

УДК 514.18

В.М. КОМЯК, О.М. СОБОЛЬ, С.Я. КРАВЦІВ, І.А. ЧУБ
Національний університет цивільного захисту України**МОДЕЛЮВАННЯ ПОКРИТТЯ ОПУКЛИМИ БАГАТОКУТНИКАМИ ЗАДАНОЇ
ОБЛАСТІ З ДИСКРЕТНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ**

В даній роботі здійснено моделювання покриття опуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами на прикладі розв'язання задачі визначення кількості та місць розташування центрів безпеки в об'єднаних територіальних громадах. Розроблено модель та метод оптимального покриття опуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами. Наведено оцінки складності для двох способів створеного методу. Здійснено комп'ютерне моделювання покриття Близнюківського району Харківської області районами обслуговування центрів безпеки з урахуванням існуючих пожежно-рятувальних підрозділів.

Ключові слова: моделювання покриття, дискретні елементи, математична модель, оцінки складності.

В.М. КОМЯК, А.Н. СОБОЛЬ, С.Я. КРАВЦІВ, І.А. ЧУБ
Национальный университет гражданской защиты Украины**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОКРЫТИЯ ВЫПУКЛЫМИ МНОГОУГОЛЬНИКАМИ ЗАДАННОЙ
ОБЛАСТИ С ДИСКРЕТНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ**

В данной работе проведено моделирование покрытия выпуклыми многоугольниками заданной области с дискретными элементами на примере решения задачи определения количества и мест размещения центров безопасности в объединенных территориальных громадах. Разработана модель и метод оптимального покрытия выпуклыми многоугольниками заданной области с дискретными элементами. Приведены оценки сложности для двух способов созданного метода. Осуществлено компьютерное моделирование покрытия Близнецовского района Харьковской области районами обслуживания центров безопасности с учетом существующих пожарно-спасательных подразделений.

Ключевые слова: моделирование покрытия, дискретные элементы, математическая модель, оценки сложности.

V.M. KOMYAK, O.M. SOBOL, S.Ya. KRAVTSIV, I.A. CHUB
National University of Civil Protection of Ukraine**MODELING OF COVERING BY CONVEX POLYGONS A GIVEN AREA WITH DISCRETE
ELEMENTS**

The class of optimization geometric design is important for various spheres of human activity, in particular for the sphere of civil protection. This class includes, for example, the tasks of optimal placement of fire depots in the city, the interaction of units of fire protection, as well as paramilitary security on the railway with the aim of eliminating the consequences of dangerous events in the railway transport, optimal division of the city into the areas of departure of emergency medical teams, etc. At the same time, one of the important problems of ensuring the security of population and territories is one of the following: the forces and means of the State Service of Ukraine for Emergency Situations do not always provide timely response to emergencies, fires and other dangerous events due to their remoteness from the places of occurrence of such events, as well as limited capacity to create an effective and effective force grouping to overcome the negative effects of major emergencies, including during a special period. One of the ways of solving this problem is to create security centers in the united territorial communities, taking into account the time of arrival of fire and rescue units to the most remote settlement in the countryside, no more than 20 minutes from the date of receipt of the notification of a fire or emergency. Thus, the task of substantiating the number, locations and areas of service of security centers can be reduced to the problem of optimal coverage of a given region with discrete elements (rural settlements) with convex polygons (service areas) and, moreover, relevant. In this paper the covering by convex polygons of a given area with discrete elements was simulated on the example of solving the problem of determining the number and location of security centers in the united territorial communities. A model and method for optimal covering by convex polygons of a given area with discrete elements is developed. Estimates of complexity for the two ways of the method are presented. Further research will be aimed at solving the problem of coverage by other developed methods.

Keywords: modeling of covering, discrete elements, mathematical model, estimates of complexity.

