УДК 614.8

Б.Б. Поспелов, д.т.н., профессор, научн. сотр., НУГЗУ,
В.А. Андронов, д.т.н., профессор, проректор, НУГЗУ

ГАРАНТИРОВАННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЙ ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНЫХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Рассматривается задача гарантированного оценивания параметров состояния потенциально опасных объектов техническими системами мониторинга в условиях априорной неопределенности наблюдаемых данных.

Ключевые слова: потенциально опасный объект, гарантированное оценивание состояния, априорная неопределенность, наблюдаемые данные.

Постановка проблемы. В последние годы в практике предупреждения чрезвычайных ситуаций (ЧС) природной и техногенной сфер важное место отводится техническим системам мониторинга состояния различных потенциально опасных объектов (ПОО). Эффективность функционирования указанных систем во многом определяется достоверностью информации о критических состояниях объектов, которые могут привести к возникновению ЧС. Обеспечение достоверности информации о параметрах состояния ПОО связано с реализацией гарантированного их оценивания техническими системами мониторинга. Однако в реальных условиях задача оценивания сопровождается большей или меньшей априорной неопределенностью относительно наблюдаемых данных. В связи с этим гарантированное оценивание параметров состояния ПОО техническими системами мониторинга в условиях априорной неопределенности наблюдаемых данных представляет одну из важных проблем теории и практики предотвращения ЧС.

Анализ последних исследований и публикаций. В настоящее время существует множество методов оценивания параметров в условиях неопределенности. Среди них можно выделить стохастические и нестохастические методы. При этом нестохастические методы, в отличие от стохастических, не используют предположение о стохастической природе неопределенных параметров. В частности, к ним можно отнести методы минимаксного и гарантированного оценивания [1-6]. Эти методы в последнее время интенсивно развиваются. Однако использование методов гарантированного оценивания в технических системах мониторинга ПОО технической и природной сферы пока остается ограниченным и явно не отвечает его возможностям для конструктивного развития теории и техники предупреждения ЧС. Особенно это касается гарантированного оценивания параметров критических ситуаций различных ПОО технической и природной сферы в условиях неопределенности.

Постановка задачи и ее решение. Целью работы является рассмотрение гарантированного оценивания параметров критических состояний ПОО в условиях неопределенности, определяемой комбинированной информацией как статистического, так и неопределенного характера.

Известно, что модельные задачи оценивания лишь приближенно оценивают реальные технические задачи. Обычно степень приближения определяется компромиссом между требуемой точностью решения задачи и приемлемой сложностью его реализации. В этой связи часто используют регулярные оценки [7], получаемые в предположении отсутствия ограничений на множество допустимых значений оцениваемых параметров.

В практике предотвращения ЧС часто бывает известным множество допустимых значений для оцениваемых параметров состояния ПОО. В этом случае возникает задача: как выполнить коррекцию регулярных оценок, чтобы можно было использовать информацию об ограниченности допустимых значений оцениваемых параметров? При этом желательно сохранить функционирующие алгоритмы формирования регулярных оценок [8], а коррекцию этих оценок выполнять с помощью дополнительных алгоритмических блоков, подключаемых к соответствующим выходам существующих технических систем мониторинга.

Будем полагать, что несмещенная регулярная оценка € параметра x состояния ПОО получена в предположении, что областью допустимых значений x и € является неограниченное множество, т. е. $x \in X^{\infty}$ и $\hat{x} \in X^{\infty}$. Тогда плотность вероятности оценки € является гауссовой

$$p(\hat{x} \mid x) = (2\pi)^{-0,5} \sigma^{-1} \exp(-0{,}5\sigma^{-2} (\hat{x} - x)^2), \qquad (1)$$

где $\sigma^2 = M[(\hat{x} - x)^2 \mid x]$ – дисперсия регулярной оценки параметра x состояния ПОО.

Следуя идее [8], определим скорректированную регулярную оценку x^{α}, позволяющую учесть информацию об ограниченности допустимых значений параметра $x \in [\hat{x}; \check{x}]$ в виде

$$x^{\alpha} = \alpha\hat{x} + (1 - \alpha)x_0, \qquad (2)$$

где $x_0 = (\hat{x} + \check{x})/2$, $\hat{x}$ и $\check{x}$ определяют соответственно нижнюю и верхнюю границы интервала, а параметр α выбирается на основе минимаксного критерия

$$\min|_{\alpha} \max|_{x \in [\hat{x}; \check{x}]} M[(x^{\alpha} - x)^2 \mid x_0]. \qquad (3)$$

Определим относительное смещение $b^{\alpha}(x) = \sigma^{-1}M[(x^{\alpha} - x)\,|\,x]$, относительный средний квадрат ошибки $R^{\alpha}(x) = \sigma^{-2}M[(x^{\alpha} - x)^2\,|\,x]$ и относительную дисперсию $D^{\alpha}(x) = \sigma^{-1}M[(x^{\alpha} - M(x^{\alpha}\,|\,x))^2\,|\,x]$ для скорректированной регулярной оценки (2) с учетом критерия (3).

