

ISSN 1728-3841

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ



2016 № 1

ГОРНАЯ МЕХАНИКА И МАШИНОСТРОЕНИЕ

ГОРНАЯ МЕХАНИКА И МАШИНОСТРОЕНИЕ

№ 1 2016

Учредитель журнала:

ЗАО «Солигорский Институт проблем
ресурсосбережения с Опытным
производством»

Научно-технический журнал

Издается с декабря 1998 г.

Выходит четыре раза в год

Редакция:

Главный редактор

Щерба Владимир Яковлевич

Заместитель главного редактора

Прушак Виктор Яковлевич

Технический редактор

Барановский Анатолий Леонидович

Ответственный секретарь

Заяц Ирина Михайловна

Редакционная коллегия:

Андрейко С.С. – доктор технических наук, проф.

Богданович П.Н. – доктор технических наук, проф.

Данилов В.А. – доктор технических наук, проф.

Журавков М.А. – доктор физ.-мат. наук, проф.

Зубов В.П. – доктор технических наук, проф.

Березовский Н.И. – доктор технических наук, проф.

Петровский Б.И. – доктор технических наук

Басинюк В.Л. – доктор технических наук

Бровка Г.П. – доктор технических наук, доцент

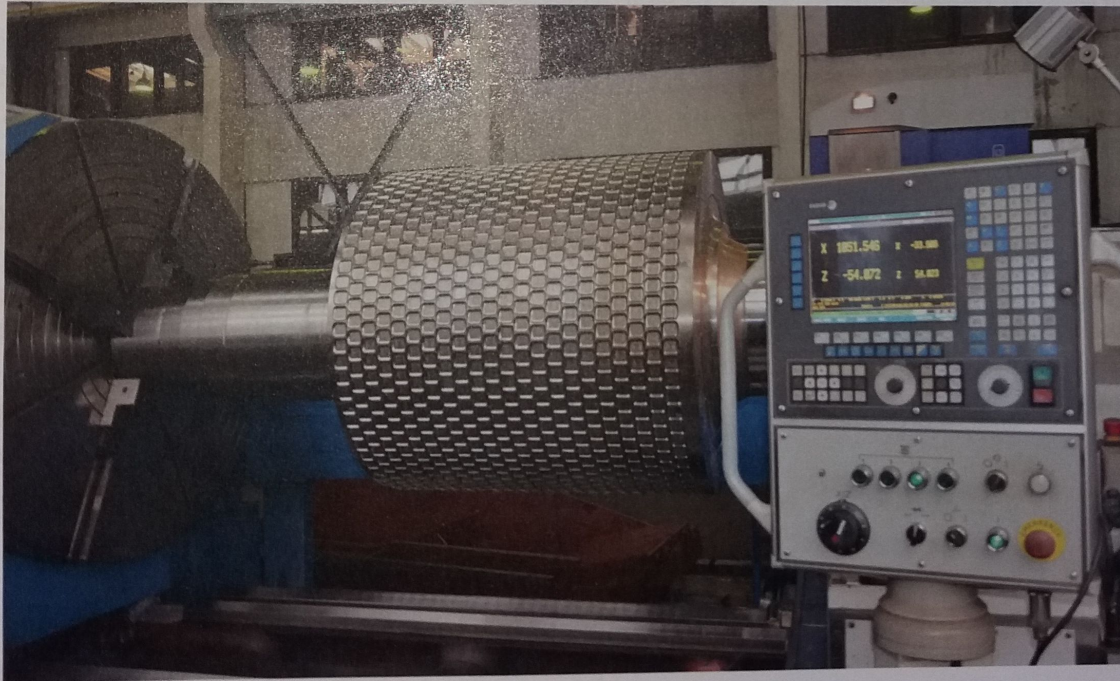
Губанов В.А. – доктор технических наук

Захаров Ю.Н. – доктор технических наук, проф.

Иванов В.П. – доктор технических наук, проф.

