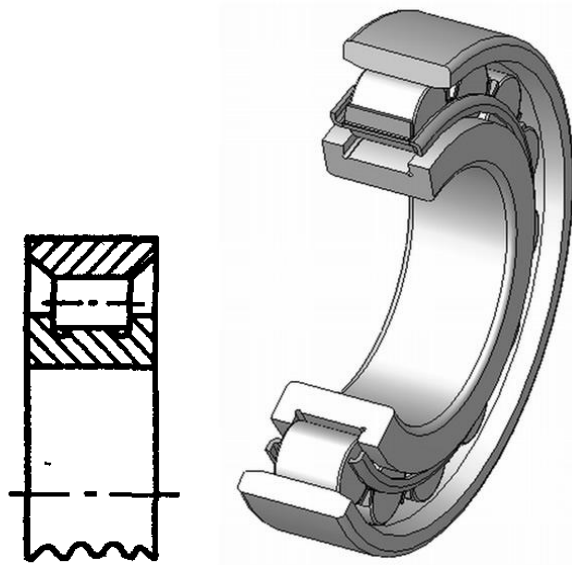


Рис. 23.11 - Роликовий радіальний однорядний розбірний з циліндричними роликами

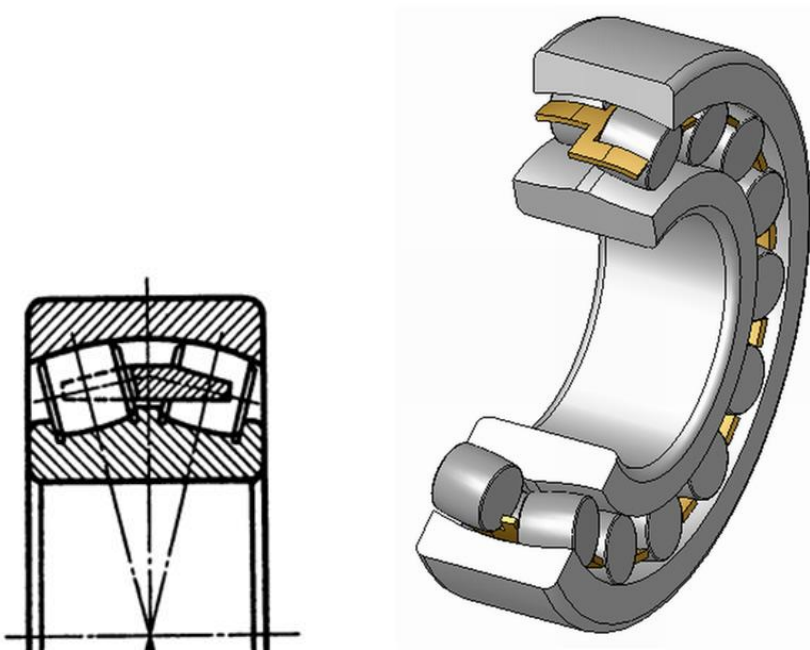


Рис. 23.12 - Роликовий радіальний сферичний дворядний з бочкоподібними роликами

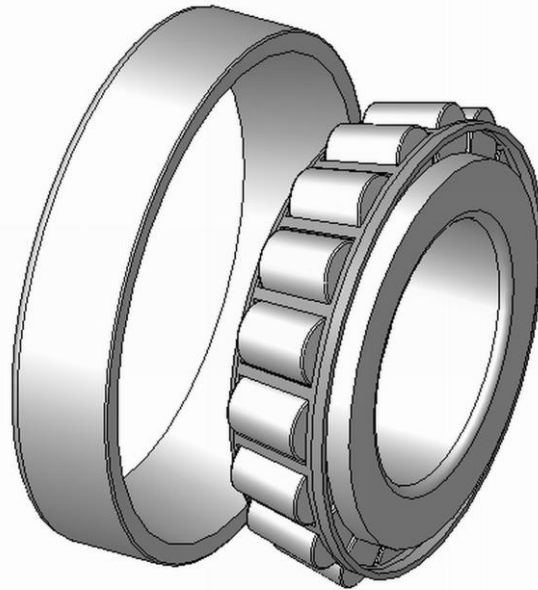


Рис. 23.13 - Роликовий радіально-упорний однорядний конічний



Рис. 23.14 - Голковий роликопідшипник

Голкові підшипники мають ролики відносно великої довжини та малого діаметра. Можуть працювати при значних радіальних навантаженнях, витримувати ударні навантаження при невисоких кутових швидкостях. Не допускають осьового навантаження та перекіс кілець.

Упорні підшипники призначені для сприйняття тільки осьового навантаження. Встановлюються в парі з радіальними, які центрують вісь вала і обмежують свободу його переміщення в радіальному напрямку.

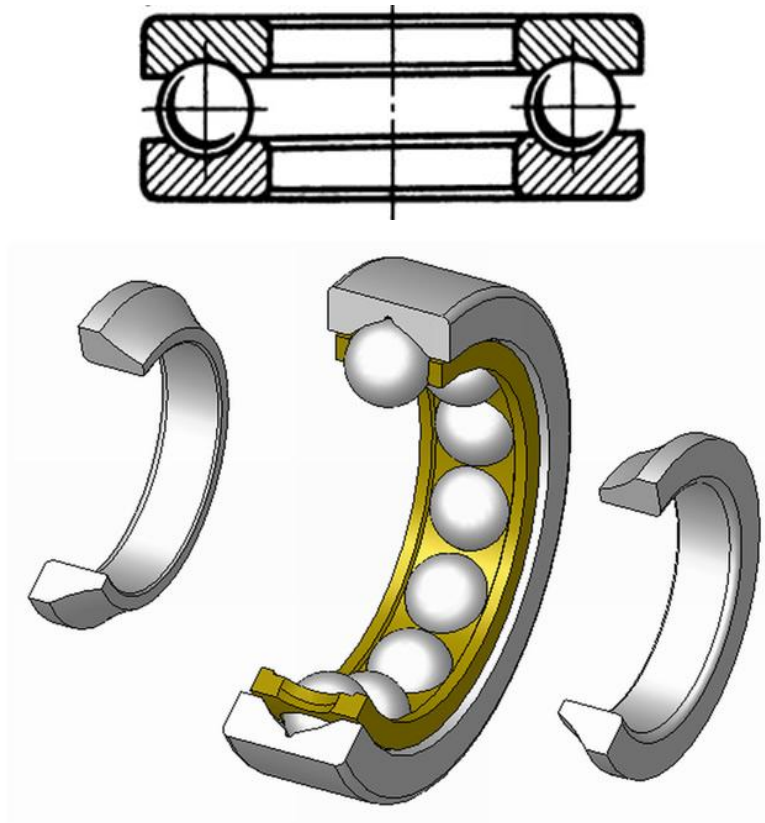


Рис. 23.15 - Упорний однорядний кульковий підшипник одинарний

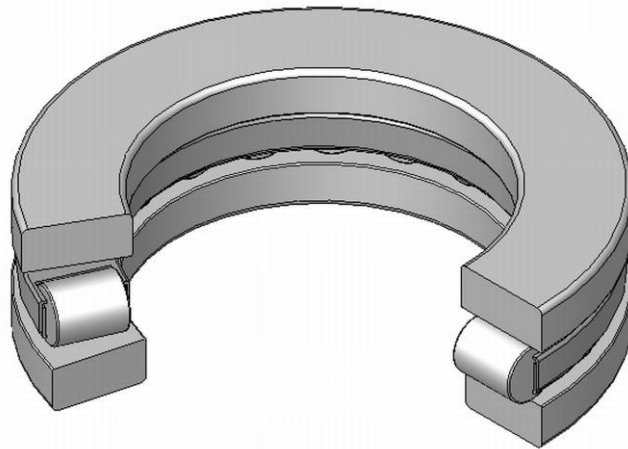


Рис. 23.16 - Роликовий упорний з короткими роликами



Рис. 23.17 - Упорний кульковий подвійний



Рис. 23.18 - Упорний роликовий з конічними роликами.

ПОЗНАЧЕННЯ ПІДШИПНИКІВ КОЧЕННЯ

На підшипнику ставлять клеймо, яке складається з букв та цифр. Читається з право на ліво. Наприклад, Р6-3567505. Може бути не весь ряд цифр.

Останні дві цифри позначають діаметр внутрішнього кільця

...00 -10 мм

...01 -12 мм

...02 -15 мм

...03 -17 мм

...04 -20 мм (04x5=20 мм)

.....

...99 -(99 x5)=495 мм

Третя цифра справа вказує на серію підшипника

1 – особливо легка

2 – легка

3 – середня

4 – важка

5 – легка широка

6 – середня широка

7 – важка широка

Четверта цифра підшипника справа позначає тип підшипника

- 0 – радіальний кульковий однорядний
- 1 – радіальний кульковий двохрядний сферичний
- 2 – радіальний з короткими циліндричними роликами
- 3 – радіальний роликовий двохрядний сферичний
- 4 – радіальний роликовий з довгими циліндричними роликами
- 5 – роликовий з витими роликами
- 6 – радіально-упорний кульковий
- 7 – роликовий конічний
- 8 – упорний кульковий
- 9 – упорний роликовий

Наприклад,

7216 роликовий конічний, легкої серії з внутрішнім діаметром 80 мм.

П'ята та шоста цифри позначають конструктивні особливості підшипника.

Сьома цифра - серія підшипника по ширині.

Цифра перед дефісом позначає клас точності підшипника.

0 – нормальний клас точності. 6,5,4,2 підвищення класу точності, 2 самий високий клас точності.

23.2 Види руйнування та критерії працездатності.

Підшипники ковзання.

Основним видом руйнування підшипників ковзання є знос вкладишів.

Знос вкладишів виникає внаслідок попадання зі змащенням на поверхні тертя абразивних частинок, тертя без змащення і граничного змащення при пуску та зупинці. Знос вкладишів – це нормальна експлуатаційна властивість, при належному технічному обслуговуванні та своєчасній заміні не впливає на роботу підшипника.

Іншим видом руйнування підшипників ковзання є заїдання. Воно виникає внаслідок перегрівання підшипників. Внаслідок тертя нагріваються цапфа,

вкладиш і мастило. З підвищенням температури мастильна здатність масла погіршується. Плівка мастила руйнується, виникає тертя без змащення, що призводить до підвищення температури та заїдання поверхонь тертя. Виплавляється підшипник та виходить зі строю.

