

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

**СОКОЛОВ Дмитро Львович**

УДК 514.18

**ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ  
ТА ІДЕНТИФІКАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТУ ОБКАТКИ  
ЗА СХЕМОЮ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНІЗМУ**

Спеціальність 05.01.01 –  
Прикладна геометрія, інженерна графіка

**АВТОРЕФЕРАТ**  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Київ – 2003

### ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Запорукою швидкого зростання науково-виробничого потенціалу України є використання в машинобудуванні новітніх технологій світового рівня. Найменш дослідженою з точки зору прикладної геометрії є технологія *свердління некруглих глухих отворів*. При цьому формоутворення здійснюється інструментом спеціальної форми, якому надано *обертання за допомогою планетарного механізму*. Серед прикладів впровадження таких технологій назвемо *свердління глухих пазів під шпоночні з'єднання при виготовленні корпусних меблів, свердління шестикутних глухих отворів „під гайку” при відновленні кріплення шпильок на корпусі блоку циліндрів автомобільного двигуна, „прорізу” підземних технологічних бокових боксів при будівництві метро та ін.* При цьому, з погляду прикладної геометрії цікавим є те, що можливі форми профілів різальних інструментів можуть бути графічно різноманітними, і що ці профілі мають здійснювати складний рух за допомогою певного планетарного механізму, вид якого також необхідно обрати. Визначення на стадії проектування *раціональної форми профілю інструменту та різновиду планетарного механізму* буде сприяти появленню на Україні новітньої техніки та технології світового рівня, що і вказує на актуальність обраної теми досліджень.

Здійснити адекватний опис профілю інструмента і обрати вид планетарного механізму можливо лише за допомогою *геометричного моделювання різновидів обкатки* цим планетарним механізмом. Зазначимо, що геометричне моделювання складних за формою об'єктів - як результату їх профілювання за певними законами - належать до головних напрямків розвитку прикладної геометрії та інженерної графіки. Значний внесок у розв'язання конкретних задач зробили професора В.В.Ванін, С.М.Ковальов, В.Є.Михайленко, В.М.Найдиш, В.С.Обухова, А.В.Павлов, А.М.Підкоритов, О.Л.Підгорний, К.О.Сазонов, І.А.Скидан та ін. Однак проведені дослідження ще не забезпечили геометричне моделювання різновидів формоутворення обкаткою. Зокрема це стосується і досліджень у галузі математичного забезпечення технологій свердління некруглих отворів. Однією з причин цього, на наш погляд, була *відсутність геометричних та математичних моделей*, які б дозволили з'єднати позицій пояснити процес формоутворення при різновидах обкатки, та відсутність математичних процесорів, що б дозволили здійснювати дослідження на аналітичному та графічному рівнях у реальному часі.

У роботах професора Л.М.Куценка та його учнів (І.Б.Шеліхової, Є.М.Сівак Н.І.Середі, В.В.Семенової-Куліш) проведені дослідження стосовно формоутворення об'єкта як обвідної, у тому числі й реалізованих засобами математичного процесора MAPLE. При цьому ще не зайнятою «науковою нішею» виявилось створення ефективних алгоритмів профілювання обкатки з

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор  
*Найдиш Андрій Володимирович*,  
 завідувач кафедри прикладної математики  
 і обчислювальної техніки,  
 Таврійська державна агротехнічна академія;  
 (м. Мелітополь);  
 - кандидат технічних наук, доцент  
*Несвідомін Віктор Миколайович*,  
 доцент кафедри нарисної геометрії  
 та інженерної графіки,  
 Національний аграрний університет  
 (м. Київ)

Провідна установа: Національний технічний університет України  
 (Київський політехнічний інститут),  
 кафедра нарисної геометрії, інженерної і машинної  
 графіки, Міністерства освіти і науки України,  
 (м. Київ)

Захист відбудеться "29" *жовтня* 2003 р. о 13 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 26.056.06 у Київському національному університеті будівництва і архітектури за адресою:

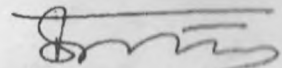
01037, Київ-37, Повітрофлотський проспект, 31, ауд. 466

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Київського національного університету будівництва і архітектури за адресою:

01037, Київ-37, Повітрофлотський проспект, 31

Автореферат розісланий "22" *вересня* 2003 р.

Вчений секретар  
 спеціалізованої вченої ради



В.О. Плоский

метою виявлення раціональних значень її параметрів з можливістю здійснювати „безвізуальний” контроль зміни результату обкатки. Тому метою даної роботи є створення теоретичної бази для алгоритмів геометричного моделювання результату обкатки за схемою планетарного механізму та здійснення ідентифікації цього результату засобами безвізуального контролю (шляхом порівняння контуру з його трафаретом).

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Роботу виконано на кафедрі пожежної техніки Академії пожежної безпеки України в рамках науково-технічної програми розвитку кафедри на замовлення заводу АО „ЗЕМИ” (м. Харків).

**Мета і задачі дослідження.** Метою дослідження є створення теоретичної бази для алгоритмів геометричного моделювання та ідентифікації результатів обкатки за схемою планетарного механізму, коли фігура обкатки має форму відрізка, прямокутника, трикутника або іншої фігури канонічної форми.

**Об'єктом дослідження** є явище формоутворення контуру шляхом обкатки фігурами різної форми за схемою планетарного механізму.

**Предметом дослідження** є спосіб складання алгоритмів геометричного моделювання обкатки за схемою планетарного механізму різновидів фігур з подальшим визначенням параметрів геометричної форми результату обкатки, та спосіб ідентифікації (тобто порівняння з трафаретом) контуру цього результату без візуального контролю.

**Методи дослідження:** елементи теоретичної механіки, диференціальних рівнянь, а також елементи комп'ютерної графіки у середовищі математичного процесора Maple. Застосовуються положення прикладної геометрії та методи обчислювальної математики.

Для досягнення цієї мети у дисертації поставлено такі **основні задачі:**

- *зробити* огляд методів профілювання виробів способом обкатки;
- *зробити* огляд методів порівняння геометричних форм фігур;
- для ідентифікації форми фігури розробити геометричну інтерпретацію методу центральних моментів;
- *знайти* опис у аналітичному вигляді формули зв'язку між нерухомою і рухомою системами координат;
- *розробити* алгоритми профілювання виробів шляхом обкатки фігур чотирьох різновидів: відрізка, прямокутника, трикутника та трикутника Релло;
- для перевірки вірогідності розглянутого методу *розв'язати* ряд тестових прикладів з відомими або прогнозованими розв'язками;
- метод *впровадити* у виробництво при модернізації виробів, та у навчальний процес Академії пожежної безпеки України у розділи, які присвячені ремонту пожежної техніки.

**Наукову новизну** роботи має метод створення алгоритмів для профілювання виробів шляхом обкатки фігурою заданої геометричної форми, складовими якого є *нові способи:*

- визначення форми фігури  $A$ , що є результатом обкатки планетарним механізмом деякою фігурою  $B$ ;

- геометричної інтерпретації елементів послідовності параметрів, що характеризують геометричну форму фігури  $A$ ; та

- ідентифікації результату обкатки, тобто визначення розбіжностей між геометричними формами фігур - одержаної  $B$  та трафарету  $B_3$ .

**Вірогідність та обґрунтованість** одержаних результатів підтверджується доведенням тверджень, аналітичними перетвореннями за допомогою процесора Maple та побудованими за допомогою комп'ютера зображеннями результатів обкаток для тестових прикладів, а також розрахунками у процесі впровадження.

**Практичне значення одержаних результатів** дисертації полягає у спроможності на її теоретичній базі впроваджувати в реальну практику алгоритми профілювання виробів шляхом обкатки фігурою заданих геометричних форм як розглянутих, так і інших. Ця графічна інформація допоможе приймати обґрунтовані рішення при конструюванні виробів та обладнання. Реалізація роботи виконана у відділі нової техніки заводу електро монтажних виробів (м. Харків) та в АПБУ, що підтверджується довідками про використання запропонованої методики.

**Особистий внесок здобувача.** Особисто автор виконав теоретичні дослідження з профілювання виробів, зробив огляд методів та розробив для математичного процесора MAPLE версії алгоритмів побудови зображень результату обкатки та алгоритми його ідентифікації.