Оника С.Г. – доктор технических наук, проф.

Струк В.А. – доктор технических наук, проф.



Адрес редакции: Республика Беларусь, 223710, г. Солигорск, ул. Козлова, 69
Тел.: (+375 174) 26 35 32, (+375 174) 28 21 07, факс: (+375 174) 26 28 37
E-mail: ontipr@tut.by

Журнал включен в перечень научных изданий РБ для опубликования результатов диссертационных исследований по научным направлениям: технические науки (геотехнология, материаловедение, машиностроение)

© ЗАО «Солигорский Институт проблем ресурсосбережения с Опытным производством», 2016

УДК 62-465-419.5:531.235

РАСЧЕТ ТРЕХСЛОЙНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ КОНСТРУКЦИИ

Слепужников Е.Д. (Национальный университет гражданской защиты Украины, г. Харьков, Украина)

В статье рассмотрено напряженное состояние трехслойной цилиндрической конструкции с учетом энергии сдвига заполнителя. Полученное решение позволяет оценить прочность такой конструкции и дать определенные рекомендации по ее использованию.

Введение

В современной промышленности все чаще можно встретить конструкции, состоящие из нескольких неоднородных слоев [1], это, как правило, цилиндрические детали, соединенные между собой с помощью различных средств [2], например, футерованные барабаны [3], трубы для транспортировки различных веществ, ходовые колеса.

Конструкция, состоящая из нескольких слоев, из которых внешние – выполнены из прочного материала, а средний слой является малопрочным легким наполнителем, имеет меньшую массу (по сравнению с однослойной) и высокую прочность и жесткость, что объясняется, в первую очередь, большим значением момента инерции всей стенки. По сравнению с однослойной обшивкой момент инерции может быть увеличен во много десятков раз.

Основная часть

При расчете реальных конструкций следует учитывать, что наполнитель имеет пониженный модуль упругости. Если не учитывать сближение внешних слоев, то можно принять модуль упругости заполнителя в направлении нормали к средней поверхности равным бесконечности. В плоскости срединной поверхности, т.е. вдоль образующей оболочки, и в кольцевом направлении модуль упругости заполнителя можно принять равным нулю.

Особенностью расчета трехслойной оболочки является необходимость учета энергии смещения заполнителя.

Цилиндрическая жесткость такой конструкции определяется формулой [4]:

$$D_t = D_1 + D_2 + \frac{2E}{1-\mu^2} \frac{\left(h + \frac{\delta_{n,сп}}{2}\right)^2}{\delta_{n,сп}} \delta_{n1} \delta_{n2}, \quad (1)$$

где D_1, D_2 – собственные жесткости изгиба отдельных несущих конструкций,

$$D_1 = \frac{E\delta_{n1}^3}{12(1-\mu^2)}, \quad D_2 = \frac{E\delta_{n2}^3}{12(1-\mu^2)};$$

E – модуль упругости;

μ – коэффициент Пуассона;

h – толщина заполнителя;

$\delta_{n,сп}$ – средняя толщина несущих слоев, $\delta_{n,сп} = 0,5(\delta_{n1} + \delta_{n2})$;

δ_{n1}, δ_{n2} – толщина внешних слоев.

Если трехслойная конструкция имеет жесткий наполнитель, относительно хорошо работающий на нормальные напряжения, направленные вдоль несущих слоев, то в

этом случае наполнитель имеет большее значение модуля упругости. Поэтому при расчетах для цилиндрической жесткости необходимо учитывать жесткость изгиба наполнителя. Тогда формула (1) будет иметь вид

$$D_i = \frac{E\delta_{n1}^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{E\delta_{n2}^3}{12(1-\mu^2)} + \frac{2E}{1-\mu^2} + \frac{\left(h + \frac{\delta_{n.cp}}{2}\right)^2}{\delta_{n.cp}} \delta_{n1}\delta_{n2} + \frac{E_{rap}(2h)^2}{12(1-\mu_{rap}^2)}, \quad (2)$$

где E_{rap} — модуль упругости наполнителя;

μ_{rap} — коэффициент Пуассона для наполнителя.