Основними критеріями працездатності для підшипників ковзання є теплостійкість та зносостійкість.

Підшипники кочення виходять зі строю з наступних причин:

1. Втомлене викришування робочих поверхонь. Знакоперемінні контактні напруження в зоні контакту елементів кочення з кільцями призводять до утворення мікротріщин в кільцях і елементах кочення.
2. Руйнування кілець та тіл кочення через невиконання вимог монтажу та жорсткості валів і корпусу.
3. Утворюється знос кілець та тіл кочення через неякісне ущільнення та змащення.
4. Утворення вм'ятин на робочих поверхнях через ударні та великі статичні навантаження.
5. Руйнування сепараторів, яке виникає під дією відцентрових сил на сепаратор та від осьових навантажень на підшипник.

23.3 Розрахунок і підбір підшипника.

Підшипники ковзання розраховують на максимальний питомий тиск та добуток питомого тиску на швидкість ковзання.

Допустимий питомий тиск визначається за формулою $p = \frac{F_r}{l \cdot d} \leq [p]$.

Друга умова довговічності записується у вигляді $p \cdot v \leq [p \cdot v]$.

Розрізняють два режими роботи підшипників кочення: динамічний (частота обертання одного з кілець більше ніж 1 об/хв) та статичний. Відповідно до цього в першому випадку розрахунок спрямований на запобігання втомного

руйнування тіл кочення та доріжок кілець, в другому – запобігання виникненню залишкових деформацій тіл кочення та кілець підшипника.

Критеріями для вибору та розрахунку підшипників кочення є внутрішній діаметр, динамічна і статична навантаженість, їх довговічність та гранична швидкохідність. Вихідними даними для розрахунку підшипників є такі: величина і напрям навантажень, режим навантаження, особливості конструкції підшипникових опор та частота обертання, температурний режим, необхідна надійність.

Для забезпечення міцності підшипників в статичному режимі достатньо, щоб еквівалентне навантаження було менше статичної навантаженості підшипника.

$$F_{0E} = X_0 F_r + Y_0 F_a < C_0 \quad (23.1)$$

Коефіцієнти X_0 , Y_0 обираються в залежності від типу підшипника, C_0 – характеристика підшипника, що розраховується.

Для забезпечення міцності підшипників в динамічному режимі слід врахувати характер руху, та визначити радіальні та осьові навантаження на кожний підшипник окремо. Умова міцності має вигляд:

$$F_E = (X \cdot V \cdot F_r + Y \cdot F_a) \cdot K_\delta \cdot K_t < C, \quad (23.2)$$

де V – коефіцієнт обертання (1,0 – якщо внутрішнє кільце обертається відносно вектора навантаження і 1,2 – якщо не обертається);

K_δ – коефіцієнт безпеки (від 1,0 – для спокійного навантаження без поштовхів, до 3,0 – для навантаження з ударами, короткочасними перевантаженнями);

K_t – температурний коефіцієнт (від 1,0 – для експлуатаційної температури менше 100°C, до 1,35 – при температурі до 225 °C);

X , V – обирають в залежності від співвідношення радіального та осьового навантаження на підшипнику.

Порядок розрахунків сил в підшипниках визначається схемою розташування підшипників та навантажень, схемою встановлення підшипників.

Виходячи з еквівалентного навантаження та паспортних даних розраховують ресурс роботи найбільш навантаженого підшипника за формулою:

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot (C/F_{Ep})^p, \quad (23.3)$$

де a_1 – коефіцієнт надійності (1,0 – для надійності 90%, 0,21 – для надійності 99%);

a_{23} – коефіцієнт, що враховує умови експлуатації та тип підшипника (від 1,0 - для постійного контролю до 0,35 – при звичайних умовах для сферичних роликових підшипників);

p – коефіцієнт для кулькових підшипників 3, для роликових 10/3;

F_{Ep} – еквівалентне приведенне навантаження з врахуванням коефіцієнту інтенсивності (від 0,4 – для легкого навантаження до 1,0 – для постійного режиму навантаження машини).

З врахуванням швидкості обертання отриману кількість обертів необхідно перевести у години експлуатації. Якщо отримана тривалість більше, ніж задано для пристрою, що проектується, умова динамічної міцності вважається виконаною.

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	З'єднання, в яких деталі працюють в умовах відносного ковзання поверхонь називають:	підшипниками ковзання	
		підшипниками кочення	
		рухомими з'єднаннями	
2	Підшипники ковзання поділяють на групи:	кулькові, роликові, голчасті	
		нероз'ємні, роз'ємні, самовстановлюємі	
		радіальні, упорні, радіально-упорні	
3	До переваг підшипників ковзання відноситься:	малі розміри в радіальному напрямку	
		можливість роботи при ударних навантаженнях	
		відсутність змащувальних матеріалів	
4	Підшипник кочення складається з:	внутрішнього та зовнішнього кілець, сепаратора, тіл кочення	
		корпуса, вкладишів	
		корпуса, шпонки, вкладиша	
5	Перевагою підшипників кочення є:	малі габарити в радіальному напрямку	
		малі габарити в осьовому напрямку	
		можливість роботи при ударних навантаженнях	
6	Оберіть варіант, що найбільше відповідає радіальному однорядному кульковому підшипнику:	сприйняття радіальних та осьових навантажень, допускають перекося до 15°, найдешевші	
		сприймають лише радіальні навантаження, не витримують високих кутових швидкостей	
		найдешеві, допускають перекося до 10°, витримують великі кутові швидкості і лише радіальне навантаження	
7	Упорні підшипники витримують:	лише осьове навантаження	
		лише радіальне навантаження	
		радіальне і осьове навантаження	
8	Якщо останні дві цифри в маркуванні підшипника дорівнюють 08, діаметр внутрішнього кільця складає:	8 мм	
		40 мм	
		80 мм	
9	Четверта зліва цифра в маркуванні підшипника «7» означає, що цей підшипник:	радіальний роликовий двохрядний сферичний	
		роликовий конічний	
		упорний кульковий	
10	Одна з основних причин виходу з ладу підшипників кочення:	зношування вкладиша	
		заїдання	
		руйнування кілець та тіл кочення	

РОЗДІЛ 24

ШПОНКОВІ, ШЛІЦЬОВІ, РІЗЬБОВІ, ЗАКЛЕПКОВІ ТА ЗВАРНІ З'ЄДНАННЯ.

- 24.1 Шпонкові з'єднання. Конструкція, призначення, розрахунок.
- 24.2 Шліцьові з'єднання. Конструкція, розрахунок.
- 24.3 Конструкція та розрахунок заклепкових з'єднань.
- 24.4. Розрахунок різьбових з'єднань.
- 24.5. Розрахунок зварних з'єднань.

24.1 Шпонкові з'єднання. Конструкція, призначення, розрахунок.

Шпонка – деталь, яка встановлюється в пазах двох деталей, які з'єднуються (наприклад, вала и шків) і перешкоджають повороту або здвигу цих деталей.

Шпонки застосовують для передачі крутного моменту від валу до ступиці і навпаки.

Шпонкові з'єднання поділяються на дві групи:

- а) **ненапружені** з'єднання призматичними або сегментними шпонками;
- б) **напружені** з'єднання клиновими шпонками, з'єднання називають напруженими, коли в їх деталях виникають напруження в процесі збирання, тобто до прикладання робочих навантажень. Клинові шпонки добре сприймають ударні навантаження.

Шпонки всіх основних типів стандартизовані. Стандарти:

ГОСТ 23360-78 Призматичні шпонки;

ГОСТ 24071-97 Сегментні шпонки;

ГОСТ 24068-80 Клинові шпонки.

З'єднання призматичними шпонками.

Призматична шпонка являє собою призму з округленими по радіусу кряями. Бувають з округленими торцями, плоскими торцями, одним округленим та одним плоским. Робочі грані – бокові, між верхньою гранню та дном паза в ступиці є зазор.

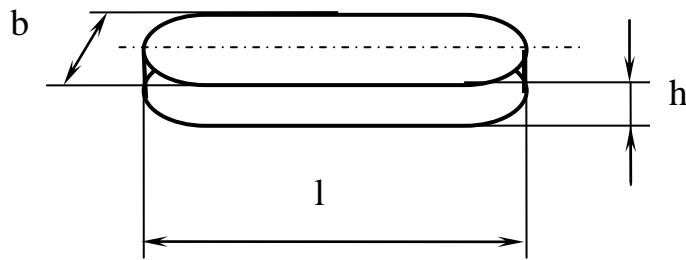


Рис. 24.1 – Розміри призматичних шпонок

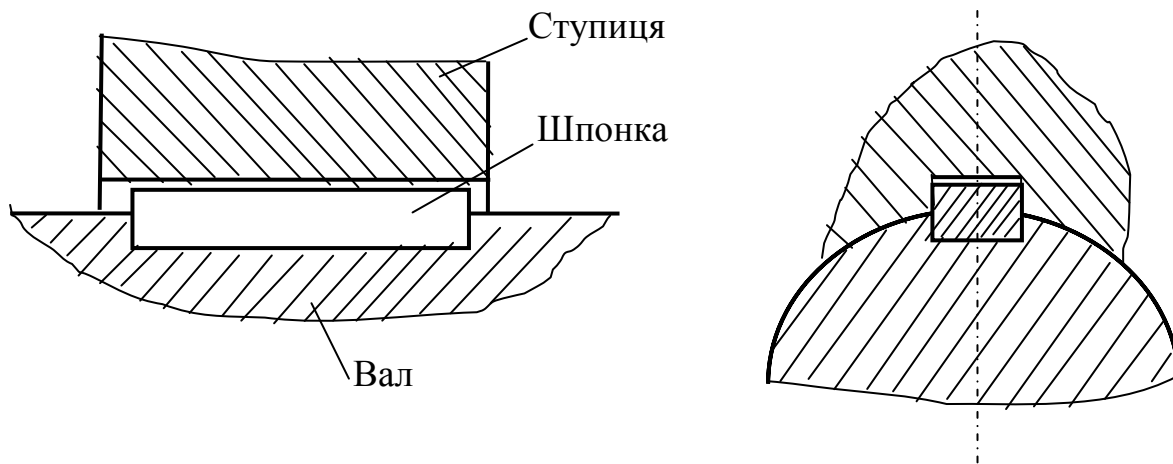


Рис. 24.2 - З'єднання простою призматичною шпонкою.