**Апробація результатів дисертації.** Основні положення дисертаційної роботи доповідалися та обговорювалися на:

- науковому семінарі кафедри нарисної геометрії та графіки НТУ під керівництвом к.т.н., проф. А.М.Краснокутського (м. Харків, 2001-2003 рр.);
- науковому семінарі Академії пожежної безпеки України під керівництвом д.т.н., проф. Ю.О. Абрамова (м. Харків, 2002 р.);
- міжнародній конференції „Сучасні проблеми геометричного моделювання (м. Мелітополь, 1999 р.);
- міжнародній конференції „Сучасні проблеми геометричного моделювання (м. Донецьк, 2000 р.);
- міській секції графіки під керівництвом д.т.н., проф. Л.М.Куценка (м. Харків, 2002 р);
- науковому семінарі кафедри нарисної геометрії та інженерної графіки ТДАТА під керівництвом д.т.н., проф. В.М. Найдиша (м. Мелітополь, 2003 р.).

**Публікації.** За результатами досліджень опубліковано 11 робіт - з них 7 статей одноосібно та 9 у фахових виданнях, які рекомендовано ВАК України.

**Структура і обсяг роботи.** Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновку, списку використаних джерел із 128 найменувань та додатків. Робота містить 172 сторінок машинописного тексту та 77 рисунків.

## ЗМІСТ РОБОТИ

**Вступ** містить загальну характеристику роботи. Обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету та задачі досліджень. Показано наукову новизну і практичну цінність отриманих розв'язків.

**У першому розділі** наведено огляд методів геометричного моделювання та ідентифікації результату обкатки за схемою планетарного механізму. Пояснення здійснено на прикладі задачі свердління некруглого глухого отвору. Традиційна схема свердління передбачає застосування пальцевої фрези, яку слід переміщати за складною траєкторією (рис. 1а). В альтернативу цьому розглянуто схему свердління на основі планетарного механізму (рис. 1б). Перевага останнього полягає у спрощенні шляху переміщення фрези, що є суттєвим у разі одночасного свердління декількох різних за формою отворів.

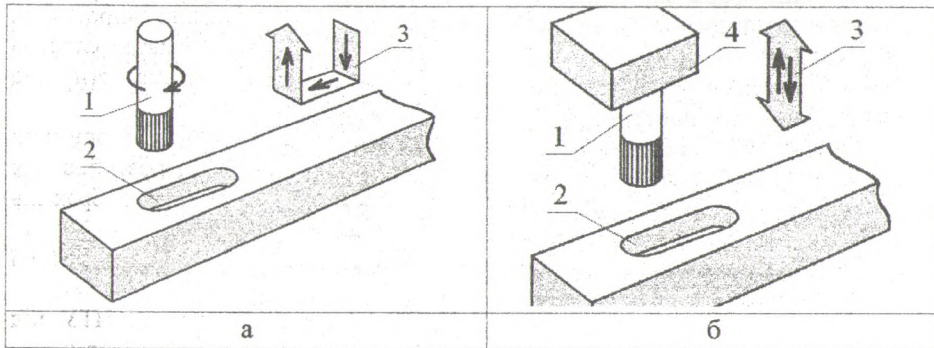


Рис. 1. Схеми свердління некруглого глухого отвору:

традиційна (а) та за схемою планетарного механізму (б);

1 – пальцева фреза; 2 – глухий отвір; 3 – шлях переміщення фрези;

4 – редуктор планетарного механізму

Наголошено, що геометричні аспекти розв'язання задачі свердління некруглих глухих отворів складаються із розв'язання наступних задач:

- геометричного моделювання результату обкатки за схемою планетарного механізму інструменту різного профілю;
- ідентифікації (тобто порівняння з „трафаретом”) результату обкатки за схемою планетарного механізму.

Розв'язання задачі геометричного моделювання результату обкатки здійснено на основі робіт Суліми В.В., Найдиша А.В. та ін, визначення результату обкатки як обвідної (дискримінанти) на основі робіт Шеліхової І.Б., Середи Н.І., Семенової-Куліш В.В., а розв'язання задачі ідентифікації – на основі робіт Сівак Є.М., Корчинського В.М. та ін. В розділі наведено огляд відповідних методів розв'язання вказаних задач.

В другому розділі розглянуто теоретичні основи розв'язання задачі геометричного моделювання результату обкатки за схемами різновидів планетарних механізмів інструментами різного профілю.

На практиці найбільш поширеним є планетарний механізм, у якому формоутворення кривих у межах площини  $Oxy$  здійснюється за наступною схемою: коло  $C_r$  малого радіуса  $r$  котиться без ковзання по внутрішній частині кола  $C_R$  більшого радіуса  $R$ , при цьому з колом  $C_r$  жорстко пов'язана точка  $A$ , яка відстоїть від точки дотику кіл на відстані  $h$ . Тоді опис траєкторії точки  $A$  (гіпотрохоїди) має вигляд

$$\begin{aligned} x(\alpha) &= (R-r) \cos \frac{r\alpha}{R} + (r+h) \cos \frac{(R-r)\alpha}{R}; \\ y(\alpha) &= (R-r) \sin \frac{r\alpha}{R} - (r+h) \sin \frac{(R-r)\alpha}{R}, \end{aligned} \quad (1)$$

де через  $\alpha$  позначено полярний кут відносно осі  $Ox$  для центра рухомого кола.

Пов'яжемо з рухомим колом  $C_r$  систему координат  $OXY$  (рис. 1) і задамо в ній точку  $M(p, q)$ . На рис. 2 наведено фазу обкатки, яка відповідає куту  $\alpha$ .

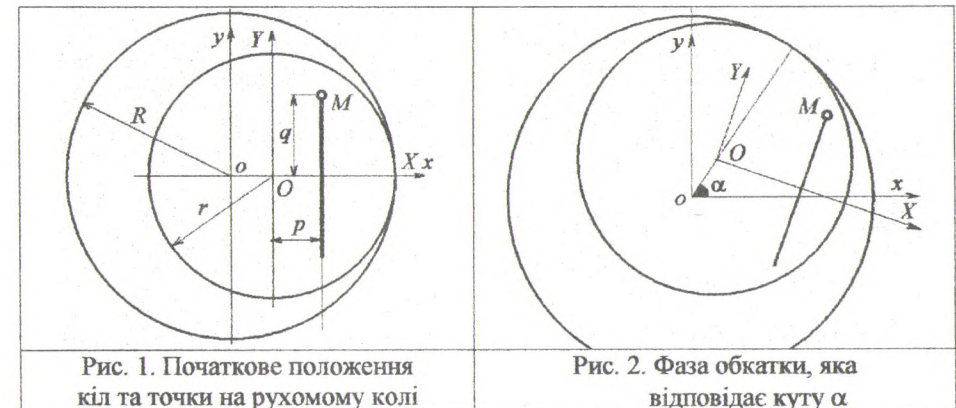


Рис. 1. Початкове положення кіл та точки на рухомому колі

Рис. 2. Фаза обкатки, яка відповідає куту  $\alpha$

**Твердження 1.** Якщо у системі координат  $OXY$  маємо точку  $M(p, q)$ , то її координати у нерухомій системі координат  $oxy$  можна обчислити за формулами

$$\begin{aligned} x(\alpha) &= (R-r) \cos \alpha + p \cos \frac{(R-r)\alpha}{r} - q \sin \frac{(R-r)\alpha}{r}; \\ y(\alpha) &= -(R-r) \sin \alpha + p \sin \frac{(R-r)\alpha}{r} + q \sin \frac{(R-r)\alpha}{r}. \end{aligned} \quad (2)$$

При змінному  $\alpha$  рівняннями (2) буде описана „повернута” гіпотрохоїда. На рис. 3 наведено приклади „повернутих” гіпотрохоїд для точок, належних відрітку прямої в залежності від його розмірів та розмірів і відношення радіусів.