В силу линейности скорректированной регулярной оценки x^{α} (2) относительно регулярной оценки € параметра состояния ПОО и условия (1) плотность распределения вероятностей $p(x^{\alpha}\,|\,x)$ оценки x^{α} будет гауссовой. С учетом представления (2) разность

$$x^{\alpha} - x = \alpha(\hat{x} - x) + (1-\alpha)(x_0 - x). \tag{4}$$

В этом случае с учетом (4) и несмещенной оценки € будем иметь

$$b^{\alpha}(x) = (1-\alpha)\sigma^{-1}(x_0 - x); \tag{5}$$

$$R^{\alpha}(x) = \alpha^2 + (1-\alpha)^2\sigma^{-2}(x_0 - x)^2; \tag{6}$$

$$D^{\alpha}(x) = \alpha^2. \tag{7}$$

Из выражения (5) следует, что в общем случае скорректированная оценка x^{α} является смещенной. Несмещенная оценка x^{α} существует только в случае когда $x_0 = x$, т. е. когда параметр состояния ПОО совпадает с серединой интервала $[\hat{x};\breve{x}]$.

Следуя соотношению (6), в силу квадратичной зависимости величины $R^{\alpha}(x)$ от параметра α, а также условий $x_0 = (\hat{x} + \breve{x})/2$ и $x \in [\hat{x};\breve{x}]$ получим, что максимум выражения $(x_0 - x)^2$ по переменной x достигается на границах интервала $[\hat{x};\breve{x}]$ и равен величине $(\breve{x} - \hat{x})^2/4$. Поэтому

$$\max|_{x\in[\hat{x};\breve{x}]} R^{\alpha}(x) = \alpha^2 + (1-\alpha)^2(\breve{x} - \hat{x})^2/(4\sigma^2). \tag{8}$$

Вычисляя первую и вторую производные по параметру α от выражения (8) и используя необходимое и достаточное условие экстремума функции, минимаксный критерий (3) будет выполняться при величине параметра

$$\alpha^* = 1/(1 + 4\sigma^2(\breve{x} - \hat{x})^{-2}). \tag{9}$$

С учетом (9), а также соотношений (5) – (7) получим выражения, определяющие относительные значения смещения, среднего квадрата и дисперсии ошибки для скорректированной регулярной оценки x^{α} параметра $x \in [\hat{x}; \breve{x}]$ состояния ПОО

$$|b^{\alpha^*}(x)| \le |(\breve{x} - \hat{x})/2\sigma| / (1 + (\breve{x} - \hat{x})^2 / (4\sigma^2)); \tag{10}$$

$$(\alpha^*)^2 \le R^{\alpha^*}(x) \le \alpha^*; \tag{11}$$

$$D^{\alpha^*}(x) = (\alpha^*)^2. \tag{12}$$

Из выражений (11) и (12) следует, что скорректированная регулярная оценка x^{α} (2) позволяет получить гарантированный выигрыш в точности оценивания параметра состояния ПОО по сравнению с традиционной регулярной оценкой $\hat{x}$, получаемой в предположении бесконечных границ для интервала возможных значений параметра состояния.

Следуя выражению (9), для бесконечных границ интервала возможных значений оцениваемого параметра величина $\alpha^* = 1$. Это означает, что относительные значения смещения, среднего квадрата и дисперсии ошибки для скорректированной регулярной оценки x^{α} и традиционной регулярной оценки $\hat{x}$ будут совпадать. В этом случае необходимо решать дополнительную задачу, связанную с определением гарантированных границ для получаемой регулярной оценки.

Пусть $c = (\breve{x} - \hat{x})/2\sigma$. Тогда соотношения (10) – (12) можно представить в следующем виде

$$|b^{\alpha^*}(c)| \le |c| / (1 + c^2); \tag{13}$$

$$(c^2/(1 + c^2))^2 \le R^{\alpha^*}(c) \le c^2/(1 + c^2); \tag{14}$$

$$D^{\alpha^*}(c) = (c^2/(1 + c^2))^2. \tag{15}$$

С учетом соотношения (14) ширина гарантированного интервала $\Delta\alpha(c)$ для скорректированной регулярной оценки x^{α} будет определяться величиной

$$\Delta\alpha(c) = c^2 / (1 + 2c^2 + c^4). \tag{16}$$

В качестве иллюстрации на рис. 1 изображены зависимости ширины гарантированного интервала (16) для скорректированной регулярной оценки, а также относительной дисперсии (15) и смещения (13) от величины c.