Робочими поверхнями у призматичних шпонок є бокові, більш вузькі грані. Шпонку врізають у вал на глибину $\sim 0.6h$, а в радіальному напрямку передбачають зазор.

Зазвичай в з'єднанні ставлять одну призматичну шпонку. Однак при великій напруженості конструкції застосовують дві шпонки, які встановлюються під кутами 120° або 180° .

Призматичні шпонки по призначенню поділяють на:

- а) прості, призначені для передачі тільки крутного моменту;
- б) направляючі та ковзаючі, які крім передачі крутного моменту, слугують для напрямку при осьовому переміщенні.

Направляюча шпонка закріплена на валу, а ковзаюча закріплена на ступиці. Направляючі шпонки кріпляться гвинтами.

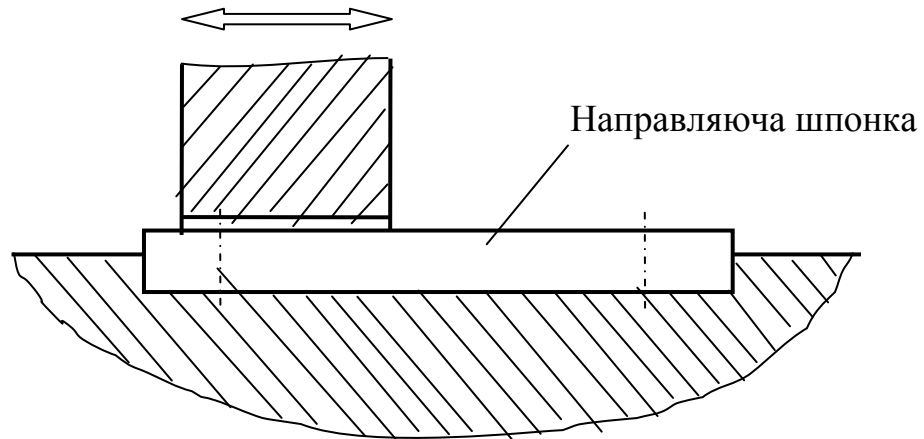


Рис. 24.3 – Ковзаюче шпонкове з'єднання

Переваги призматичних шпонок в тому, що вони мало послабляють поперечний переріз вала.

Недоліком призматичних шпонок є складність забезпечення їх взаємозамінності, тому що необхідно точно вручну підгонити шпонку по ширині паза. Це обмежує їх застосування в багатосерійному та масовому виробництві.

При визначенні розмірів шпонки, які забезпечать передачу необхідного крутного моменту, розраховують тільки її довжину, тому що ширина и висота визначаються стандартом в залежності від діаметра вала.

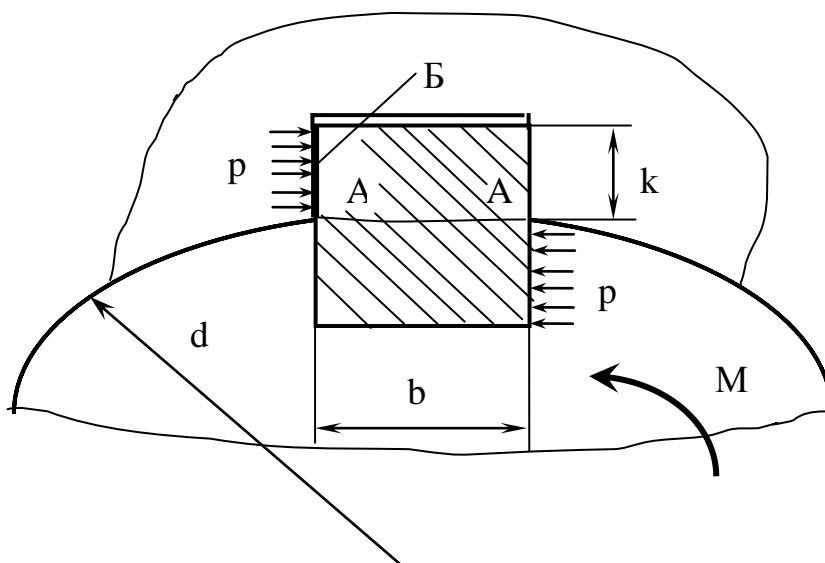


Рис. 24.4 – Розрахунок призматичних шпонок на зм'яття

Розглянемо можливі деформації шпонки. Основним розрахунком є розрахунок на зминання по поверхні Б-Б та розрахунок на зріз по площині А-А.

При умові рівномірного розподілу тиску « p » по поверхні контакту умова міцності на зминання:

$$M \leq 0.5 d \cdot l \cdot k \cdot [\sigma]_{\text{см}}, \quad (24.1)$$

а умова міцності на зріз:

$$M \leq 0.5 d \cdot l \cdot b \cdot [\tau]_{\text{см}}, \quad (24.2)$$

де

M – крутний момент на валу;

d – діаметр вала;

l – довжина шпонки;

b – ширина шпонки;

k – глибина врізання шпонки в ступиці;

$[\sigma]_{\text{см}}$ – допустиме напруження на зминання матеріалу шпонки (зазвичай приймають ≈ 170 МПа);

$[\tau]_{\text{см}}$ – допустиме напруження на зріз матеріалу шпонки (зазвичай приймають $\approx 60 \dots 100$ МПа).

За умовою на зминання визначають необхідну довжину шпонки, яка передає необхідний крутний момент при заданому діаметрі вала та матеріалі шпонки.

З'єднання сегментними шпонками.

Сегментна шпонка являє собою сегмент диска.

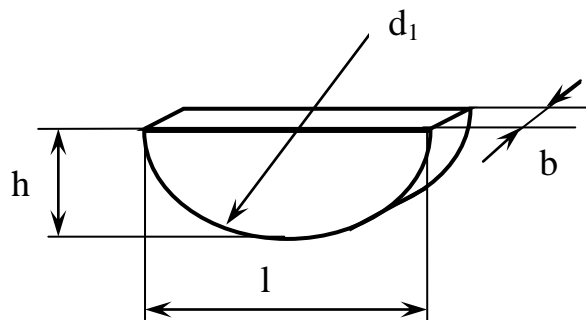


Рис. 24.5 – Розміри сегментної шпонки

Її розміри визначаються:

- діаметром d_1 заготовки, з якої виготовляється шпонка;
- довжиною l ($l \approx 0.9d_1$);
- висотою h ($h \approx 0.4 d_1$);
- шириною b .

Сегментна шпонка в порівнянні з призматичною простіше при виготовленні (більш технологічна), однак вона значно зменшує міцність вала, тому що для її встановлення необхідно робити глибокий паз в валу.

Сегментні шпонки розраховують на міцність так як і призматичні.

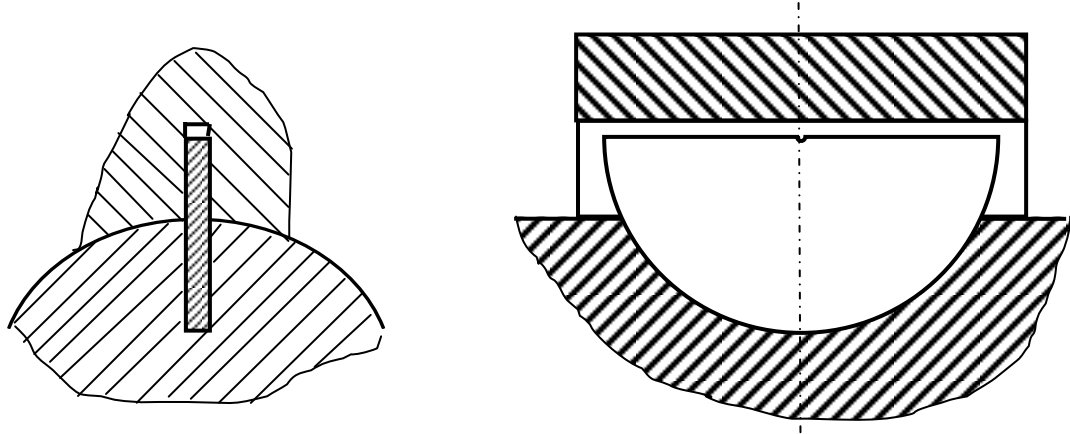


Рис. 24.6 - Конструкція з призматичною шпонкою

З'єднання клиновими шпонками.

Клинові шпонки являють собою клини з ухилом 1:100. Клинові шпонки монтується молотком (забивні) або затягуються на вал деталлю, що приробляється на вал, що і забезпечує напруженість з'єднання.

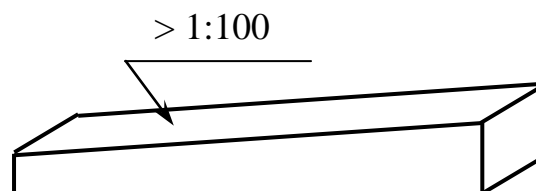


Рис. 24.7 – Зовнішній вигляд клинової шпонки

На відміну від призматичних шпонок у клинових шпонок робочими гранями є широкі грані, а по боковим граням є зазор. Для врізаних шпонок на валу виконується паз в вигляді плоскої канавки, а в деталі (штуці) прорізається канавка з ухилом 1:100.

Для шпонок на лисці канавка з ухилом 1:100 виконується тільки в ступиці деталі, а на валу виконується плоский зріз – лиска.

При встановленні фрикційних шпонок канавка з ухилом є тільки в деталі, вал не обробляється, а поверхня шпонки, яка прилягає до валу, виконується циліндричною.

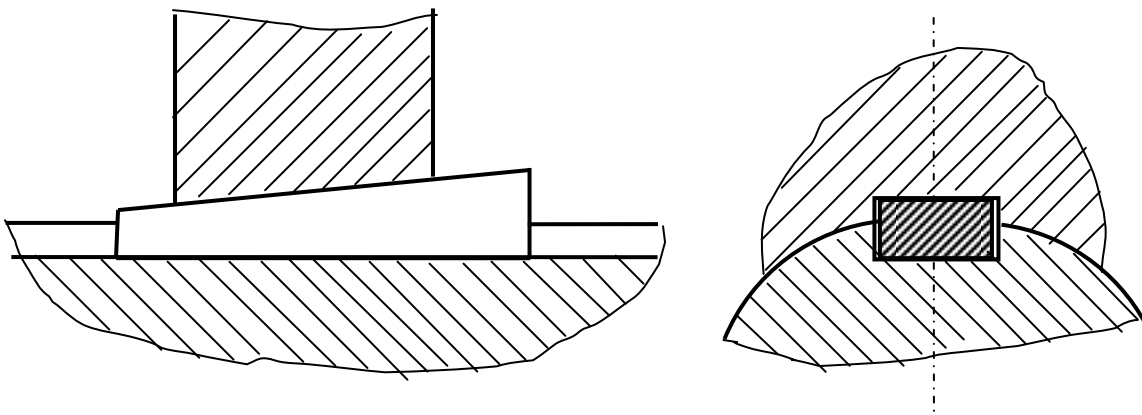


Рис. 24.8 – Схема з'єднання клиновою шпонкою

Клинові шпонки створюють напружене з'єднання, яке передає не тільки крутний момент, але і осьове зусилля. Недоліком клинових шпонок є те, що вони викликають радіальне зміщення ступиці, що призводить до її биття та перекосу, тобто порушується центрування деталей.