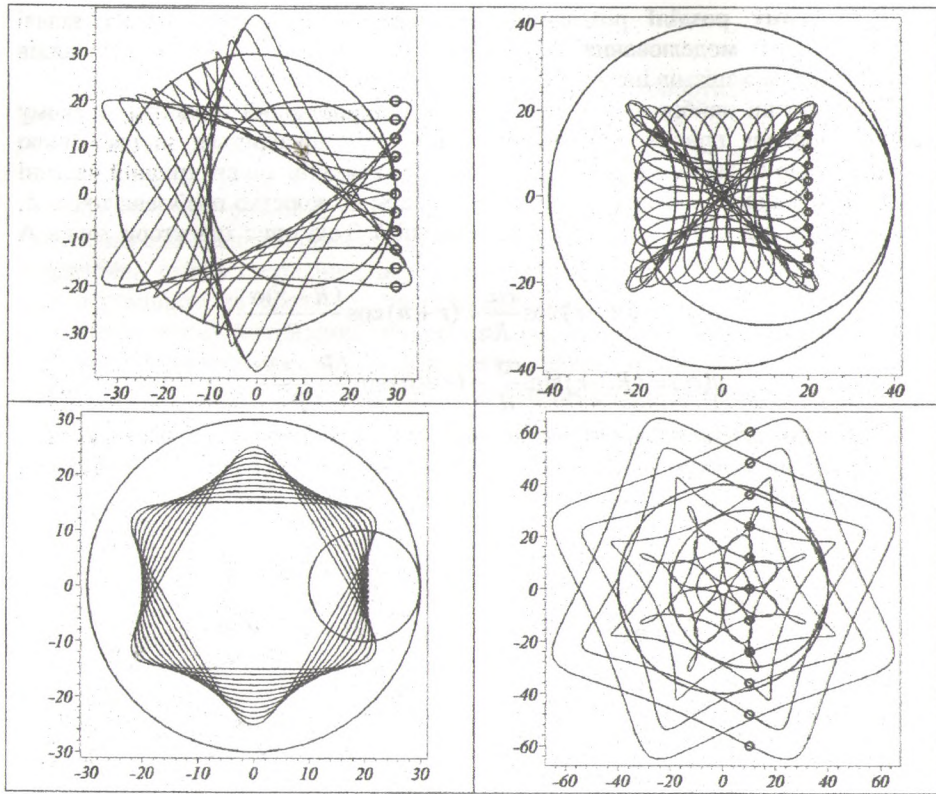


Рис. 3. Приклади сімей „повернутих” гіпотрохоїд

Результатом обкатки цього відрізка природньо вважати обвідну сім’ї „повернутих” гіпотрохоїд. На перший погляд цей метод визначення результату обкатки є універсальним графічним методом. Дійсно, якщо на контурі фігури, яку обкатують, обрати достатню кількість точок і побудувати „повернуту” гіпотрохоїду для кожної з них, то обвідну цих кривих логічно вважати як результат обкатки обраної фігури.

Але такий шлях до розв’язання проблеми слід вважати тупиковим. Адже при цьому не можливо ідентифікувати результат обкатки. Для успішної ідентифікації опис результату обкатки бажано б одержати у вигляді рівняння  $f(x, y) = 0$ . Тоді ідентифікацію результату обкатки можна здійснити шляхом аналізу знака функції  $f(x, y)$  - наприклад, якщо  $f(x_T, y_T) < 0$ , то точка площини  $T(x_T, y_T)$  не належить фігурі-результату обкатки.

На рис. 4 наведено зображення фігур, якими у роботі здійснюється обкатка. Їх рівняння у неявному вигляді одержано за допомогою R-функцій. Зазначимо, що розглянутий у роботі метод опису обкатки практично не накладає обмежень на геометричну форму та опис фігури, якою обкатують.

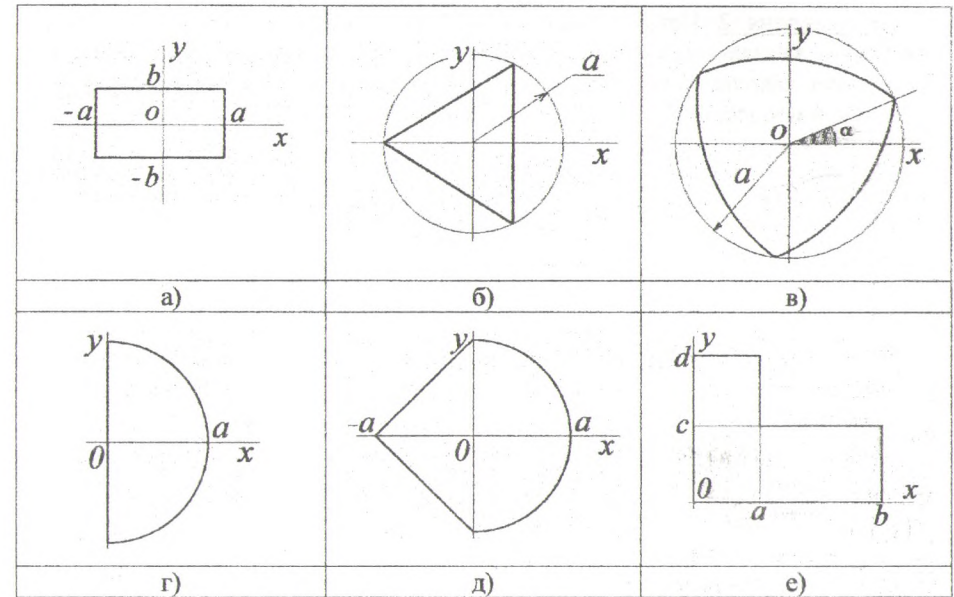


Рис. 4. Фігури, якими здійснювалася обкатка

Для опису фігур у неявному вигляді  $F(X, Y) = 0$  складено рівняння:

- а) прямокутника (відрізка)  $a^2 + b^2 - X^2 - Y^2 - |a^2 - b^2 - X^2 + Y^2| = 0$  ;
- б) трикутника  $\frac{a\sqrt{3}}{2}(X+a) - \frac{3a}{2}|Y| + \frac{a}{2} - X - \left| \frac{a\sqrt{3}}{2}(X+a) - \frac{3a}{2}|Y| - \frac{a}{2} + X \right| = 0$  ;
- в) трикутника Релло

$$2a^2 - X^2 - Y^2 - 2a\sqrt{X^2 + Y^2} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos \frac{X^3 \cos 3\alpha - Y^3 \sin 3\alpha + 3XY(X \sin 3\alpha - Y \cos 3\alpha)}{\sqrt{X^6 + Y^6 + 3X^2Y^2(X^2 + Y^2)}}\right) = 0 \quad (3)$$

- г) півкруга  $a^2 - X^2 - Y^2 + X - |a^2 - X^2 - Y^2 - X| = 0$  ;
- д) трикутника з півкругом  $2a + 2X - 2|Y| + a^2 - X^2 - Y^2 - |a^2 - X^2 - Y^2 - 2a - 2X + 2|Y|| = 0$  ;
- е) кута

$$(X \wedge (b - X)) \wedge (Y \wedge (d - Y)) \wedge ((a - X) \vee (c - Y)) = 0,$$

Тут  $\vee$  і  $\wedge$  - знаки R- диз’юнкції і R- кон’юнкції.

**Твердження 2.** Нехай рівнянням  $F(X, Y) = 0$  описано контур фігури  $\Phi$ , «жорстко» зв'язаної з рухомим колом в процесі його переміщення по площині. Тоді маємо рівняння, елементами якого буде множина  $\{\Phi\}$  окремих фаз руху фігури  $\Phi$  в процесі її обкатування

$$\begin{aligned} & F\left( (x - (R-r)\cos\alpha)\cos\frac{(R-r)\alpha}{r} - (y - (R-r)\sin\alpha)\sin\frac{(R-r)\alpha}{r}, \right. \\ & \left. (x - (R-r)\cos\alpha)\sin\frac{(R-r)\alpha}{r} + (y - (R-r)\sin\alpha)\cos\frac{(R-r)\alpha}{r} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Проблему визначення результату обкатки, в дисертації розглянуто з позицій визначення обвідної множини фігур  $\{\Phi\}$ , які в процесі руху „підмітають” площину  $Oxy$ .