От действия осевой силы в поперечном сечении колеса возникают постоянные по периметру осевые нормальные напряжения

$$\sigma_{x_0} = \frac{pR}{2\delta}, \quad (3)$$

где δ — толщина оболочки, $\delta = 2\delta_{n.cp} = \delta_{n1} + \delta_{n2}$;

p — распределенная нагрузка;

R — радиус сечения оболочки.

При этом в продольном сечении возникают только кольцевые нормальные напряжения

$$\sigma_{\varphi_0} = \frac{p(x)R}{\delta}. \quad (4)$$

Под действием мембранных напряжений возникают относительные деформации, которые определяются также и модулем упругости материала. Кольцевые напряжения приводят к изменению радиуса R сечения оболочки на величину

$$w_0 = \frac{\sigma_{\varphi_0}}{E} R = \frac{R^2 p(x)}{E\delta}. \quad (5)$$

Полные кольцевые нормальные напряжения равны

$$\sigma_{\varphi} = \frac{w(x)}{R} E. \quad (6)$$

Дополнительные погонные моменты изгиба равны

$$m_{x\dodot} = -D \frac{d^2 w(x)}{dx^2}.$$

Но в нашем случае изменение кривизны

$$\chi_x = -\frac{d^2 w(x)}{dx^2}$$

связано не только с действием моментов изгиба, но и с действием поперечных сил $Q_{x\dodot}$ за счет деформации наполнителя от смещения.

Уравнения погонной поперечной силы

$$Q_{x\dodot} = \frac{dm_{x\dodot}}{dx}, \quad (7)$$

где m_{xdod} – дополнительный момент изгиба.
 Полные кольцевые нормальные напряжения

$$\sigma_{\varphi} = \frac{R}{2\delta_{n,cp}} \left(\frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} + p(x) \right). \quad (8)$$

Погонные моменты изгиба в поперечном сечении $m_{\varphi dod} = \mu m_{xdod}$.
 Полные радиальные передвижения определяются по формуле

$$w(x) = \frac{R^2}{2E\delta_{n,cp}} \left(\frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} + p(x) \right). \quad (9)$$

Функцию m_{xdod} находим из условия минимума потенциальной энергии конструкции. Для этого составляем уравнения потенциальной энергии внутренних сил оболочки на единицу длины с учетом деформации сдвига

$$\Gamma = \oint \left[\frac{m_{xdod}^2}{2D_n} + \frac{\sigma_{\varphi}^2 \sigma_{n,cp}}{E} + \frac{Q_{xdod}^2}{4G_{zan}h} \right] R d\varphi \quad (10)$$

или

$$\Gamma = \left(\frac{m_{xdod}^2}{2D_i} + \frac{\delta_{n,cp}}{E} \frac{R^2}{4\delta_{n,cp}} \left[\frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} + p(x) \right] + \frac{1}{4G_{zan}h} \left(\frac{dm_{xdod}}{dx} \right)^2 \right) 2\pi R, \quad (11)$$

где G_{zan} – модуль сдвига заполнителя;

Q_{xdod} – дополнительная осевая сила;

D_n – цилиндрическая жесткость.

Уравнения Эйлера вариационной задачи

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial m_{xdod}} - \frac{d}{xd} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial m'_{xdod}} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial \Gamma}{\partial m''_{xdod}} \right) = 0 \quad (12)$$

приведет к неоднородному линейному дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами

$$\frac{\partial^4 m_{xdod}}{dx^4} - 2\nu^2 \frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} + \chi^4 m_{xdod} = -\frac{d^2 p(x)}{dx^2}, \quad (13)$$

где коэффициенты $\chi = \frac{2E\delta_{n,cp}}{R^2 D_i}$, $2\nu^2 = \frac{2\delta_{n,cp}}{R^2 G_{zan}h}$.