Через технологічні складнощі виготовлення пазів клинові шпонки мають обмежене застосування, а в точному машинобудуванні їх не використовують.

Клинові шпонки застосовують в тихохідних передачах низької точності.

Крутний момент, який передає шпонка, визначається за формулою:

$$M \leq b \cdot l / 12 [b+3 (1+4 / \pi \cdot f \cdot d)] [\sigma]_{\text{см}}, \quad (24.3)$$

де

b – ширина шпонки;

l – робоча довжина шпонки;

f – коефіцієнт тертя між валом та шпонкою або ступицею та шпонкою (мінімальне значення);

d – діаметр вала;

$[\sigma]_{\text{см}}$ - допустиме напруження зминання матеріалу шпонки.

Переваги шпонкового з'єднання.

1. Простота конструкції.
2. Порівняно низька вартість.

Недоліки шпонкового з'єднання.

1. Шпонкові пази суттєво послабляють міцність вала та ступиці.
2. Концентрація напружень, які виникають в зоні шпонкової канавки, знижують опір валу втомленості.
3. Складність в забезпеченні взаємозамінності для призматичних шпонок.

Матеріал : виготовляють з міцних марок сталі Ст5, Ст6, 45, 50, 55, 60.

24.2 Шліцьове з'єднання. Конструкція, розрахунок.

Шліцьові з'єднання - це з'єднання вала з зубцями та ступиці з пазами. Ці з'єднання можна уявити як багатошпонкові, у яких шпонки виконані за одне ціле з валом.

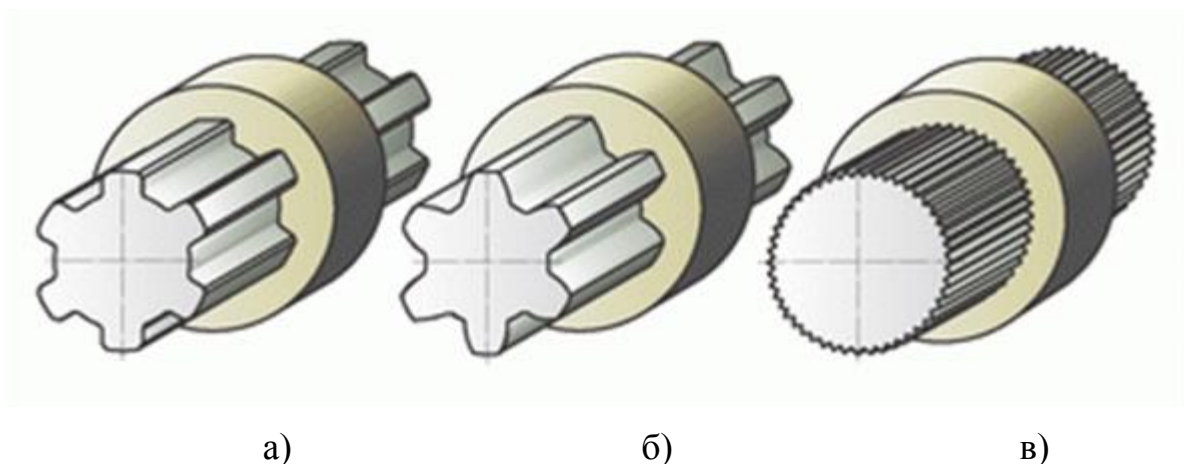


Рис. 24.9 – Схема шліцьового з'єднання: а – з прямобокими зубцями, б – з евольвентними зубцями, в – з трикутними зубцями

Шліцьові з'єднання в порівнянні зі шпонковими мають наступні основні переваги:

- Вища несуча здатність при однакових габаритах;
- Вище міцність на втомленість вала;
- Деталі, які з'єднуються, краще центруються на валах.

Широко застосовують шліцьові з'єднання з наступними типами профілю зуба: прямобочні, евольвентні та трикутні.

Зубчасті з'єднання виходять зі строю через пошкодження робочих поверхонь: зносу, зминання, заїдання.

Основний розрахунок шліцьового з'єднання проводять на зминання робочих поверхонь зубців та пазів.

Розрахункове зусилля:

$$M \leq 0.5 \cdot z \cdot h \cdot l \cdot d_{\text{cp}} \cdot \psi \cdot [\sigma]_{\text{cm}}, \quad (24.3)$$

де

M - крутний момент, що передається;

z - число зубців;

h – висота поверхні контакту зуба;

l – довжина поверхні контакту зуба;

d_{cp} - середній діаметр поверхні контакту зубців;

ψ – коефіцієнт, який враховує нерівномірну роботу зубців ($\psi = 0.75$);

$[\sigma]_{\text{cm}}$ – допустиме напруження на зминання матеріалу вала або ступиці (мінімальний).

24.3 Конструкція та розрахунок заклепкових з'єднань.

Заклепкові з'єднання утворюють за допомогою спеціальних деталей – заклепок, що вставляються в заздалегідь просвердлений отвір і під тиском деформуються.

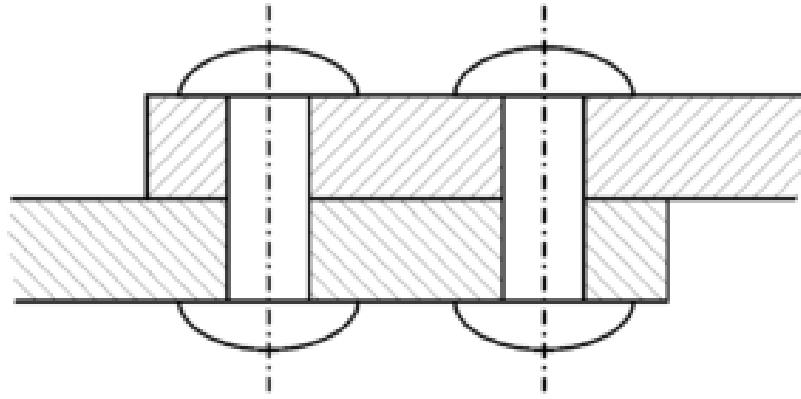


Рис. 24.10 – Заклепкове з'єднання

Переваги:

- Висока надійність з'єднання;
- Зручність та надійність контролю якості шва;
- Добре сприйняття вібраційних та ударних навантажень.

Недоліки:

- Висока вартість;
- Великі витрати матеріалу (через необхідність отворів збільшується товщина стінок).

Необхідною умовою є однорідність матеріал заклепки та деталей, що з'єднуються (сталь-сталь, алюміній-алюміній, мідь-мідь).

Кожна заклепка в процесі встановлення деформує певну площу з'єднувальних деталей. Ця зона називається зоною дії. Якщо зони дії сусідніх заклепок перетинаються – то отримане з'єднання буде щільним.

Розрахунок заклепкових з'єднань проводять по найбільшим нормальним та дотичним напруженням і на зм'яття бічних поверхонь заклепок та стінок отворів.

Умова міцності на зм'яття має вигляд:

$$\sigma_{зм} = \frac{F}{s \cdot d_0 \cdot z} \leq [\sigma]_{зм}, \quad (24.4)$$

де s – найменша товщина з'єднаний деталей;

d_0 - діаметр отвору;

z – кількість заклепок.

Умова міцності на зріз:

$$\tau_{зр} = \frac{F}{i \cdot \frac{\pi \cdot d_0^2}{4} \cdot z} \leq [\tau]_{зр}, \quad (24.5)$$

де i – кількість площин зрізання однієї заклепки.

Умова міцності на розтяг:

$$\sigma_p = \frac{F}{s \cdot (t - d_0) \cdot z} \leq [\sigma]_p, \quad (24.6)$$

де F - осьова сила, що виникає в перерізі, який розглядається;

t - крок шва.

24.4 Розрахунок різьбових з'єднань.

Різьбовими з'єднаннями називаються роз'ємні з'єднання за допомогою закріплювальних деталей – гвинтів, болтів, шпильок, гайок.

Різьба утворюється шляхом нанесення на поверхню деталей гвинтових канавок. Утворені виступи називаються витками.

Термін гвинт використовують як загальний (поширюється на болти і шпильки), і як гайковий (деталь, яку для переміщення необхідно обернути).

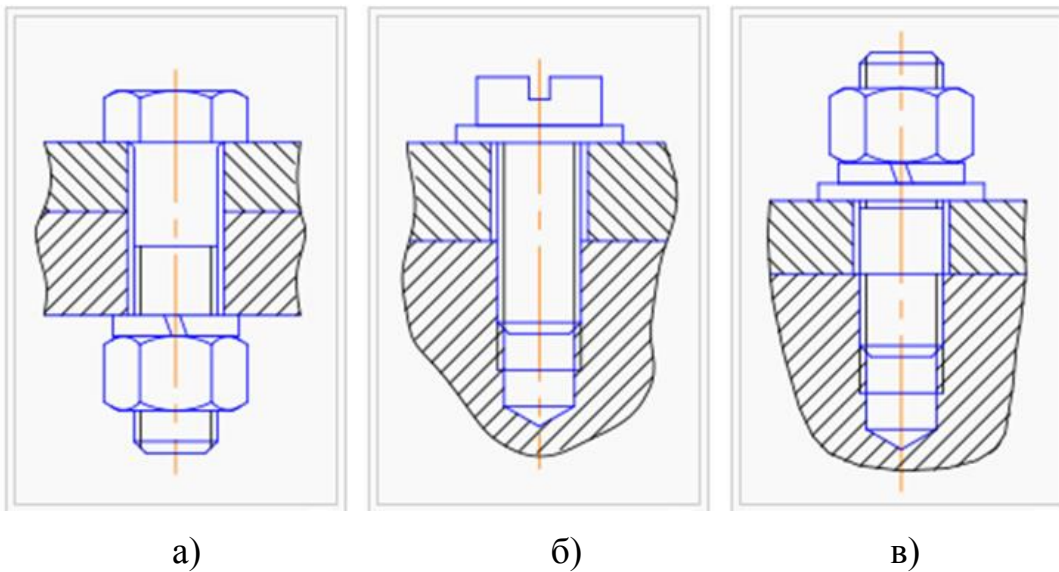


Рис. 24.11 –Різьбові з'єднання: а – за допомогою болта та гайки, б – болтом, в – за допомогою шпильки та гайки

Гвинт – циліндричний стержень, на одному краї якого знаходиться різьба (від нарізання), на другому – головка.