Нехай в системі координат  $OXY$  маємо рівняння  $F(X, Y) = 0$  фігури  $\Phi$ , яка здійснює рух по площині  $oxy$  за законом  $X = X(x, y, \alpha)$ ;  $Y = Y(x, y, \alpha)$ . Позначимо  $f(x, y, \alpha) = F(X(x, y, \alpha), Y(x, y, \alpha))$ . Тоді з теорії обвідних відомо, що для визначення обвідної, як результату руху фігури по площині необхідно вилучити параметр  $\alpha$  із системи рівнянь виду

$$f(x, y, \alpha) = 0; \quad \frac{\partial f(x, y, \alpha)}{\partial \alpha} = 0, \quad (3)$$

що на практиці складає проблему. Останнє зауваження актуальне тоді, коли фігура  $\Phi$  має кутові точки (рис. 5). У цьому випадку, замість терміну „обвідна” більш доречно використовувати термін „дискримінанта”.

У дисертації розглянуто метод опису обвідної (дискримінанти) сім'ї фігур  $\{\Phi\}$ , сутність якого полягає у застосуванні  $n$ -місної  $R$ -диз'юнкції В.Л.Рвачова.

**Твердження 3.** Для  $n$  положень фігури  $\Phi$  її обвідну (у загальному випадку - дискримінанту) наближено можна описати у вигляді

$$\sum_{i=1}^n f_i(f_i + |f_i|) + \prod_{i=1}^{i=n} f_i(|f_i| - f_i) = 0, \quad (5)$$

де  $f_i = f\left(x, y, \frac{\alpha i}{n}\right)$ , а межами зміни параметра  $\epsilon 0 < \alpha < \Phi_{\max}$ .

Тут через  $f(x, y, \alpha)$  позначено функцію, яка входить до рівняння (4).

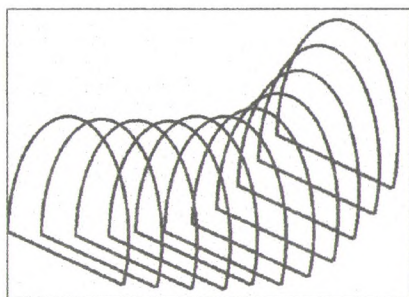


Рис. 5. Приклад окремих елементів сім'ї кривих

В третьому розділі розглянуто метод складання алгоритмів комп'ютерного аналізу зображень простих геометричних об'єктів, який призначено для використання в системах ідентифікації. Вважається, що геометричну форму об'єкта  $G$  на площині можна характеризувати за допомогою послідовності значень декартових моментів. В роботі під терміном

момент мається на увазі значення виразу  $m_{\alpha\beta} = \sum_{i=0}^K x_i^\alpha y_i^\beta$  для цілих

додатних  $\alpha$  і  $\beta$ . Тут  $K$  - кількість пікселів, які складають зображення фігури. Моменти першого порядку дозволяють обчислювати координати центру ваги

фігури:  $m_{10} = x_C = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^K x_i$ ;  $m_{01} = y_C = \frac{1}{K} \sum_{i=0}^K y_i$ .

Центральним моментом фігури будемо вважати значення виразу  $m_{\alpha\beta}$  при умові, що фігуру пронормовано відносно кола одиничного радіуса, і що центр кола та початок координат збігаються з центром ваги даної фігури. В цьому випадку можна навести геометричне пояснення суті ідентифікації фігури за допомогою методу моментів.

На площині  $Oxy$  розглянемо фігуру  $G$ , у якої знайдено координати центру ваги і яку пронормовано так, що  $G$  розміщується в колі одиничного радіуса. Сумістимо з центром ваги початок координат системи координат  $Oxyz$ . Для наочності розглянемо параболоїд, описаний рівнянням  $z = x^2 + y^2$ . Тоді значення

суми  $m_{22} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (x_i^2 + y_i^2)$  можна вважати моментом четвертого порядку

для фігури  $G$  на площині  $Oxy$  за умови, що всі  $N$  точок  $(x_i, y_i)$  належать цій фігурі. На рис. 6 фігура  $G$  зображена в колі одиничного радіуса і зафарбована.

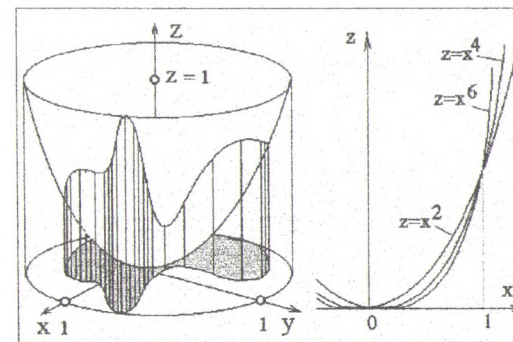


Рис. 6. Графіки функцій

З іншого боку, значення величини  $m_{22}$  при  $N \rightarrow \infty$  чисельно дорівнює об'єму півпростору  $z > 0$ , що розташований під параболоїдом і всередині прямої циліндричної поверхні з контуром фігури  $G$  як напрямній. Якщо збільшувати величину степеня полінома в опису параболоїда, то послідовність відповідних поверхонь буде прямувати до прямої кругової циліндричної

півповерхні з колом одиничного радіуса в основі. Адже при збільшенні показника степеня  $n$  всі параболу виду  $y = x^n$  будуть проходити через точку з координатами  $(1, 1)$  так, як зображено на рис. 6 праворуч.

На практиці розглянуту інтерпретацію центральних моментів слід використовувати наступним чином. Нехай маємо дві фігури, геометричні форми яких необхідно порівняти. Перша фігура  $G_T$  (рис. 7) виконує роль трафарету - тобто роль зразка, до якого слід наблизити форму результату обкатки  $G$  (рис. 8). При цьому рівняння трафарету (як приклад) має вигляд  $w_0 \vee w_1 \vee w_2 = 0$ , де знаком  $\vee$  позначено R-диз'юнкцію

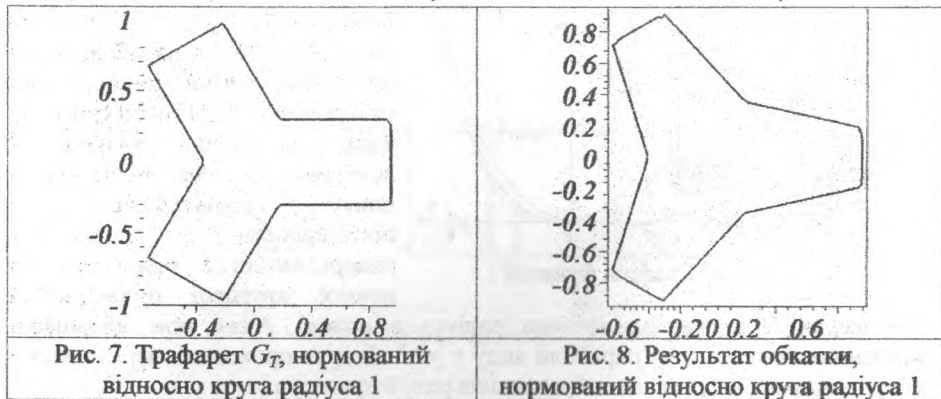
$$\begin{aligned} w_0 &= 0,0212 - 0,5x^2 + 0,5x - 0,5y^2 - 0,5|0,138 + x^2 - y^2 - x|; \\ w_1 &= 0,021 - 0,5x^2 - 0,25x - 0,5y^2 - 0,432y - \\ &\quad - 0,5|0,5x^2 - 0,5x - 0,5y^2 - 0,865y - 1,73xy - 0,138|; \\ w_2 &= 0,021 - 0,5x^2 - 0,25x - 0,5y^2 + 0,432y - \\ &\quad - 0,5|0,5x^2 - 0,5x - 0,5y^2 + 0,865y + 1,73xy - 0,138| \end{aligned} \quad (6)$$

а наближене рівняння результату обкатки трикутника (див. рис. 11а), складене на основі формули (5) при  $n = 120$ , де  $f_i = f\left(x, y, \frac{\alpha i}{n}\right)$  при  $0 < \alpha < 2\pi$ . Тут через  $f(x, y, \alpha)$  позначено функцію, яка при  $R = 30, r = 20, h = -10$  і  $a = 10$  входить до рівняння трикутника з формул (3)

$$\frac{a\sqrt{3}}{2}(X+a) - \frac{3a}{2}|Y| + \frac{a}{2} - X - \left| \frac{a\sqrt{3}}{2}(X+a) - \frac{3a}{2}|Y| - \frac{a}{2} + X \right| = 0,$$

де 
$$X = (x - (R-r)\cos\alpha)\cos\frac{(R-r)\alpha}{r} - (y - (R-r)\sin\alpha)\sin\frac{(R-r)\alpha}{r} - h;$$

$$Y = (x - (R-r)\cos\alpha)\cos\frac{(R-r)\alpha}{r} - (y - (R-r)\sin\alpha)\sin\frac{(R-r)\alpha}{r}.$$



На рис. 9 наведено приклади графіків функцій відповідних центральних моментів для трафарету, а на рис. 10 - те ж саме для фігури-результату обкатки.