Постановка проблеми

Клас задач оптимізаційного геометричного проектування є важливим для різних сфер діяльності людини, зокрема, для сфери цивільного захисту. До даного класу відносяться, наприклад, задачі оптимального розміщення пожежних депо на території міста [1], взаємодії підрозділів пожежної охорони, а також воєнізованої охорони на залізниці з метою ліквідації наслідків небезпечних подій на залізничному транспорті [2], оптимального розбиття території міста на райони виїзду бригад екстреної медичної допомоги [3] тощо. Разом з тим, на теперішній час однією із важливих проблем забезпечення безпеки населення і територій є така: сили та засоби Державної служби України з надзвичайних ситуацій не завжди забезпечують своєчасне реагування на надзвичайні ситуації, пожежі та інші небезпечні події через віддаленість їх від місць виникнення таких подій, а також мають обмежені можливості щодо створення ефективного та дієвого угруповання сил для подолання негативних наслідків масштабних надзвичайних ситуацій, у тому числі в особливий період [4]. Одним із шляхів вирішення даної проблеми є створення центрів безпеки в об'єднаних територіальних громадах з урахуванням часу прибуття пожежно-рятувальних підрозділів до найвіддаленішого населеного пункту у сільській місцевості не більше 20 хвилин з моменту отримання повідомлення про виникнення пожежі або надзвичайної ситуації. Таким чином, задача обґрунтування кількості, місць розміщення та районів обслуговування центрів безпеки може бути зведеною до задачі оптимального покриття заданої області з дискретними елементами (населеними пунктами у сільській місцевості) опуклими багатокутниками (районами обслуговування) і, при цьому, є актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Слід відзначити, що задачі оптимального покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками були розглянуті в роботах [5], але при цьому не враховувалися дискретні елементи у відповідній області, а також не використовувався ризик-орієнтований підхід для обґрунтування кількості пожежно-рятувальних підрозділів та підрозділів воєнізованої охорони на залізниці. В даній роботі для надання рекомендацій по створенню центрів безпеки в територіальних громадах застосовується ризик для людини загинути внаслідок небезпечної події [6]. Дослідження ризиків небезпечних подій (інтегральних пожежних ризиків), проведено в роботі [7]. Математична модель управління ризиком для людини загинути внаслідок небезпечної події (пожежі) та її особливості наведені в роботі [8].

Мета дослідження

В даній роботі необхідно здійснити моделювання покриття опуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами на прикладі розв'язання задачі визначення кількості та місць розташування центрів безпеки в об'єднаних територіальних громадах.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо постановку задачі оптимального покриття заданої області з дискретними елементами опуклими багатокутниками [8]. Нехай задано область S_0 у вигляді багатокутника у глобальній системі координат. Область S_0 має дискретні елементи $V_k, k=1, \dots, N_k$, що являють собою населені пункти. Нехай $G_l \subset V_k, l=1, \dots, L, L < N_k$, – населені пункти, в яких знаходяться селищні ради і в яких є припустимим створення центрів безпеки відповідно до [9]. Об'єкти підвищеної небезпеки та потенційно небезпечні об'єкти, що належать заданій області, позначимо через $S_d, d=1, \dots, D$.

Необхідно здійснити покриття області S_0 опуклими багатокутниками (районами обслуговування центрів безпеки $P_i, i=1, \dots, N$) таким чином, щоб цільова функція (ризик для людини загинути внаслідок небезпечних подій) була мінімальною і при цьому виконувалися такі обмеження:

- мінімум площі перетину районів обслуговування центрів безпеки;
- належність районів обслуговування центрів безпеки області S_0 ;
- належність населених пунктів $V_k, k=1, \dots, N_k$, об'єктів підвищеної небезпеки (ОПН) та потенційно небезпечних об'єктів (ПНО) $S_d, d=1, \dots, D$, районам обслуговування центрів безпеки;
- час прибуття оперативного-рятувальних підрозділів до найвіддаленішої точки району виїзду $P_i, i=1, \dots, N$, має не перевищувати заданого T^* ;
- розміщення центрів безпеки здійснюється в населених пунктах $G_l, l=1, \dots, L$;
- мінімум кількості центрів безпеки $P_i, i=1, \dots, N$.