Гайка – деталь з різьбовим отвором нагвинчується на гвинт, і має форму пристосовану для захвату інструментом.

Гвинти, які мають головку “під ключ” і призначені для спільної роботи з гайкою зазвичай називають болтами.

Різьби закріплювальних деталей (циліндричні) характеризуються наступними параметрами:

- Діаметрами – зовнішнім, середнім і внутрішнім.
- Формою і розмірами профілю

Метрична різьба в машинобудуванні є найбільш вживаною. Це різьба з трикутним профілем з кутом в вершині профілю 60° .

Метричні різьби розділяють на різьби з великим і малим кроком.

M20 – різьба з великим кроком $d=20\text{мм}$.

M20*1,5 – різьба з малим кроком 1,5мм.

Для з’єднань, що працюють на статичне навантаження виділяють три види навантаження.

1. Болт затягнений, до нього прикладене зовнішнє осьове навантаження:

$$F_p = 1,3 \cdot F + \chi \cdot F_{зовн} \quad (24.7)$$

де F – сила початкового затягнення;

$F_{зовн}$ – сила, що прикладена вздовж вісі;

χ - коефіцієнт зовнішнього навантаження (приймають 0,2- 0,3).

2. Болт затягнений, зовнішнє навантаження відсутнє:

$$F_p = 1,3 \cdot F \quad (24.8)$$

3. Болт не затягнений, прикладене зовнішнє осьове навантаження:

$$F_p = F_{зовн} \quad (24.9)$$

Крім осьового навантаження різьбові з’єднання працюють на поперечне навантаження. В цьому розрахунку розглядають два випадки.

1. Болт поставлено із зазором:

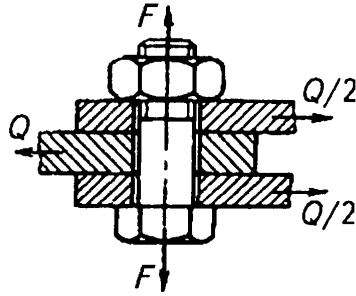


Рис. 24.12 – Болтове з'єднання із зазором, що сприймає поперечне навантаження

$$F_T = f \cdot F \cdot z \cdot i \geq Q, \quad (24.10)$$

де f – коефіцієнт тертя (0,15...0,2);

F – сила затягнення;

z – кількість болтів;

i – кількість стиків.

2. Болт поставлено без зазору:

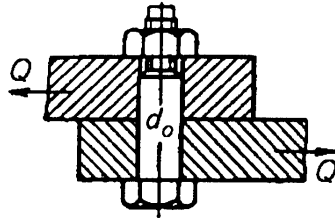


Рис. 24.13 – Болтове з'єднання без зазору, що сприймає поперечне навантаження

$$\tau_{cp} = \frac{Q}{\frac{\pi \cdot d_0^2}{4} \cdot i \cdot z} \leq [\tau_{cp}] \quad (24.11)$$

24.5 Розрахунок зварних з'єднань.

Зварні з'єднання найбільш поширені нероз'ємні з'єднання. Їх переваги:

- краще притискають деталі одна до одної;

- простіше забезпечити умову рівномірності деталей та з'єднання;
- зменшують вартість з'єднання;
- маса конструкції на 20-30% менша ніж маса клепаної конструкції;
- забезпечують герметичність з'єднання;
- дозволяють автоматизувати процес.

Однак існують і недоліки:

- чуттєві до вібрацій;
- можуть змінювати форми через нагрівання;
- деякі матеріали гірше зварюються, або не зварюються зовсім.

Виділяють кілька типів зварних з'єднань:

- з'єднання встик

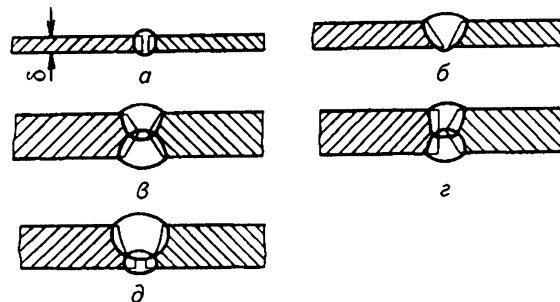


Рис. 24.14 – Схема з'єднання встик залежно від товщини деталей: а – до 8 мм, б – до 16 мм, в – від 12 до 40 мм, г – до 30 мм, д – до 40 мм

- з'єднання внакладку

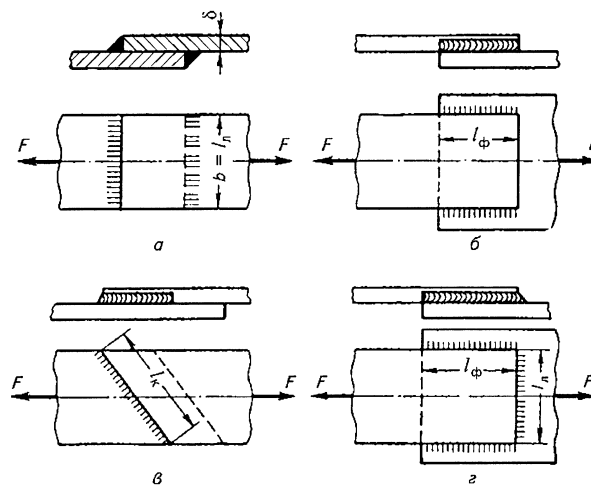


Рис. 24.15 - Схема з'єднання внакладку: а – лобове, б - флангове, в – косо, г – комбіноване

- таврові з'єднання

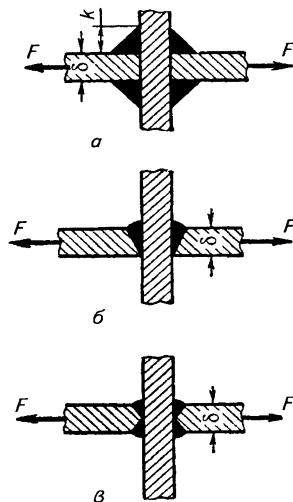


Рис. 24.16 – Таврові з'єднання

Розрахунок зварних з'єднань відбувається по допустимим нормальним та дотичним напруженням.

Для з'єднань встик:

на розтяг –
$$\sigma_p = \frac{F}{A} \leq [\sigma'_p] \quad (24.12)$$

на стискання –
$$\sigma_c = \frac{F}{A} \leq [\sigma'_c] \quad (24.13)$$

на вигин –
$$\sigma_{зг} = \frac{M}{W} \leq [\sigma'_p] \quad (24.14)$$

на вигин з розтягом –
$$\sigma_{зг} = \frac{M}{W} + \frac{F}{A} \leq [\sigma'_p] \quad (24.15)$$

Для з'єднань внакладку розраховують допустимі дотичні напруження


$$\tau_{cp} = \frac{F}{0,7 \cdot k \cdot l} \leq [\tau'_{cp}], \quad (24.16)$$

k – катет шва, l – довжина шва.

Для таврових з'єднань також допустимі дотичні напруження

$$\tau_{cp} = \frac{F}{2 \cdot 0,7 \cdot k \cdot l} \leq [\tau'_{cp}] \quad (24.17)$$

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	З'єднання клиновими шпонками відносять до:	ненапружених з'єднань	
		напружених з'єднань	
		нероз'ємних з'єднань	
2	В призматичній шпонці робочими гранями є:	бокові	
		верхня і нижня	
		всі грані	
3	При розрахунках шпонкового з'єднання визначають:	висоту шпонки	
		висоту та ширину шпонки	
		довжину шпонки	
4	Перевірочний розрахунок шпонкового з'єднання виконують:	за максимальним крутним моментом	
		за величиною напружень	
		за діаметром вала	
5	Сегментна шпонка порівняно з призматичною:	зменшує міцність вала	
		складніша за виготовленням	
		більша за висотою	
6	Оберіть перевагу заклепкового з'єднання:	краще притискають деталі одна до одної	
		зручність контролю якості з'єднання	
		зменшують вартість з'єднання	
7	При розрахунках різьбових з'єднань розраховують:	мінімальну довжину різьби	
		мінімальну висоту різьби	
		мінімальний діаметр болта	
8	Який вид різьби найбільш широко використовується в машинобудуванні?	Дюймова	
		Метрична	
		Ходова	
9	Одним з недоліків зварного з'єднання є:	чутливість до вібрацій	
		необхідність мати більшу товщину зварювального матеріалу	
		висока вартість	
10	При зварюванні встик за наведеною схемою товщина матеріалу повинна бути: 	до 16 мм	
		до 30 мм	
		до 40 мм	

РОЗДІЛ 25**ПАСОВІ ПЕРЕДАЧІ.**

- 25.1 Загальні відомості.
- 25.2 Конструкції і матеріали пасів.
- 25.3 Шківні пасових передач.
- 25.4 Розрахунок пасових передач.

25.1 Загальні відомості.

Пасові передачі широко використовуються в тих випадках, коли вали розташовані на значних відстанях. Їх відносять до передач тертям із гнучким зв'язком. Навантаження передається за рахунок сил тертя, що виникають між ременем і шківками. Необхідні сили тертя створюють натягом пасу, для чого використовують різні натяжні пристрої.

Передача складається із трьох основних елементів: двох шківків і пасу (рис. 25.1). За формою поперечного перерізу пасу (рис. 25.2) розрізняють плоскопасову, клинопасову, круглопасову, поліклинову передачі та передачу з зубчастими пасами.