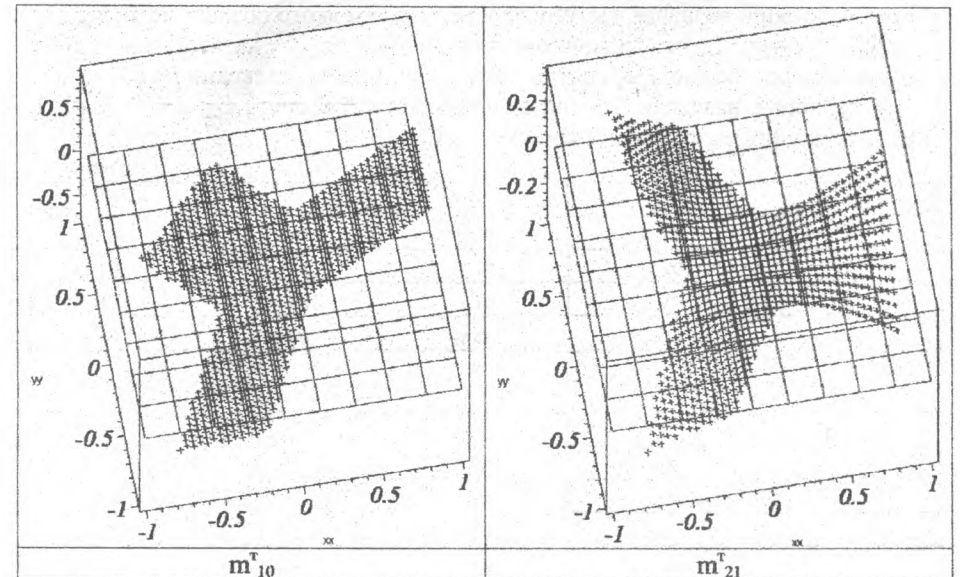


Рис. 9. Приклади „точних” графіків

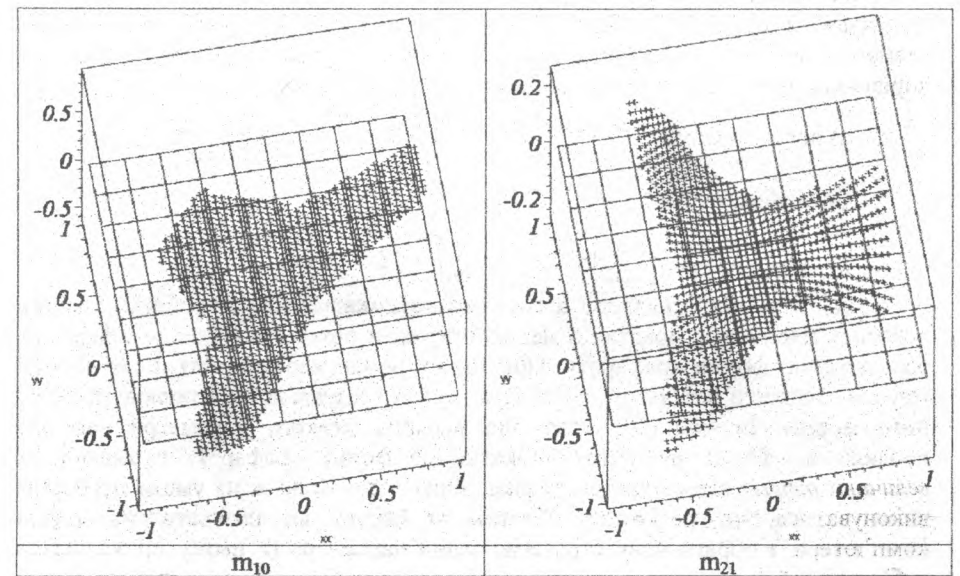


Рис. 10. Приклади „наближених” графіків

Нагадаємо, що графіки обмежують частину півпростору  $z > 0$ , який розташований під цими графіками. Перетин півпростору з серединою прямої циліндричної поверхні з контуром фігури (трафарету  $G_T$  або результату обкатки  $G$ ) як напрямній визначає частину простору, об'єм якого позначимо як  $m_{pq}$ .

**Визначення.** Ідентифікаційною картою фігури  $G$  називається таблиця значень  $m_{pq}$  центральних моментів, розташованих за їх індексами  $p$  і  $q$ .

У таблиці 1 наведено ідентифікаційну карту трафарету  $G_T$ , а у таблиці 2 - ідентифікаційну карту результату обкатки  $G$ .

Таблиця 1

$p \backslash q$	1	2	3	4
1	$m_{11}^T$	$m_{12}^T$	$m_{13}^T$	$m_{14}^T$
2	$m_{21}^T$	$m_{22}^T$	$m_{23}^T$	$m_{24}^T$
3	$m_{31}^T$	$m_{32}^T$	$m_{33}^T$	$m_{34}^T$
4	$m_{41}^T$	$m_{42}^T$	$m_{43}^T$	$m_{44}^T$

Таблиця 2

$p \backslash q$	1	2	3	4
1	$m_{11}$	$m_{12}$	$m_{13}$	$m_{14}$
2	$m_{21}$	$m_{22}$	$m_{23}$	$m_{24}$
3	$m_{31}$	$m_{32}$	$m_{33}$	$m_{34}$
4	$m_{41}$	$m_{42}$	$m_{43}$	$m_{44}$

Порівнювати геометричну форму фігури  $G_T$  трафарету і форму фігури  $G$ , одержаної в результаті обкатки, доцільно шляхом порівняння відповідних елементів їх ідентифікаційних карт. В роботі досліджено наступні способи порівняння елементів ідентифікаційних карт (тут  $\varepsilon$  - деяка мала величина):

а) поелементний  $\max |m_{pq}^T - m_{pq}| < \varepsilon$ ;

б) арифметичний  $\sum |m_{pq}^T - m_{pq}| < \varepsilon$ ;

в) квадратичний  $\sum (m_{pq}^T - m_{pq})^2 < \varepsilon$ .

На даному етапі складено алгоритми *автоматизованого* вибору стратегії перебору параметрів обкатки з метою одержати результат обкатки з формою, близькою до форми трафарету. При цьому немає необхідності після кожної ітерації виводити результат обкатки на екран і візуально контролювати зміну його форми. Індикатором того, що варіація деякого параметра веде до наближення форми результату обкатки до форми трафарету є *зменшення величини різниці елементів ідентифікаційних карт*. Коли ж ця умова перестане виконуватися, то результат обкатки необхідно візуалізувати на екрані комп'ютера, і обрати нову стратегію зміни параметра (в цьому проявляється суб'єктивний фактор алгоритму).

В четвертому розділі представлено можливе впровадження результатів дисертації. Показано, що одержані результати дозволяють розраховувати геометричну форму результату обкатки, за схемою планетарного механізму інструментами різноманітного профілю, та оперативно приводити аналіз одержаної форми. Використання цих результатів надасть можливість визначати раціональні значення параметрів обкатки для впровадження механізмів свердління некруглих отворів. При цьому наголошується, що дисертація присвячена *геометричним*, а не „інструментальним” питанням стосовно конструювання відповідного обладнання.

На рис. 11 наведено приклади обкаток деякими фігурами для різних  $R/r$ .