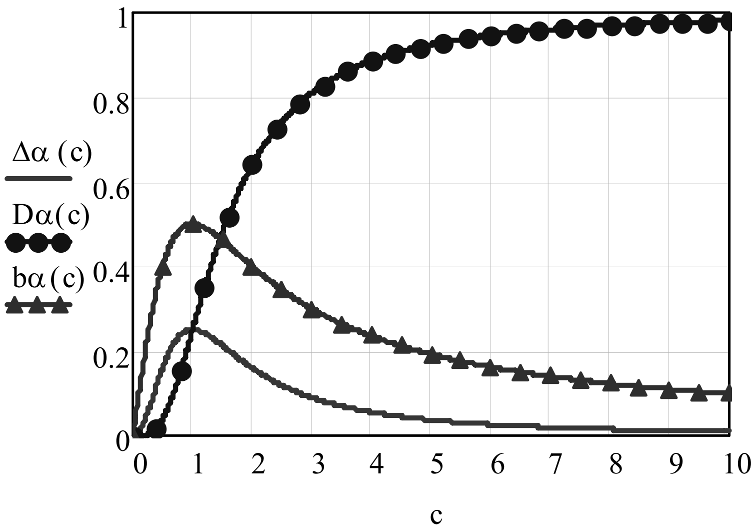

Рис. 1. Основные показатели качества скорректированной регулярной оценки x^{α} в зависимости от величины $c=(\breve{x}-\widehat{x})/2\sigma$.

Из представленных на рис. 1 зависимостей следует, что скорректированная регулярная оценка (2) с учетом заданных границ возможных значений оцениваемого параметра состояния ПОО приводит к гарантированному выигрышу в точности оценивания этого параметра.

Выводы. Данное свойство скорректированной оценки является весьма важным при создании различных технических систем мониторинга состояния ПОО, поскольку указывает конструктивный путь повышения эффективности их функционирования в условиях априорной неопределенности наблюдаемых данных за счет обеспечения увеличения точности с одновременным гарантированием получаемой информации о критических состояниях объектов, способных вызывать различные ЧС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н. Теория управления движением / Н.Н. Красовский. – М.: Наука, 1968. – 476 с.

2. Schweppe F.C. Uncertain dynamic systems. Englewood Cliffs, N.J. – Prentice-Hall, 1973. – 563 p.

3. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем: метод эллипсоидов / Ф.Л. Черноусько. – М.: Наука, 1988. – 320 с.

4. Куржанский А.Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности / А.Б. Куржанский. – М.: Наука, 1977. – 392 с.

5. Костоусова Е.К. Гарантированные оценки точности вычислений в задачах управления и оценивания / Е.К. Костоусова, А.Б. Куржанский // Вычислительные технологии, 1977. – Т. 2. – № 1. – С. 19-27.

6. Кунцевич В.М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации / В.М. Кунцевич. – Киев: Наукова думка, 2006. – 264 с.

7. Сальников Н.Н. Оценивание состояний и параметров динамической системы при отсутствии априорной информации об оцениваемых величинах / Н.Н. Сальников // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014, Москва 16-19 июня 2014. – С. 2685-695.

8. Репин В.Г. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем / В.Г. Репин, Г.П. Тартаковский. – М.: Советское радио, 1977. – 437 с.

9. Поспелов Б.Б. Системные модели состояния опасных объектов техногенного и природного характера / Б.Б. Поспелов, Р.И. Шевченко, А.Н. Коленов // Проблеми надзвичайних ситуацій. – Сб. наук. пр. – Харків: НУЦЗУ 2013. – Вип. 17. – С. 113-125.

10. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов / М.А. Огарков. – М.: Энергоатомиздат. 1990. – 208 с.

Получено редколлегией 10.10.2016

Б.Б. Поспєлов, В.А. Андронов

Гарантована оцінювання станів потенційно небезпечних об'єктів в умовах невизначеності

Розглядається задача гарантованого оцінювання параметрів стану потенційно небезпечних об'єктів технічними системами моніторингу в умовах апріорної невизначеності спостережуваних даних.

Ключові слова: потенційно небезпечний об'єкт, гарантоване оцінювання стану, завжди апріорна невизначеність, дані, що спостерігаються.

B.B. Pospelov, V.A. Andronov

Guaranteed estimation of state potentially dangerous objects under conditions of uncertainty

The problem of guaranteed estimation of the parameters of state of potentially dangerous objects of technical monitoring systems in the conditions of a priori uncertainty of the observed data.

Keywords: a potentially dangerous object, guaranteed state estimation of a priori uncertainty, the observed data.