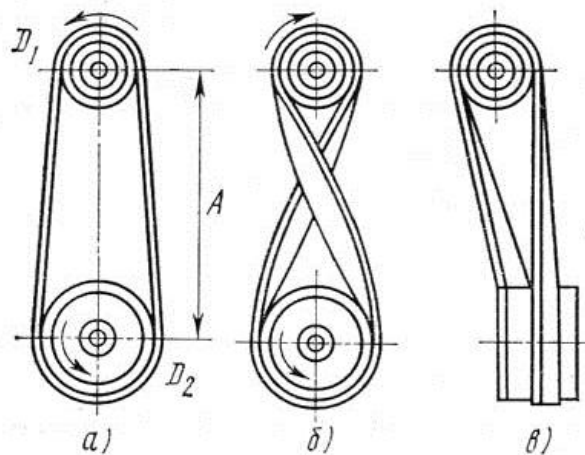


Рис. 25.1 - Пасова передача: а – відкрита, б – перехресна, в - напівперехресна

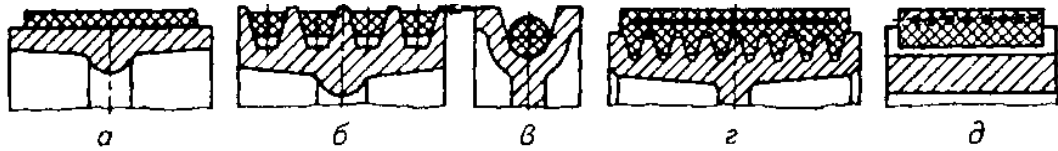


Рис. 25.2 - Перетину ременів: а — плоского; б — клинового; в — круглого; г — поліклинового; д — зубчастого

Потужність, що може бути передана не перевищує 50 кВт (із зубчастими ременями 200 кВт). Окружні швидкості пасів $V = 4 \dots 100$ м/с. ККД передачі 0,94...0,97. Передаточні числа, що рекомендуються: плоскопасових передач до 5, клинових до 7, для передач із натяжним роликком і зубчато-ремінних до 10.

Переваги пасових передач:

- простота конструкції й обслуговування;
- плавність;
- безшумність;
- високий ККД;
- відсутність змащення;
- невисока вартість;
- захист від перевантажень.

До недоліків передач відносять:

- значні габаритні розміри;
- змінне передаточне відношення через проковзування пасу під навантаженням;
- підвищені навантаження на вали й опори;
- низька довговічність;
- електризація пасу.

25.2 Конструкції і матеріали пасів.

Плоскі паси. Конструктивно передачі з плоским ременем бувають відкриті, перехресні, напівперехресні, кутові.

Ремені бувають: гумовотканинні, прогумовані бавовняні та вовняні, синтетичні, шкіряні.

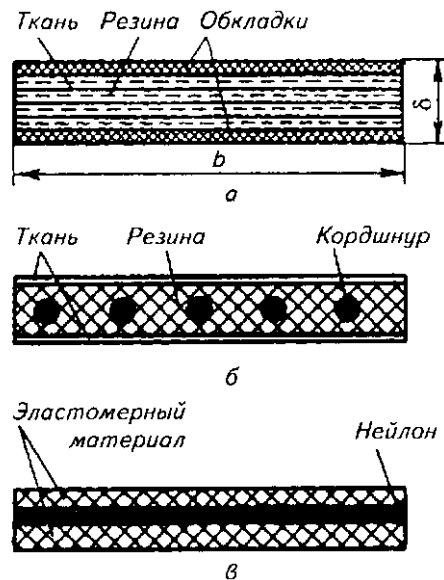


Рис. 25.3 – Конструкція плоских пасів: а — гумовотканинний; б- прогумований бавовняний ; в — синтетичний

Клинові паси. Для приводів машин використовують клинові паси нормальних і вузьких перерізів, а також поліклинові паси. Вони складаються з несучого шару (кордної тканини, або кордшнура), гумових шарів і обгорткової прогумованої тканини, з'єднаних вулканізацією (рис. 25.4, а, б). Для передачі більших навантажень використовують паси з кордом зі сталевих тросів. Кордшнурові паси більш гнучкі й довговічні. Їх використовують на шківках малих діаметрів.

У клинового пасу робочими вважають бічні поверхні. Завдяки клиновому ефекту такий пас має підвищену навантажувальну здатність і створює менший тиск на вали й опори, ніж плоский. Вузькі паси в порівнянні з нормальними більше еластичні, при однакових розмірах мають більшу тягову здатність і

можуть працювати при підвищених швидкостях. Їх використовують для приводів вентиляторів автомобілів і тракторів. Перетини пасів стандартизовано. Передачі з поліклиновим пасом більш компактні, працюють зі швидкостями до 40 м/с і передаточним відношенням до 10.

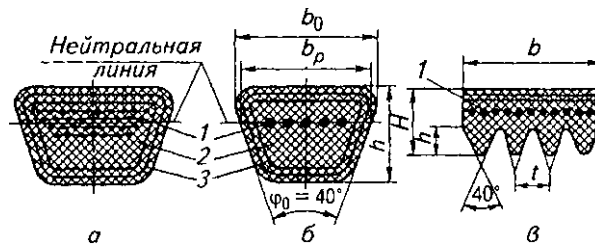


Рис. 25.4 - Клинові паси: а — кордтканевий; б — кордшнуровий; в — поліклиновий; 1 — кордна тканина; 2 — гумовий шар; 3 — обгорткова прогумована тканина

Круглі паси. Круглопасові передачі зі шкіряними, бавовняними й капроновими пасами застосовують в основному в приладах і побутовій техніці.

Зубчасті паси. У зубчасто-пасовій передачі навантаження передається за рахунок зачеплення зубів пасу зі шківками. Зубчастий пас являє собою стрічку із зубами на внутрішній поверхні (рис. 25.5). Несучий шар пасу виконаний зі сталевого дротового троса або шнура зі скловолокна й еластичного сполучного матеріалу на основі неопрена або поліуретану.

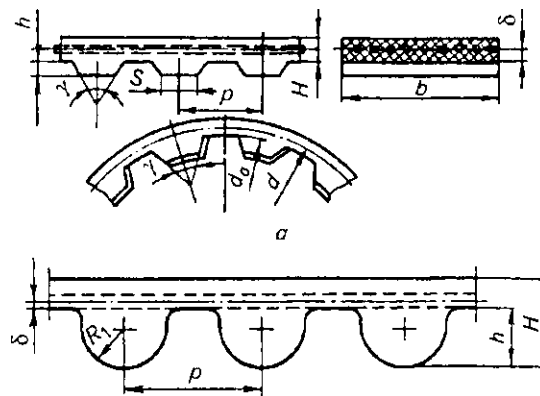


Рис. 25.5 - Зубчасті паси: а — трапецевидна форма зубів; б - напівкругла форма зубів

Для підвищення зносостійкості зуби пасу покривають нейлоною тканиною. Передача має переваги передач зачепленням, тобто високу

навантажувальну здатність, довговічність, відсутність ковзання, невелике навантаження на вали, і передач тертям, а саме: плавність, безшумність, відсутність мастильного матеріалу.

25.3 Шківи пасових передач.

Конструкція шківа залежить від його розмірів, матеріалу й типу передачі. Шківи виготовляють із чавуну, сталі, легких сплавів і пластмас. При окружній швидкості передачі менш 30 м/с звичайно застосовують литі шківи із чавуну. Шківи малих діаметрів (до 350 мм) виконують суцільними або з отворами, шківи більших діаметрів для зменшення маси й зручності кріплення зі спицями. Зварені шківи зі сталі застосовують при окружній швидкості до 60 м/с, штамповані — при швидкості до 80 м/с, литі з алюмінію при швидкості до 100 м/с.

Основні розміри шківів — діаметр і ширину обода розраховують, інші розміри визначають по рекомендаціях (рис. 25.6). Обід шківів плоскопасових передач має циліндричну поверхню. При високих швидкостях для запобігання збігання ремня зі шківів їхню поверхню виконують опуклою або із двома конусами.

Ширина шківа плоскопасової передачі $B = (1,1 \dots 1,15) b$;

клинової та поліклинової (рис. 25.7) $M = (n-1)e + 2f$ де n — число канавок на шківі.

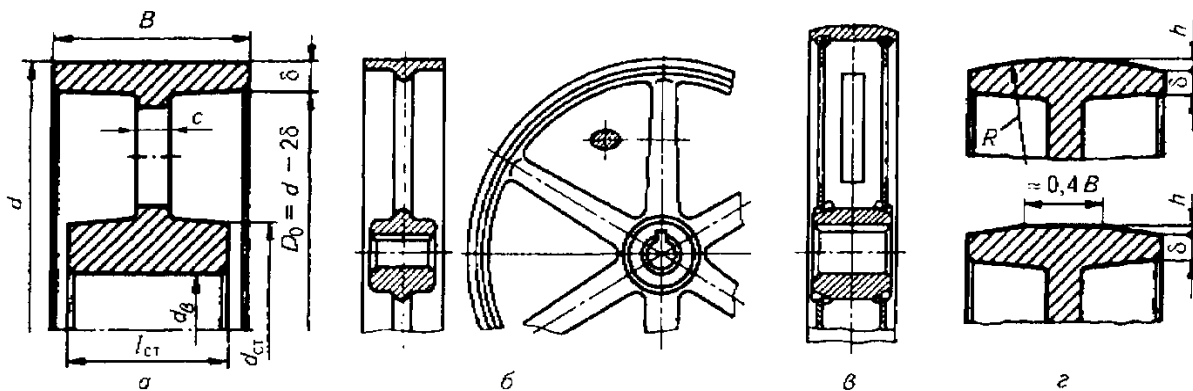


Рис. 25.6 - Конструкції шківів плоскопасових передач: а — з отворами; б- зі спицями; в — суцільні; г — з опуклою або конусною поверхнею.