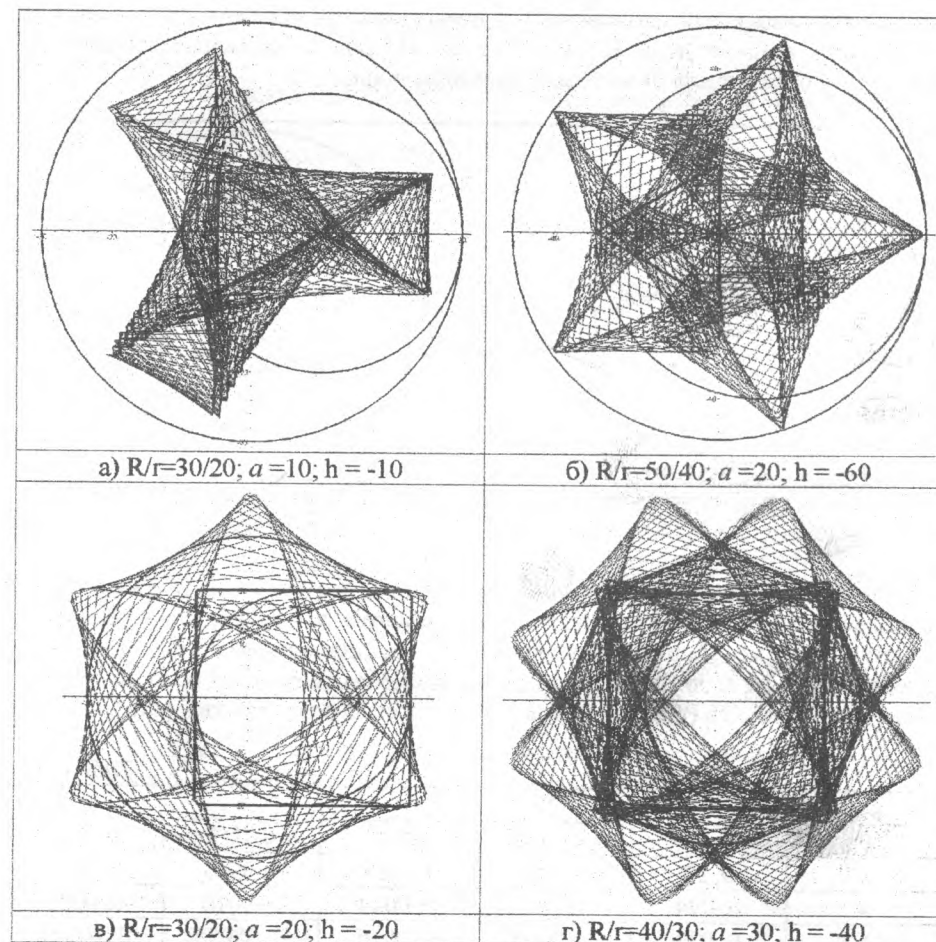


Рис. 11. Приклади обкаток трикутниками та прямокутниками для різних відношень радіусів  $R/r$ .



Можливе впровадження розглянутого методу профілювання результату обкатки здійснено на ремонтній лінії підприємства. При цьому виникла необхідність просвердлити у дюралюмінієвому корпусі декілька глухих отворів квадратного або прямокутного профілю.

Для практики свердління *квадратних глухих отворів* інтерес викликає спосіб свердління на базі обкатки відрізка за гіпотрохідальним законом. При цьому необхідно визначити значення параметрів обкатки, які б забезпечили формування такої фігури, що найменше відрізнялася б від квадрата.

Було складено програму побудови елементів сім'ї відрізків в процесі обкатки (рис. 12). В результаті проведення машинних експериментів було з'ясовано, що квадратну форму отвору можна одержати у випадках, коли параметр  $a$  наближено дорівнює 20, а параметр  $h$  наближено дорівнює -20 одиницям, а також коли  $R / r = 40 / 30$ . На рис. 13 наведено зображення результату обкатки для 24 миттєвих положень відрізка.

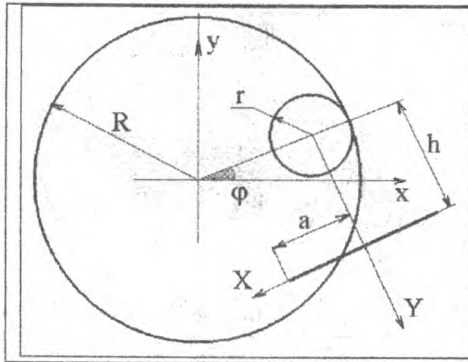


Рис. 12. Схема обкатки відрізка прямої у планетарному механізмі

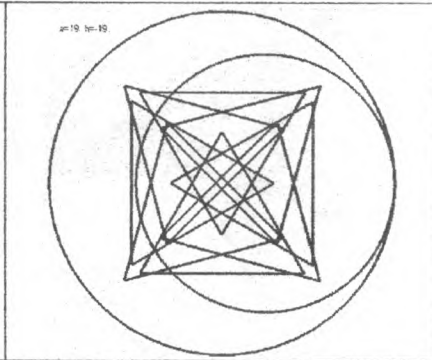


Рис. 13. Результат обкатки для 24 миттєвих положень відрізка

На рис. 14 наведено деякі приклади «майже квадратів», в залежності від параметрів  $a$  і  $h$ . Визначити значення параметрів  $a$  і  $h$ , для яких результат обкатки матиме форму, що найменше відрізнятиметься від квадрата, пропонується за допомогою центральних моментів. Для цього було обчислено центральні моменти (таблиця 3) для відповідного за розміром квадрата.

Таблиця 3

$p/q$	0	2	4	6	8
0	1,96	0,32	0,094	0,033	0,012
2	0,32	0,052	0,015	0,0053	0,002
4	0,094	0,015	0,0044	0,0016	0,0006
6	0,033	0,0053	0,0016	0,00056	0,00021
8	0,012	0,002	0,0006	0,00021	0,000079

В результаті обчислень було з'ясовано, що найменше відрізнятиметься від квадрата фігура з параметрами  $a = 19; h = -19$ .

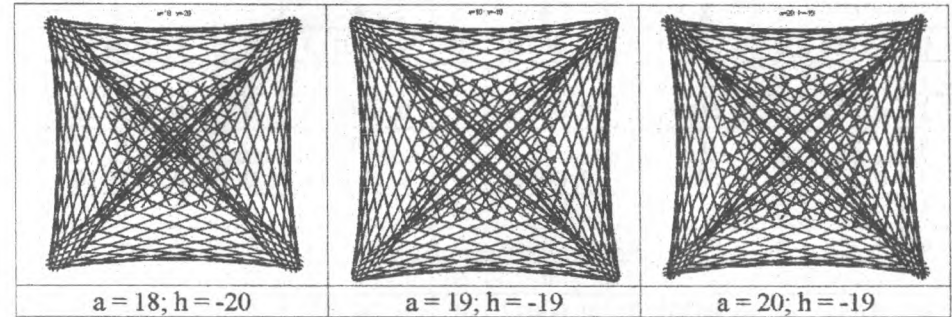


Рис. 14. Приклади фігур, контури яких наближаються до квадрата

Для практики свердління *прямокутних глухих отворів* інтерес викликає спосіб свердління на базі обкатки планетарним механізмом відрізка у випадку значення відношення  $R/r = 2/1$ . При цьому необхідно визначити значення параметрів обкатки ( $a$  та  $h$ ), які б забезпечили формування такої фігури, яка б найменше відрізнялася від прямокутника. На рис. 15 наведено приклади фігур, контури яких наближаються до прямокутника.

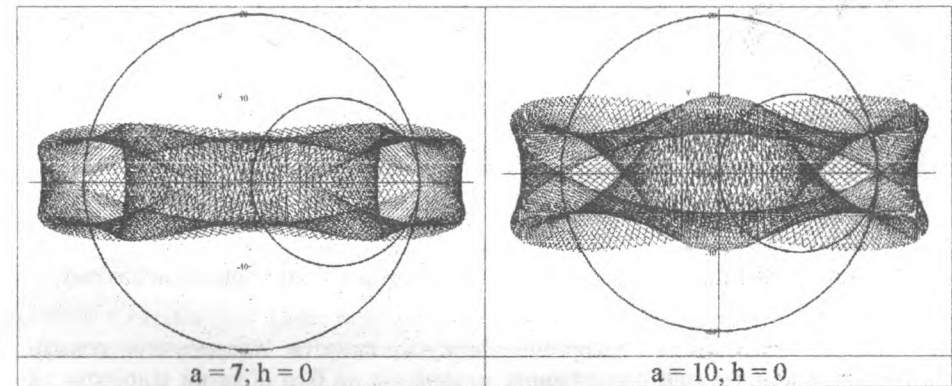


Рис. 15. Приклади обкатки квадратом та трикутником, в результаті чого маємо наближені контури прямокутника

Для визначення форми фігури, як результату обкатки, яка б найменше відрізнялася від прямокутника, було використано ідентифікаційну карту прямокутника, яку наведено у таблиці 4. Як приклад, обрано прямокутник з відношенням сторін  $A/B = 3,0424$ . Ця карта складається зі значень  $p/q$  центральних моментів, в залежності від значень  $p$  і  $q$ . Для порівняння ідентифікаційні карти складено для всіх «прямокутників», одержаних у

результаті обкатки. З елементами ідентифікаційної карти порівнювалися значення центральних моментів фігур – результатів обкатки.