Математична модель оптимального покриття заданої області з дискретними елементами опуклими багатокутниками має такий вигляд:

$$\min_{u \in W} R(N, \tau_{сл}, \tau_{лок}, \tau_{лікв}, u); u = \{m_i; v_i\}; i=1, \dots, N; \tag{2}$$

де W :

$$\begin{aligned} \omega(m_i, m_j, v_i, v_j) &\rightarrow \min ; \\ i = 1, \dots, N ; j &= i + 1, \dots, N ; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \omega(m_i, m_{cS_0}, v_i, v_{cS_0}) &\rightarrow \min ; \\ i = 1, \dots, N ; S_0 \cup cS_0 &= R^2 ; \end{aligned} \quad (4)$$

$$V_k \in \{P_i\} ; k \in \{1, \dots, N_k\} ; i = 1, \dots, N ; \quad (5)$$

$$S_d \in \{P_i\} ; d = 1, \dots, D ; i = 1, \dots, N ; \quad (6)$$

$$\tau_{cl}(P_i) \leq T^* ; i = 1, \dots, N ; \quad (7)$$

$$u = \{m_i; v_i\} \in \{G_l\} ; G_l \in \{P_i\} ; i = 1, \dots, N ; l = 1, \dots, L ; \quad (8)$$

$$N \rightarrow \min . \quad (9)$$

В моделі (2)÷(9) вираз (2) являє собою цільову функцію задачі, при цьому m_i – координати вершин опуклих багатокутників P_i , $i = 1, \dots, N$, в локальній системі координат, v_i – параметри розміщення об'єктів P_i (положення локальної системи координат i -ого об'єкта в глобальній системі координат); вираз (3) – умова мінімуму взаємного перетину об'єктів P_i та P_j ; вираз (4) – умова мінімуму перетину об'єктів P_i з доповненням області S_0 до евклідового простору R^2 ; вираз (5) – умова належності населених пунктів V_k , $k = 1, \dots, N_k$, районам обслуговування центрів безпеки P_i ; вираз (6) – умова належності об'єктів S_d , $d = 1, \dots, D$, районам обслуговування центрів безпеки P_i ; вираз (7) – умова щодо припустимого часу прибуття оперативно-рятувальних підрозділів до місця виклику; вираз (8) – умова належності центрів безпеки населеним пунктам G_l , $l = 1, \dots, L$; вираз (9) – умова мінімуму кількості центрів безпеки P_i .

Особливості математичної моделі (2)÷(9):

1. При врахуванні місць розташування існуючих пожежно-рятувальних підрозділів до загальної моделі необхідно додати таке обмеження:

$$\begin{aligned} \omega(m_i, m_q, v_i, v_q) &\rightarrow \min ; \\ i = 1, \dots, N ; q &= 1, \dots, N_q ; \end{aligned} \quad (10)$$

де N_q – кількість існуючих пожежно-рятувальних підрозділів.

2. Якщо задача мінімізації ризику для людини загинути внаслідок небезпечних подій розв'язується з урахуванням обмежених ресурсів, то в моделі замість обмеження (10) необхідно використати такий вираз:

$$Q_{pec}(N) \leq Q_{pec}^* . \quad (11)$$

Для розв'язання задачі оптимального покриття опуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами було розроблено метод, який відноситься до класу методів комбінаторної оптимізації. Суть даного методу полягає у тому, що здійснюється повний перебір дискретних елементів G_l , $l = 1, \dots, L$, з урахуванням обмежень (3)÷(9), при цьому також враховується умова стосовно максимізації кількості населення в районах обслуговування центрів безпеки. Завершується розв'язання задачі за умови покриття всієї множини G_l , $l = 1, \dots, L$. Обирається той варіант розв'язку, який забезпечує мінімум цільової функції (2).

Якщо задача розв'язується з урахуванням обмеження (11), то воно визначає кількість центрів безпеки N , принципи розміщення яких наведені вище.

Слід відзначити, що метод оптимального покриття опуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами складається з таких способів:

Спосіб 1. Центри безпеки розміщуються в населених пунктах з наявністю об'єктів $S_d, d=1, \dots, D$.

Для даного способу було одержано такі оцінки складності (верхні оцінки кількості розв'язків задачі, які необхідно проаналізувати для знаходження екстремуму цільової функції (2)):

– розміщення центрів безпеки без урахування існуючих пожежно-рятувальних підрозділів:

$$O_1 = D + \prod_{i=0}^{N-D-1} (L - D - i); \tag{12}$$

– розміщення центрів безпеки з урахуванням існуючих пожежно-рятувальних підрозділів:

$$O_1 = D' + N_q + \prod_{i=0}^{N-D'-1} (L - D' - N_q - i); \tag{13}$$

де D' – кількість населених пунктів з наявністю ПНО та (або) ОПН, в яких відсутні центри безпеки;

– розміщення центрів безпеки в умовах обмежених ресурсів без урахування існуючих пожежно-рятувальних підрозділів:

$$O_1 = D'' + \prod_{i=0}^{N_{pec}-D''-1} (L - D'' - i); \tag{14}$$

де N_{pec} – кількість центрів безпеки з урахуванням Q_{pec}^* .