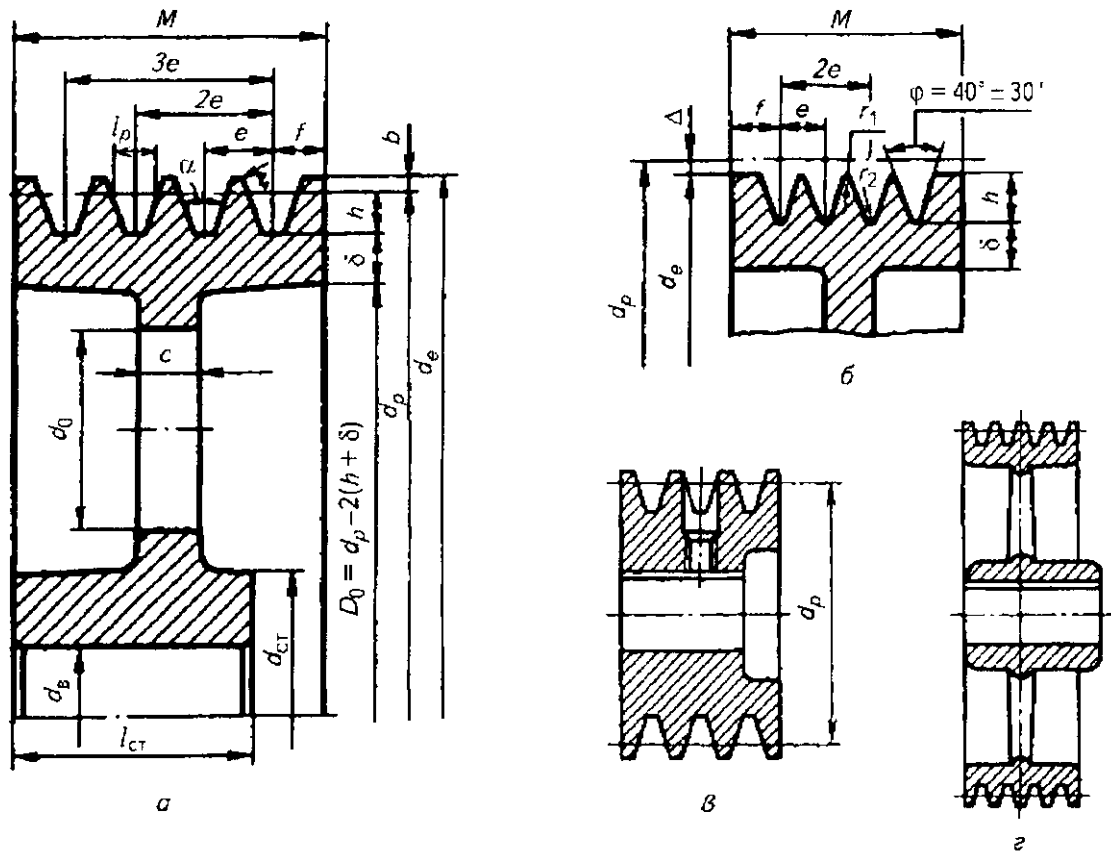


Рис. 25.7 - Конструкції шківів клинових (а) і поліклинових (б) передач:
 а — з отворами й несиметрично розташованою маточиною; б- суцільних; в - з несиметрично розташованою маточиною; г — зі спицями й несиметрично розташованою маточиною

Зовнішній діаметр шківа для клинової передачі $d_e = d_p + 2t$, для поліклиновий $d_e = d_p - 2\Delta$.

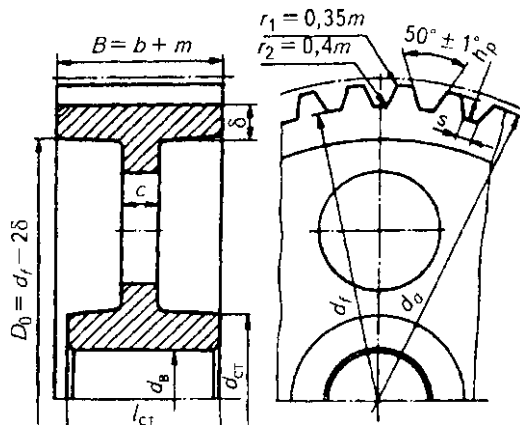


Рис. 25.8 - Шків зубчато-пасової передачі

Конструкція шківа для зубчато-ремінної передачі показана на рис. 25.8. Діаметр ділильної окружності шківа $d = mz$. Товщина обода $\delta = 1,5m + 2 \text{ мм} > 6 \text{ мм}$.

Зубчасті паси виготовляють із нормованим числом зубів

Натяжні пристрої. Ступінь натягу пасів впливає на їхню тягову здатність і довговічність. У процесі експлуатації паси розтягаються. Для компенсації витяжки пасів, створення сил попереднього натягу, а також для вільного надягання пасів на шківів використовують різні натяжні пристрої. Часто пас натягають, переміщаючи електродвигун по двох полозках за допомогою регулювальних гвинтів.

У деяких випадках двигун установлюють на раму або плиту, у якій виконані два овальних або Т-образних пази. У Т-образні пази поміщають болти із чотиригранною головкою. Двигун може бути встановлений на хитній плиті (рис. 25.9). Натяг ремня забезпечують за допомогою регулювальних гвинтів, стяжок або відкидних болтів.

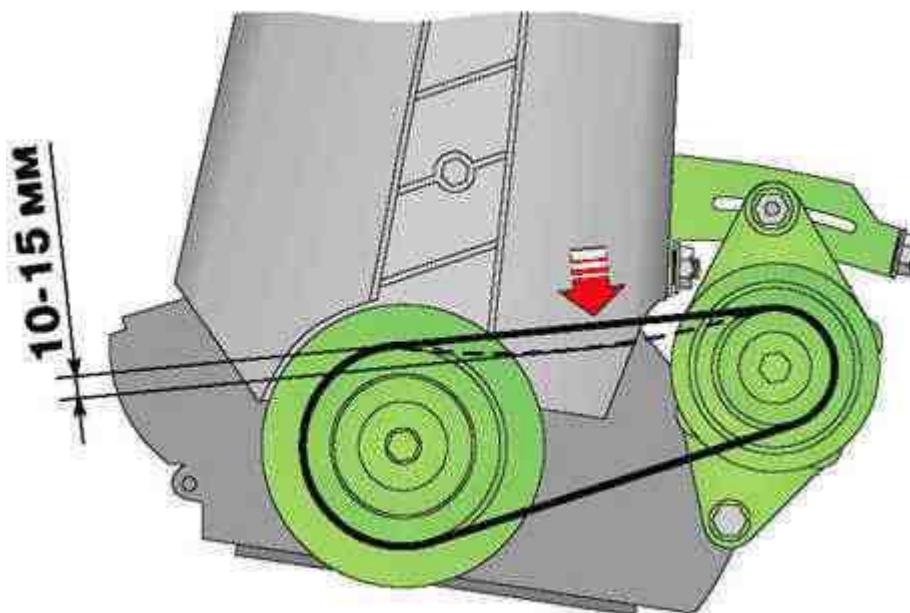


Рис. 25.9 - Регулювання натягу пасу за допомогою хитної плити

Натяжні ролики в основному застосовують у передачах з більшими передаточними числами й малими міжосьовими відстанями. Зазвичай в плоскопасовій передачі ролик розташовують із зовнішньої сторони контуру ремня. При використанні ролика в клиновій передачі його бажано розміщати із внутрішньої сторони, що дозволить уникнути перегинів пасу в зворотну сторону й підвищити його довговічність. Зменшення кута обхвату в цьому випадку не впливає на навантажувальну здатність передачі.

Ступінь натягу пасу при монтажі або експлуатації передачі визначають по прогині ремня в центрі прольоту $f = 1,55 \cdot a/100$ (25.1)

де a — міжосьова відстань передачі, мм

Пасові передачі зі змінною швидкістю обертання. Для ступінчастої зміни частоти обертання використовують плоскпасові передачі зі ступінчастими шківками із числом ступенів на кожному шківку від двох до чотирьох. Однак такі передачі застосовують дуже рідко (лише при невеликих швидкостях).

Для безступінчастого регулювання частоти обертання служать варіатори - клинові передачі зі стандартними або спеціальними широкими клиновими ремнями й розсувними конусними дисками-шківками. Швидкість регулюють, змінюючи діаметр одного або двох шківків. Якщо у варіаторі регулюють ведений шків, то зміна швидкості відбувається при постійній потужності, якщо ведучий, то при постійному моменті.

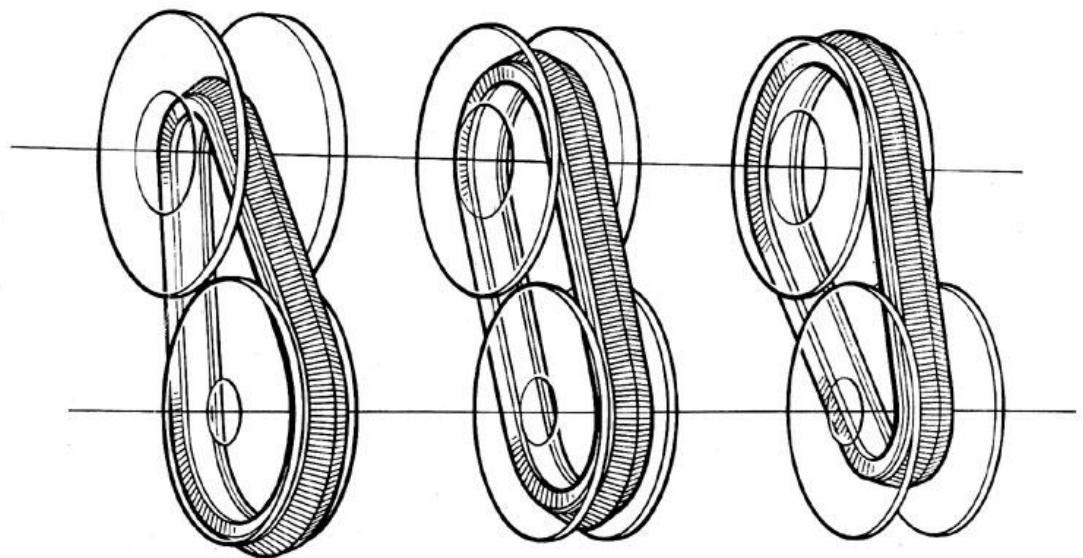


Рис. 25.10 – Принцип роботи варіатора

Основна характеристика варіатора-діапазон регулювання $D = n_{1max}/n_{1min}$. У варіаторах зі стандартними клиновими ремнями $D = 1,45...1,7$. Більші значення D отримують при двох регульованих шківках. Діапазон регулювання

зростає при зменшенні діаметра меншого шківів й кута клина. При використанні спеціальних широких ременів $D = 8 \dots 10$.

25.4 Розрахунок пасових передач.

Критерії працездатності й розрахунку. До основних критеріїв працездатності пасових передач ставляться тягова здатність (надійність зчеплення ремня зі шківом) і довговічність ремня, що характеризується його втомною міцністю. Проектний розрахунок передачі виконують за першим критерієм, перевірочний - по другому.