Таблиця 4

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1, 128	0	0, 3368	0	0, 00180	0	0, 000113	0	0, 7794 $10^{-5}$
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0, 332	0	0, 0099	0	0, 00053	0	0, 000033	0	0, 2295 $10^{-5}$
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0, 176	0	0, 0053	0	0, 00028	0	0, 000018	0	0, 1215 $10^{-5}$
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0, 111	0	0, 0033	0	0, 00018	0	0, 000011	0	0, 7657 $10^{-5}$
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0, 076	0	0, 0023	0	0, 00012	0	0, 76 $10^{-5}$	0	0, 5258 $10^{-6}$

Наведені результати дають можливість здійснювати одночасне свердління глухих прямокутних отворів за схемою, яка наведена на рис. 16.

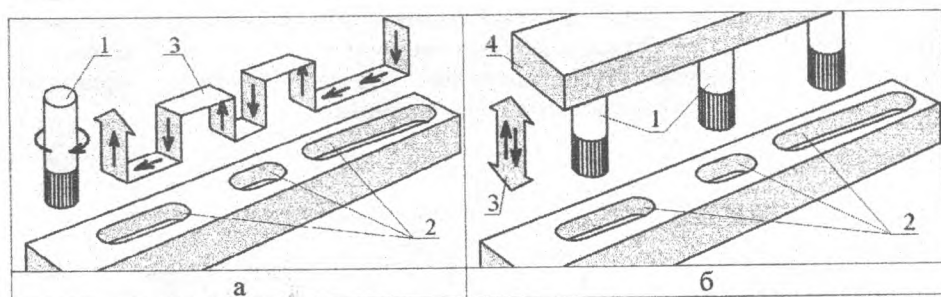


Рис.16. Схеми свердління системи прямокутних отворів: традиційна (а) та за схемою планетарного механізму (б)

- 1 – пальцева фреза; 2 – система глухих отворів;  
3 – шлях переміщення фрези; 4 – блок редукторів планетарного механізму

Отже, результати дисертації можуть скласти теоретичну основу розрахунків конструкцій планетарних механізмів на базі обкатки відрізком та інструментами інших профілів. Було розроблено схему установки інструмента при свердлінні багатокутних отворів, та проведені дослідження з вибору форми інструмента для свердління різних профілів отворів (трикутних, квадратних, п'ятикутних, шестикутних, тощо).

Теоретичні результати дисертації плануються покласти в основу нової автоматизованої системи процесорного вибору параметрів „нетрадиційного свердла” для свердління некруглих отворів при оздобленні поверхонь корпусних меблів (кресел, шкафів, спинок кроватей, тощо).

## ВИСНОВКИ

У дисертації наведено теоретичне узагальнення і нове розв'язання наукової задачі, що полягає в розробці методу складання ефективних алгоритмів комп'ютерного профілювання виробів, форма яких утворена за схемою планетарного механізму, з одночасним аналізом геометричної форми як результату профілювання. Ці дослідження проводяться з метою виявлення раціональних значень параметрів обкатки, що забезпечило б впровадження розроблених алгоритмів.

При цьому отримані результати, що мають наукову і практичну цінність.

- Зроблено огляд методів профілювання виробів способом обкатки.
- Для ідентифікації форми фігури розроблено геометричну інтерпретацію методу центральних моментів.
- Для геометричного моделювання переміщення знайдено опис у аналітичному вигляді формул зв'язку між нерухомою і рухомою системами координат;
- Розроблено алгоритми профілювання за схемою планетарного механізму виробів шляхом обкатки п'яти конкретних різновидів фігур: кола, відрізка, прямокутника, трикутника та трикутника Релло.
- Складено алгоритм визначення форми фігури G, що є результатом обкатки планетарним механізмом деякої фігури Q;
- Складено алгоритм визначення послідовності параметрів, що характеризують геометричну форму фігури G;
- Складено алгоритм ідентифікації результату обкатки, тобто визначення розбіжностей між формами фігур - одержаної G та заданої  $G_H$
- Метод впроваджено на АО „ЗЕМИ” (м. Харків) при модернізації виробів, та в Академії пожежної безпеки України у навчальному курсі „Пожежна техніка” для курсантів 4-го курсу.

*Основні положення дисертації опубліковано у таких роботах:*

- Соколов Д.Л. Опис контуру тіні тіла, заданого рівнянням  $F(x, y, z) = 0$  // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Вип. 67. Київ: КНУБА, 2000. – С. 204-208
- Соколов Д.Л. Алгоритм ідентифікації об'єктів площини за допомогою центральних моментів // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Вип. 69. Київ: КНУБА, 2001. – С. 214-217
- Радченко С.А., Сивак Е.М., Соколов Д.Л. Метод представлення входної інформації для алгоритмів ідентифікації // Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. - Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. - Том. 7. - Мелітополь: ТДАТА, - 1999 - С. 71-74
- Соколов Д.Л., Сивак Е.М. Разработка распознающих систем роботопожарных // Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. - Вип. 4.

Прикладна геометрія та інженерна графіка. - Том. 9. - Мелітополь: ТДАТА, - 1999 - С. 58-62

5. Соколов Д.Л. Ідентифікація форми некруглих отворів за допомогою послідовності центральних моментів // Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. - Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. - Том. 12. - Мелітополь: ТДАТА, - 2001 - С. 98-100

6. Соколов Д.Л. Теоретичні основи методу виготовлення квадратних отворів свердлінням // Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. - Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. - Том. 15. - Мелітополь: ТДАТА, - 2002 - С. 110 - 113

7. Куценко Л.М., Соколов Д.Л. Ідентифікація об'єктів канонічної форми шляхом обчислення центральних моментів їх зображень // Проблеми пожежної безпеки. Харьков: ХИПБ, 1999. Вип. 6. - С. 88-92.

8. Соколов Д.Л., Лаврик Ю.М., Грицина І.М. Ідентифікація обрисів просторових об'єктів за допомогою центральних моментів // Проблеми пожежної безпеки. Харьков: Фолио, 2001. Вип. 9. - С. 189-191.

9. Соколов Д.Л. Метод ідентифікації форми отворів за допомогою послідовності центральних моментів // Проблеми пожежної безпеки. Харьков: Фолио, 2001. Вип. 10. - С. 174-176.

10. Соколов Д.Л. Геометрична інтерпретація ідентифікації об'єктів на площині за допомогою центральних моментів. - Сучасні проблеми геометричного моделювання. Харків: ХДАТОХ, 2001. - С. 309-311

11. Соколов Д.Л. Использование декартовых моментов в алгоритмах идентификации объектов / Тезисы докладов Международной научно - практической конференции "Современные проблемы геометрического моделирования". - Донецк: ДонГТУ. - 2000. С. 240-241.

У роботах, що виконані у співавторстві, особистий внесок здобувача наступний: [3, 4] - провів дослідження процесів в алгоритмах ідентифікації, [7, 8] - розробив версію алгоритму визначення центральних моментів.

**Соколов Д.Л. Геометричне моделювання та ідентифікація результату обкатки за схемою планетарного механізму. - Рукопис.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.01.01 – прикладна геометрія, інженерна графіка. – Київський національний університет будівництва і архітектури, Київ, Україна, 2003.