Якщо $D < N_{pec}$, то $D'' = D$, інакше $D'' = N_{pec}$;

– розміщення центрів безпеки в умовах обмежених ресурсів з урахуванням існуючих пожежно-рятувальних підрозділів:

$$O_1 = D'' + N_q + \prod_{i=0}^{N_{pec}-D''-1} (L - D'' - N_q - i). \tag{15}$$

Спосіб 2. Центри безпеки розміщуються в областях $\bigcap_{d=1}^D P_d'$, де P_d' – область, що забезпечує

досягнення об'єкта S_d протягом часу T^* .

Оцінки складності для даного способу є такими:

– розміщення центрів безпеки без урахування існуючих пожежно-рятувальних підрозділів:

$$O_2 = M_d \prod_{i=0}^{N-2} (L - 1 - i); \tag{16}$$

де M_d – кількість населених пунктів в області $\bigcap_{d=1}^D P_d'$.

Якщо $\bigcap_{d=1}^D P_d' = \emptyset$, то:

$$O_2 = \prod_{i=0}^{N-1} (L-i); \tag{17}$$

– розміщення центрів безпеки з урахуванням існуючих пожежно-рятувальних підрозділів:

$$O_2 = N_q + M_d \prod_{i=0}^{N-2} (L-1-N_q-i); \tag{18}$$

– розміщення центрів безпеки в умовах обмежених ресурсів без урахування існуючих пожежно-рятувальних підрозділів:

$$O_2 = M_d \prod_{i=0}^{N_{pec}-2} (L-1-i); \tag{19}$$

– розміщення центрів безпеки в умовах обмежених ресурсів з урахуванням існуючих пожежно-рятувальних підрозділів:

$$O_2 = N_q + M_d \prod_{i=0}^{N_{pec}-2} (L-1-N_q-i). \tag{20}$$

На рис. 1 наведено комп'ютерну реалізацію розробленого методу (спосіб 1), а саме, здійснено покриття Близнюківського району Харківської області районами обслуговування центрів безпеки, причому задачу було розв'язано з урахуванням існуючих пожежно-рятувальних підрозділів.

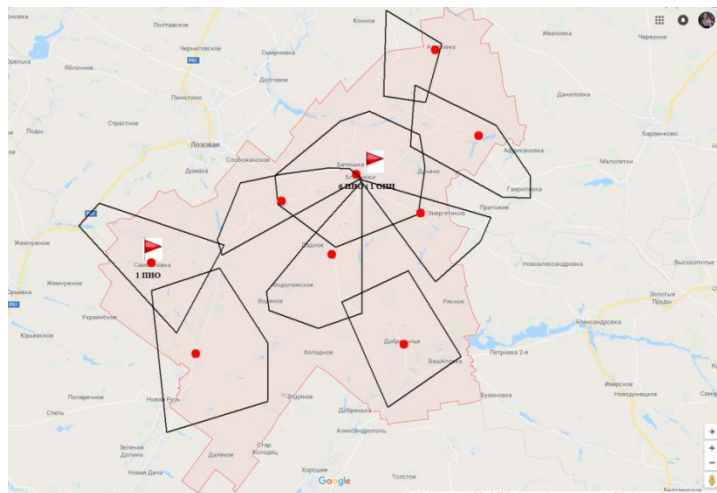


Рис. 1. Покриття Близнюківського району Харківської області районами обслуговування центрів безпеки

Кожний район обслуговування визначається, виходячи з умови, що час реагування пожежно-рятувальних підрозділів має не перевищувати 20 хв. [10], причому розрахункова швидкість пожежно-рятувального автомобіля становила 30 км/год.

Очевидно, що всі ОПН та ПНО знаходяться в районах обслуговування центрів безпеки. Також слід відзначити, що районам обслуговування належать всі селищні ради, тобто виконуються обмеження (3)÷(9).