Если внешнее давление действует только на части оболочки, то уравнение (11) будет иметь вид

$$\Gamma = \oint \left[\frac{m_{xdod}^2}{2D_i} + \frac{Q_{xdod}^2}{4hG_{zan}} \right] R d\varphi + \int_0^{\pi} \left[p(x) + \frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} \right] \frac{R^3 p(x)}{4E\delta_{n,cp}} \frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} d\varphi + \int_{\pi}^{2\pi} \frac{R^2}{4E\delta_{n,cp}} \left(\frac{d^2 m_{xdod}}{dx^2} \right)^2 R d\varphi, \quad (14)$$

где Q_{xdod} – погонная поперечная сила.

Тогда уравнение (13) будет иметь вид:

$$\frac{d^4 m_{x\text{dod}}}{dx^4} - 2v^2 \frac{d^2 m_{x\text{dod}}}{dx^2} + \chi^4 m_{x\text{dod}} = -\frac{1}{2\delta_{n,\text{cp}} + 1} \frac{d^2 p(x)}{dx^2}, \quad (15)$$

где

$$\chi^4 = \frac{4E\delta_{n,\text{cp}}}{D_1 R^2 (\delta_{n,\text{cp}} + 1)} \quad \text{и} \quad 2v^2 = \frac{E\delta_{n,\text{cp}}}{R^2 h G_{\text{зан}} (2\delta_{n,\text{cp}} + 1)}.$$

Так как $\chi > v$, то корни характеристического уравнения будут комплексными и будут иметь вид $\pm\alpha \pm\beta$, где

$$\alpha = \sqrt{\frac{\chi^2 + v^2}{2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\chi^2 - v^2}{2}}.$$

Решение уравнения (15) будет иметь вид

$$m_{x\text{don}} = C_1 \text{ch } \alpha x \cos \beta x + C_2 \text{ch } \alpha x \sin \beta x + C_3 \text{sh } \alpha x \sin \beta x + C_4 \text{sh } \alpha x \cos \beta x + m_{x\text{dodhast}}, \quad (16)$$

где $m_{x\text{dodhast}}$ — частное решение уравнения (15).

Если начало координат расположить посередине системы и принять симметричным закон распределения давления $p(x)$, то $C_3 = C_4 = 0$. Тогда уравнение (16) будет иметь вид

$$m_{x\text{don}} = C_1 \text{cha} \cos \beta x + C_2 \text{sha} \sin \beta x + m_{x\text{dodhast}}. \quad (17)$$

Для постоянного по длине радиального давления

$$m_{x\text{dodhast}} = 0.$$

Постоянные интегрирования определяются из граничных условий.

Выводы

Полученное решение позволяет определить напряженное состояние цилиндрической оболочки и радиальные перемещения в зависимости от закона распределения нагрузки, геометрических размеров ее слоев и модуля сдвига заполнителя.

Список использованных источников

1. Донелл, Л.Г. Балки, пластины и оболочки / Л.Г. Донелл. — М.: Наука, 1982. — 568 с.
2. Огибалов, П.М. Оболочки и пластины / П.М. Огибалов, М.А. Колтунов. — М.: МГУ, 1969. — 696 с.
3. Федорова, З.М. Подъемники / З.М. Федорова, И.Ф. Лукин, А.П. Нестеров. — К.: Вища шк., 1976. — 296 с.
4. Кан, С.Н. Строительная механика оболочек / С.Н. Кан. — М.: Машиностроение, 1966. — 508 с.

Slepugnikov Ye.D.

Analysis of threeply tubular structure

The stress pattern of three ply tubular structure taking into account the filler's fracture energy has been considered in the article. The obtained solution allows to estimate the strength of the construction and to give recommendations for use.

Поступила в редакцию 03.02.2016 г.