Дисертація присвячена методу складання ефективних алгоритмів комп'ютерного профілювання виробів, форма яких утворена за схемою планетарного механізму, з одночасним аналізом геометричної форми як результату профілювання. Дослідження проводилися з метою виявлення раціональних значень параметрів обкатки, що б забезпечило впровадження розроблених алгоритмів. В процесі роботи були отримані результати, що мають наукову і практичну цінність. До головних результатів слід віднести:

розроблену геометричну інтерпретацію методу центральних моментів, яка використовується для ідентифікації форми фігури, а також опис у аналітичному вигляді формул зв'язку між нерухою і рухою системами координат, які використовуються для геометричного моделювання переміщення. Розроблено алгоритми профілювання за схемою планетарного механізму виробів шляхом обкатки конкретних різновидів фігур: відрізка, прямокутника, трикутника та трикутника Реллю. Складено алгоритм визначення форми фігури  $G$ , що є результатом обкатки планетарним механізмом деякої фігури  $Q$ . Складено алгоритм визначення послідовності параметрів, що характеризують геометричну форму фігури  $G$ . Складено алгоритм ідентифікації результату обкатки, тобто визначення розбіжностей між формами фігур - одержаної  $G$  та заданої  $G_H$ . Результати роботи було впроваджено на АО „ЗЕМИ” (м. Харків) при модернізації обладнання, що підтверджується довідкою про використання запропонованої у роботі методики. Матеріали дисертації також були використані в учбовому процесі Академії пожежної безпеки України в навчальному курсі „Пожежна техніка” для курсантів 4-го курсу.

*Ключові слова:* рівняння контуру фігур, обкатка трикутником, гіпотрохідальний закон обертання.

**Соколов Д.Л. Геометрическое моделирование и идентификация результата обкатки по схеме планетарного механизма. - Рукопись.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.01.01 – прикладная геометрия, инженерная графика. – Киевский национальный университет строительства и архитектуры, Киев, Украина, 2003.

Диссертация посвящена методу составления алгоритмов компьютерного профилирования изделий, форма которых образована по схеме планетарного механизма, с одновременным анализом геометрической формы как результата профилирования. В процессе работы были полученные результаты, которые имеют научную и практическую ценность. К ним следует отнести описание в аналитическом виде формул связи между недвижной и подвижной системами координат, которые используются для геометрического моделирования перемещения фигуры, а также описание результата обкатки. Составлен алгоритм определения формы фигуры  $G$ , которая является результатом обкатки планетарным механизмом некоторой фигуры  $Q$ . В распространенном планетарном механизме формообразования кривых на плоскости  $Oxy$  осуществляется по следующей схеме: круг  $C_r$  меньшего радиуса  $r$  катится без скольжения по внутренней части круга  $C_R$  большего радиуса  $R$ , при этом с кругом  $C_r$  жестко связанная точка  $A$ , которая отстоит от точки соприкосновения окружностей на расстоянии  $h$ . Приведены формулы, по которым можно вычислить координаты в неподвижной системе координат  $Oxy$  координаты точки  $M(p, q)$ , которая заданная в подвижной системе координат  $Ox_1y_1$ . Результатом обкатки отрезка целесообразно считать огибающую

семейства „повернутых“ гипотрохонд, которые соответствуют точкам этого отрезка. На первый взгляд этот метод определения результата обкатки есть универсальным графическим методом. Действительно, если на контуре фигуры, которой обкатывают, выбрать достаточное количество точек и построить „повернутую“ гипотрохонду для каждой из них, то огибающую этих кривых можно считать результатом обкатки избранной фигуры. Но такой путь к решению проблемы следует считать тупиковым. Ведь при этом не возможно идентифицировать результат обкатки. Для успешной идентификации описание результата обкатки желательно бы получить в виде уравнения  $f(x, y) = 0$ . Тогда идентификацию результата обкатки можно осуществить путем анализа знака функции  $f(x, y)$  - например, если  $f(x_T, y_T) < 0$ , то точка плоскости  $T(x_T, y_T)$  не принадлежит фигуре-результату обкатки. Приведены изображения фигур, которыми в работе осуществляется обкатка. Их уравнения в неявном виде получены при помощи R-функций. Рассмотренный метод описания обкатки практически не накладывает ограничений на геометрическую форму и описание фигуры, которой обкатывают. В диссертации рассмотрен метод описания огибающей (дискриминанты) семейства фигур  $\{F\}$ , суть которого состоит в применении n-местной R-дизъюнкции В.Л.Рвачова. Считается, что геометрическую форму объекта G на плоскости можно характеризовать с помощью последовательности значений декартовых моментов. Центральным моментом фигуры считается значения декартового момента  $m_{pq}$  при условии, что фигуру пронормировано относительно окружности единичного радиуса, и что центр круга и начало координат совпадают с центром веса данной фигуры. В этом случае приведено геометрическое толкование сути идентификации фигуры с помощью метода моментов. Пусть имеем две фигуры, геометрические формы которых необходимо сравнить. Первая фигура  $G_T$  выполняет роль трафарета - то есть роль образца, к которого следует приблизить форму результата обкатки G. Идентификационной картой фигуры G называется таблица значений  $m_{pq}$  центральных моментов, расположенных согласно их индексам p и q. Сравнить геометрическую форму фигуры  $G_T$  трафарета и форму фигуры G, полученной в результате обкатки, целесообразно путем сравнения соответствующих элементов их идентификационных карт. На данном этапе составлены алгоритмы автоматизированного выбора стратегии перебора параметров обкатки с целью получения результата обкатки с формой, близкой к форме трафарета. При этом нет необходимости после каждой итерации выводить результат обкатки на экран и визуально контролировать изменение его формы. Индикатором того, что вариация параметра ведет к приближению формы результата обкатки к форме трафарета будет уменьшение разности элементов идентификационных карт. Когда же это условие перестанет выполняться, то результат обкатки необходимо визуализировать на экране компьютера, и избрать новую стратегию изменения параметра (в этом проявляется субъективный фактор алгоритма). Результаты работы были внедрены на заводе электромонтажных изделий (г.Харьков) при модернизации

внедрены на заводе электромонтажных изделий (г.Харьков) при модернизации оснащения, что подтверждается справкой об использовании предложенной в работе методики. Материалы диссертации также были использованы в учебном процессе Академии пожарной безопасности Украины для курсантов 4-го курса при изучении приемов ремонта пожарной техники.

*Ключевые слова:* уравнение контура фигуры, обкатка треугольника, гипотрохондальный закон вращения.

**Sokolov D.L. Geometric modelling and identification of an outcome by observation under the scheme of the planetary mechanism. - Manuscript.**

Thesis on competition of a scientific degree of the candidate of engineering science on a speciality 05.01.01 - applied geometry, engineering graph. - Kiev national university of construction and architecture, Kiev, Ukraine, 2003.

The thesis is devoted to a method of compiling of effective algorithms of computer profiling of products, which form under the scheme of the planetary mechanism, with the simultaneous analysis of the geometric form as outcome of profiling. The researches were carried out with the purpose of detection of rational values of parameters round, that would supply introduction of the developed algorithms. During work there were obtained outcomes, which have scientific and practical value. To main outcomes of a thesis it is necessary to refer the geometric interpretation of a method of central moment, which is used for identification of the form of a figure, and also exposition in an analytical aspect of the formulas of connection between immovable and mobile frames, which are used for geometric modelling of transition. The algorithms of profiling under the scheme of the planetary mechanism of products by a way of concrete varieties of figures are developed: Segment, rectangle, triangle and triangle Rello. The algorithm of the definition of the form of a figure G is composed which grows out by the planetary mechanism of some figure Q. The algorithm of the definition of a sequence of parameters is composed which characterize the geometric form of a figure G. The algorithm of identification of an outcome, that is definition of a divergence between the forms of figures - obtained G and specific  $G_H$  is composed. Outcomes of work was entered at modernizing of equipment, which is confirmed by help about use of a technique, offered in work. The materials of a thesis also were used in the educational process of Academy of flammability control of Ukraine for the cadets of the 4-th course at study of receptions of repair of a fireman engineering.

*Key words:* equation of a contour of a figure, description of a triangle, gipotrochoidal the law of rotation.

Підписано до друку 04.09.2003 р.

Друк. Ризограф.

Ум. друк. арк. 1,25

Тираж 100

Формат 60x80 1/16

Зам. № 40903

61023,

м.Харків, вул.Маяковського, 5, тел.:149-182

Вид. № ХК/21