Висновки

В даній роботі здійснено моделювання покриття опуклими багатокутниками заданої області з дискретними елементами на прикладі розв'язання задачі визначення кількості та місць розташування центрів безпеки в об'єднаних територіальних громадах. Для цього було розроблено модель та метод оптимального покриття заданої області з дискретними елементами опуклими багатокутниками. Зазначено, що розроблений метод відноситься до методів комбінаторної оптимізації та складається з 2-х способів:

– розміщення центрів безпеки в населених пунктах з наявністю об'єктів підвищеної небезпеки та потенційно небезпечних об'єктів;

– розміщення центрів безпеки таким чином, щоб у район обслуговування потрапило якомога більше об'єктів підвищеної небезпеки та потенційно небезпечних об'єктів.

Для кожного способу одержано відповідні оцінки складності, що являють собою верхні оцінки кількості розв'язків задачі, які необхідно проаналізувати для знаходження екстремуму цільової функції. Здійснено комп'ютерне моделювання покриття Близнюківського району Харківської області районами обслуговування центрів безпеки з урахуванням існуючих пожежно-рятувальних підрозділів. Зроблено висновок, що при розв'язанні задачі виконуються всі обмеження математичної моделі. Подальші дослідження будуть направлені на розв'язання задачі покриття іншими розробленими способами.

Список використаної літератури

1. Коссе А.Г. Метод раціонального розміщення пожежних депо при проектуванні та оновленні районів міста: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: 21.06.02 "Пожежна безпека" / А.Г. Коссе. – Х., 2002. – 19 с.
2. Комяк В.М. Загальна математична модель раціонального розміщення оперативних підрозділів для захисту рухомого складу та об'єктів залізничного транспорту / В.М. Комяк, О.М. Соболев, В.О. Собина // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2009. – Вип. 2(35). – С. 241-246.
3. Садковий В.П. Раціональне розбиття множин при територіальному плануванні в сфері цивільного захисту: монографія / В.П. Садковий, В.М. Комяк, О.М. Соболев. – Монографія – Горлівка: ПП "Видавництво Ліхтар", 2008. – 174 с.
4. Розпорядження Кабінету Міністрів України від 25.01.2017 р. №61-р "Про схвалення Стратегії реформування системи Державної служби України з надзвичайних ситуацій" [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon5.rada.gov.ua/laws/show/61-2017-p>.
5. Оптимізація покриття заданих областей геометричними об'єктами зі змінними метричними характеристиками: Монографія / [В.М. Комяк, О.М. Соболев, В.О. Собина, А.А. Лісняк] – Х.: НУЦЗУ, 2013. – 124 с.
6. Kravtsiv S.Ya. The analysis of integral risks of the territory of Ukraine / S.Ya. Kravtsiv, O.M. Sobol, A.V. Maksimov // Проблеми надзвичайних ситуацій: збірник наукових праць. – Харків: НУЦЗУ, 2016. – Вип. 23. – С. 53-60. – Режим доступу: <http://nuczu.edu.ua/sciencearchive/ProblemsOfEmergencies/vol23/Kravtsiv.pdf>.
7. Кравців С.Я. Групування адміністративно-територіальних одиниць України по рівню інтегрального пожежного ризику за допомогою кластерного аналізу / С.Я. Кравців, О.М. Соболев // Проблеми надзвичайних ситуацій. – Х.: НУЦЗУ, 2017. – Вип. 26. – С. 79-86.
8. Соболев О.М. Математична модель управління інтегральним пожежним ризиком та її особливості / О.М. Соболев, С.Я. Кравців // Вісник Херсонського національного технічного університету. – Херсон: ХНТУ, 2017. – № 3(62). – Т. 2. – С. 317-321.
9. ДБН 360-92**. Містобудування планування і забудова міських і сільських поселень [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://dnaop.com/html/29810/doc-%D0%94%D0%91%D0%9D_360-92__.
10. Постанова Кабінету Міністрів України від 27.11.2013 р. №874 "Про затвердження критеріїв утворення державних пожежно-рятувальних підрозділів (частин) Оперативно-рятувальної служби цивільного захисту в адміністративно-територіальних одиницях та переліку суб'єктів господарювання, де утворюються такі підрозділи (частини)" [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon3.rada.gov.ua/laws/show/874-2013-%D0%BF#n10>.