Кінематичні параметри.

Внаслідок пружного ковзання ремня по шківів окружні швидкості ведучого V_1 і веденого V_2 шківів неоднакові. Між ними існує співвідношення

$$v_2 = (1 - \xi)v_1, \quad (25.2)$$

де ξ — коефіцієнт пружного ковзання: $\xi = 0,01 \dots 0,02$.

Окружні швидкості, ведучого й веденого шківів

$$v_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 10^3}; \quad v_2 = \frac{\pi d_2 n_2}{60 \cdot 10^3}, \text{ м/с}, \quad (25.3)$$

де d_1, d_2 — діаметри відповідно ведучого і веденого шківів, мм;

n_1, n_2 — частоти обертання відповідно ведучого і веденого шківів, об/хв.

Передаточне число з урахуванням ковзання

$$u = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1(1 - \xi)} \quad (25.4)$$

де ω_1, ω_2 - кутові швидкості відповідно ведучого і веденого шківів рад/с.

Геометричні параметри.

Діаметр ведучого шківів плоскопасової передачі, мм,

$$d_1 = C \cdot \sqrt[3]{M_1} \quad (25.5)$$

де M_1 — обертаючий момент на ведучому шківів, Н м;

C — коефіцієнт пропорційності:

$C = 52 \dots 64$ – для плоскопасової передачі;

$C = 38 \dots 42$ - для клинових пасів нормального перетину;

$C = 20$ - для клинових пасів вузького перетину;

$C = 30$ - для поліклинових пасів.

Значення d вибирають зі стандартного ряду.

Міжосьову відстань a попередньо обчислюють по формулах:

$$\text{для плоскопасової передачі } a = (1,5 \dots 2)(d_1 + d_2); \quad (25.6)$$

$$\text{для клинової передачі } a = 0,55(d_1 + d_2) + h; \quad (25.7)$$

де h - висота пасу, мм (стандартизоване значення).

$$\text{Довжина пасу } L = 2a + \pi(d_1 + d_2)/2 + (d_2 - d_1)^2/4a \quad (25.8)$$

Довжину клинових пасів уточнюють за стандартним рядом. Потім перераховують міжосьову відстань.

З метою підвищення кута обхвату збільшують міжосьову відстань або встановлюють натяжний ролик.

Зусилля в пасі. Окружне зусилля (корисне навантаження), Н,

$$F_t = \frac{2M}{d} = \frac{N}{v} \quad (25.9)$$

де N — передана потужність, Вт.

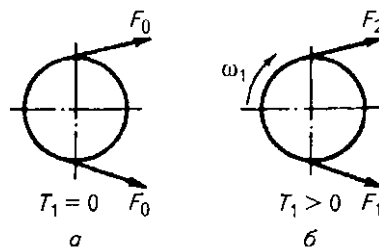


Рис. 25.11 - Зусилля в ланках пасу:

a — без навантаження; b — при навантаженні обертаючим моментом

Попередній натяг пасу F_0 , необхідний для створення сили тертя між пасом і шківом, вибирають за умовою

$$F_0 = \sigma_0 A \quad (25.10)$$

де σ_0 — напруження від попереднього натягу, A — площа поперечного перерізу пасу, мм².

Окружне зусилля при навантаженні пасу обертаючим моментом

$$F_t = F_1 - F_2 \quad (25.11)$$

де F_1, F_2 — натяг відповідно ведучої і веденої ланок пасу.

Зусилля можна розрахувати за такими формулами:

$$F_1 = F_t \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}; \quad F_2 = F_t \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}; \quad F_0 = \frac{F_t(e^{f\alpha} + 1)}{2(e^{f\alpha} - 1)} \quad (10.12)$$

де e — основа натурального логарифма: $e = 2,72$; f — коефіцієнт тертя пасу по шківу: $f = 0,2 \dots 0,45$; α - кут обхвату пасом меншого шківу, рад.

Якщо попереднього натягу недостатньо можливе буксування пасу.

У швидкісних передачах (при $V > 10$ м/с) необхідно враховувати відцентрову силу, що зменшує зчеплення пасу зі шківом.

Сили натягу в пасі створюють навантаження на вали.

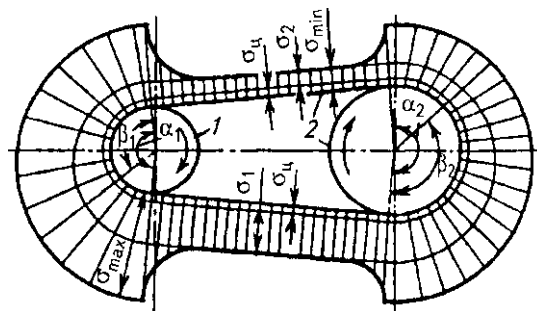


Рис. 25.12. Напруження в пасі:

1 — ведучий шків; 2 — ведений шків

Коефіцієнт корисної дії залежить від ковзання пасу. При недостатньому натягу пас не може передати задане навантаження. Завеликий натяг також призводить до додаткового проковзування пасу.

Розрахунок плоскопасових передач на тягову здатність. Для гумовотканинних пасів розрахунок виконують за питомим навантаженням, Н/мм,

$$p = \frac{F_1}{bz} \leq [p] \quad (25.13)$$

де b — ширина пасу, мм; z — число прошарків пасу, $[p]$ - допустиме питоме навантаження, Н/мм,

При проектуванні передачі визначають ширину пасу, попередньо приймаючи число прошарків. Значення b остаточно вибирають зі стандартного ряду.

Розрахунок клинових передач. Перетин пасу обирають залежно від переданого моменту.

Необхідне число ременів у передачі

$$z \geq \frac{P}{P_p C_z}, \quad (25.14)$$

де P — передана потужність (всіма ременями), кВт; C_z — коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження між ременями (0,9...0,95).

Тест для самоперевірки

№ п/п	Питання	Варіанти відповіді	Код
1	Перевагою пасової передачі є:	постійне передаточне відношення	
		плавність та безшумність роботи	
		компактність	
2	Найбільше навантаження можливо передати за допомогою:	клинового пасу	
		поліклинового пасу	
		зубчастого пасу	
3	Який тип клинового пасу може передати більше навантаження	кордтканевий	
		кордовий із сталевими тросом	
		кордшнуровий	
4	Ширина ободу шківу залежить від:	окружної швидкості	
		значення крутного моменту	
		ширини пасу	
5	Натяжний ролик для клинопасової передачі встановлюють:	з внутрішньої сторони пасу	
		з зовнішньої сторони пасу	
		для клинопасової передачі не використовують	
6	Ступінь натягу пасу залежить від:	міжосьової відстані	
		крутного моменту	
		типу пасу	
7	Діапазон регулювання варіатора при використанні спеціальних ременів складає:	2-3	
		5-7	
		8-10	
8	Довжина клинового пасу визначається за:	крутним моментом	
		міжосьовою відстанню	
		табличними значеннями	
9	Яка з частин пасу більш навантажена?	В місяцях контакту із шківками	
		Між ведучим і веденим шківом	
		Між веденим шківом і ведучим	
10	Для ступінчастої зміни частоти обертання використовують:	ступінчасті шківки	
		змінні шківки	
		паси різної довжини	

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Биргер И.А., Мавлютов Р.Р. Сопротивление материалов: Учебное пособие. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. 560 с.
2. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов ; Отв. ред. Писаренко Г.С. 2-е изд., перераб. и доп. Киев: Наук. думка, 1988. 736 с. ISBN 5-12-000299-4.
3. Икрин В.А. Сопротивление материалов с элементами теории упругости и пластичности: Учебник для студентов, обучающихся по направлению 653500 "Строительство". М: Изд. АСВ, 2004. -424 с.
4. Порошин В.Б. Расчеты на прочность это просто!: Учебное пособие. Челябинск: ЮУрГУ, 2005. 44 с.
5. Александров А.В. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов/ А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин; Под ред. А.В. Александрова. 3-е изд. испр. М.: Высш. шк., 2003. 560 с.: ил.
6. Олофинская В.П. Техническая механика: Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий: Учебное пособие. 2-е изд. М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2007. 349 с. (Профессиональное образование).
7. Опір матеріалів : Лекції та методичні вказівки для студентів спеціальності 6.0902 та 7.090222 денної та заочної форми навчання. / А.В. Стежко. -К.: КНУТД, 2004 – 190 с.
8. Конспект лекций по дисциплине «Механика» для студентов заочной формы обучения специальности 280102 – Безопасность технологических процессов и производств/ Сост.: Н.Ю. Полозенко, В.И. Селезнев, Кубан. гос. технол. ун-т; Каф. динамики и прочности машин. – Краснодар: Изд. КубГТУ, 2007.- 73 с.
9. Прикладна механіка. Навчальний посібник/ Поздеев С.В., Волков Г.Д.– Черкаси: ЧПБ ім. Героїв Чорнобиля, 2005 р. – 81 с.
10. Устюгов И.И. Детали машин. –М.: Высш. Школа, 1981.-399 с. 6-11

-
11. Коновалюк Д.М., Ковальчук Р.М. Деталі машин: Підручник : Друге видання. –К.: Кондор, 2004. -584 с.5-31
 12. А.И. Аркуша, М.И. Фролов. Техническая механика. –М.:Высш. шк., 1983. - 447с. 257-263.
 13. Иосилевич Г.Б. Прикладная механика: Для студентов вузов. –М.: Машиностроение, 1985. -576 с. с. 259-271
 14. Батулин А. Т. Детали машин. М: Машиностроение.-1971. - 467 с.
 15. Чернилевский Д.В. Курсовое проектирование деталей машин и механизмов. М: Высшая школа.- 1980.-240 с.

Навчальне видання

Отрош Юрій Анатолійович
кандидат технічних наук, доцент
Ступак Денис Олегович
кандидат технічних наук, доцент
Поздєєв Сергій Валерійович
доктор технічних наук, доцент

«Прикладна механіка для рятувника»

Навчальний посібник

Підписано до друку **12.10.2013**. Формат 60x84/16. Папір 80 г/м.кв.
Друк ризограф. Обл. вид. арк. 8,3.
Тираж 300 прим. Зам. № ____
. Відділ редакційно-видавничої роботи
АПБ ім. Героїв Чорнобиля
ДСНС України 18034,
м. Черкаси, вул. Онопрієнка, 8